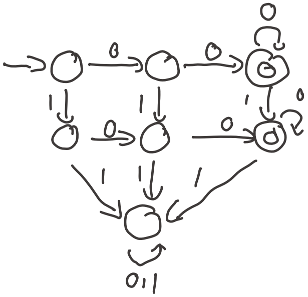
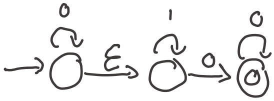
22.3.15

1. (a)



(b)



3. 由于A,B是正则语言，∃DFA

$M_A=(Q_A,\Sigma,\delta_A,q_A,F_A)$

$M_B=(Q_B,\Sigma,\delta_B,q_B,F_B)$

分别识别A,B.

构造NFA $M=(Q,\Sigma,\delta,q,F)$,

其中$Q=Q_A\times Q_B$,

$\delta((q_1,q_2),c)=\{(\delta_A(q_1,c),q_2),$
$(q_1,\delta_B(q_2,c))\}$,

$q=(q_A,q_B)$, $F=F_A\times F_B$.

容易发现M识别shuffle(A,B)，从而正则语言在shuffle下封闭.

2. 由于A是正则语言，∃DFA $M=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$,

M识别A.

我们知道正则语言类在补运算下封闭，

因此只需给出DFA M_1, M_1识别$\overline{NOEXTEND(A)}$.

$M_1=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F_1)$，其中

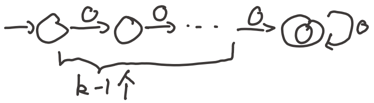
$F_1=\{q\in Q \mid \exists x\in\Sigma^+$ 将M从q带到某一接受状态$\}$.

对于给定的M, F_1显然是可判定的.

结合真前缀的定义，易知M_1识别$\overline{NOEXTEND(A)}$.

#

4. 取 $A_k=\{0^n \mid n\ge k-1\}$，$\Sigma=\{0\}$ 即可.

DFA  识别 A_k.

假设 $\exists$ DFA M，$|Q_M|=k-1$ 识别 A_k.

取 $s=0^{k-1}$，由泵引理，$0^{k-1}=xyz$，$|y|>0$，

$xz\in A_k$. 而 $|xz|<k-1$，矛盾.

#

5. (a) 取 $s=0^p1^p0^p$，由泵引理之得矛盾.

(b) 由于正则语言类在补运算下封闭，

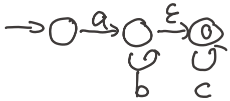
只需证 $\{w\in\{0,1\}^* \mid w$ 是回文串$\}$

不是正则语言.

取 $s=0^p1^p1^p0^p$，由泵引理之得矛盾.

6. F不是正则语言.

考虑 $A=\{ab^ic^j \mid i,j\ge 0\}$，容易知道A是正则语言，因为下面这台NFA识别A：



由于正则语言类在 $\cap$ 下封闭，欲证F不是正则语言，只需证明 $F\cap A$ 不是正则语言.

$F\cap A=\{ab^nc^n \mid n\ge 0\}$.

取 $s=ab^pc^p$，由泵引理之知 $F\cap A$ 不是正则语言.

#