

算分作业 6

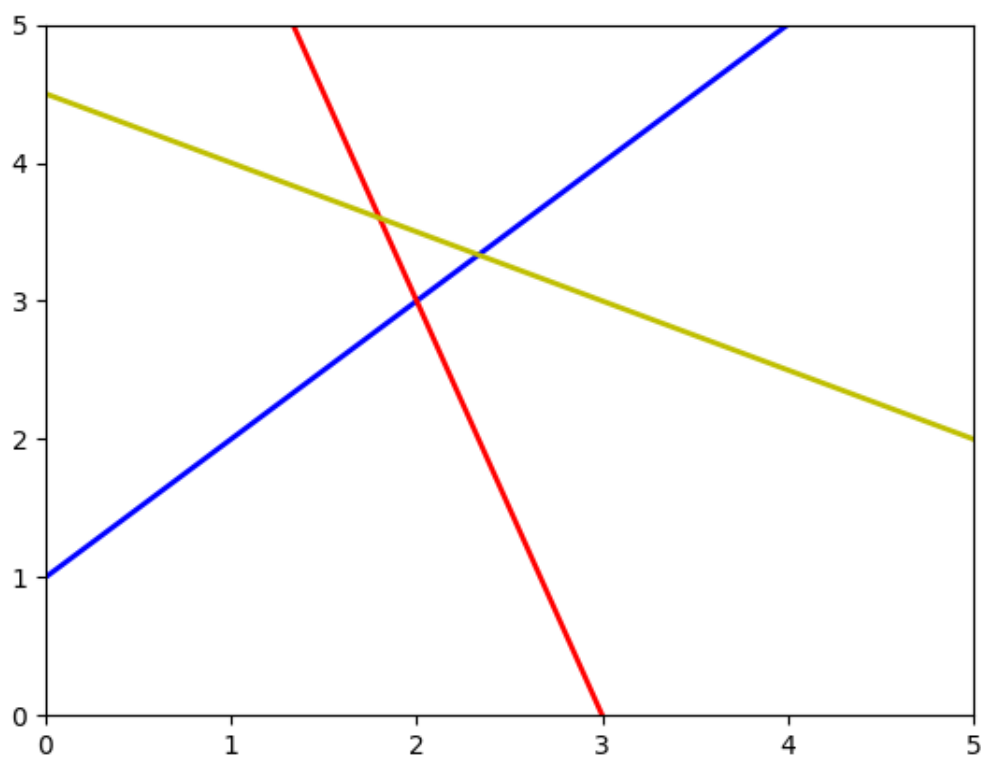
24.04.01

6.2

设三种咖啡豆分别使用 x_1, x_2, x_3 吨, 问题表述为

$$\begin{aligned} \min \quad & 20x_1 + 28x_2 + 18x_3 \\ \text{s. t.} \quad & x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ & 75x_1 + 85x_2 + 60x_3 \geq 75 \\ & 86x_1 + 88x_2 + 75x_3 \geq 80 \\ & x_1 \leq 0.5 \\ & x_2 \leq 0.6 \\ & x_3 \leq 0.4 \\ & x_i \geq 0, i = 1, 2, 3. \end{aligned}$$

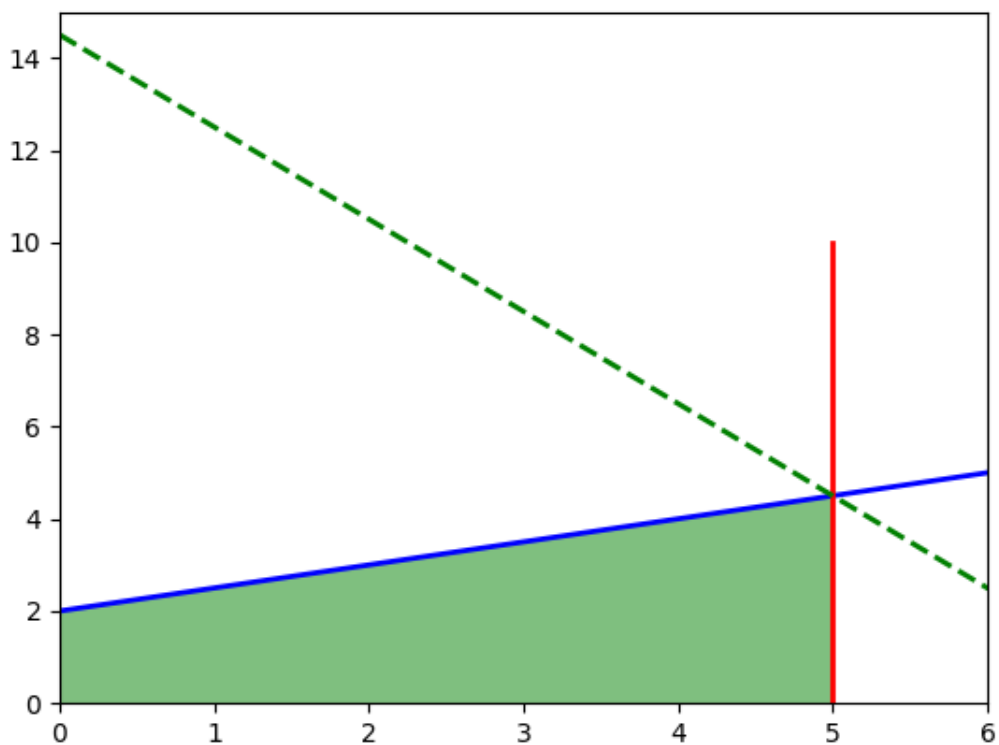
6.4 (5)



可行域为空.

