Задача 1. Завод увеличивал объем выпускаемой продукции ежегодно на одно и то же число процентов. Найти это число, если известно, что за два года объем выпускаемой продукции увеличился на 21%?

Решение.

Пусть объем выпускаемой продукции за год увеличивается на p%. С использованием формулы сложных процентов получаем уравнение:

$$\left(1+\frac{p}{100}\right)^2=1,21,$$
 из которого $p=10\%.$

Рассмотрим пример математической модели задачи, которая приводит к решению системы двух уравнений с двумя неизвестными.

Задача 2. Вера Ивановна положила в банк некоторую сумму на разные счета: один — с годовым доходом 6%, другой — 5%. Годовой доход по двум счетам составлял 51 000 рублей. Если внесенные на разные счета средства поменять местами, то годовой доход составит 48 000 рублей. Какую сумму внесла в банк Вера Ивановна?

Решение.

Пусть на первый счет Вера Ивановна положила x рублей, а на второй — y рублей. Тогда суммарный доход составит 0.06x + 0.05y, что по условию равно $51\ 000$. Если внесенные на разные счета средства поменять местами, то суммарный доход составит 0.05x + 0.06y, что по условию равно $48\ 000$. Решение системы уравнений

$$\begin{cases} 0.06x + 0.05y = 51000 \\ 0.05x + 0.06y = 48000 \end{cases}$$

приводит к искомому ответу: $x + y = 900\ 000$ (рублей).

Задача 3. По вкладу «А» банк в течении трех лет в конце каждого года увеличивает на 12% сумму, имеющуюся на вкладе, а по вкладу «Б» увеличивает эту сумму на 14% в течение каждого из первых двух лет. Какое наименьшее целое число процентов должен начислить банк по вкладу «Б» за третий год, чтобы вклад «Б» оказался выгоднее вклада «А»? Решение.

Пусть на каждый вклад была внесена сумма S. На вкладе «А» каждый год сумма увеличивается на 12%, то есть в 1,12 раза. Тогда через три года сумма

на вкладе «А» будет равна $1,12^3S = 1,404928S$. Аналогично на вкладе «Б» сумму через три года будет равна $1,14^2\left(1+\frac{p}{100}\right)S = 1,2996\left(1+\frac{p}{100}\right)S$, где p — натуральное число процентов.

По условию требуется найти наименьшее целое решение неравенства $1,2996\left(1+\frac{p}{100}\right)S > 1,404928S;$

$$p > \frac{1404928 - 1299600}{12996} = 8\frac{340}{3249}.$$

Следовательно, p = 9%.