Relazione 02: Interpolazione ed estrapolazione

Cafasso Dario
De Maria Giuseppe
De Rosa Mino
Pellecchia Pietro

June 18, 2018

Assegnata una certa funzione y=f(x) definita in un intervallo [a,b] , è possibile effettuare estrapolazione ed interpolazione a partire da un numero finito N di punti x_i in cui è noto il reale vlore y_i dell funzione interessata. A tal fine si puo ricorrere a due metodi: il metodo di Lagrange e quello di Aitken. In entrambi, una volta assegnato N, si stabilisce il numero M di punti in cui si vuole che la funzione sia rispettivamente interpolata ed esrtapolata.

Il metodo di Lagrange consiste nella ricerca del valore della funzione tramite la costruzione di un polinomio di grado N che passa per tutti gli N punti della funzione forniti all'inizio. Da ciò si evince che l'utilizzo di tanti punti di partenza genera un interpolazione più precisa, ma un'estrapolazione completamente inutile, data la forma incontrollabile che il polinomio assumerà fuori dall'intervallo di interpolazione.

Il codice fortran di cui ci siamo serviti è composto di due file. Nel drive, una volta parametrizzato l'intervallo [a,b] e assegnata la funzione in esame, è usata una chiamata a due subroutine, una per metodo. Esse forniscono il valore della funzione corrispondente all'i-esimo degli M punti desiderati.

Le chiamate al metodo di Aitken e di Lagrange vengono eseguite ciclicamente per tutti gli M punti e al contempo vengono stampati a video e scritti in un file dati i valori ottenuti.

Il codice prevede l'utilizzo di due nuovi oggetti del linguaggio fortran: subroutine e vettori.

Le subroutine sono delle procedure la cui forma è definita in un moduo esterno, la library, e che possono essere chiamte da qualunque drive. I vettori, sono degli insiemi di numeri che nel nostro caso sono usati per contenre gli N valori di x e di y assegnati.

Di seguito sono mostrati dati e grafici relativi alle interpolazioni e le estrapolazioni delle funzioni $sin(x)$, $ln(x)$ e $\frac{1}{x}$ rispettavamente negli intervalli [0;2π],[0.01;100],[-5;5], una volta assegnati N punti equispaziati.

funzione sin(x)

Prendendo in esame la funzione sin(x), abbiamo eseguito il codice una volta per ogni N punti iniziali, ottenendo cosi altrettanti file dati.

Da terminale abbiamo plottato tali dati mediante il programma gnuplot, e abbiamo ottenuto i seguenti risultati.

