



Ateliers CREPP

Les amplificateurs opérationnels

Nicolas Le Guerroué

6 février 2022
34 pages

TABLE DES MATIÈRES

1	Préambule	4
I	Les amplificateurs opérationnels	5
2	Introduction	6
2.1	Généralités	6
2.2	Conventions	7
3	Modélisation de l'AOP	8
3.1	Modèle théorique	8
3.2	Modèle réel	9
3.3	Modes de fonctionnement	9
3.3.1	Montages linéaires	9
3.3.2	Montages comparateurs	10
3.4	Résistance de charge	10
4	Étude en mode linéaire	12
4.1	Intérêt de l'étude	12
4.2	Méthode de résolution	12
5	Montage suiveur	13
5.1	Présentation	13
5.2	Montage	13
5.3	Démonstration	13
6	Montage non-inverseur	16
6.1	Présentation	16
6.2	Montage	16
6.3	Démonstration	16
6.3.1	Exemple	17

7	Montage inverseur	18
7.1	Présentation	18
7.2	Montage	18
7.3	Démonstration	19
7.4	Application	19
8	Montages comparateurs	20
8.1	Présentation	20
8.1.1	Comparateur non inverseur simple seuil	20
8.1.2	Comparateur inverseur simple seuil	21
8.1.3	Comparateur non inverseur double seuil	21
8.1.4	Comparateur inverseur double seuil	25
9	Montage intégrateur	27
9.1	Présentation	27
9.2	Montage	27
9.3	Démonstration	27
9.4	Application	28
10	Montage soustracteur	30
10.1	Présentation	30
10.2	Montage	30
10.3	Démonstration	30
10.4	Application	31
11	Montage sommateur	33
11.1	Présentation	33
11.2	Montage	33
11.3	Démonstration	33

SECTION 1

PRÉAMBULE

- ▶ Document réalisé en L^AT_EX par Nicolas Le Guerroué pour le Club de Robotique et d'Electronique Programmable de Ploemeur (CREPP)
- ▶ Permission vous est donnée de copier, distribuer et/ou modifier ce document sous quelque forme et de quelque manière que ce soit.
- ▶ Version du 6 février 2022
- ▶ Taille de police : 11pt
- ☎ 06.20.88.75.12
- ✉ nicolasleguerroue@gmail.com
- ▶ **Dans la mesure du possible, évitez d'imprimer ce document si ce n'est pas nécessaire. Il est optimisé pour une visualisation sur un ordinateur et contient beaucoup d'images.**

Versions

octobre 2021	Fusion des supports d'ateliers
novembre 2021	Ajout de l'atelier sur les servomoteurs
décembre 2021	Ajout de l'atelier sur les moteurs pas-à-pas
janvier 2022	Ajout de l'annexe pour l'installation des bibliothèques ESP8266
février 2022	Ajout de l'annexe pour le serveur Web ESP8266 NodeMCU

Première partie

Les amplificateurs opérationnels



Théorie sur les amplificateurs opérationnels

SECTION 2

INTRODUCTION

Généralités

Un AOP (Amplificateur Opérationnel) est un composant actif qui permet de réaliser des opérations mathématiques (addition, soustraction, intégration, dérivation, etc) et du fait de sa miniaturisation et de sa fiabilité, on le rencontre aujourd'hui dans de nombreuses applications comme l'audio, la radio, l'asservissement...

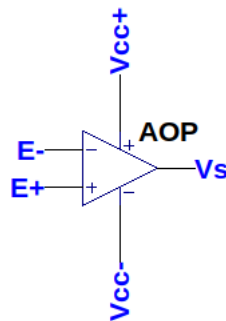


FIGURE 2.1 – Les entrées et sorties de l'AOP

Un AOP possède deux entrées notées appelées **entrée non inverseuse** et **entrée inverseuse**, une **sortie** et deux broches d'**alimentation**. L'AOP dispose souvent d'une alimentation symétrique (V_{cc+} et V_{cc-}) avec comme référence de tension le point milieu (GND) des alimentations.

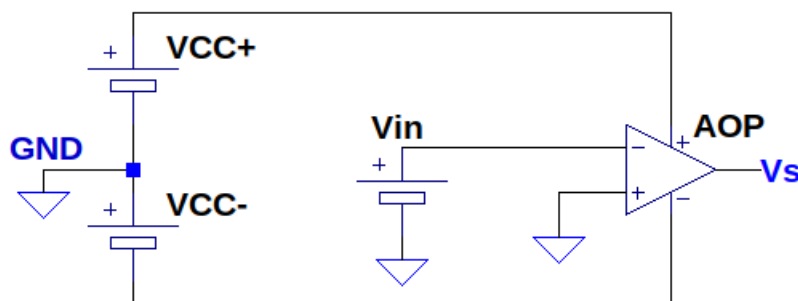


FIGURE 2.2 – L'alimentation d'un AOP

Conventions

Afin de simplifier les calculs sur les AOP, quelques conventions ont été adoptées :

- La tension de sortie de l'AOP est notée V_s
- La tension sur l'entrée inverseuse est appelée E_-
- La tension sur l'entrée non inverseuse est appelée E_+
- La tension différentielle ($E + -E_-$) est appelée ε
- Le gain d'amplification différentiel de l'AOP est appelé A_d Ce gain est variable entre différentes familles d'AOP mais reste constant dans le temps
- Le gain d'amplification du montage est appelé A_0 et varie en fonction des différents montages possibles

Remarque

L'alimentation des montages suivants ne sera pas représenté par souci de clarté.

SECTION 3

MODÉLISATION DE L'AOP

Modèle théorique

Dans un souci de simplification des calculs, un AOP peut être vu physiquement comme un composant ayant des caractéristiques parfaites. Ces caractéristiques sont les suivantes :

- impédance d'entrée : $Z \rightarrow +\infty \Omega$
- Impédance de sortie : $Z = 0 \Omega$
- $Ad \rightarrow +\infty$
- $V_{smax} = V_{cc+}$
- $V_{smin} = V_{cc-}$
- Bande passante : $F_{max} \rightarrow +\infty$

Cela se traduit par un modèle dont les deux entrées sont ouvertes (courant nul) et avec une tension de sortie qui ne serait pas affectée par le courant de sortie

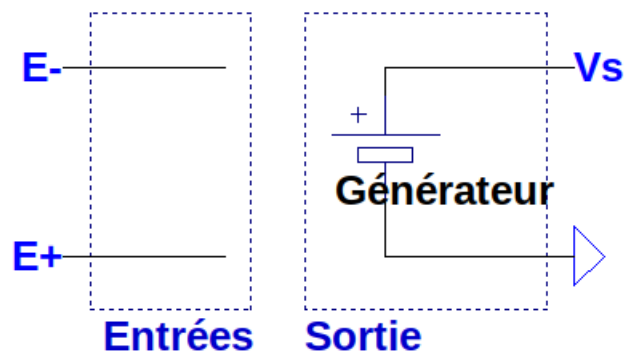


FIGURE 3.1 – Le modèle théorique de l'AOP

Modèle réel

Cependant, il convient de noter que ce modèle n'est que théorique.

