# Bases de Datos

Clase 2: Modelo Relacional - Álgebra Relacional

### Hasta ahora

- Todo el mundo necesita manejar datos
- Salvo que queramos programar cosas que no tienen que ver con nuestro problema, conviene utilizar un DBMS
- Arquitectura de capas:
  - Usuarios finales ven modelo lógico
  - Sistema ejecuta las acciones
  - Usuario no necesita saber cómo el sistema ejecuta las acciones

# DBMS

DBMS relacionales comerciales

- IBM DB2
- Microsoft SQL Server
- Oracle

### DBMS

DBMS relacionales Open Source

- PostgreSQL Es la que usaremos nosotros
- MySQL Usada ampliamente en ambientes de producción
- SQLite Base de datos pequeña, usada generalmente en contextos de apps móviles

# DBMS

#### Otros DBMS

- Neo4J (Grafos)
- MongoDB (Documentos)
- Cassandra (Key Value Column Store)
- Apache Jena (RDF)
- Redis (In memory Store)
- Base (Column Store)
- Titan DB (Grafos)

•

# Modelos de datos

### Modelo de Datos

- Un Modelo es una notación para escribir datos
- En este curso se verán en detalles dos modelos:
  - Relacional
  - Semiestructurados (key-value, XML, grafos)
- Modelo relacional es el modelo más usado en ambiente de producción, pero ha existido la necesidad de utilizar cada vez más modelos semiestructurados.

Busca almacenar datos en tablas:

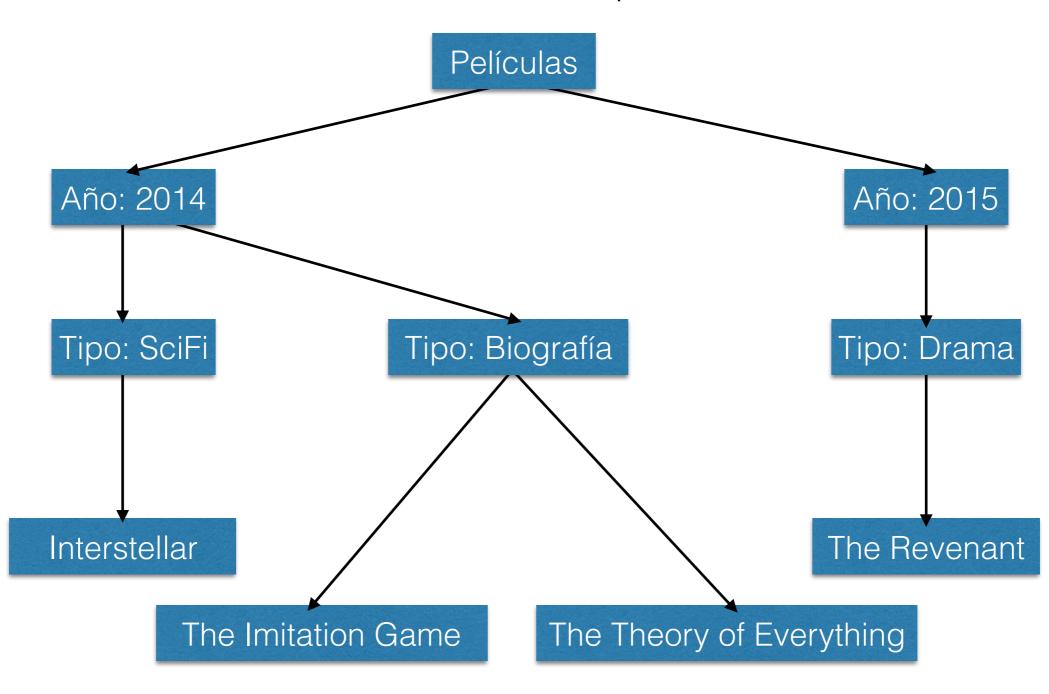
#### Busca almacenar datos en tablas:

ID Película	Nombre Película	Año	Categoría	Calificación (IMDB)
1	Interstellar	2014	Fantasía	8.6
2	The Revenant	2015	Drama	8.1
3	The Imitation Game	2014	Biografía	8.1
4	The Theory of Everything	2014	Biografía	7.7

