불확실성(Uncertainty)

- 현실세계: 복잡, 예측이 어렵다. 비논리적, 상호 모순적인 상황들로 얽혀 있다. → 과학, 공학: 단순화, 규칙성 부여
- 시스템 내외부에 존재하는 불확실성에 대처할 필요
- 단순화된 모델, 정형화된 기법의 한계

논리나 규칙

논리융합(반박), 비교함수(복잡)으로 기존의 명제로 새로운 명제 만들기.
지식베이스안에 상호모순되는 게 있을 수 없음
→ 일관성 유지해야하는...

- 불확실성 해결 기법
  - 불확실하고 상호 모순적인 정보로부터 지식베이스의 일관성 유지
  - 불확실성을 정량화 하는 확률적 기법

기침을 하면 감기다
→딱 참/거짓 불가
→확률 도입하자

↓

  - 여전히 제한적
  - 인간의 불확실성에 대한 대처능력과는 비교 불가능

(어떤 불확실한 상황이 와도 유연하게 대처)

- CMU's 무인 주행 자동차, NAVLAB
  - 컴퓨터 외에 카메라, 레이더, 레이저 거리탐지기 같은 센서들, 다수의 통신용 안테나를 갖고 있지만, 주행 중 돌발상황 대처 부족

대학 캠퍼스 돌아다님.
제한적 환경임에도 많은 돌발상황

불확실성 요인

- 데이터의 불확실성
  - 센서 장치로부터 얻어지는 데이터는 불완전 → 정확 X 오차가 있을수밖에... 오류 포함할수밖에...
    - 여러 요인에 의한 오차가 포함된 데이터
- 지식의 불확실성
  - 똑같은 거 보고도 A의사는 폐렴이라하고, B의사는 암이라고 하고
  - 지식은 모호하고 휴리스틱한 절차에 의해 입수
  - 동일한 전문 영역의 지식도 불일치 가능
  - 전문가로부터 얻은 지식 표현 및 저장시의 문제점 → 현재 알려준거랑 다를 수도...
- 정보의 불완전성
  - 부족 & 오차
  - 불완전하고 부분적인 정보로부터 판단해야 할 경우
  - 무인주행 자동차: 경로상의 모든 상황에 대한 방대한 정보 입수불가
- 확률적 불규칙성
  - 예측 불가능한 요인에 의해 발생하는 불규칙성
  - 명제자체가 확률적인 것도 (딱 참/거짓이라고 할 수 없고)

비단조 추론(Nonmonotonic Reasoning)

단조

logic

- **기존 논리체계** → 필요한 정보가 있음. 모순은 없음 (Consistency),
  - 문제해결에 필요한 모든 정보 존재 또는 1차 논리로 유도(완전성: Completeness)
  - 정보 상호간에 모순이 없다(일관성:Consistency)
  - 참으로 알려진 정보의 숫자는 줄지 않는다. 새로운 사실이 기존의 사실을 부정하게 되는 경우가 없다(단조성: Monotonicity) → 자꾸 비교함수(부정)으로 명제를 새롭게 만들어내면...

    단조증가 : 참인 명제의 수가 점점 증가
- **비단조 추론**
  - 위의 가정이 적합하지 않은 문제에 대한 추론이 요구될 때
  - 새로운 사실이 기존의 참인 사실과 모순될 수도 있다.
  - 기존 지식 중 일부를 부정할 수도 있다.

    → 새로운 지식의 취득이 계속되어도 전체적으로 참인 사실의 수는 감소할 수도 있다.(단조 증가가 아니다)
  - <u>비단조 추론이 필요한 상황</u>: 불완전한 정보, 가변적 조건, 추론이 불가능할 때 그 상황에서 적절히 가정을 세울 수 있을 때.

비단조 추론 예

- 상황: 서울 → 대구 운전, 고속도로 정체, 대전 전에 국도진입, 초행이며 밤이고 인적 없음, 남동쪽으로 추정하면서 운전, 큰 강을 잇는 다리 지남 (현재 상황)

- 여행에 관련된 운전자의 지식 (부정되지 않는 끝끝내 참인 사실)

사실1: 대전의 남쪽에는 전라도와 경상도가 있다
사실2: 전라도는 서쪽에 경상도는 동쪽에 있다.
… …
사실25: 전라도 사람의 대부분은 전라도 사투리를 사용한다.
사실26: 경상도 사람의 대부분은 경상도 사투리를 사용한다.
사실27: 북쪽에서 전라도로 남향하면 만경강을 만나게 된다.
사실28: 북쪽에서 경상도로 남향하면 낙동강을 만나게 된다.
사실29: 낙동강을 지나면 대구까지는 자동차로 1시간 정도 걸린다.
… …
사실50: 대구는 경상도에 있다.