Du fait de la nature des composants constituant les AOP (transistors, condensateurs), la tension de sortie ne peut pas être égale à la tension d'alimentation.

Cette tension de sortie max est appelée V_{sat+} et V_{sat-}

D'où le modèle suivant :

- impédance d'entrée : $Z > 10^5 \Omega$
- Impédance de sortie : $Z > 0 \Omega$ (courant de sortie max $20mA$)
- $Ad \gg 1000$
- $V_{s_{max}} = V_{cc_{sat+}}$
- $V_{s_{min}} = V_{cc_{sat-}}$
- Bande passante : imposée par le constructeur (Ex : le LM324 tolère 1MHz)

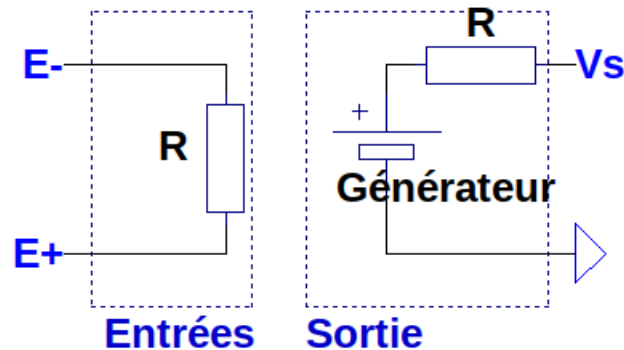


FIGURE 3.2 – Le modèle réel de l'AOP

Cependant, pour les calculs, l'hypothèse du courant d'entrée nul sera retenue, tout comme celle du gain Ad

Modes de fonctionnement

Montages linéaires

Le signal V_s est une fonction mathématique du signal d'entrée V_e .

Dans certains cas, le signal de sortie conserve la forme du signal d'entrée sous couvert que l'AOP ne rentre pas en saturation.

Un montage linéaire impose un ε nul, sauf si l'AOP est saturé, c'est à dire si $V_s = V_{sat}$

Montages comparateurs

Le signal de sortie ne peut prendre que deux valeurs, V_{sat+} ou V_{sat-} . En l'absence de contre-réaction, $V_s = \varepsilon A_d$

Une réaction est un retour du signal sur une des deux entrées. Celle ci peut être positive ou négative en fonction de l'entrée choisie (entrée -, réaction négative et entrée +, réaction positive).

Type de réaction	Positive	Négative	Aucune
Mode de fonctionnement	Comparateur	Linéaire	Comparateur

FIGURE 3.3 – Les modes de fonctionnement de l'AOP

Résistance de charge

Il est possible de mettre une résistance de charge entre V_s et la masse.

Cette résistance symbolise un circuit relié directement à l'AOP.

Cependant, le courant de l'AOP étant limité à quelques dizaines de mA, il convient de prendre une résistance de charge R_c suffisamment grande ($R_c > 1000\omega$).

Si R_c est suffisamment élevée, cette dernière n'influence pas la tension de sortie V_s

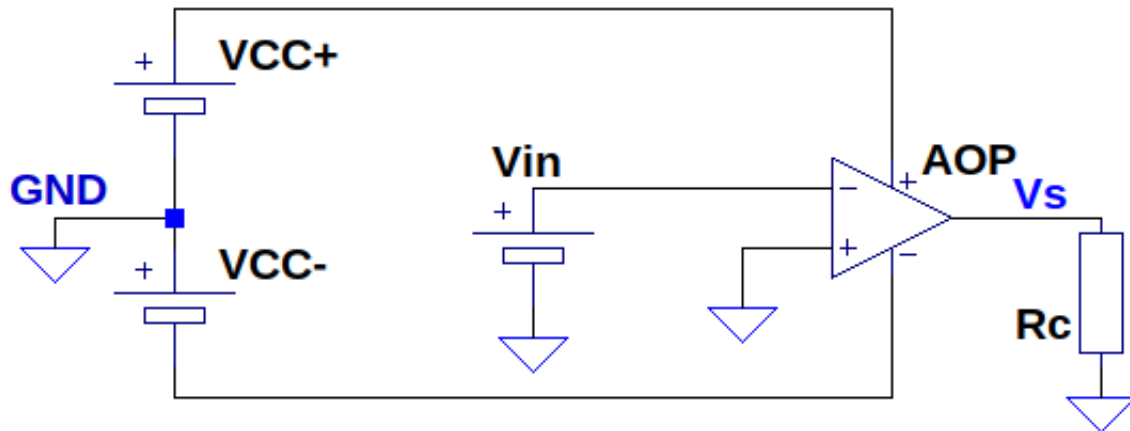


FIGURE 3.4 – La résistance de charge

SECTION 4

ÉTUDE EN MODE LINÉAIRE

Intérêt de l'étude

Les AOP en fonctionnement linéaire permettent de réaliser les opérations mathématiques :

- **amplification** : $V_s = A_0 \cdot V_e$ A_0 est le coefficient d'amplification du montage (A ne pas confondre avec A_d le coefficient d'amplification différentiel imposé par le constructeur) A_0 peut être positif ou négatif
- **addition algébrique** : $V_s = \sum_{k=0}^n V_k$
- **intégration et dérivation** (avec des condensateurs) à une constante près
- **logarithme et exponentielle**

Méthode de résolution

La **réaction négative** (liaison entre la sortie et l'entrée inverseuse) impose un fonctionnement stable et linéaire, d'où $\varepsilon = 0$, $E_+ = E_-$

L'hypothèse de la résistance d'entrée de l'AOP implique que $I_+ = I_- = 0$

Afin de déterminer V_s , il faut exprimer E_+ et E_- en fonction des éléments du montage .