- Aunque parecen arreglos o listas (de Python por ejemplo) existen muchas diferencias
- Generalmente, se asume que están en Disco y no en Memoria
- No podemos hacer todo lo que queramos con esto
- Vamos a ver como manejar estos datos:
  - SQL
  - Álgebra Relacional

### Datos Semiestructurados

Estructura Jerárquica



# Datos Semiestructurados

```
<Películas>
  <Año valor="2014">
    <Tipo valor="Biografía">
      <Película nombre="The Imitation Game" calificación="8.1">
      </Película>
      <Película nombre="The Theory of Everything" calificación="7.7">
      </Película>
    </Tipo>
    <Tipo valor="SciFi">
      <Película nombre="Interstellar" calificación="8.6">
      </Película>
    </Tipo>
 </Año>
  <Año valor="2015">
    <Tipo valor="Drama">
      <Película nombre="The Revenant" calificación="8.1">
      </Película>
    </Tipo>
 </Año>
```

</Películas>

### Datos Semiestructurados

Key - Value

# Comparación

#### Ambos:

- Proveen solución para almacenar datos
- Son versátiles para modelar
- Ambos tienen lenguaje de consultas

#### Pero:

- Modelo relacional está definido por un esquema
- XML es más flexible, no está separado por un esquema

# Comparación

#### Ambos:

- Proveen solución para almacenar datos
- Son versátiles para modelar
- Ambos tienen lenguaje de consultas

#### Pero:

- Modelo relacional está definido por un esquema
- XML es más flexible, no está separado por un esquema

El modelo relacional al ser menos flexible es más simple pero también limitado

### Otros Modelos

- Bases de Datos orientados a objetos
- Modelo Objeto Relacional
- Bases de Datos de Grafos

### Otros Modelos

- Bases de Datos orientados a objetos
- Modelo Objeto Relacional
- Bases de Datos de Grafos

Tenemos que aprender las diferencias y cuando usar qué!

Los datos se almacenan como tablas:

Los datos se almacenan como tablas:

#### Películas

ID Película	Nombre Película	Año	Categoría	Calificación (IMDB)
1	Interstellar	2014	Fantasía	8.6
2	The Revenant	2015	Drama	8.1
3	The Imitation Game	2014	Biografía	8.1
4	The Theory of Everything	2014	Biografía	7.7

Los datos se almacenan como tablas:

#### Películas

ID Película	Nombre Película	Año	Categoría	Calificación (IMDB)
1	Interstellar	2014	Fantasía	8.6
2	The Revenant	2015	Drama	8.1
3	The Imitation Game	2014	Biografía	8.1
4	The Theory of Everything	2014	Biografía	7.7

#### Distinguimos:

- Relaciones: a cada taba le llamamos relación
- Atributos: son las columnas de la relación
- Tuplas: son las filas de la relación

#### Películas

ID Película	Nombre Película	Año	Categoría	Calificación (IMDB)
1	Interstellar	2014	Fantasía	8.6
2	The Revenant	2015	Drama	8.1
3	The Imitation Game	2014	Biografía	8.1
4	The Theory of Everything	2014	Biografía	7.7

- En este caso tenemos la relación Películas
- Los atributos de la relación Películas son ID\_Película, Nombre\_Película, Año, Categoría y Calificación.

Esquema

Para denominar relaciones escribimos su nombre y luego sus atributos entre paréntesis:

Esquema

Para denominar relaciones escribimos su nombre y luego sus atributos entre paréntesis:

Películas(id, nombre, año, categoría, calificación)

Esquema

Un esquema es un conjunto de relaciones con sus atributos:

Esquema

Un esquema es un conjunto de relaciones con sus atributos:

Películas(id, nombre, año, categoría, calificación)

Actor(id, nombre, edad)

Actuó\_en(id\_actor, id\_película)

Dominio

En la práctica, asumimos que cada atributo tiene un dominio (float, integer, string, date, ...)

