

---

## Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα Ι

### Άσκηση 3

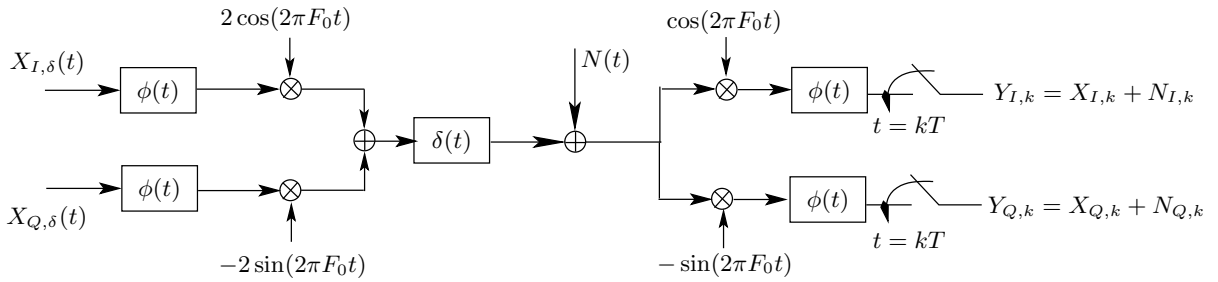
Ημερομηνία Παράδοσης: 9 Ιανουαρίου 2020 (Αίθουσα 2041, ώρα 12:00)

Η εργασία μπορεί να παραδοθεί από ομάδες  $\leq$  δύο ατόμων

Διδάσκων: Αθανάσιος Π. Λιάβας

Μονάδες 130/300

---



Σε αυτή την άσκηση, θα προσομοιώσουμε το τηλεπικοινωνιακό σύστημα του Σχήματος, υποθέτοντας ότι χρησιμοποιείται διαμόρφωση 16-QAM, και θα μελετήσουμε την απόδοσή του. Πιο συγκεκριμένα, θα υλοποιήσουμε το 16-QAM σύστημα σαν δύο ανεξάρτητα 4-PAM συστήματα, με αστερισμό  $\{\pm A, \pm 3A\}$ .

1. Για δεδομένο  $N$  (ενδεικτικά,  $N = 200$ ), να δημιουργήσετε δυαδική ακολουθία με στοιχεία  $4N$  ισοπίθανα bits.
2. (15) Να συντάξετε συνάρτηση

function X = bits\_to\_4\_PAM(bit\_seq, A)

η οποία, χρησιμοποιώντας κωδικοποίηση Gray, απεικονίζει τη δυαδική ακολουθία εισόδου `bit_seq` σε ακολουθία 4-PAM συμβόλων.

3. Να απεικονίσετε τα πρώτα  $2N$  bits της ακολουθίας του βήματος 1 στα 4-PAM σύμβολα  $X_{I,n}$ , για  $n = 1, \dots, N$ , και τα επόμενα  $2N$  bits στα 4-PAM σύμβολα  $X_{Q,n}$ , για  $n = 1, \dots, N$ .
4. (5) Να περάσετε τις ακολουθίες  $\{X_{I,n}\}$  και  $\{X_{Q,n}\}$  από τα SRRC φίλτρα μορφοποίησης και υποθέτοντας περίοδο συμβόλου  $T = 0.01$  sec,  $\text{over} = 10$ ,  $T_s = \frac{T}{\text{over}}$ , να σχηματίσετε και να σχεδιάσετε τις κυματομορφές εξόδου  $X_I(t)$  και  $X_Q(t)$  (να θέσετε το σωστό άξονα χρόνου), και τα περιοδογράμματά τους.
5. (5) Να πολλαπλασιάσετε τις κυματομορφές  $X_I(t)$  και  $X_Q(t)$  με τους αντίστοιχους φορείς (ενδεικτικά,  $F_0 = 200$  Hz) και να δημιουργήσετε τις κυματομορφές

$$X_I^{\text{mod}}(t) = 2 X_I(t) \cos(2\pi F_0 t), \quad X_Q^{\text{mod}}(t) = -2 X_Q(t) \sin(2\pi F_0 t).$$

Να σχεδιάσετε τις κυματομορφές που προκύπτουν καθώς και τα αντίστοιχα περιοδογράμματα. Τι παρατηρείτε;

6. (5) Να σχηματίσετε και να σχεδιάσετε την είσοδο του καναλιού,

$$X^{\text{mod}}(t) = X_I^{\text{mod}}(t) + X_Q^{\text{mod}}(t)$$

και το περιοδογράμμά της. Τι παρατηρείτε;

7. Να υποθέσετε ότι το κανάλι είναι ιδανικό.