En égalisant les deux équations obtenues ($E_+ = k$ et $E_- = k'$) , on obtient une relation de type $V_s = f(V_e)$

Remarque

I_s est issu d'une source de tension, il n'y a donc pas de loi simple permettant de déterminer sa valeur algébrique. Il ne faut pas avoir d'a priori sur son sens

SECTION 5

MONTAGE SUIVEUR

Présentation

Ce montage permet de reproduire à l'identique une tension d'entrée. L'intérêt de ce montage réside dans le fait que l'impédance d'entrée de l'AOP est considérée comme infinie et que son impédance de sortie est considérée comme nulle.

Ainsi, le comportement de la charge en entrée ne sera pas affecté par l'AOP, le signal d'entrée ne sera donc pas modifié.

Ce montage sert donc à faire une **adaptation d'impédance**.

Montage

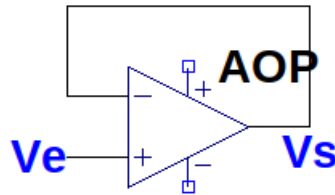


FIGURE 5.1 – Le montage suiveur

Démonstration

La réaction négative implique que $\varepsilon = 0$ (fonctionnement linéaire)

$$E_+ = V_e$$

$$E_- = V_s$$

$$\Rightarrow V_e = V_s$$

car $E_+ = E_-$

Exemple 1. On souhaite mesurer une tension au borne d'un capteur avec un appareil de mesure.

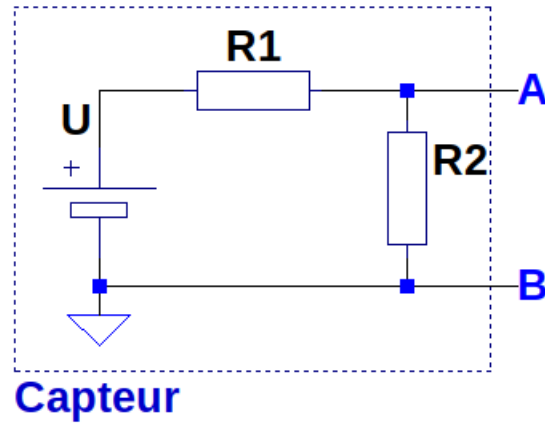


FIGURE 5.2 – Le capteur

On place ensuite une charge R_c au bornes de A et b. Cette résistance R_c représente l'appareil d'acquisition.

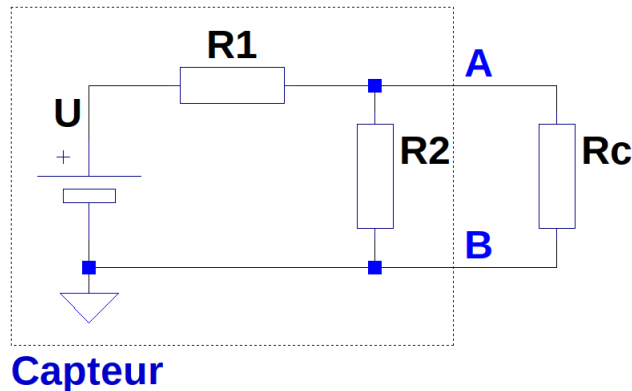


FIGURE 5.3 – Le modèle d'acquisition

Question 1. Quelle est l'influence de R_c sur U_{AB} dans le montage suivant ?

>>> 1. Sans la charge R_c :

$$U_{AB} = \frac{U \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Avec la charge R_c :

$$U_{AB} = \frac{U \cdot R_{equ}}{R_1 + R_{equ}}$$

Avec R_{equ} la résistance équivalente entre R_2 et R_c

Si $R_c \rightarrow +\infty$ alors $R_{equ} \rightarrow \frac{U_{AB} \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

Si $R_c \rightarrow +0$ alors $R_{equ} \rightarrow 0 \Rightarrow U_{AB} \rightarrow 0$

D'où le montage suivant, avec $R_c \rightarrow +\infty$, le signal n'est pas déformé.

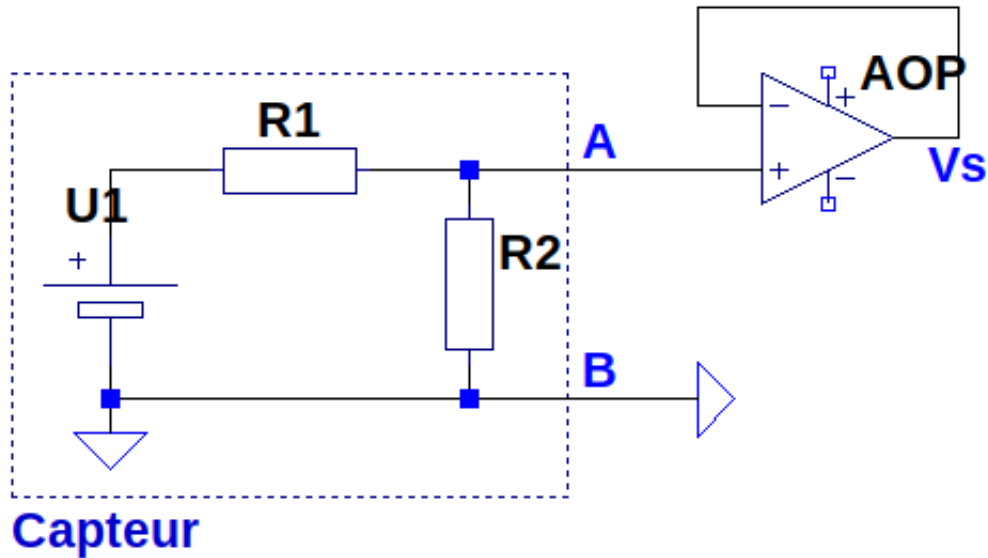


FIGURE 5.4 – L'adaptation d'impédance

SECTION 6

MONTAGE NON-INVERSEUR

Présentation

Ce montage amplifie la tension V_e par un **gain** A_0 **positif** .
L'amplificateur reste en mode linéaire si $V_e < V_{cc_{sat}} \cdot A_0$