Dominio

En la práctica, asumimos que cada atributo tiene un dominio (float, integer, string, date, ...)

```
Películas(id:int, nombre:string, año:int, categoría:string, calificación:float)
```

Instancia

Una **instancia** de un **esquema** es un conjunto de tuplas para cada relación del esquema

Instancia

Una **instancia** de un **esquema** es un conjunto de tuplas para cada relación del esquema

Esto es un esquema:

ID Película Nombre Película Año Categoría Calificación (IMDB)

Instancia

Una instancia de un esquema es un conjunto de tuplas para cada relación del esquema

#### Esto es una instancia:

<b>ID Película</b>	Nombre Película	Año	Categoría	Calificación (IMDB)
1	Interstellar	2014	Fantasía	8.6
2	The Revenant	2015	Drama	8.1
3	The Imitation Game	2014	Biografía	8.1
4	The Theory of Everything	2014	Biografía	7.7

Restricciones de integridad

Son restricciones que imponemos a un esquema que todas las instancias deben satisfacer

Restricciones de integridad

Son restricciones que imponemos a un esquema que todas las instancias deben satisfacer

La restricción más importante son las **llaves** 

Un conjunto de atributos forma una **llave** en una **relación** si no permitimos que existan dos tuplas para esa relación con los mismos valores en todos los atributos de la llave, y no hay un subconjunto de esos atributos que cumpla esa condición.

Ejemplo: Llaves

¿Cuál es la llave?

Ejemplo: Llaves

#### ¿Cuál es la llave?

ID Película	Nombre Película	Año	Categoría	Calificación (IMDB)
1	Interstellar	2014	Fantasía	8.6
2	Batman	2005	Acción	8.3
3	The Imitation Game	2014	Biografía	8.1
4	The Theory of Everything	2014	Biografía	7.7
5	Batman	1995	Acción	5.4

#### Nota:

- Batman Begins (2005)
- Batman Forever (1995)

Llaves

Cuando escribimos las relaciones subrayamos las llaves

#### Modelo Relacional

Llaves

Cuando escribimos las relaciones subrayamos las llaves

Películas(<u>id</u>, nombre, año, categoría, calificación)

# Cómo consultar bases de datos

#### actores

id	nombre	edad
1	Leonardo DiCaprio	41
2	Matthew McConaughey	46
3	Daniel Radcliffe	27
4	Jessica Chastain	39

#### actuo\_en

id_actor	id_pelicula
1	2
2	1
4	1
3	3
1	5

#### peliculas

id	nombre	año	categoria	calificacion	director
1	Interstellar	2014	SciFi	8.6	C. Nolan
2	The Revenant	2015	Drama	8.1	A. Iñárritu
3	Harry Potter	2011	Fantasía	8.1	D. Yates
4	The Theory of Everything	2014	Biografía	7.7	J. Marsh
5	Inception	2010	Adventure	8.8	C. Nolan

Ejemplo 1

#### Liste el nombre de todos los actores

# Leonardo DiCaprio Matthew McConaughey Daniel Radcliffe Jessica Chastain

Ejemplo 2

Liste el nombre y la calificación de todas las películas

nombre	calificacion
Interstellar	8.6
The Revenant	8.1
Harry Potter	8.1
The Theory of Everything	7.7
Inception	8.8

Ejemplo 3

Liste el nombre y la calificación de todas las películas con calificación inferior a 8.5

nombre	calificacion
The Revenant	8.1
Harry Potter	8.1
The Theory of Everything	7.7

Ejemplo 4

Liste el todas las películas de Nolan

id	nombre	año categoria	calificacion	director
1	Interstellar	2014 SciFi	8.6	C. Nolan
5	Inception	2010 Adventure	8.8	C. Nolan

Ejemplo 5

Liste todos los id de los actores de la película "Interstellar"

id	
2	
4	

Ejemplo 6

Liste cada actor junto a todas las películas en las que ha actuado

id	nombre	nombre_pelicula
1	Leonardo DiCaprio	The Revenant
1	Leonardo DiCaprio	Inception
2	Matthew McConaughey	Interstellar
3	Daniel Radcliffe	Harry Potter
4	Jessica Chastain	Interstellar