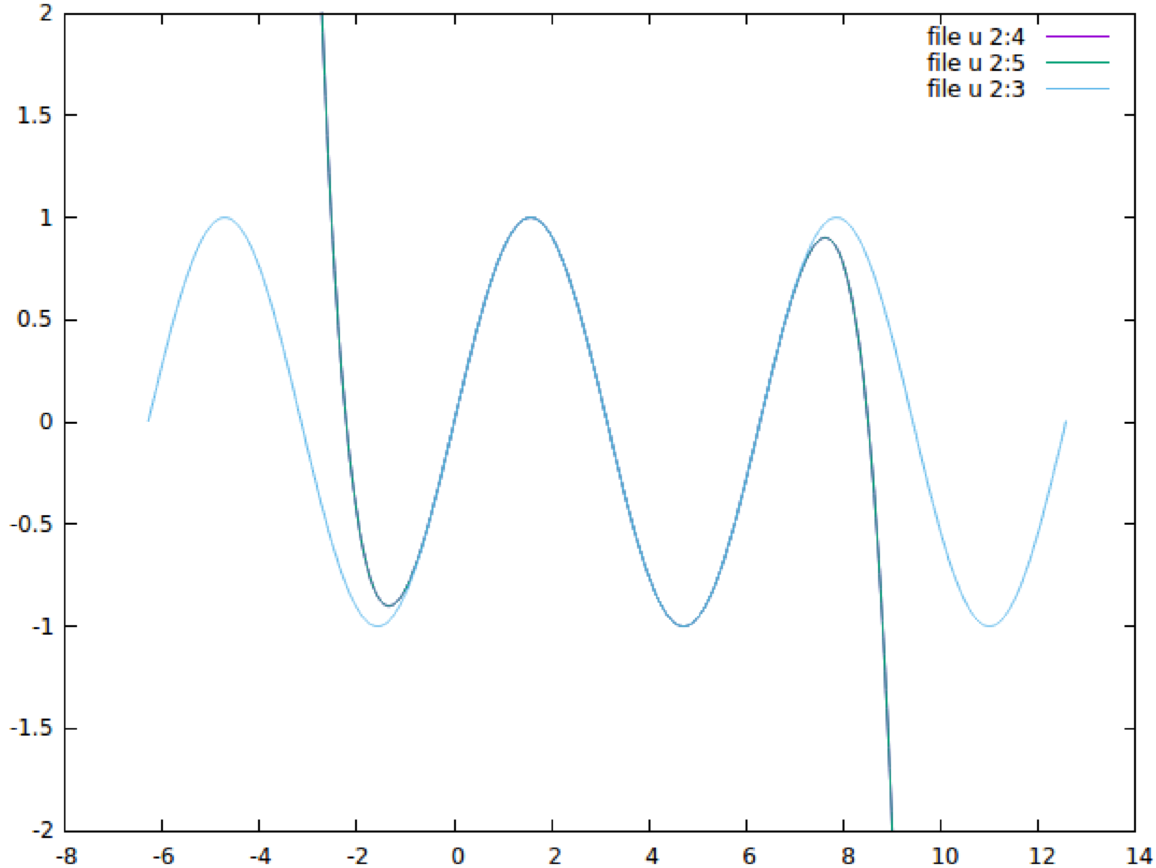

Figure 1: N=10

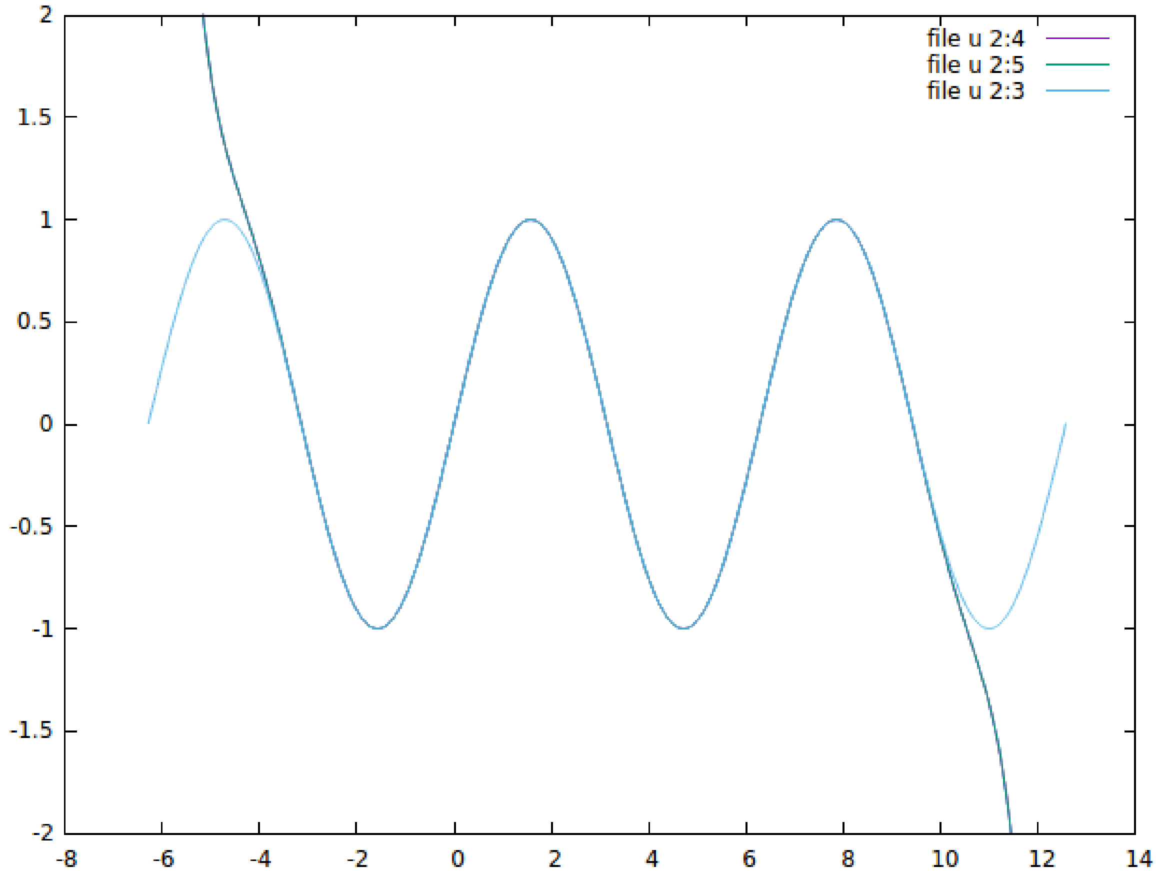

Figure 2: N=18

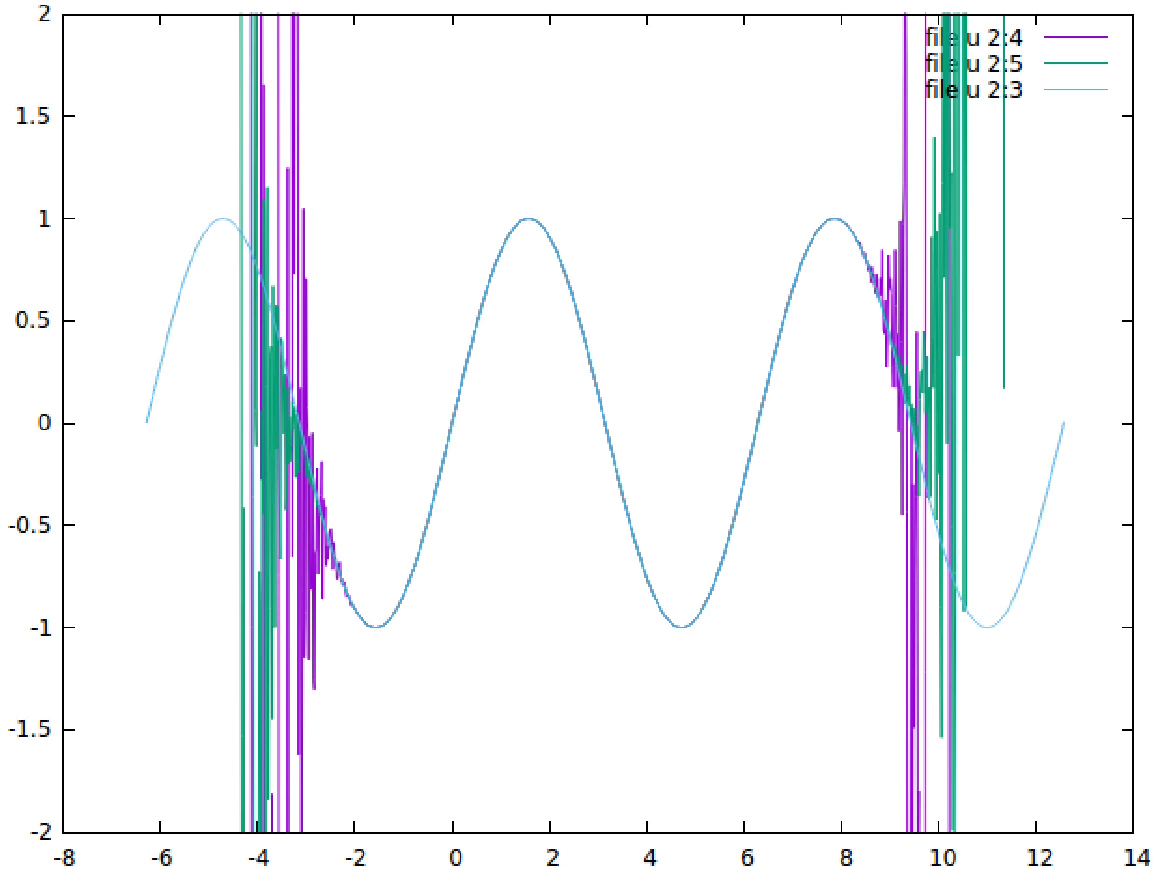

Figure 3: N=25

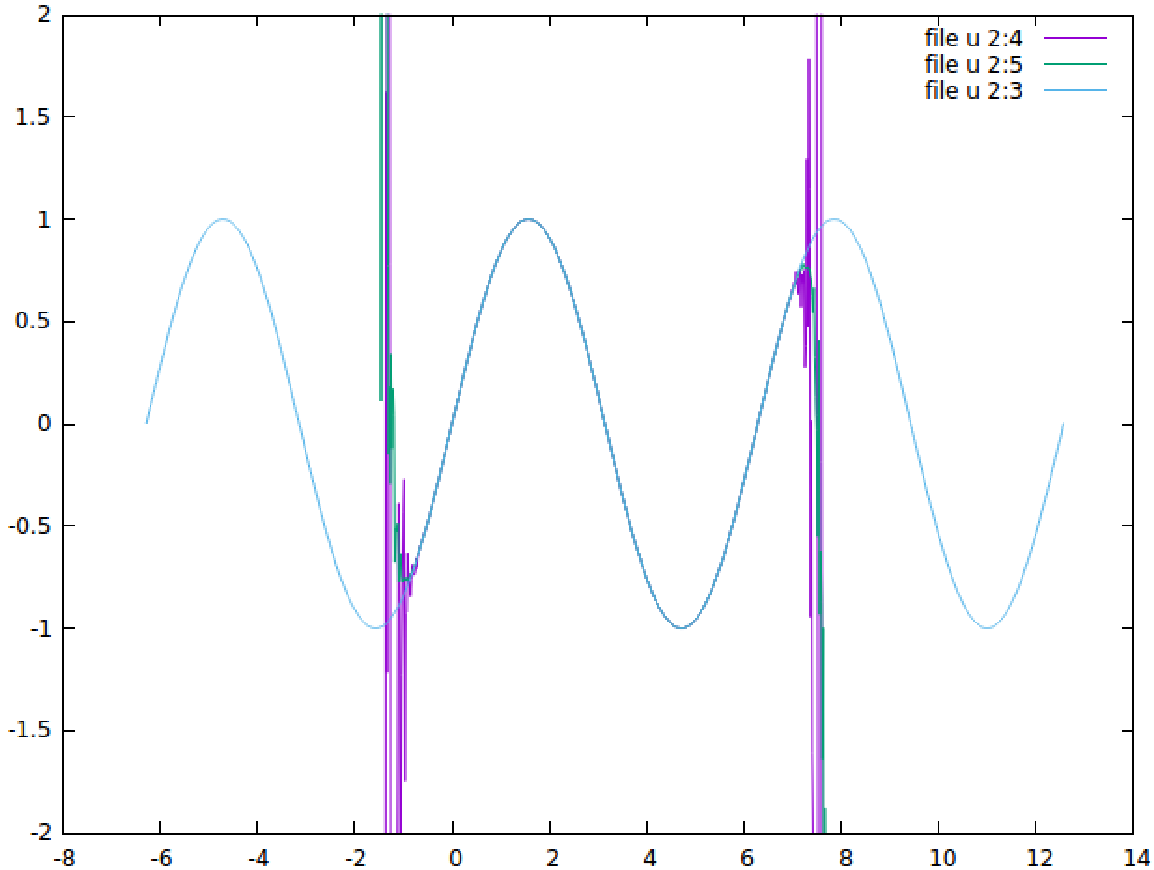

Figure 4: N=35

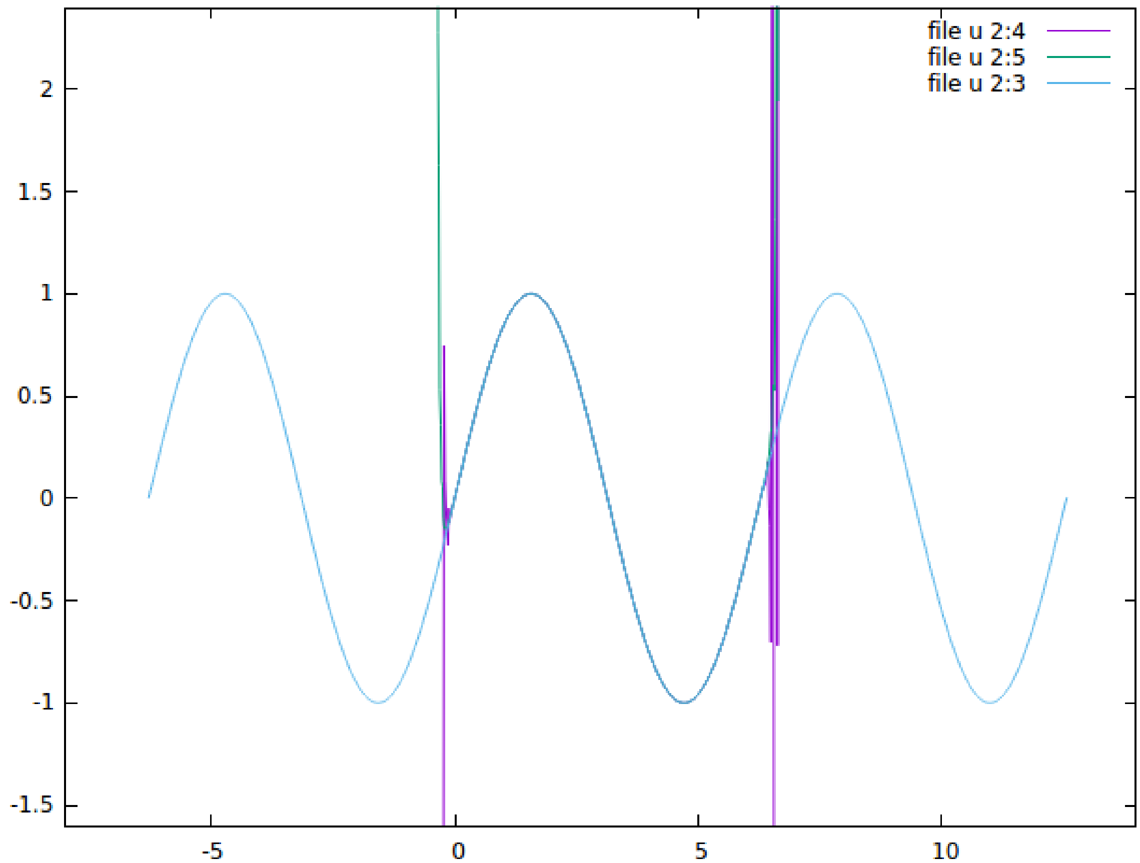

Figure 5: N=50

Si osserva facilmente quanto detto all'inizio sul metodo di Lagrange, ossia che maggiore è N e più il polinomio diventerà incontrollabile nell'intervallo di estrapolazione. Analogamente per Aitken, nonostante sia molto più stabile e meno impreciso di Lagrange, al crescere di N l'estrapolazione fallisce completamente.

Nel nostro caso, il numero di N che corrisponde all'estrapolazione e all'interpolazione migliori possibile è 18.

funzione ln(x)

Prendendo in esame la funzione ln(x), abbiamo eseguito il codice una volta per ogni N, ottenendo cosi altrettanti file dati.

Da termminale abbiamo plottato tali dati mediante il programma gnuplot, e abbiamo ottenuto i seguenti risultati.