- 현 상황에서의 운전자의 인식 사실

belif, 신뢰

기존의 논리에는 참인 명제만 있음.
지금은 의심을 함.
난 이렇게 믿고 있는데 아닐수도...

신뢰1: 현재 남동쪽으로 여행 중이다.
신뢰2: 현재 경상도내에 있다.
신뢰3: 금방 지난 다리는 낙동강 위에 있다.
신뢰4: 목적지까지는 1시간 정도 걸린다.

현재 4개의 명제가 참이라고 추정됨.

- 다리를 건넌 뒤 라디오 청취(전라도 사투리 사용하는 것을 들음) 후 새롭게 획득한 지식

기존의 belif 4개가 거짓이 된 것.

신뢰1: 현재 전라도내에 있다.
신뢰2: 현재 남서쪽으로 여행 중이다.
신뢰3: 금방 지난 다리는 만경강 위에 있다

- 전라도 지역 방송 청취로 상황 인식 변화
- 새로운 지식의 획득이 신뢰 상황 모두를 변화시킴
- 새로운 지식의 획득이 신뢰 상황을 증가시키지 못함

하나 감소함.

부재 추론(Default Reasoning)

- 환경변수나 조건의 값이 부재 → 기본 값을 사용하여 추론
- 대부분 참일 것으로 추정되는 사항을 기초로 하여 결론을 이끌어 냄

a라는 전제조건이 증명가능하고, 이로부터 일관성 있게 b라고 가정할 수 있다면, b라고 결론 내릴 수 있다.

$$\frac{a : M\ b}{b}$$

일관성 있게 b라고 가정 가능

a→~b를 증명하지 못하면 a와 b는 일관성 있음. 즉, 모순되지는 X (a→b라고 해도 당장 모순이 생기지는 X)

예)

비교할 때 같은 게
할 때 상이 안 맞으니까
이렇게 짝 지정

engineer(x) : M practical(x) / practical(x)

scientist(x) : M theoretical(x) / theoretical(x)

engineer가 practical하지 않다는 걸 증명 불가

$$\frac{engineer(x) : M\ practical(x)}{practical(x)} \qquad \frac{scientist(x) : M\ theoretical(x)}{theoretical(x)}$$

- 어떤 사람이 동시에 현실적이고 이론적일 수는 없다고 하면, 두 결과는 서로 상충하게 된다.
- 두 규칙 중 하나만 적용 → 최근 규칙이 우선이라고 가정 → practical(x)는 삭제됨 → 모순 해결 만약 practical이 나중에 나오면 theoretical 삭제
- 규칙의 적용순서에 상관없는 단조추론과는 비교됨

추정법(Abduction)

- 인과적 형태로 주어진 지식에 근거
- 결과로부터 원인을 추정하는 것이 일관성이 있으면 그 원인을 단정지음

(a → b)와 b로부터 a를 추정하는 것이 일관성이 있으면 a라고 결론짓는다.(부재 추론의 한 방법)

$$\frac{a \rightarrow b \qquad b : M\ a}{a}$$

b가 참. 그러면 반대로 거꾸로 해서 a도 참이 아닌가?

예)

$$a \longrightarrow b$$

$$\frac{\sim electricity(car) \rightarrow \sim start(car) \qquad \sim start(car) : M \sim electricity(car)}{\sim electricity(car)}$$

자동차 시동 안걸고도 배터리 있/없 확인 가능.
→ 이렇게 보면 일관성 X
이건 추론 불가

$$\frac{\sim start(car) : M \sim electricity(car)}{\sim electricity(car)}$$

- “자동차 축전지가 방전되면 시동이 걸리지 않는다”는 지식 이용
- 시동이 걸리지 않으면 축전지 방전이라고 결론 내릴 수 있다(단, 일관성이 유지되어야 함)
- 자동차의 다른 전기 장치들이 제대로 작동되면 축전지 방전에 대한 결론은 일관성을 잃음

앞 정보보다는 맞을 확률 수 근거가 조금더 있음

폐세계 가정(Closed World Assumption)

최대한 쓰면 안 됨. 오결 가능성 있

- 특정의 닫힌 세계의 지식만으로 추론 → 닫힌 세계의 지식만으로 H라는 가설을 증명하는 것이 불가능하면 ~H가 참이라고 가정
  - 예) 어떤 회사에 홍길동이 있는가?의 질의 → 회사의 데이터베이스 조회(이 데이터베이스는 전 사원에 대한 데이터를 가진다고 가정) → 조회결과가 없으면 답은 No.

