Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Projeto de Concepção e Análise de Algoritmos:

EcoPonto: recolha de lixo seletiva (tema 4) - Parte 1

27 de abril de 2016

Grupo B, Turma 6:

Gonçalo da Mota Laranjeira Torres Leão up201406036@fe.up.pt

Francisco Tomé Neto Queirós up201404326@fe.up.pt

Eduardo Miguel Bastos Leite gei12068@fe.up.pt

Índice

1. Descrição sucinta do problema

Um centro de tratamento de lixo planeia implementar um sistema de recolha inteligente, onde as rotas dos camiões são determinadas de forma a minimizar o percurso efetuado por cada veículo.

Espalhados pela cidade, estão vários contentores de lixo com diferentes níveis de acumulação de resíduos.

Este problema pode ser decomposto em três iterações.

1.1. <u>1ª iteração: recolha não-seletiva com camião de capacidade ilimitada</u>

Numa primeira fase, despreza-se o limite de capacidade de um camião. Assim, o objetivo trata-se simplesmente de determinar a rota mais curta que começa na central de recolha, passe por todos os contentores de lixo com um nível de acumulação de resíduos acima de um limite e que termine num dos centros de tratamento de lixo, onde este é depositado. É necessário apenas um camião para efetuar toda a recolha de lixo.

Aproveita-se para esclarecer que só é interessante recolher o lixo de um caixote a partir de uma certa taxa de ocupação pois há um custo associado à recolha.

É importante de notar que a recolha só pode ser efetuada se existirem caminhos que liguem todos os pontos de interesse (central, caixotes de lixo e pelo menos uma estação de tratamento de lixo), dois a dois, e em ambos os sentidos. Por outras palavras, todos os pontos de interesse devem fazer parte do mesmo componente fortemente conexo do grafo. Esta necessidade advém do facto que, da central, o camião deve conseguir alcançar todos os caixotes cujo lixo pretende recolher e uma central de tratamento, e, depois, deve poder conseguir regressar à central (o caminho de regresso não é do nosso interesse, mas temos de garantir que existe). Assim, torna-se imperativo efetuar uma análise da conetividade do grafo.

Certas vias de comunicação podem não poder ser usadas pelo camião para o seu percurso por diversos motivos (por exemplo, devido a obras ou devido às ruas serem demasiado estreitas para o camião). Assim, será necessário desprezar certas arestas durante o processamento do grafo.

1.2. <u>2ª iteração: recolha seletiva com camião de capacidade ilimitada</u>

Numa segunda fase, passa-se a diferenciar os contentores segundo o tipo de resíduo em ecopontos: papel (contentores azuis), vidro (contentores verdes), plástico (contentores amarelos) e lixo comum (contentores pretos).

Cada camião só pode recolher um certo tipo de resíduo, pelo que serão necessários, no mínimo, quatro camiões para efetuar a recolha de lixo, e, consequentemente, será necessário definir pelo menos quatro rotas de recolha (em vez de uma só).

1.3. 3ª iteração: recolha seletiva com camião de capacidade limitada

Numa terceira fase, passa-se a considerar que os camiões têm capacidade limitada, ou seja, só podem recolher até uma certa quantidade de lixo. Este limite pode ser devido ao peso do lixo ou ao volume ocupado por este, por exemplo. Assim, se a quantidade total de lixo de um certo tipo ultrapassar a quantidade máxima suportada por um camião, passa a ser necessário, obrigatoriamente, mais do que um camião para efetuar a recolha desse tipo de lixo.

Como consequência desta nova restrição do problema, a solução ótima passa pela minimização de dois parâmetros: a distância total percorrida pelos camiões e o número de camiões necessários para efetuar toda a recolha de lixo. Destes dois parâmetros, dar-se-á prioridade ao segundo critério, ou seja, ao de minimizar o número de camiões usados.

Convém salientar que não é possível efetuar a recolha de parte dos conteúdos de um caixote de lixo: qualquer recolha remove todo o lixo de um contentor. Logo, se um camião já não tiver capacidade remanescente suficiente para recolher um contentor, será necessário outro camião para recolher o lixo.

2. Formalização do problema

2.1. Dados de entrada

type - tipo de lixo que se pretende recolher (papel, vidro, plástico…)

R_{max} - taxa de ocupação máxima de um caixote de lixo, a partir do qual é interessante recolher o seu lixo.

Ci - sequência de camiões da central, sendo Ci(i) o seu i-ésimo elemento. Cada um é caracterizado por:

- cap - capacidade total do camião (na 1ª e 2ª iteração do problema, cap = ∞).