Montage

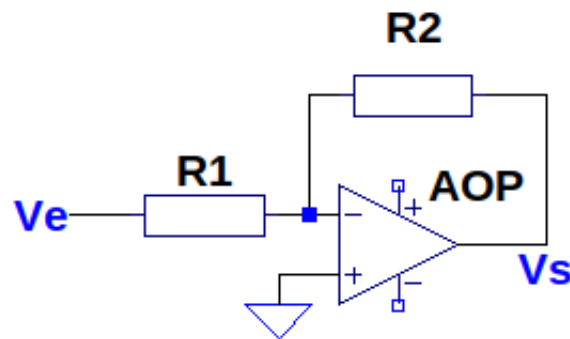


FIGURE 6.1 – Le montage amplificateur non inverseur

Démonstration

Un AOP en mode linéaire impose $\varepsilon = 0$ D'où $E_+ = E_-$

$$E_+ = V_e$$

$$E_- = V_s \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$E_+ = E_- \Rightarrow V_e = V_s \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (6.1)$$

$$\Rightarrow \frac{V_e}{V_s} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (6.2)$$

$$\Rightarrow V_s = V_e \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2} \quad (6.3)$$

$$(6.4)$$

Exemple

Exemple 2. On souhaite amplifier un signal sinusoïdal par un coefficient $k = 5$.

On peut donc utiliser le montage précédent.

On prendra $R_1 = 1k\Omega$ et $R_2 = 4k\Omega$ pour avoir $A_0 = 5$

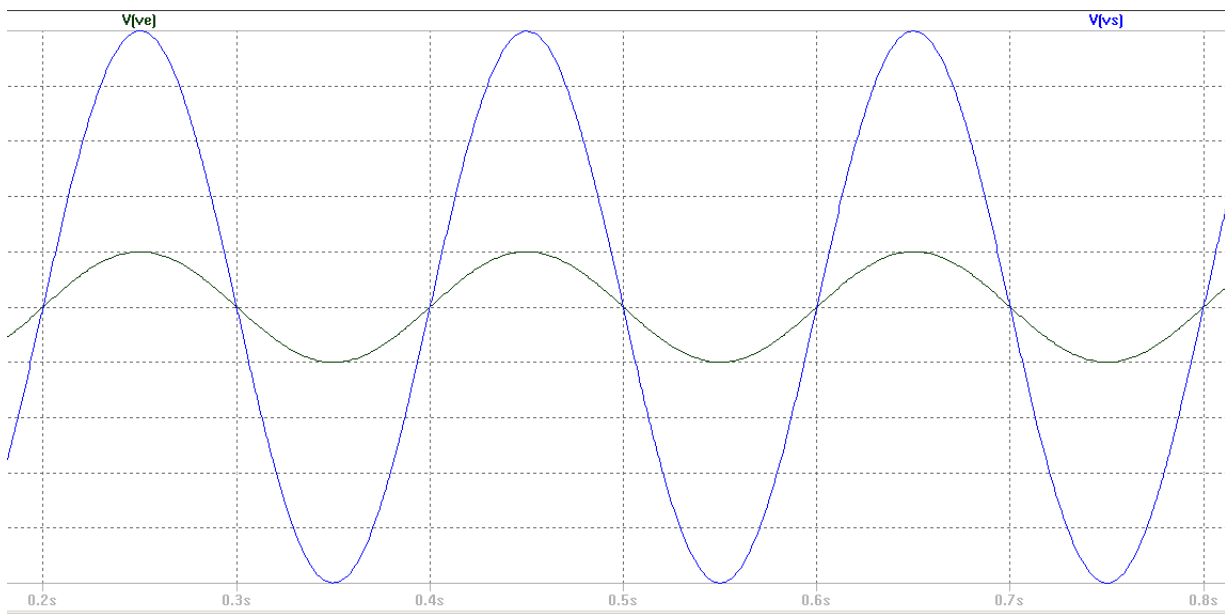


FIGURE 6.2 – Amplification du signal noir par 5

SECTION 7

MONTAGE INVERSEUR

Présentation

Ce montage amplifie la tension V_e par un **gain** A_0 **négalif** .

Montage

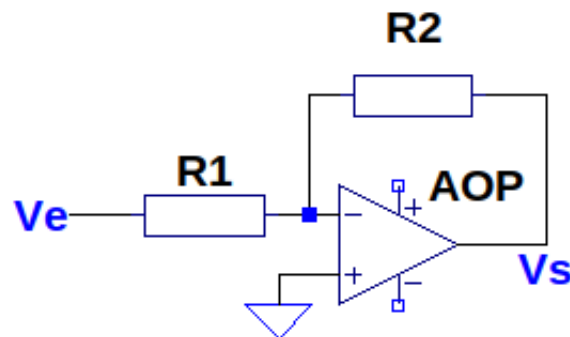


FIGURE 7.1 – Le montage amplificateur non inverseur

Démonstration

Mode linéaire : $\varepsilon = 0$

$$E_+ = 0 \quad (7.1)$$

$$E_- = \frac{\frac{V_e}{R_1} + \frac{V_s}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \quad (7.2)$$

$$E_- = \frac{V_e \cdot R_2 + V_s \cdot R_1}{R_1 + R_2} \quad (7.3)$$

$$\Rightarrow \frac{V_e}{V_s} = -\frac{R_1}{R_2} \quad (7.4)$$

$$\Rightarrow V_s = -V_e \cdot \frac{R_2}{R_1} \quad (7.5)$$

Avec $A_0 = -\frac{R_2}{R_1}$

Application

Exemple 3. On souhaite amplifier un signal sinusoïdal par un coefficient $k = -5$.

On peut donc utiliser le montage précédent.