신입사원이라면 DB에 아직 없을수도
→ 그럼 이 추론 틀림

- 문제세계 내에서 증명될 수 없는 사실은 <u>그 역이 존재</u>한다고 결론내림
- ~H를 폐세계에 추가하는 것이 타당한가?
  - 예1) 지구 밖의 우주에 생명체의 존재를 증명할 수 없다고 생명체가 없다고 결론내릴 수 있는가?

폐세계 가정에서는 가능. 근데 외계인 존재 없다는 거 증명 못하면 있나? 이건 아님.
폐세계공간은 not을 추구 (있다는거 증명 못하면 없다 또는)

  - 예2) 어떤 사람 P가 학교 정문으로 들어가면 P는 학생 또는 교직원
    - P가 학생이라고 증명 불가
    - P가 교직원이라고 증명 불가

~(학생(P) ∨ 교직원(P))

학생(P) ∧ 교직원(P)

→ 신분증 없으면 학생도 아니고 교직원도 아님.

일관성이 없는 지식

학생(P)∨교직원(P)
~학생(P)
~교직원(P)

사실유지 시스템(Truth Maintenance System; TMS)

└ 비단조추론: 원래 참이 였던 것이 새로운 것에 의해 부정이 되는 것.

- 특정 시스템 내에 상호 모순되는 사실들을 정리하여 일관성을 유지시키는 시스템(∵비단조 시스템에 의해 추론된 결과는 이전의 참을 부정할 수 있음)
- <u>지원목록(Support List)</u> 이용
  - 지식들 사이의 지원(참으로 될 근거) 관계를 표현
  - ***지식1* [SL (*참노드 리스트*)(*거짓노드 리스트*)]**
    - 참노드는 ***지식1***이 참이 되기 위해 IN되어야 할 노드 리스트
    - 거짓노드는 ***지식1***이 참이 되기 위해 OUT되어야 할 노드 리스트 뒷장 참고

- 날씨에 관련된 지식과 지원목록 예

노드번호	지식	지 원 목 록	
1	날씨가 맑다	[SL (2)(3)]	→ 날씨가 맑으려면 2는 in, 3는 out되어야 = 2와는 모순되지 않고, 3과는 모순되어야..
2	낮이다	[SL ( )( )]	← 전제(Premise) └ 무조건 참
3	비가 온다	[SL ( )(1)]	
4	따듯하다	[SL (1)(3)]	모순되는 게 없는거..
5	습도가 높다	[SL (3)( )]	← Normal Deduction

이 전체는 낮이다에 대한 지원리스트

└ 비가 온다와 친함. 모순되는 건 X.

5번이 있어 3번이 들어오는게 아니라
3번이 있어 5번이 들어옴(둘은 친하다)

- **TMS 동작예**
- **현재 TMS의 IN, OUT 상태**

(참) **IN 1, 2, 4**

OUT 3, 5

→ 즉, 현재는 낮이며, 맑고, 따뜻한 상태가 정당함

- **얼마 후 추론 시스템이 "비가 온다"라고 결론을 내리면 TMS는**

→ 노드 3을 IN에 넣는다.

→ 노드 3의 거짓리스트에 1이 있으므로 노드 1은 OUT된다.

앞 장의 설명에 집중하지 X
3과 4가 모순되니 4가 나간다 생각

→ 노드 3은 노드 4의 거짓리스트에 있으므로 노드 4는 OUT 된다.

→ 노드 3에 대해 normal deduction인 노드 5는 바로 IN된다.

IN 2, 3, 5

OUT 1, 4

→ 즉, 현재는 낮이며, 비가 오며 습도가 높은 상태가 정당함

support list

- **노드 상호간의 관계를 사용하여 모순의 원인을 찾아 제거**

→의존성에 의한 역추적(~~dependency-directed backtracking~~)

너무 어려운 용어. 생략

확률에 기초한 추론

얘가 chap4에서 제일 중요

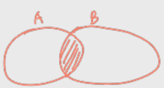
- Bayes의 정리 현재까지도 각광.
- 확신 인자(Certainty Factor) → 확률은 아니지만 확률과 비스무리. 인간이 정의한 확률
- Dempster-Shafer의 정리

