

23.6.6

习题二十三

$$\begin{aligned} 18. (1) \quad 1000000 - C_4^1 \cdot 9^6 + C_4^2 \cdot 8^6 - C_4^3 \cdot 7^6 + C_4^4 \cdot 6^6 \\ = 10^6 - 4 \cdot 9^6 + 6 \cdot 8^6 - 4 \cdot 7^6 + 6^6 \\ = 23160 \end{aligned}$$

$$(2) \quad 4 + 4^2 + \dots + 4^6 = 5460$$

27. 恒等置换: 1个 $1^8$

绕过一对顶点的轴旋转: 6个 $4^2$ , 3个 $2^4$

绕过一对面中心的轴旋转: 8个 $1^2 3^2$

绕过一对棱中点的轴旋转: 6个 $2^4$

故由Polya定理, 总方案数

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{24} (1 \times 2^8 + 6 \times 2^2 + 3 \times 2^4 + 8 \times 2^4 + 6 \times 2^4) \\ &= 23 \end{aligned}$$

29. 易枚举知, 置换共有

1个 $1^7$ , 2个 $1^5 2^1$ , 1个 $1^3 2^2$ , 2个 $1^2 2^3$ , 2个 $1^1 2^4$

故由Polya定理, 总方案数

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{8} (2^7 + 2 \times 2^6 + 2^5 + 2 \times 2^4 + 2 \times 2^3) \\ &= 42 \end{aligned}$$

31. 只有恒等和对称两种置换

显然  $M = \frac{1}{2} m(m-1)^7$