On prendra $R_1 = 1k\Omega$ et $R_2 = 5k\Omega$ pour avoir $A_0 = -5$

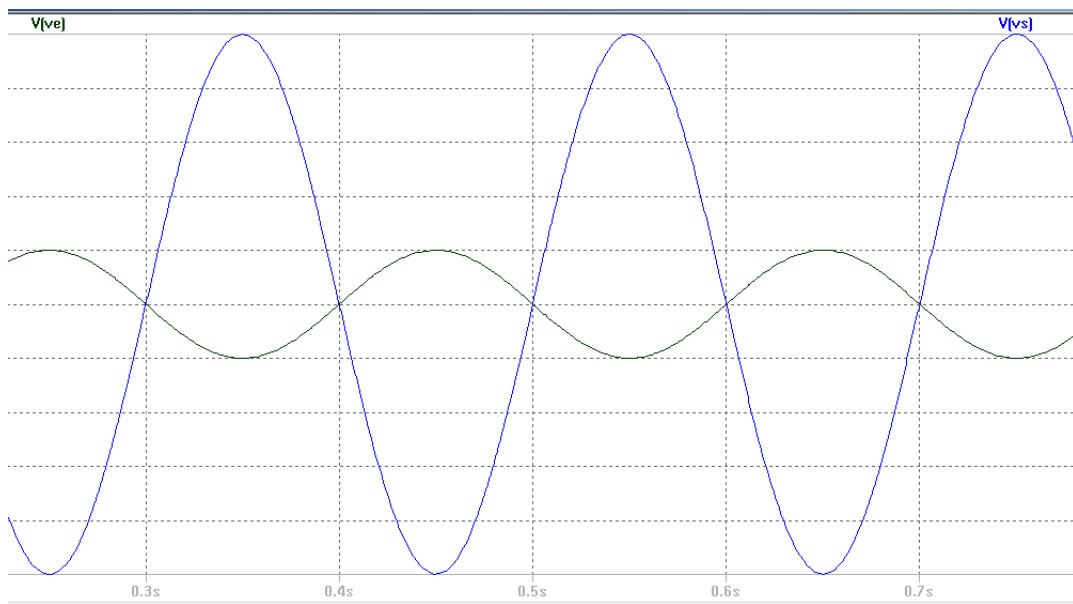


FIGURE 7.2 – Amplification du signal noir par -5

SECTION 8

MONTAGES COMPARETEURS

Présentation

Un montage comparateur se reconnaît par son branchement :

- **Aucune contre réaction** n'est présente
- Une **contre réaction a lieu sur l'entrée non inverseuse** via un dipôle passif

Le montage comparateur permet de comparer deux tensions entre elles. Cependant, cette comparaison peut s'effectuer de plusieurs manières, avec un ou deux seuils, de manière inversée ou non...

Comparateur non inverseur simple seuil

Présentation

Ce montage permet de comparer simplement deux tensions entre elle.

Montage

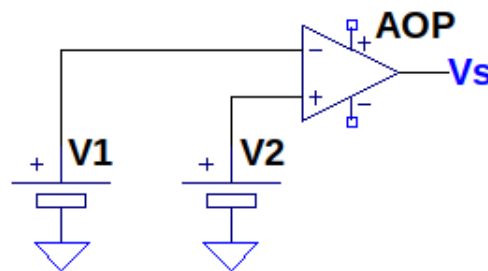


FIGURE 8.1 – Comparateur simple seuil

Ce mode est le plus simple et est régi de la manière suivante :

On sait que $\varepsilon = E_+ - E_-$ et que $V_s = \varepsilon \cdot A_d$ avec $A_d = +\infty$
(Circuit en boucle ouverte)

Si $E_+ > E_-$:

$$V_s = V_{sat+}$$

si $E_+ < E_-$:

$$V_s = V_{sat-}$$

Si $V_2 = 0V$, on obtient la caractéristique de transfert suivante

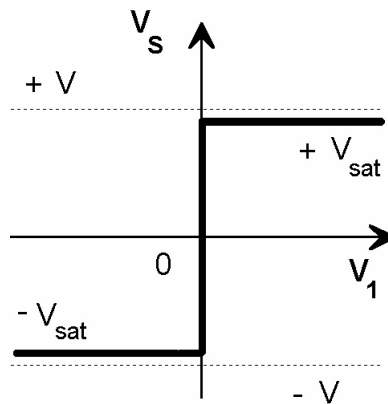


FIGURE 8.2 – Caractéristique de transfert, V_1 est la tension d'entrée de l'AOP

Compareur inverseur simple seuil

Le raisonnement est le même sauf que les entrées sont inversées.
De ce fait, le seuil de basculement se fait dans l'autre sens.

Si $E_+ > E_-$:

$$V_s = V_{sat-}$$

Si $E_+ < E_-$:

$$V_s = V_{sat+}$$

Compareur non inverseur double seuil

Présentation

Ce type de montage permet d'éliminer les tensions "parasites", c'est à dire les tensions bruitées et non indésirables.

Montage

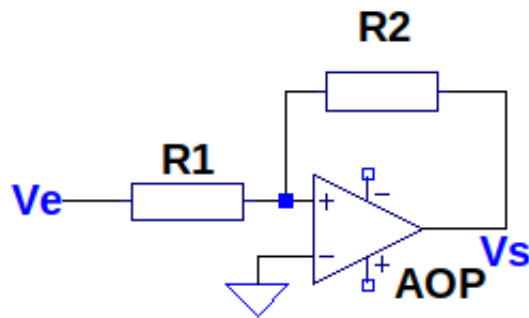


FIGURE 8.3 – Montage comparateur non inverseur double seuil

Application

Par exemple, un capteur de lumière résistif (photo-résistance) sera sensible aux variations de lumière (nuages...).

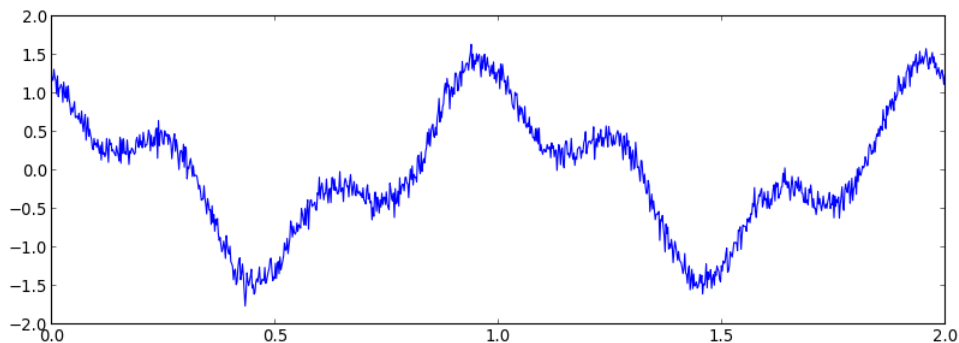


FIGURE 8.4 – Un signal bruité

Or, si on compare ce signal par rapport à une référence, on ne veut pas que le capteur déclenche plusieurs fois l'action.