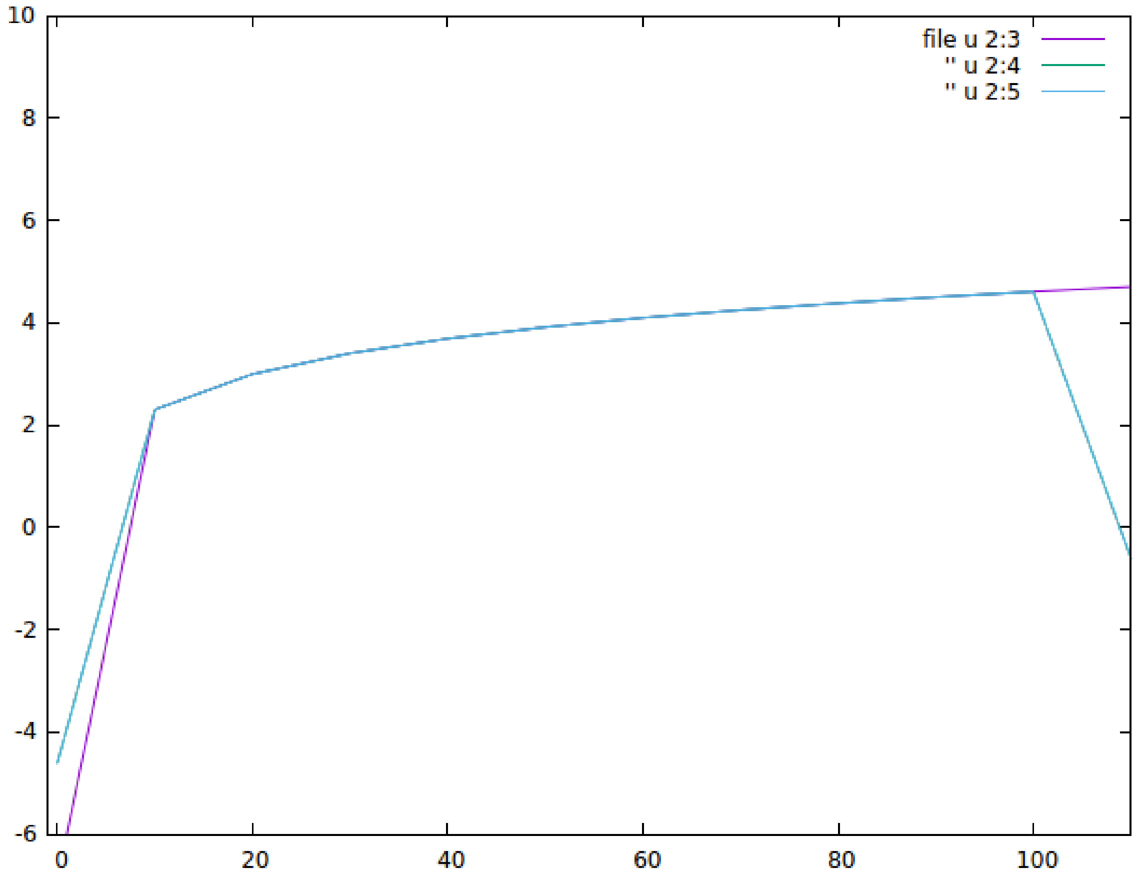

Figure 6: N=10

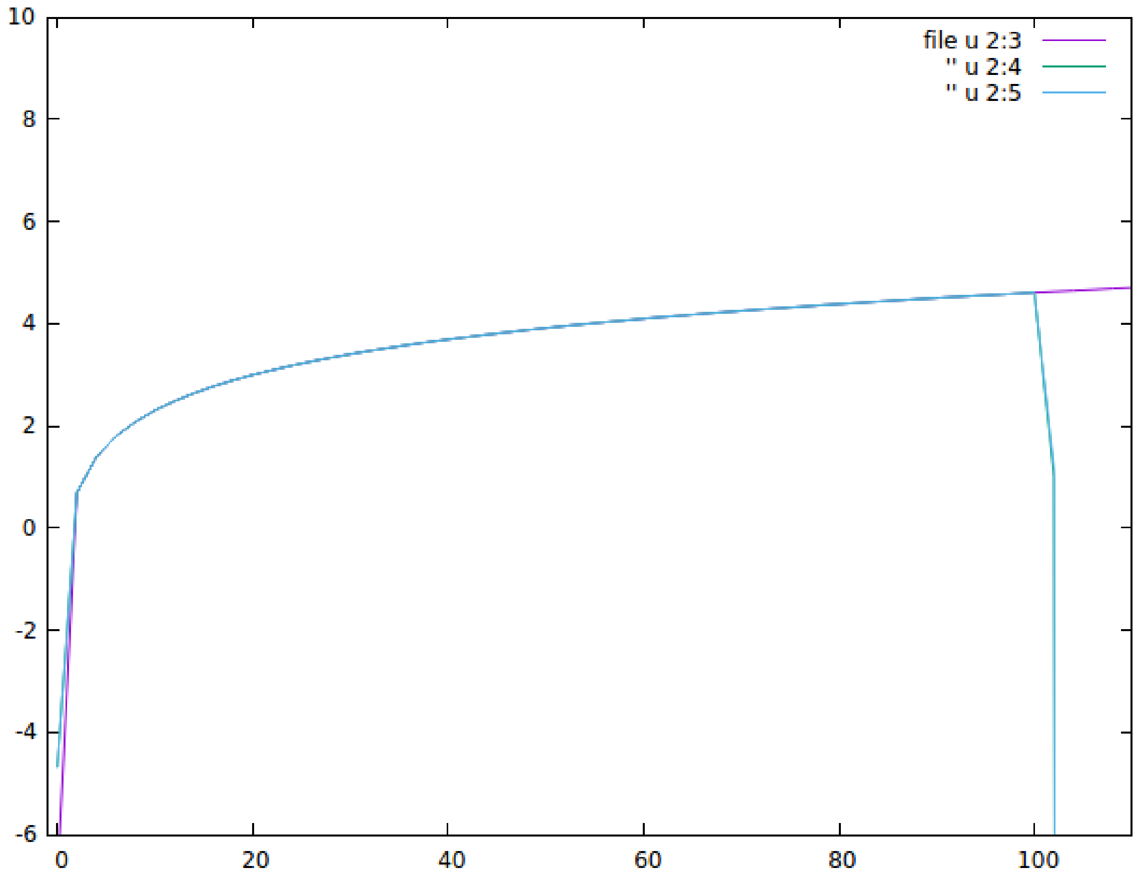

Figure 7: N=50

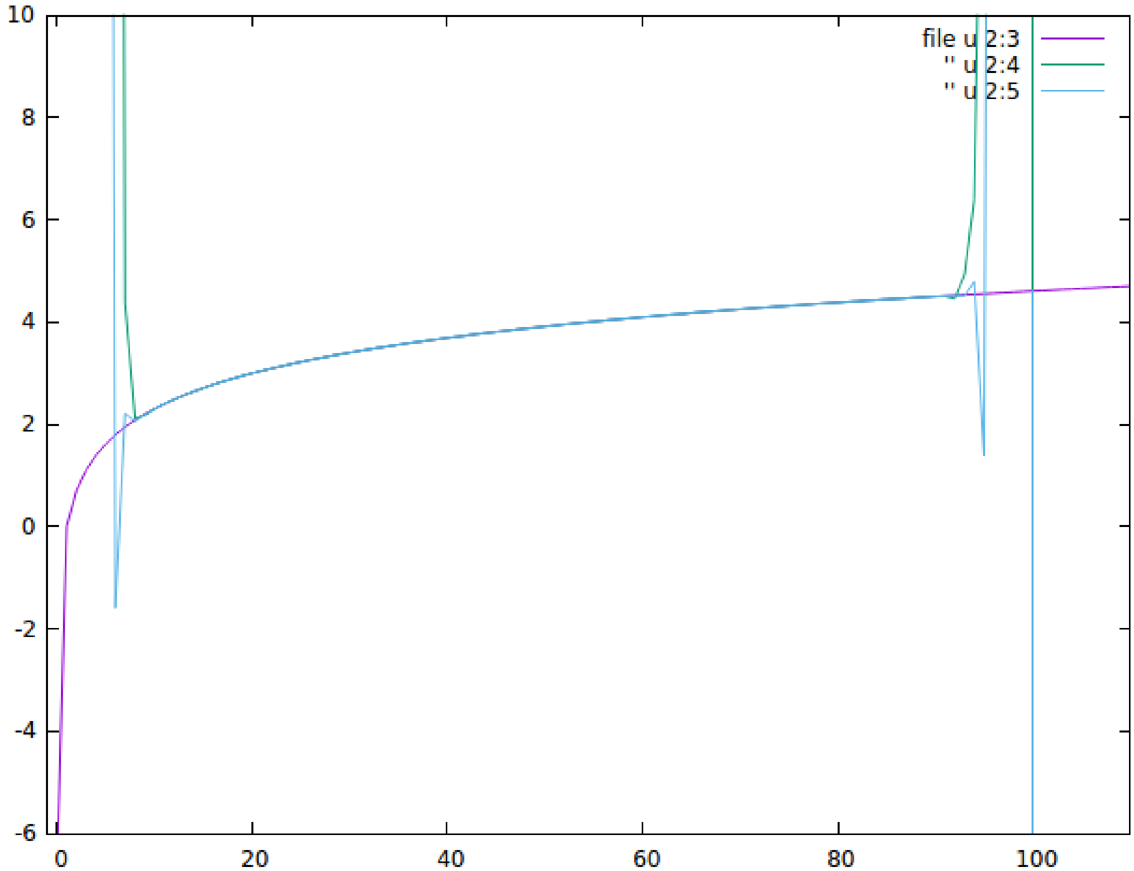

Figure 8: N= 100

In questo caso risulta impossibile ottenere un'estrapolazione efficiente a destra, ma N che ottimizza l'interpolazione e l'estrapolazione a sinistra è circa 50.

funzione 1/x

Prendendo in esame la funzione 1/x, abbiamo eseguito il codice una volta per ogni N, ottenendo cosi altrettanti file dati.

Da terminale abbiamo plottato tali dati mediante il programma gnuplot, e abbiamo ottenuto i seguenti risultati.