6.6

(1) 最优解为点 $(5, 4.5)$, 取得最优值 14.5.



(2) 标准形为

$$\begin{aligned} \min \quad & -2x_1 - x_2 \\ \text{s. t.} \quad & -x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ & x_1 + x_4 = 5 \\ & x_i \geq 0, i = 1, 2, 3, 4. \end{aligned}$$

系数矩阵为

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(P_1, P_2) 是可行基, 对应点 $(5, 4.5)$, 目标函数值 -14.5 . 这是最优解.

(P_1, P_3) 是可行基, 对应点 $(5, 0)$, 目标函数值 -10 .

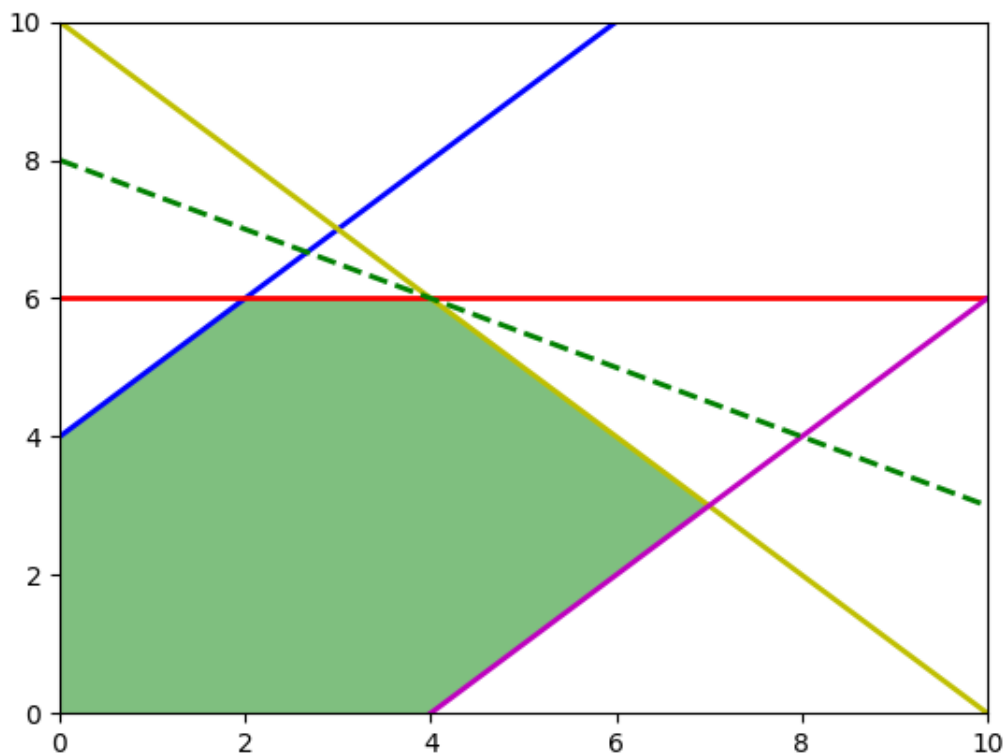
(P_1, P_4) 是基, 但不是可行基.

(P_2, P_3) 不是基.

(P_2, P_4) 是可行基, 对应点 $(0, 2)$, 目标函数值 -2 .

(P_3, P_4) 是可行基, 对应点 $(0, 0)$, 目标函数值 0 .

6.8



最优解为点 $(4, 6)$, 最优值为 16.

标准形为

$$\begin{aligned} \min \quad & -x_1 - 2x_2 \\ \text{s. t.} \quad & -x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ & x_2 + x_4 = 6 \\ & x_1 + x_2 + x_5 = 10 \\ & x_1 - x_2 + x_6 = 4 \\ & x_i \geq 0, i = 1, 2, 3, 4, 5, 6. \end{aligned}$$

系数矩阵为

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

基本可行解有

- $(0, 0, 4, 6, 10, 4)$, 对应点 $(0, 0)$.
- $(0, 4, 0, 2, 6, 8)$, 对应点 $(0, 4)$.
- $(2, 6, 0, 0, 2, 8)$, 对应点 $(2, 6)$.
- $(4, 6, 2, 0, 0, 6)$, 对应点 $(4, 6)$. 这是最优解, 最优值为 -16 .

6.10 (1)

标准形为

$$\begin{array}{ll}
\min & -2x_1 + x_2 - x_3 \\
\text{s. t.} & 2x_1 + x_2 + x_4 = 10 \\
& -4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_5 = 10 \\
& x_1 - 2x_2 + x_3 + x_6 = 14 \\
& x_i \geq 0, i = 1, 2, 3, 4, 5, 6.
\end{array}$$

用单纯形法解得最优解对应顶点 $(\frac{24}{5}, \frac{2}{5}, 10)$, 最优值为 $-\frac{96}{5}$.

6.13

能. 计算可得有无穷多个最优解 $(\delta, 2 + \delta, 0, 10 + 3\delta), \delta \geq 0$.

6.14

$$\begin{array}{ll}
\min & 6y_1 - 5y_2 - 4y_3 \\
\text{s. t.} & y_1 - y_2 + 2y_3 \geq 3 \\
& y_1 + 2y_2 + y_3 \geq -2 \\
& -y_1 - y_2 - 3y_3 \geq 1 \\
& -y_1 + y_3 = 4 \\
& y_i \geq 0, i = 1, 2.
\end{array}$$