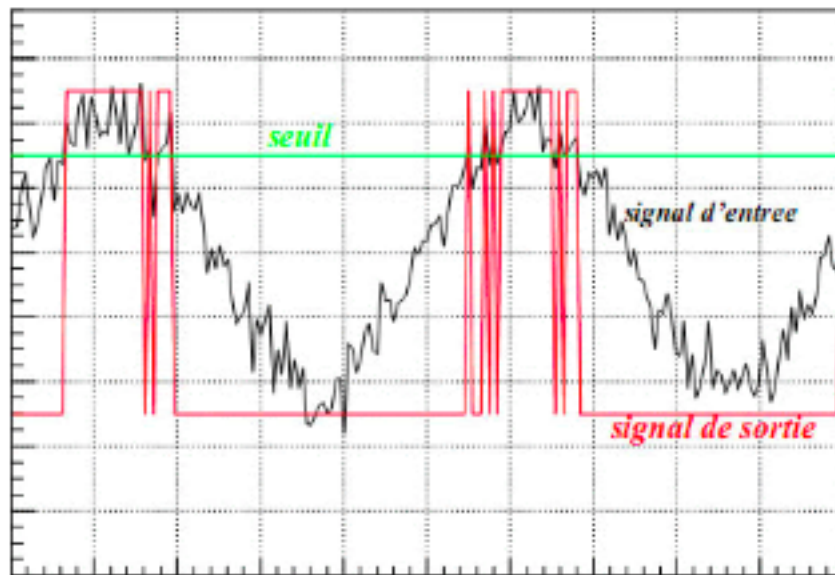


FIGURE 8.5 – Le cycle de déclenchement

Pour éviter ce problème, on utilise un comparateur à double seuil :
toute les tensions parasites ayant une amplitude inférieure à la tension de différence entre les deux seuils seront ignorées.

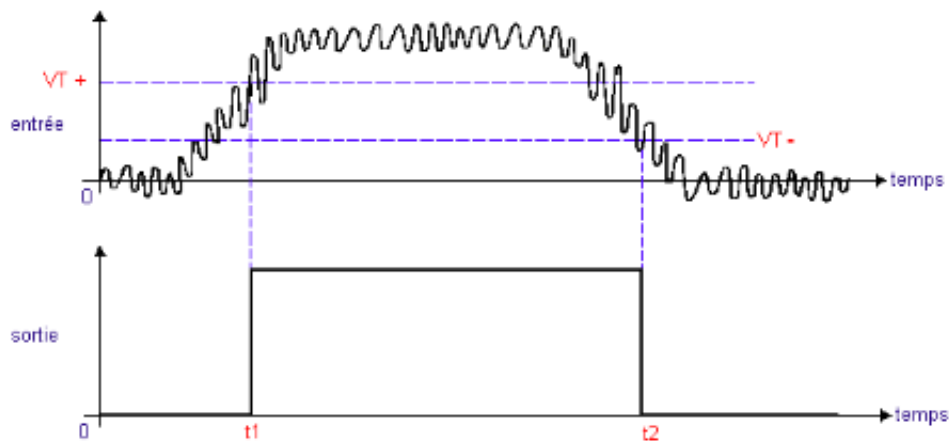


FIGURE 8.6 – Le principe

On va chercher les deux valeurs de basculement :

$$E_+ = \frac{V_e R_2 + V_s R_1}{R_1 + R_2}$$

$$E_- = U_0 = 0$$

Étudions le cas où $\varepsilon > 0$

$$\varepsilon > 0 \Leftrightarrow E_+ > E_- \quad (8.1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_e R_2 + V_s R_1}{R_1 + R_2} > U_0 \quad (8.2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_e R_2}{R_1 + R_2} > U_0 - \frac{V_s R_1}{R_1 + R_2} \quad (8.3)$$

$$\Leftrightarrow V_e R_2 > R_1 + R_2 \cdot U_0 - V_s R_1 \quad (8.4)$$

$$\Leftrightarrow V_e > \frac{R_1 + R_2 \cdot U_0 - V_s R_1}{R_2} \quad (8.5)$$

Ici, $U_0 = 0$ et $V_s = V_{sat+}$ car $\varepsilon > 0$

D'où $V_e > \frac{-V_{sat} + R_1}{R_2}$

Remarque

U_0 peut être différent de 0V en mettant une source de tension sur E_-

Étudions le cas où $\varepsilon < 0$:

$$\varepsilon < 0 \Leftrightarrow E_+ < E_- \quad (8.6)$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_e R_2 + V_s R_1}{R_1 + R_2} < U_0 \quad (8.7)$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_e R_2}{R_1 + R_2} < U_0 - \frac{V_s R_1}{R_1 + R_2} \quad (8.8)$$

$$\Leftrightarrow V_e R_2 < R_1 + R_2 \cdot U_0 - V_s R_1 \quad (8.9)$$

$$\Leftrightarrow V_e < \frac{R_1 + R_2 \cdot U_0 - V_s R_1}{R_2} \quad (8.10)$$

Ici, $U_0 = 0$ et $V_s = V_{sat-}$ car $\varepsilon < 0$

D'où $V_e < \frac{-V_{sat} + R_1}{R_2}$

On obtient deux seuils $S1$ et $S2$ de valeurs respectives :

$$\frac{-V_{sat} + R_1}{R_2} \text{ et } \frac{V_{sat} - R_1}{R_2}$$

Afin de basculer, la tension d'entrée doit dépasser $S1V$ et afin de basculer dans l'autre sens, la tension d'entrée doit être inférieure à $S2V$