Ejemplo 7

Liste todas las películas en que actúe Leonardo DiCaprio y que sean dirigidas por C. Nolan

nombre

Inception

Ejemplo 8

Liste todas las películas y la calificación en que actúe Leonardo DiCaprio o que sean dirigidas por C. Nolan

nombre	calificacion
Interstellar	8.6
The Revenant	8.1
Inception	8.8

Ejemplo 9

Liste el nombre de todos los actores y directores

nombre
Leonardo DiCaprio
Matthew McConaughey
Daniel Radcliffe
Jessica Chastain
C. Nolan
A. Iñárritu
D. Yates
J. Marsh

Ejemplo 10

Liste el nombre de todos los actores dirigidos por C. Nolan y A. Iñárritu

id	nombre	edad
1	Leonardo DiCaprio	41

¿Qué podemos concluir?

¿Qué podemos concluir?

- Los resultados de las consultas también son tablas
- Parecen haber operaciones en común

# Álgebra relacional de selección, proyección y unión

- Lenguaje teórico
- Posee un conjunto de operadores que como input toman tablas, y como output devuelven tablas

$$\pi,\sigma,\cup,\times$$

 Durante el curso veremos cómo este lenguaje forma los cimientos de todos los lenguajes de consulta

# Operadores

Sea R una relación, entonces  $\pi_{a_1,...,a_n}(R)$  es una nueva relación que deja sólo a los atributos  $a_1,...,a_n$  de R

Sea R una relación, entonces  $\pi_{a_1,...,a_n}(R)$  es una nueva relación que deja sólo a los atributos  $a_1,...,a_n$  de R

Liste todos los actores:

Sea R una relación, entonces  $\pi_{a_1,...,a_n}(R)$  es una nueva relación que deja sólo a los atributos  $a_1,...,a_n$  de R

Liste todos los actores:

 $\pi_{nombre}(actores)$ 

Sea R una relación, entonces  $\pi_{a_1,...,a_n}(R)$  es una nueva relación que deja sólo a los atributos  $a_1,...,a_n$  de R

Liste todos los actores:

$$\pi_{nombre}(actores)$$

Liste el nombre y la calificación de todas las películas:

Sea R una relación, entonces  $\pi_{a_1,...,a_n}(R)$  es una nueva relación que deja sólo a los atributos  $a_1,...,a_n$  de R

Liste todos los actores:

$$\pi_{nombre}(actores)$$

Liste el nombre y la calificación de todas las películas:

$$\pi_{nombre, calificacion}(peliculas)$$

Sea R una relación, entonces  $\sigma_{condición}(R)$  es una nueva relación que deja sólo a las tuplas (filas) que satisfacen la condición

Sea R una relación, entonces  $\sigma_{condición}(R)$  es una nueva relación que deja sólo a las tuplas (filas) que satisfacen la condición

Las condiciones pueden ser:

Sea R una relación, entonces  $\sigma_{condición}(R)$  es una nueva relación que deja sólo a las tuplas (filas) que satisfacen la condición

Las condiciones pueden ser:

Sea R una relación, entonces  $\sigma_{condición}(R)$  es una nueva relación que deja sólo a las tuplas (filas) que satisfacen la condición

Las condiciones pueden ser:

Y se pueden combinar con:

Sea R una relación, entonces  $\sigma_{condición}(R)$  es una nueva relación que deja sólo a las tuplas (filas) que satisfacen la condición

Las condiciones pueden ser:

Y se pueden combinar con:

$$\wedge, \vee$$

Liste todas las películas de C. Nolan:

Liste todas las películas de C. Nolan:

$$\sigma_{director="C.Nolan"}(peliculas)$$

Liste todas las películas de C. Nolan:

$$\sigma_{director="C.Nolan"}(peliculas)$$

Liste todas las películas con calificación inferior a 8.5 y dirigidas por J. Marsh

$$\sigma_{calificacion < 8.5 \land director = "J.Marsh"}(peliculas)$$

Liste todas las películas de C. Nolan:

$$\sigma_{director="C.Nolan"}(peliculas)$$

Liste todas las películas con calificación inferior a 8.5 y dirigidas por J. Marsh

$$\sigma_{calificacion < 8.5 \land director = "J.Marsh"}(peliculas)$$

Liste el nombre y la calificación de todas las películas con calificación inferior a 8.5

$$\pi_{nombre, calificacion}(\sigma_{calificacion < 8.5}(peliculas))$$

#### Unión

Sean  $R_1, R_2$  relaciones con la misma cantidad de atributos y del mismo tipo, entonces  $R_1 \cup R_2$  es una nueva relación que contiene la unión de las tuplas de  $R_1$  y  $R_2$ 

Liste el nombre de todos los actores y directores

 $\pi_{nombre}(actores) \cup \pi_{director}(peliculas)$ 

#### Unión

Sean  $R_1, R_2$  relaciones con la misma cantidad de atributos y del mismo tipo, entonces  $R_1 \cup R_2$  es una nueva relación que contiene la unión de las tuplas de  $R_1$  y  $R_2$ 

Liste el nombre de todos los actores y directores

$$\pi_{nombre}(actores) \cup \pi_{director}(peliculas)$$

**Observación**: Las relaciones son conjuntos de tuplas, por lo que si una tupla está en  $R_{\rm 1}$  y  $R_{\rm 2}$ , la unión contiene a la tupla una sola vez

#### Renombrando atributos

Para cambiar nombres de atributos en una relación usamos el operador ho

```
Para cambiar:
```

```
peliculas(id, nombre, año, categoria,
calificacion, director) por
peliculas(id, name, year, category, rating,
director)
```

 $\rho((nombre \rightarrow name, a\tilde{n}o \rightarrow year,$ 

 $categoria \rightarrow category, calification \rightarrow rating), peliculas)$ 

#### Renombrando relaciones

Para cambiar nombres de relaciones (y usarlas más tarde) usamos el operador ho

Guardamos en actores\_jovenes todos los actores de menos de 30 años:

$$\rho(actores\_jovenes,\sigma_{edad<30}(actores))$$

Luego si queremos consultar los nombres de esos actores:

$$\pi_{nombre}(actores\_jovenes)$$

#### Producto Cruz

Nos falta cruzar información entre tablas

El operador × permite hacer el producto cartesiano de dos relaciones

**Observación**: La cardinalidad está dada por  $|R_1 \times R_2| = |R_1| \cdot |R_2|$ 

Liste todos los id de los actores de la película "Interstellar"

Liste todos los id de los actores de la película "Interstellar"

1) Hacemos el producto cruz de peliculas y actuo\_en

#### peliculas × actuo\_en

pelicula .id	pelicula.nom bre	pelicula. año	pelicula.c ategoria	pelicula.cali ficacion	pelicula. director	actuo_e n.id_act or	actuo_en.id _pelicula
1	Interstellar	2014	SciFi	8.6	C. Nolan	1	2
1	Interstellar	2014	SciFi	8.6	C. Nolan	2	1
1	Interstellar	2014	SciFi	8.6	C. Nolan	4	1
1	Interstellar	2014	SciFi	8.6	C. Nolan	3	3
1	Interstellar	2014	SciFi	8.6	C. Nolan	1	5
2	The Revenant	2015	Drama	8.1	A. Iñárritu	1	2
2	The Revenant	2015	Drama	8.1	A. Iñárritu	2	1
2	The Revenant	2015	Drama	8.1	A. Iñárritu	4	1
2	The Revenant	2015	Drama	8.1	A. Iñárritu	3	3
2	The Revenant	2015	Drama	8.1	A. Iñárritu	1	5

... ... ...