- 확률기초
  - P(E): 사건 E가 일어날 확률 (0~1사이의 실수)
  - 제한된 수의 상호 배타적인 사건들의 확률의 합은 1
  - 일반적인 다수 사건 공간에서의 사건들 사이의 관계
    - $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
      - A와 B가 상호배타적이면 $P(A \cap B)=0$ → 그러면 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
    - $P(A \cap B) = P(A)P(B)$: 독립 사건일 때
      - A와 B 사건은 서로에게 영향을 주지 않음
    - $P(A|B) = P(A \cap B)/P(B)$: 조건확률
      - B사건에 영향 받아(발생 후에) A가 일어날 확률
      - A와B가 상호배타적이면 $P(A \cap B)=0$이므로 $P(A|B) = P(B|A) = 0$
      - A와B가 독립적이면 $P(A|B) = P(A)$, $P(B|A) = P(B)$ (∵다른 사건에 영향 없음)

상호배타: 경기도민, 강원도민 우리나라 도 다 더하면 1

서로독립: 주사위 두 번 던지기

베이스의 정리를 사용하는 문제에서는 상호배타인 경우와 서로독립인 경우는 다루지 않는것으로 가정함



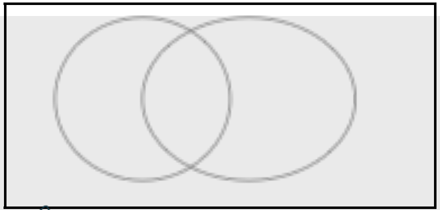
B라는 전제하에 A일 확률 = $\frac{A(A \cap B)}{P(B)}$

(예제 4.5)

Bayes의 정리

Bayes의 정리

$$P(B \mid A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$



$$P(B \mid A)P(A) = P(B \cap A) = P(A \cap B) = P(A \mid B)P(B)$$ 이해 안되면 그냥 암기

$P(B|A)B(A) = P(A|B)P(B)$

$$\therefore P(B \mid A) = \frac{P(A \mid B)P(B)}{P(A)}$$ (*Bayes*의 정리)

Bayes 정리의 확장(by Laplace)

S : 전체공간

$S = \{B_1, B_2, \ldots, B_N\}$ 임의의 B_i, B_j는 상호배타적

A : 임의의 사건 (집합) 일 때

$A = A \cap S$

$= A \cap (B_1 \cup B_2 \cup \ldots \cup B_N)$

$= (A \cap B_1) \cup (A \cap B_2) \cup \cdots \cup (A \cap B_N)$

감자 매니아의 집합 ∩ (서울∪경기 ∪ 강원∪… ∪제주)

$$P(A) = P(A \mid B_1)P(B_1) + P(A \mid B_2)P(B_2) + \ldots + P(A \mid B_N)P(B_N)$$

확장된 Bayes 정리

S상의 임의의 부분 Bi과 임의의 사건 A에 대해서

가설 증거

증거 가설,원인

기침할 때 감기일 확률

폐렴

폐암

$$P(B_i \mid A) = \frac{P(A \mid B_i)P(B_i)}{\underbrace{P(A \mid B_1)P(B_1) + P(A \mid B_2)P(B_2) + \cdots + P(A \mid B_N)P(B_N)}_{=P(A)}}$$

Bayes 정리의 활용

E: 주어진 증거(evidence)

Hk(k=1, 2, … , N): 고려할 수 있는 상호배타적인 N개의 가설 중 하나에 대해서, <u>증거 E가 주어졌을 때 가설 Hk이 참일 확률</u>은

P(A)가 주어지지 않아 부분확률로부터 P(A)를 구해야할 때

폐렴환자들이 기침하는 비율

$$P(H_k \mid E) = \frac{P(E \mid H_k)P(H_k)}{\sum_{i=1}^{N} P(E \mid H_i)P(H_i)}$$

증거없이 특정한 가설 Hk를 신뢰할 수 있는 확률

증거 E에 대한 원인으로 Hk를 고려할 수 있는 정도 (원인 확률의 정리)

Hk이 참일 때 E라는 증거를 얻을 수 있는 확률

Bayes 정리의 활용 예

예) 겨울철 어떤 지역의 기침하는 사람이 감기일 확률

- 겨울철 이 지역 주민 15%가 감기에 걸림 → P(감기) =0.15
- 보통 감기 걸린 사람의 50%가 기침을 함 → P(기침/감기)=0.5
- 지역주민의 20%는 감기와 상관없이 기침을 함 → P(기침)= 0.2

해)

- P(감기) = 0.15
- P(기침|감기) = 0.5
- P(기침) = 0.2
- 해답: P(감기|기침)=P(기침|감기)P(감기)/P(기침)
  =0.5X0.15/0.2=0.375

애기 P(감기|기침)보다 구하기 쉬움.