On obtient le cycle d'hystérésis suivant :

$$(VB = S2 \text{ et } VH = S1)$$

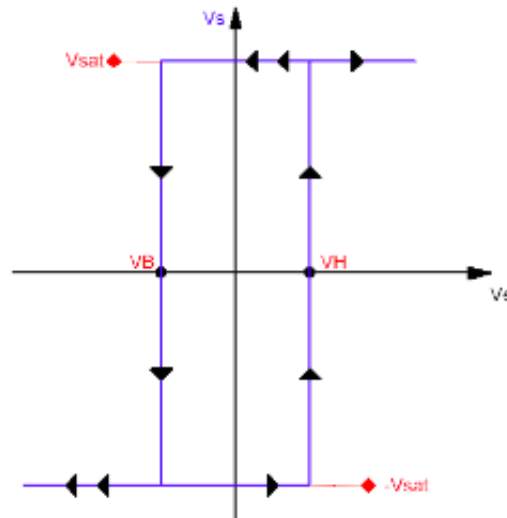


FIGURE 8.7 – Cycle d'hystérésis non inverseur

$$U_{milieu_de_cycle} = (V_{seuil1} + V_{seuil2}) \cdot 0.5$$

$$Largeur_{cycle} = V_{seuil1} - V_{seuil2}$$

Comparateur inverseur double seuil

Montage

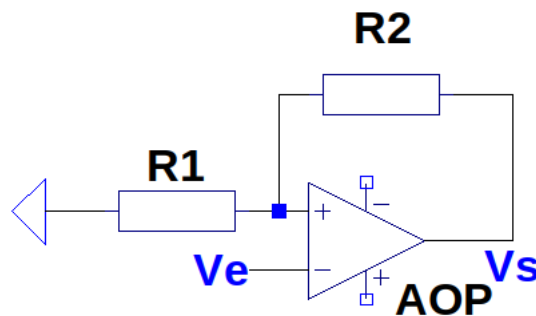


FIGURE 8.8 – Montage comparateur inverseur double seuil

Démonstration

La démarche est rigoureusement identique avec $\varepsilon > 0$, on a $V_s = V_{sat+}$ et pour $\varepsilon < 0$ on a $V_s = V_{sat-}$

On obtient le cycle d'hystérésis suivant :

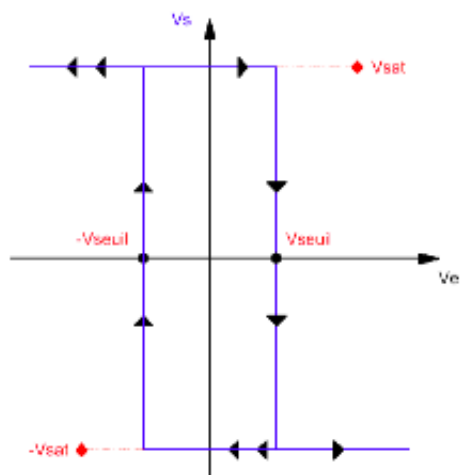


FIGURE 8.9 – Cycle d'hystérésis inverseur

SECTION 9

MONTAGE INTÉGRATEUR

Présentation

Ce montage intègre une tension d'entrée.

En sortie, on obtient une tension V_s valant $V_s = k \cdot \int V_e$

Montage

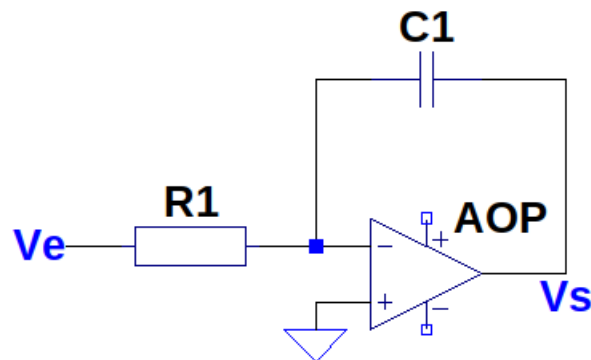


FIGURE 9.1 – Montage intégrateur

Démonstration

Montage en mode linéaire car contre-réaction négative.

$$I_{R1} + I_{C1} = 0 \quad \Leftrightarrow I_{R1} = -I_{C1} \quad (9.1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{E}{R} = -C \cdot \frac{dV_s}{dt} \quad (9.2)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{RC} \cdot E = \frac{dV_s}{dt} \quad (9.3)$$

$$\Leftrightarrow V_s = -\frac{1}{RC} \int V_e \quad (9.4)$$

$$k = -\frac{1}{RC} \quad (9.5)$$

Ce montage est notamment présent dans certains Convertisseurs Analogiques Numériques dit “simple” ou “double” rampe.

Application

Exemple 4. *On souhaite générer un signal triangulaire.*

En intégrant un signal rectangulaire, on obtient un signal triangulaire.

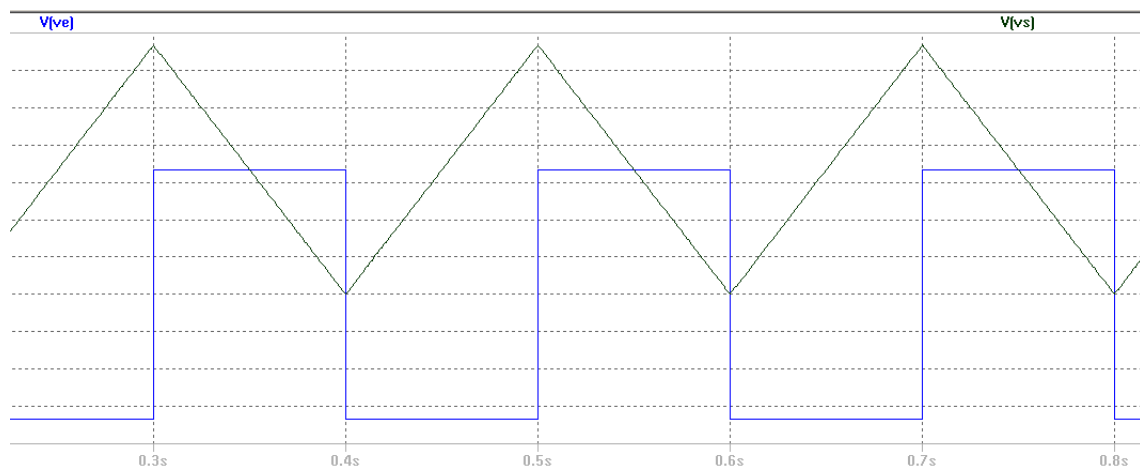


FIGURE 9.2 – Un signal triangulaire généré depuis un signal carré

Soit $V_e = 2V$ ou $V_e = -2V$

Si $V_e = 2V$

$$k \int V_e = kV_e \cdot t + x \quad (9.6)$$

$$= -\frac{2}{RC}t + c \quad (9.7)$$

avec $k = -\frac{1}{RC}$

\Rightarrow droite d'équation $y = -\frac{2}{RC} + c$

Si $V_e = -2V$

$$k \int V_e = kV_e \cdot t + x \tag{9.8}$$

$$= \frac{2}{RC}t + c \tag{9.9}$$

avec $k = -\frac{1}{RC}$

\Rightarrow droite d'équation $y = \frac{2}{RC} + c$

SECTION 10

MONTAGE SOUSTRACTEUR

Présentation

Ce montage permet de soustraire deux tensions d'entrée afin d'obtenir la différence en sortie.