Liste todos los id de los actores de la película "Interstellar"

2) Filtramos cuando pelicula.id sea igual a actuo\_en.id\_pelicula

 $\sigma_{\it peliculas.id=actuo\_en.id\_pelicula}(\it peliculas \times actuo\_en)$ 

peliculas .id	peliculas.no mbre	pelicula s.año	peliculas. categoria		peliculas .director	actuo_e n.id_act or	actuo_en.id _pelicula
1	Interstellar	2014	SciFi	8.6	C. Nolan	2	1
1	Interstellar	2014	SciFi	8.6	C. Nolan	4	1
2	The Revenant	2015	Drama	8.1	A. Iñárritu	1	2
3	Harry Potter	2011	Fantasía	8.1	D. Yates	3	3
5	Inception	2010	Adventure	8.8	C. Nolan	1	5

Liste todos los id de los actores de la película "Interstellar"

3) Filtramos según el id de la película "Interstellar":

$$\sigma_{peliculas.id=1}($$
 $\sigma_{peliculas.id=actuo\_en.id\_pelicula}($ 
 $peliculas \times actuo\_en))$ 

peliculas .id	peliculas.no mbre	pelicula s.año	peliculas. categoria	peliculas.ca lificacion	peliculas .director	actuo_e n.id_act or	actuo_en.id _pelicula
1	Interstellar	2014	SciFi	8.6	C. Nolan	2	1
1	Interstellar	2014	SciFi	8.6	C. Nolan	4	1

Liste cada actor junto a todas las películas en las que ha actuado

Liste cada actor junto a todas las películas en las que ha actuado

Claramente debemos usar dos productos cruz y luego usar selección.

Liste cada actor junto a todas las películas en las que ha actuado

Claramente debemos usar dos productos cruz y luego usar selección.

Vamos a utilizar el "operador" Join ⋈. En realidad no es un operador, pues es definible con selección y producto cruz:

Liste cada actor junto a todas las películas en las que ha actuado

Claramente debemos usar dos productos cruz y luego usar selección.

Vamos a utilizar el "operador" Join ⋈. En realidad no es un operador, pues es definible con selección y producto cruz:

$$R_1 \bowtie_{condicion} R_2 = \sigma_{condicion}(R_1 \times R_2)$$

Liste todos los id de los actores de la película "Interstellar"

```
actuo\_en \bowtie_{peliculas.id=actuo\_en.id\_pelicula} \\ peliculas)
```

Liste cada actor junto a todas las películas en las que ha actuado

```
\pi_{actores.nombre,peliculas.nombre}(
actuo\_en \bowtie_{peliculas.id=actuo\_en.id\_pelicula}
peliculas \bowtie_{actores.id=actuo\_en.id\_actor}
actores)
```

Liste los actores dirigidos por C. Nolan y A. Iñárritu

Liste los actores dirigidos por C. Nolan y A. Iñárritu

```
\rho(peliculas\_join,\\ actuo\_en\bowtie_{peliculas.id=actuo\_en.id\_pelicula}\\ peliculas\bowtie_{actores.id=actuo\_en.id\_actor}\\ actores)\\ \pi_{actores.nombre,peliculas.nombre}(\\ \sigma_{pelicula.director="C.Nolan"\land pelicula.director="A.I\~narritu"}(\\ peliculas\_join))
```

Liste los actores dirigidos por C. Nolan y A. Iñárritu

```
\rho(peliculas\_join,\\ actuo\_en \bowtie_{peliculas.id=actuo\_en.id\_pelicula}\\ peliculas \bowtie_{actores.id=actuo\_en.id\_actor}\\ actores)\\ \pi_{actores.nombre,peliculas.nombre}(\\ \sigma_{pelicula.director="C.Nolan" \land pelicula.director="A.I\~narritu"}(\\ peliculas\_join))
```

La consulta anterior no funciona, ¿por qué?

```
\rho(peliculas\_join, \\ actuo\_en \bowtie_{peliculas.id=actuo\_en.id\_pelicula} \\ peliculas \bowtie_{actores.id=actuo\_en.id\_actor} \\ actores)
```

```
\rho(peliculas\_join, \\ actuo\_en \bowtie_{peliculas.id=actuo\_en.id\_pelicula} \\ peliculas \bowtie_{actores.id=actuo\_en.id\_actor} \\ actores) \\ \rho(peliculas\_nolan, \\ \pi_{actores.id,actores.nombre}( \\ \sigma_{pelicula.director="C.Nolan"}( \\ \sigma_{peliculas\_join})) \\ \rho(peliculas\_join, \\ \sigma_{peliculas\_join})) \\ \rho(peliculas\_join, \\ \sigma_{peliculas\_join}))
```