기침한다는 전제 하에 내가 감기일 확률

더 알고 싶은 것을 덜 알고 싶은 것을 통해 알 수 있음.
더 알기 어려운 것을 더 알기 쉬운 것을 통해 알 수 있음.

Tom M. Mitchell → 의 책 머신러닝에 나오는 예제

예) 암 검사에서 양성 반응이 나왔을 때, 실제 암일 확률

전체 국민 중 암환자의 비율

- P(cancer)=0.008, P(~cancer)=0.992
- P(+|cancer)=0.98, P(- |cancer)=0.02 — 실제로 절대 무의미. 적어도 0.9998 정도는 되어야..

  암환자가 양성반응이 나온 경우 / 암환자가 음성반응이 나온 경우
- P(- |~cancer)=0.97, P(+|~cancer)=0.03

  암환자가 아닌 사람이 음성반응이 나온 경우 / 암환자가 아닌 사람이 양성반응이 나온 경우

해)

$$P(\text{cancer} \mid +) = \frac{P(+ \mid \text{cancer})P(\text{cancer})}{P(+)}$$

양성이 나왔을 때 암일 확률

얘가 너무 작아서 결국 0.2085라는 결과가 나왔다고 책에서 설명

P(cancer)와 P(~cancer) 상보배타적

P(cancer)+P(~cancer)=1

$$= \frac{P(+ \mid \text{cancer})P(\text{cancer})}{P(+ \mid \text{cancer})P(\text{cancer}) + P(+ \mid \sim\text{cancer})P(\sim\text{cancer})}$$

$$= \frac{0.98 \times 0.008}{0.98 \times 0.008 + 0.03 \times 0.992} = \frac{0.00784}{0.00784 + 0.02976}$$

$$= 0.2085$$

5명 중 1명 꼴

4/5 확률로 암 아님

예) 총선에서 여당 후보를 찍었다는 전제 하에 서울 사람일 확률

$P(\text{서울}|\text{여당}) = \frac{P(\text{여당}|\text{서울})P(\text{서울})}{P(\text{여당}|\text{서울})P(\text{서울}) + P(\text{여당}|\text{경기})P(\text{경기}) + \ldots + P(\text{여당}|\text{제주})P(\text{제주})}$

└ $P(\text{여당})$

but 지금 전국 득표율 알 수 X

지역별 득표율만 나왔다고 가정

해)

$$P(\text{서울}|\text{여당}) = \frac{P(\text{여당}|\text{서울})P(\text{서울})}{P(\text{여당}|\text{서울})P(\text{서울}) + P(\text{여당}|\text{경기})P(\text{경기}) + \ldots + P(\text{여당}|\text{제주})P(\text{제주})}$$

- **Bayes 정리의 활용의 어려움**
  - n개의 증거, m개의 가설
    - $P(\text{여당}|\text{서울})$, $P(\text{여당}|\text{경기})\ldots$ $\quad P(\text{여당})$ $\quad P(\text{서울})$
    - (nm개의 조건확률)+(n개의 증거확률)+(m개의 가설확률)

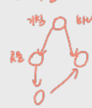
      └ 인터넷 발달 전에는 nm개의 조건확률 구하기에는 data 부족

      → 최근 인터넷 발달 ↑ 베이즈 정리 활용도 ↑
  - 제한된 영역, 간단한 문제

    └ 최근: 복잡한 문제도 해결가능 (다양한 data 제공됨)

Bayesian Network → 확률그래프

최근에 널리사용. 베이즈 정리 기반



하나에서 베이지안 therium 쓰고

그래프 형태인데 각 노드의 확률을 사용

확신인자 (Certainty factor : CF)

가설에 대해 00% 라고 알아내면 그게 결론이 됨.