Montage

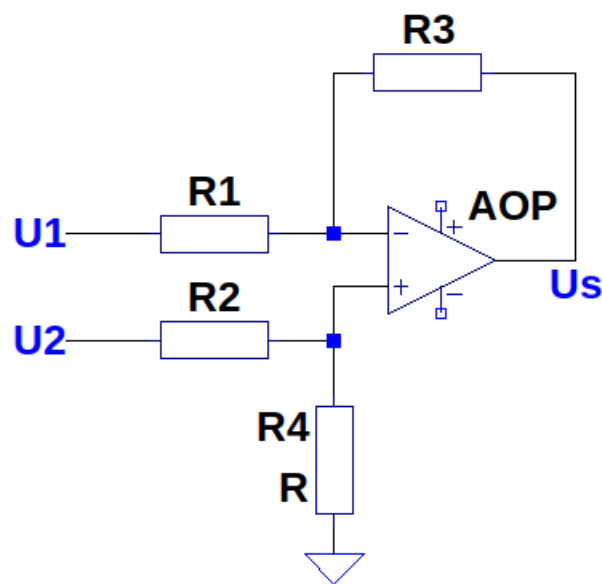


FIGURE 10.1 – Montage soustracteur

Démonstration

Contre-réaction négative donc mode linéaire.

$$E_+ = U_2 \frac{R_4}{R_2 + R_4}$$

$$E_- = \frac{\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_5}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}} \quad (10.1)$$

$$= \frac{U_1 R_3 + U_5 R_1}{R_1 + R_3} \quad (10.2)$$

Or $E_+ = E_-$

$$\Leftrightarrow U_2 \cdot \frac{R_4}{R_2 + R_4} = \frac{U_1 R_3 + U_5 R_1}{R_1 + R_3} \quad (10.3)$$

$$\Leftrightarrow \frac{U_5 R_1}{R_1 + R_3} = \frac{U_2 R_4}{R_2 + R_4} - \frac{U_1 R_3}{R_1 + R_3} \quad (10.4)$$

$$\Leftrightarrow U_5 R_1 = \frac{R_4(R_1 + R_3)}{R_2 + R_4} - \frac{U_1 R_3}{R_1} \quad (10.5)$$

Si $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$, on obtient :

$$U_s = U_2 - U_1$$

Application

Exemple 5. On souhaite mesurer une tension entre deux points A et B d'un circuit (tension différentielle)

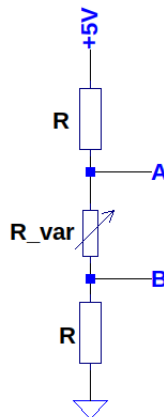


FIGURE 10.2 – Tension différentielle AB

Pour étudier la différence de potentiel entre les deux points du circuit, on peut utiliser un montage soustracteur afin qu'en sortie du montage avec l'AOP, on ait :

$$V_s = V_a - V_b$$

On peut réaliser le montage suivant.

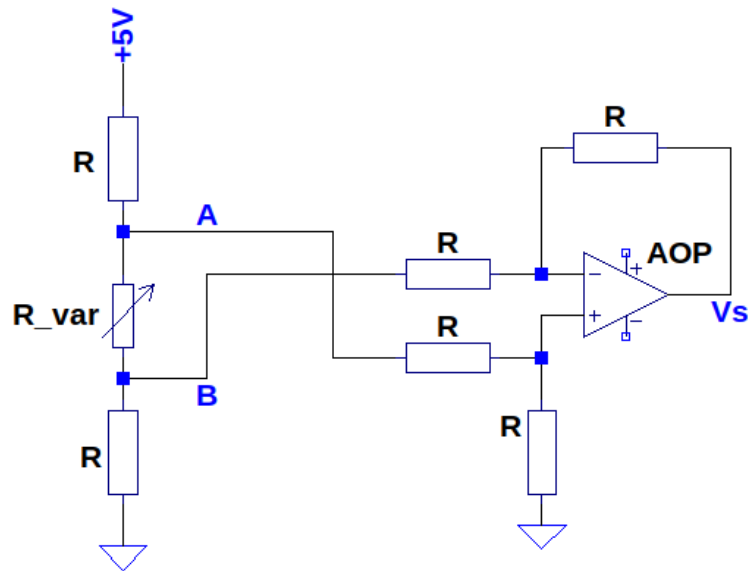


FIGURE 10.3 – Un montage pour lire une tension entre deux points

SECTION 11

MONTAGE SOMMATEUR

Présentation

Ce montage permet d'additionner en sortie plusieurs tensions d'entrée. Avec ce montage, la tension de sortie est multipliée par un coefficient -1

Montage

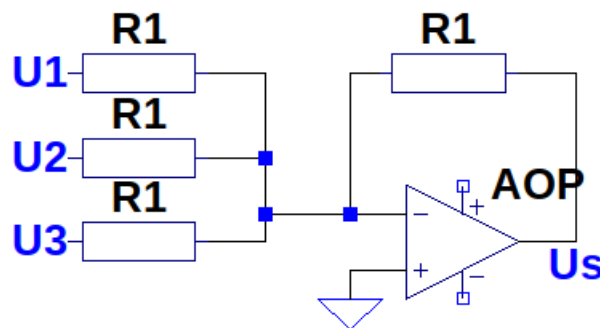


FIGURE 11.1 – Montage sommateur inverseur

Démonstration

Contre-réaction négative donc montage linéaire.
On applique le théorème de Millman¹

$$E_+ = 0$$

$$E_- = \frac{\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_1} + \frac{U_s}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1}} = 0$$

1. on fera abstraction de U3

$$\Leftrightarrow \frac{U_1 + U_2 + U_s}{R_1} = 0 \quad (11.1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{U_s}{R_1} = \frac{-(U_1 + U_2)}{R_1} \quad (11.2)$$

$$\Leftrightarrow U_s = -(U_1 + U_2) \quad (11.3)$$