22.10.21

$\boxed{\text{作业}}$

p.509(p.102). 23 (1)(5)(7)
25 (1)(2)(3)
~~26~~

63

23. (1) $\neg(\alpha\vee\neg\beta)\to(\beta\to\gamma)$

$\Leftrightarrow (\alpha\vee\neg\beta)\vee\neg\beta\vee\gamma$

$\Leftrightarrow \alpha\vee\neg\beta\vee\gamma$

(5) $\beta\to(\neg\alpha\to\gamma)$

$\Leftrightarrow \neg\beta\vee\alpha\vee\gamma$

(7) $\alpha\vee\neg\beta\vee\gamma$

因此它们互相等值.

25. (1) 由真值表易知

$\alpha\leftrightarrow\beta$

$\Leftrightarrow (\alpha\wedge\beta)\vee(\neg\alpha\wedge\neg\beta)$ (析取范式)

$\Leftrightarrow (\alpha\vee\neg\beta)\wedge(\neg\alpha\vee\beta)$ (合取范式)

(2) 由真值表易知

$((\alpha\to\beta)\to\gamma)\to\theta$

$\Leftrightarrow \theta\vee(\gamma\wedge\beta)\vee(\gamma\wedge\neg\alpha)$ (析取范式)

$\Leftrightarrow (\theta\vee\neg\gamma)\wedge(\theta\vee\neg\alpha\vee\beta)$ (合取范式)

(3) $\alpha\to(\neg\beta\to\gamma)$

$\Leftrightarrow \neg\alpha\vee\beta\vee\gamma$ (析取、合取范式)

## 作业

p.509(p.102). 26
27
28



26.

析取范式:

$(\neg p\wedge\neg q\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge q\wedge\neg r)\vee$
$(\neg p\wedge q\wedge r)\vee(p\wedge q\wedge\neg r)$

合取范式:

$(\neg p\vee q\vee r)\wedge(p\vee q\vee\neg r)\wedge$
$(\neg p\vee q\vee\neg r)\wedge(\neg p\vee\neg q\vee\neg r)$

27. 反之,若存在P中公式$\alpha$,
$\vdash\alpha$, $\vdash\neg\alpha$同时成立.
由于已证$\alpha,\neg\alpha\vdash\beta$,由传递律
知$\vdash\beta$,即P中所有公式都是
内定理,矛盾.

28. 由于$\Sigma\vdash\alpha$,在P中存在证明序列
$\alpha_1,\cdots,\alpha_n(=\alpha)$.
下面归纳证明$\alpha_i^\sigma=1$.
当$i=1$时,$\alpha_i$是P的公理或$\alpha_i\in\Sigma$,
总有$\alpha_i^\sigma=1$.
假设$i\le k$时都有$\alpha_i^\sigma=1$,下证$\alpha_{k+1}^\sigma=1$.
若$\alpha_{k+1}$是P的公理或$\alpha_{k+1}\in\Sigma$,$\alpha_{k+1}^\sigma=1$.
若$\alpha_{k+1}$是应用分离规则得到的,
设$\alpha_{k+1}$由$\alpha_j$,$\alpha_j\to\alpha_{k+1}$得到,
由于$\alpha_j^\sigma=1$,$(\alpha_j\to\alpha_{k+1})^\sigma=1$,得$\alpha_{k+1}^\sigma=1$.
由数学归纳法,证毕.