- 주어진 증거들로부터 어떤 결론이나 가설을 신뢰할 것인지 아닌지에 대한 정도를 정량화 하기 위한 방법

베이즈 정리와 비슷

전문가 시스템 중 가장 대표적 의학 전문가 시스템

  - 의료용 전문가 시스템인 MYCIN에서 채택
  - 예) if : 환절기이고, 환자가 기침을 하고, 콧물을 흘리면
    then : 환자가 감기에 걸렸다 (with CF=0.8) 의학 전문가가 적어준 것
  - 신뢰척도(measure of belief:MB)와 불신척도(measure of disbilief:MD)
    MB[c,e] - 주어진 증거 e에 의해 결론 c가 신뢰 받을 수 있는 척도
    MD[c,e] - 주어진 증거 e에 의해 결론 c가 불신되는 척도
  - CF[c,e] = MB[c,e] - MD[c,e] (0□MB, MD□1이므로 -1□CF□1인 실수)

항상 우리는 확인인자에 대해서 MB, MD 를 구하고 있음.

- 누적확신인자(Cumulative certainty factor)
  - 하나의 결론에 대해 다수의 증거나 규칙이 존재
    CF [c,ec] = MB[c,ef] - MD[c,ea]

    → CF가 주어져있으면 CF로부터 MB를 구함.
    양수라면 MB를 고치고
    음수라면 MD를 고침.

    e_c : 결론 c에 대해 현재까지의 모든 증거
    e_f : 결론 c를 신뢰(for)하게 하는 모든 증거 (여러개의 증거)
    e_a : 결론 c를 불신(against)하게 하는 모든 증거

    X

- 누적 신뢰척도 MB[c,ef]와 누적 불신척도 MD[c,ea]를 계산

헷갈리면 찾아볼 부분!

- $MB[c,e_1 \,\&\, e_2] = 0$ if $MD[c,e_1\&e_2] = 1$ MD가 너무 세지면 MB를 0으로 두고 아니라면 계산

  첫번째 증거로 인한 MB　두번째 증거로 인한 MB

  $= MB[c,e_1] + MB[c,e_2](1-MB[c,e_1])$ otherwise

- $MD[c,e_1 \,\&\, e_2] = 0$ if $MB[c,e_1\&e_2] = 1$ MB가 너무 세지면 MB를 0으로 두고 아니라면 계산

  $= MD[c,e_1] + MD[c,e_2](1-MD[c,e_1])$ otherwise

이게 한 것…

확신인자 예)

- 결론 : 환자는 감기에 걸렸다
- 규칙1: 콧물이 흐르면 감기에 걸렸을 수 있다(CF=0.5)

  (증거) (가설)

  규칙2: 기침으로 고생하면 감기에 걸렸을 수 있다(CF=0.3)

  (반례)

  규칙3: 식욕이 왕성하면 감기에 걸렸을 수 있다(CF=-0.2)

  MD를 고침

0.5 + 0.3 + 0.5 → 1넘음. 엉청난 계산

0.5 + 0.3 × 0.5 + 0.3 … → 이런식으로 하면 처음에 왕창 증가했다가 천천히 증가 (1에 가까워지니)

- 규칙1 적용: MB=CF=0.5, MD=0

  규칙2 적용: MB=0.5+0.3(1-0.5)=0.65, MD=0

  규칙3 적용: MB=0.65, MD=0.2

MB[c,e1]=0.1이라면 (1-MB[c,e1])=0.9 → 처음에 조금 증가했다면 뒤가 많이 증가하도록…

- 누적 확신인자 CF=0.65-0.2=0.45

  콧물 0. 기침 0. 식욕왕성 0인 사람이 감기에 걸림

- 하나의 증거가 다수의 결론에 도달
  누적 신뢰척도 $MB[c,e_f]$와 누적 불신척도 $MD[c,e_a]$를 계산

- $MB[c_1 \square c_2, e] = \min(MB[c_1,e], MB[c_2,e])$
  $MD[c_1 \square c_2, e] = \min(MD[c_1,e], MD[c_2,e]$
- $MB[c_1 \square c_2, e] = \max(MB[c_1,e], MB[c_2,e])$
  $MD[c_1 \square c_2, e] = \max(MD[c_1,e], MD[c_2,e])$

생략

예)

- 증거 : 컴파일시 이상 없었는데 실행시키니 컴퓨터 화면이 이상
- c1: 검사용 프로그램을 실행(CF=0.6)
  c2: 문제는 소프트웨어(CF=0.9)
  c3: 컴퓨터 바이러스에 감염(CF=0.3)
  c4: 프로그램에 버그(CF=0.5)
- $MB[c_1 \square c_2 \square (c_3 \square c_4), e] = \min(MB[c_1,e], MB[c_2,e], MB[c_3 \square c_4,e])$
  $= \min(MB[c_1,e], MB[c_2,e], \max(MB[c_3,e], MB[c_4,e]))$
  $= \min(0.6, 0.9, \max(0.3, 0.5)) = 0.5$