Liste el nombre de todos los actores dirigidos por C. Nolan y A. Iñárritu

```
\rho(peliculas\_join,\\ actuo\_en\bowtie_{peliculas.id=actuo\_en.id\_pelicula}\\ peliculas\bowtie_{actores.id=actuo\_en.id\_actor}\\ actores)\\ \rho(peliculas\_nolan,\\ \pi_{actores.id,actores.nombre}(\\ \sigma_{pelicula.director="C.Nolan"}(\\ peliculas\_join))\\ \rho(peliculas\_join))\\ \rho(peliculas\_join)
```

 $\pi_{nombre}(peliculas\_nolan \cap peliculas\_inarritu)$ 

Sean las relaciones  $R_1, R_2$ , ambas con los mismos atributos, su intersección puede definirse con los operadores definidos anteriormente

$$\rho(R, R_1 \bowtie_{R_1.a_1 = R_2.a_1 \land \dots \land R_1.a_n = R_2.a_2} R_2)$$

$$R_1 \cap R_2 = \pi_{R_1.a_1 \land \dots \land R_n.a_n}(R)$$

Liste el nombre de todos los actores dirigidos por C. Nolan y no por A. Iñárritu

No podemos realizar esta consulta!

# Consultas monótonas

Sea E una expresión de álgebra relacional sobre un esquema S

E es monótona si para toda instancia I,J sobre S, si  $I\subseteq J$ , entonces se tiene  $E(I)\subseteq E(J)$ 

# Consultas monótonas

Sea E una expresión de álgebra relacional sobre un esquema S

E es monótona si para toda instancia I,J sobre S, si  $I\subseteq J$ , entonces se tiene  $E(I)\subseteq E(J)$ 

Si aumenta el tamaño de mi instancia, entonces el resultado de mi consulta no disminuye!

# Consultas monótonas

Teorema: Toda consulta usando los operadores

$$\rho, \times, \sigma, \pi, \cup$$

es monótona

Sean las relaciones  $R_1, R_2$ , ambas con los mismos atributos, su diferencia  $R_1 - R_2$  es una nueva relación que contiene la diferencia (de conjuntos) entre las tuplas de ambas relaciones

```
\rho(peliculas\_join, \\ actuo\_en \bowtie_{peliculas.id=actuo\_en.id\_pelicula} \\ peliculas \bowtie_{actores.id=actuo\_en.id\_actor} \\ actores)
```

```
\rho(peliculas\_join,\\actuo\_en\bowtie_{peliculas.id=actuo\_en.id\_pelicula}\\peliculas\bowtie_{actores.id=actuo\_en.id\_actor}\\actores)\\\rho(peliculas\_nolan,\\\pi_{actores.id,actores.nombre}(\\\sigma_{pelicula.director="C.Nolan"}(\\\sigma_{peliculas\_join}))\\\rho(peliculas\_join))\\\rho(peliculas\_join))\\\rho(peliculas\_join)
```

Liste el nombre de todos los actores dirigidos por C. Nolan y no por A. Iñárritu

```
\rho(peliculas\_join, \\ actuo\_en \bowtie_{peliculas.id=actuo\_en.id\_pelicula} \\ peliculas \bowtie_{actores.id=actuo\_en.id\_actor} \\ actores) \\ \rho(peliculas\_nolan, \\ \pi_{actores.id,actores.nombre}( \\ \sigma_{pelicula.director="C.Nolan"}( \\ \sigma_{peliculas\_join})) \\ \rho(peliculas\_join, \\ \sigma_{peliculas\_join})) \\ \rho(peliculas\_join, \\ \sigma_{peliculas\_join}))
```

 $\pi_{nombre}(peliculas\_nolan - peliculas\_inarritu)$