8. (5) Στην έξοδο του καναλιού, να προσθέσετε λευκό Gaussian θόρυβο  $W(t)$  με διασπορά ίση με

$$\sigma_W^2 = \frac{10A^2}{T_s \cdot 10^{\frac{\text{SNR}_{\text{dB}}}{10}}}.$$

Σημείωση: μπορεί να αποδειχθεί ότι, σε αυτή την περίπτωση, οι  $N_{I,n}, N_{Q,n}$   $n = 0, \dots, N - 1$ , είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με

$$N_{I,n}, N_{Q,n} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_N^2), \quad \text{όπου } \sigma_N^2 = \frac{T_s \sigma_W^2}{2}.$$

Με αυτό τον τρόπο, διασφαλίζετε ότι το SNR στην έξοδο του προσαρμοσμένου φίλτρου, μετρημένο σε dB, είναι  $\text{SNR}_{\text{dB}}$  (ενδεικτικά,  $\text{SNR}_{\text{dB}} = 10, 20$ ), διότι

$$10 \log_{10} \frac{P_X}{P_N} = 10 \log_{10} \frac{10A^2}{2\sigma_N^2} = \text{SNR}_{\text{dB}}.$$

9. (5) Στον δέκτη, να διακλαδώσετε την ενθόρυβη κυματομορφή και να την πολλαπλασιάσετε με φορείς  $\cos(2\pi F_0 t)$  και  $-\sin(2\pi F_0 t)$ , αντίστοιχα. Να σχεδιάσετε τις κυματομορφές που προκύπτουν και τα περιοδογράμματά τους. Τι παρατηρείτε;
10. (5) Να περάσετε τις κυματομορφές που υπολογίσατε στο προηγούμενο βήμα από τα προσαρμοσμένα φίλτρα. Να σχεδιάσετε τις κυματομορφές που προκύπτουν και τα περιοδογράμματά τους (να θέσετε το σωστό άξονα χρόνου). Τι παρατηρείτε;

11. (5) Να δειγματοληπτήσετε την έξοδο των προσαρμοσμένων φίλτρων τις κατάλληλες χρονικές στιγμές και να σχεδιάσετε την ακολουθία εξόδου χρησιμοποιώντας την εντολή `scatterplot`.
12. (10) Να γράψετε συνάρτηση

`function est_X = detect_4_PAM(Y, A)`

η οποία χρησιμοποιεί τον κανόνα εγγύτερου γείτονα και αποφασίζει για την ακολουθία εισόδου 4-PAM σύμβολο-προς-σύμβολο. Να εφαρμόσετε τη συνάρτηση ξεχωριστά στα δείγματα που λάβατε στην inphase έξοδο και στην quadrature έξοδο και να λάβετε αποφάσεις για τις αντίστοιχες ακολουθίες εισόδου.

13. (10) Χρησιμοποιώντας τις ακολουθίες εισόδου και τις αποφάσεις, να υπολογίσετε τον **αριθμό σφαλμάτων απόφασης συμβόλου για τον αστερισμό 16-QAM**.
14. (10) Να γράψετε συνάρτηση

`function est_bit = PAM_4_to_bits(X, A)`

η οποία χρησιμοποιεί την αντίστροφη απεικόνιση Gray, δηλαδή, από σύμβολα σε δυάδες bits, και από τις αποφάσεις για τις ακολουθίες συμβόλων εισόδου υπολογίζει την εκτιμώμενη δυαδική ακολουθία εισόδου.

15. (10) Να υπολογίσετε τον αριθμό σφαλμάτων bit.

Αν έχετε υλοποιήσει τα παραπάνω βήματα, έχετε καταλάβει πως λειτουργεί ένα σύστημα το οποίο χρησιμοποιεί διαμόρφωση 16-QAM (φυσικά, έχουμε υποθέσει ότι το κανάλι είναι ιδανικό και ότι είμαστε τέλεια συγχρονισμένοι).

Στο δεύτερο μέρος, θα εκτιμήσετε την πιθανότητα σφάλματος συμβόλου και bit με χρήση της μεθόδου Monte Carlo.

1. Για  $\text{SNR}_{\text{dB}} = [0 : 2 : 16]$ , να υπολογίσετε πειραματικά την πιθανότητα σφάλματος απόφασης συμβόλου και bit επαναλαμβάνοντας τα παραπάνω βήματα  $K$  φορές (ενδεικτικά,  $K = 200, 1000$ ) για κάθε SNR. Η πειραματική εκτίμηση της πιθανότητας σφάλματος συμβόλου για κάθε SNR υπολογίζεται ως εξής:

$$\hat{P}(\mathbf{E}_{\text{symbol}}) = \frac{\text{συνολικό πλήθος σφαλμάτων απόφασης συμβόλου}}{\text{συνολικό πλήθος απεσταλμένων συμβόλων}},$$

ενώ η πιθανότητα σφάλματος bit υπολογίζεται ως εξής:

$$\hat{P}(\mathbf{E}_{\text{bit}}) = \frac{\text{συνολικό πλήθος σφαλμάτων απόφασης bit}}{\text{συνολικό πλήθος απεσταλμένων bits}}.$$

2. (20) Να σχεδιάσετε σε semilogy τη θεωρητική και πειραματική πιθανότητα σφάλματος συμβόλου σαν συνάρτηση του  $\text{SNR}_{\text{dB}}$ . Τι παρατηρείτε;
3. (20) Να σχεδιάσετε σε semilogy την πειραματική πιθανότητα σφάλματος bit σαν συνάρτηση του  $\text{SNR}_{\text{dB}}$ . Στο ίδιο σχήμα, να σχεδιάσετε και τη θεωρητική προσέγγιση για την πιθανότητα σφάλματος bit. Τι παρατηρείτε; Μπορείτε να εξηγήσετε το φαινόμενο;