

שיטות נומריות בהנדסה אוירונטית- סמסטר אביב תשע"ח

גליון 1

שאלה 1

יש להגיש את הפתרון לשאלה 1 בהתאם להוראות המופיעות באתר הקורס.

המשוואות הבאות מתארות דיפוזיה ותגובה כימית של חלקיקי חומר מגיב בתחום:  $0 < x < 1$

$$(1) \quad T'' + \frac{2}{x}T' = -\phi^2 \beta C e^{\gamma\left(1-\frac{1}{T}\right)}$$

$$(2) \quad C'' + \frac{2}{x}C' = \phi^2 C e^{\gamma\left(1-\frac{1}{T}\right)}$$

כאשר  $d/dx = ( )'$ ,  $C$  = ריכוז המגיב,  $T$  = הטמפרטורה. הקבועים  $\phi, \gamma, \beta$  הינם אנרגיית השפעול, התרמיסיות, ומודולוס Thiele, בהתאמה. ערכים טיפוסיים לקבועים:  $\phi = 14.44, \gamma = 20, \beta = 0.02$ .

תנאי השפה: ב  $x = 0$ :  $T'(0) = C'(0) = 0$

(הערה: יש לשים לב לסינגולריות של האברים עם נגזרת ראשונה במשוואות (1) ו-(2). כיון שהפתרון חלק בקרבת נקודה זו ניתן להשתמש בחוק L'hospital שם.)

ב  $x = 1$ :  $T(1) = C(1) = 1$

יש למצוא את פילוג הטמפרטורה והריכוז בתחום הפתרון בעזרת: (A) שיטת היריה ו-(B) הפרשים סופיים, ולהשוות בין תוצאות שתי הגישות.

שאלה 2 (שאלת ריענון)

נתונה המשוואה הדיפרנציאלית  $dy/dx = y' = f(x, y)$  עם תנאי התחלה  $y(0) = I$ . נתונה גם השיטה הנומרית הבאה:

$$y_{n+1} = y_n + h[\alpha f_n + \beta f_{n-1}] + R$$

כאשר  $h =$  צעד האינטגרציה ו- $\alpha, \beta$  קבועים ו- $R =$  השגיאה המקומית. **(10%)** [א] האם שיטה זו מפורשת או סתומה? יש להסביר את תשובתך. האם היא חד- או רב-צעדית? יש להסביר את תשובתך.

**(30%)** [ב] ע"י פיתוחי טור טיילור יש למצוא את ערכי  $\alpha, \beta$  ואת השגיאה המקומית של השיטה  $R$ .

**(30%)** [ג] השיטה דלעיל מוצעת כשלב המעריך של שיטה מסוג מעריך-מתקן. המתקן המוצע:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24}[9f_{n+1} + 19f_n - 5f_{n-1} + f_{n-2}] + R$$

כאשר  $R = -\frac{19}{720}h^4 y^{(4)}(\xi)$  יש למצוא את התנאי להתכנסותה האיטרטיבית של מתקן זה.

**(30%)** [ד] אם לוקחים  $f = -Ay$  (כאשר  $A > 0$  וקבוע) האם המעריך יציב? יש להוכיח מתמטית את תשובתך.

**בהצלחה!**