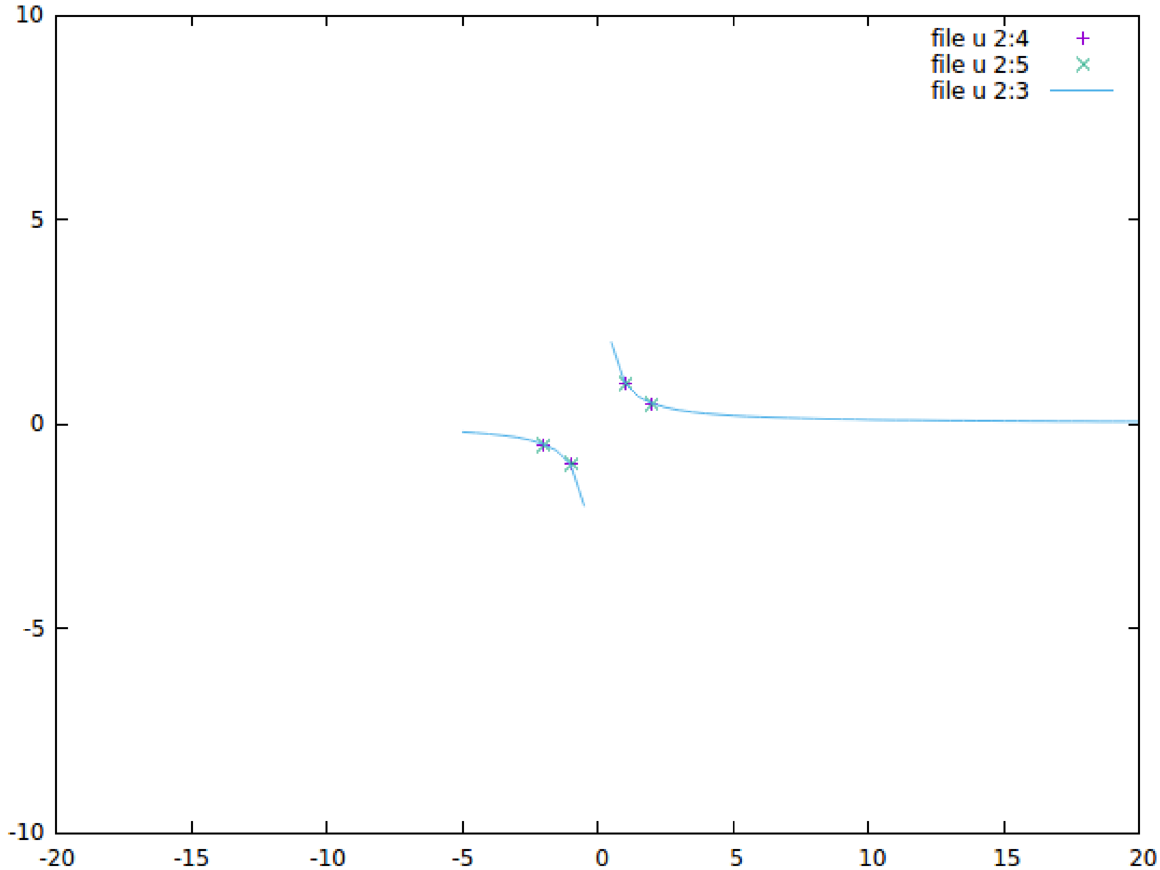

Figure 9: N=20

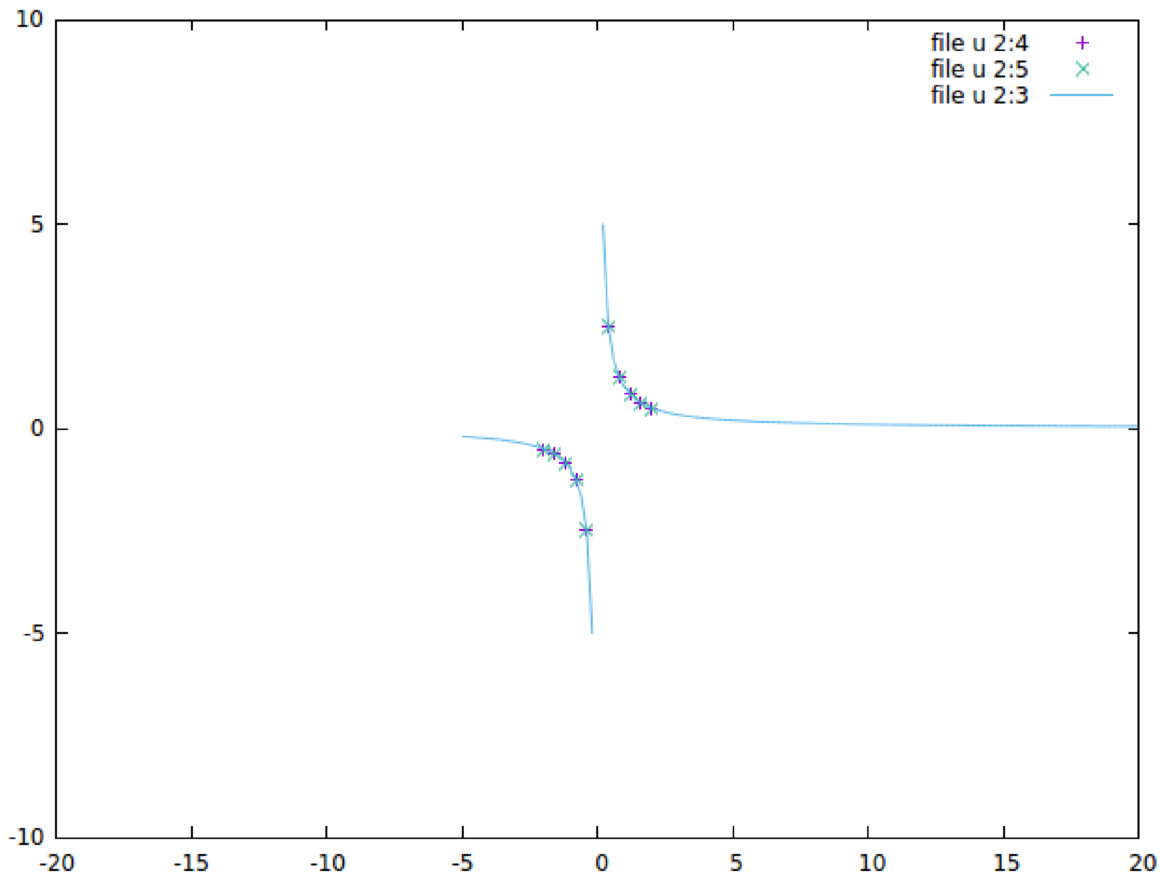

Figure 10: N=50

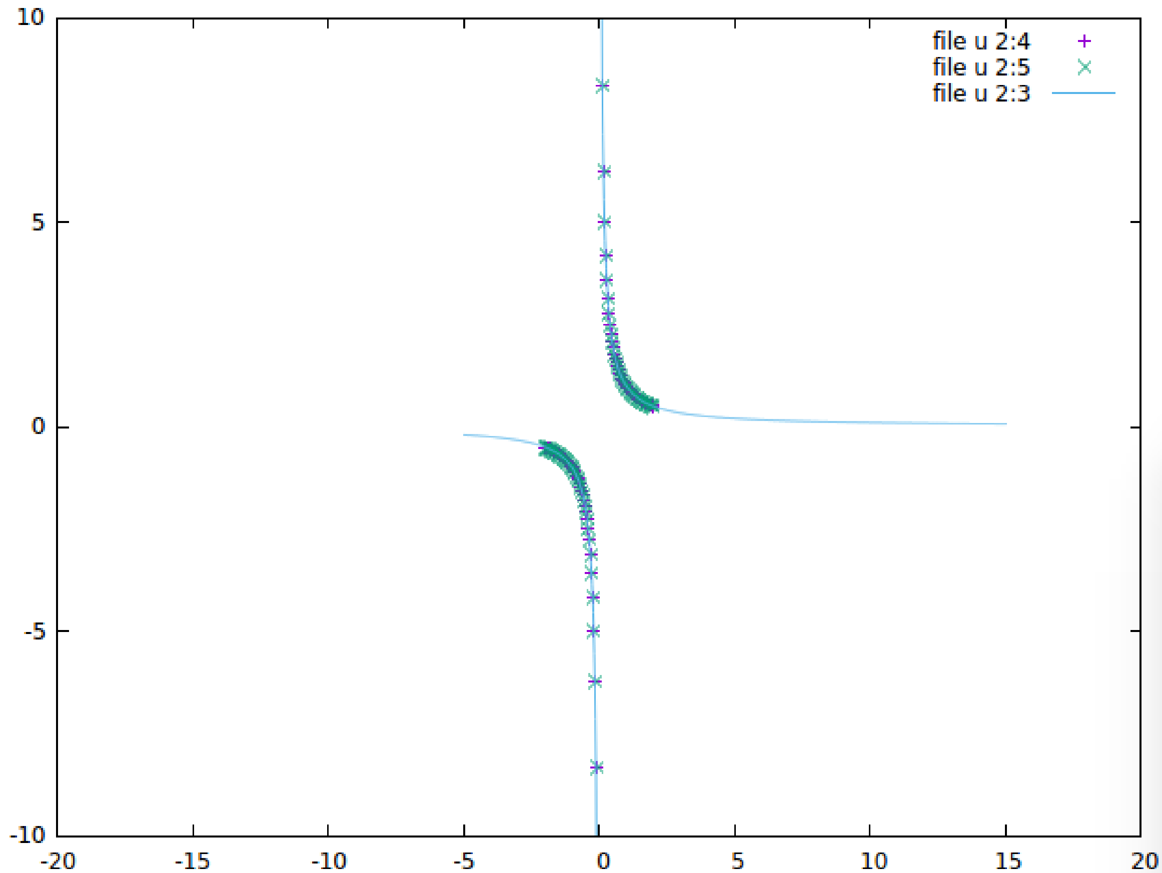

Figure 11: N=500

La particolare forma della funzione rende impossibile ottenere dai due metodi un numero di punti sufficiente per interpolare o estrapolare nell'intervallo dato prima di ricadere nell'errore numerico.