Gi = (Vi, Ei) - grafo dirigido pesado, composto por:

- V - vértices (que representam pontos da cidade) com:
  - W - quantidade de lixo no vértice (0 se o vértice não tem um caixote) (W vem de *waste*)
  - W_{max} - quantidade máxima de lixo do vértice (0 se o vértice não tem um caixote)
  - $R = W/W_{max}$ - taxa de ocupação de lixo do vértice (0 se o vértice não tem um caixote)
  - Adj ⊆ E - conjunto de arestas que partem do vértice
- E - arestas (que representam vias de comunicação) com:
  - w - peso da aresta (representa a distância entre os dois vértices que a delimitam)
  - ID - identificador único de uma aresta
  - dest ∈ Vi - vértice de destino

S ∈ Vi - vértice inicial (central de camiões)

T ⊆ Vi - vértices finais (estações de tratamento do lixo)

2.2. Dados de saída

Gf = (Vf,Ef) grafo dirigido pesado, tendo Vf e Ef os mesmos atributos que Vi e Ei.

Cf- sequência ordenada de todos os camiões usados, sendo Cf(i) o seu i-ésimo elemento.

Cada um tem os seguintes valores:

- cap - capacidade do camião usado
- P = {e∈ Ei | 1 ≤ j ≤ |P|} - sequência ordenada (com repetidos) de arestas a visitar, sendo e_j o seu j-ésimo elemento.

2.3. Restrições

A. Sobre os dados de entrada

- ∀ i ∈ [1 ; |Cf|], cap(Cf[i]) > 0, dado que uma capacidade representa um peso ou volume.
- Pelos mesmos motivos: ∀ v ∈ Vi, W ≥ 0, W_{max} ≥ 0.

- $0 < R_{max} \leq 1$, pois R_{max} representa uma taxa de ocupação (é de notar que o intervalo de R_{max} é aberto no seu limite inferior senão estar-se-ia a recolher o lixo de contentores vazios).
- Pelos mesmos motivos: $\forall$ v $\in$ Vi, $0 \leq R \leq 1$ (aqui R pode ser 0, se o vértice não corresponder ao um caixote desse tipo de lixo, ou o caixote estiver vazio).
- $\forall$ e $\in$ Ei, w > 0, dado que o peso de uma aresta representa uma distância entre pontos de um mapa.
- Seja o conjunto L = {v $\in$ Vi | v = S ou v $\in$ T ou W(v) > 0}. É preciso que todos os elementos de L façam parte do mesmo componente fortemente conexo de um grafo. Segundo Skiena *(Skiena 2008)*, um componente fortemente conexo (CFC) é uma partição do conjunto de vértices V de um grafo G = (Vi,Ei), tal que existem caminhos dirigidos que liguem todos os pares de vértices distintos da partição. Assim, se um vértice pertencesse a dois CFC's, então seria possível transitar de qualquer vértice de um dos CFC's para qualquer vértice do outro CFC usando o vértice que têm um comum, pelo que todos os vértices de ambos os CFC formam um único CFC. É por esta razão que os CFC's particionam o grafo em conjuntos disjuntos de vértices.
- $\forall$ e $\in$ Ei, e deve ser utilizável pelo camião. Senão, não é incluída no grafo Gi.

B. Sobre os dados de saída

No grafo Gf:

- $\forall$ vf $\in$ Vf, $\exists$ vi $\in$ Vi tal que vi e vf têm os mesmos valores para todos os atributos, exceto eventualmente W e R que podem ser 0 (se o lixo tiver sido recolhido).
- $\forall$ ef $\in$ Ef, $\exists$ ei $\in$ Ei tal que ei e ef têm os mesmos valores para todos os atributos.

Na sequência Cf:

- $\forall$ c $\in$ Cf: cap $\geq \sum_{v \in V}$ W(v)*u, onde

  u = 0 se o lixo já foi recolhido (pelo camião c, ou por outro camião que venha antes da sequência ordenada Cf) ou se não relevante ...

  u = 1 caso contrário.
- |Cf| $\leq$ |Ci|, pois não se podem usar mais camiões do que os que estão disponíveis.
- Se |Cf| < |Ci|, então $\forall$ v $\in$ Vf, W(v) = 0 logo R(v) = 0, pois, se nem todos os camiões foram usados, foi porque foi possível recolher todo o lixo. Caso |Cf| = |Ci|, então pode não ter sido possível recolher todo o lixo.

Na sequência P:

- Seja e_1 o primeiro elemento de P. É preciso que $e_1 \in$ Adj(S), pois o camião parte da central.
- Seja $e_{|P|}$ o último elemento de P. É preciso que dest($e_{|P|}$) $\in$ T, pois o camião termina o percurso numa estação de tratamento do lixo.

2.4. Funções objetivo

A solução ótima do problema passa por minimizar o número de camiões usados e a distância total percorrida por todos os camiões, de forma a que todo o lixo seja recolhido (acima de uma certa taxa de ocupação dos contentores). Logo, a solução ótima passa pela minimização das duas respetivas funções:

$$f = |C|$$

$$g = \sum_{c \in C} [\sum_{e \in P} w(e)]$$

Tal como referido na descrição do problema, irá ser privilegiada a minimização da função f sobre a da função g.