#### Физико-технический мегафакультет



Физический факультет

Группа М3304	_К работе допущен
Студент Васильков Д.А, Лавренов Д.А.	_Работа выполнена
Преподаватель Шоев В.И.	Отчет принят

# Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №5.IBM1

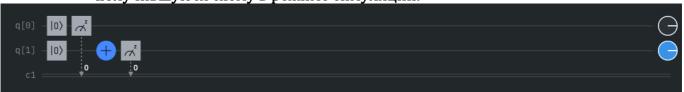
- 1) Цель работы
  - 1. Изучить функционал квантового компьютера ІВМ
- 2) Задачи, решаемые при выполнении работы
  - 1. Построить однокубитные квантовые цепи;
  - 2. Зарегистрировать результаты моделирования цепочек;
  - 3. Сравнить данные моделирований с теоретическими распределениями.
- 3) Объект исследования

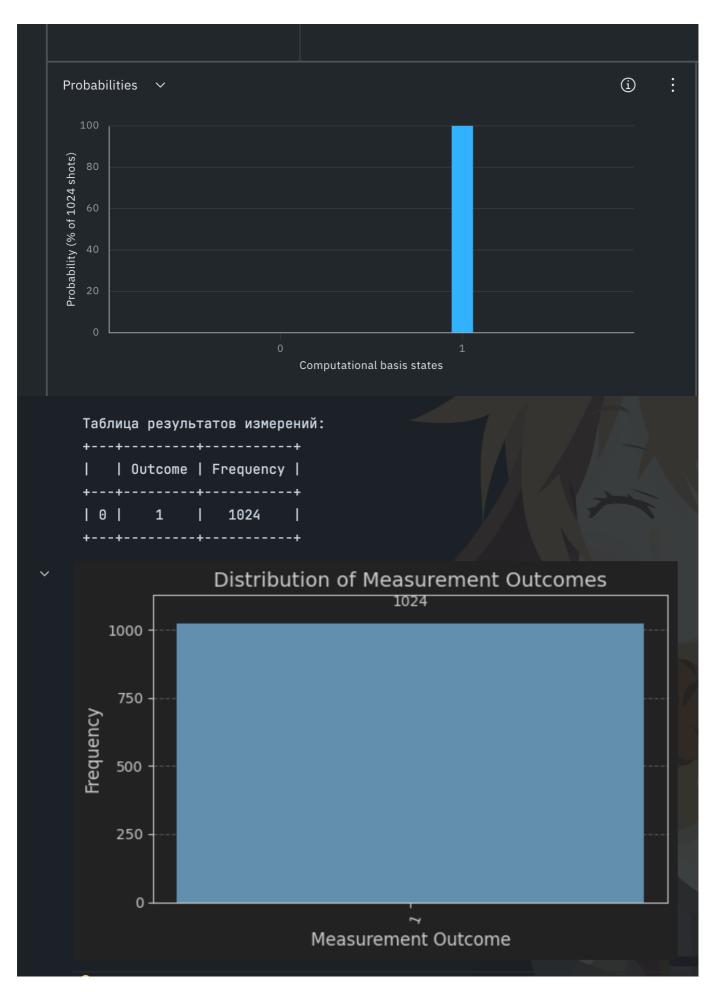
Квантовый компьютер, распределение вероятности однокубитных и многокубитных цепей.

4) Метод экспериментального исследования

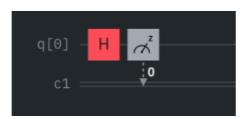
Внедрение вентилей в построение схем, проведение моделирований

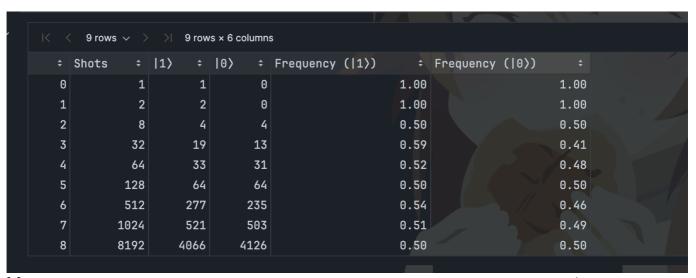
- 5) Выполнение упражнения №1:
  - 5.1. Зарегистрироваться в системе IBM Quantum
  - 5.2. Установить для одного кубита состояние  $| \ 0 \rangle$ , а для второго состояние  $| \ 1 \rangle$ . Добавьте операцию измерения для обоих кубитов и выполните получившуюся схему в режиме симуляции.





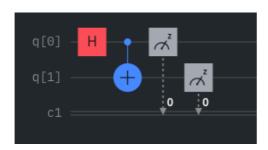
5.3. Приведите кубит в состояние суперпозиции  $\frac{1}{\sqrt{2}}(\mid 0 \rangle + \mid 1 \rangle)$ . Применение измерителя к кубиту. Для полученной схемы запустите симуляцию с числом выполнений 1, 2, 8, 32, 64, 128, 512, 1024, 8192. Формулирование выводов на основе получившихся результатов.

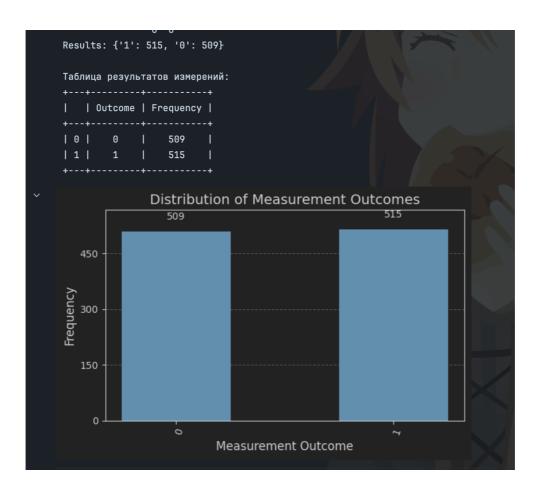


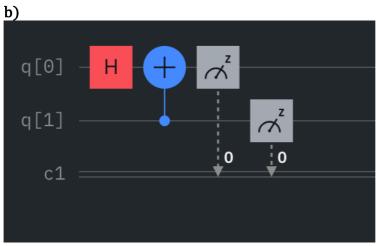


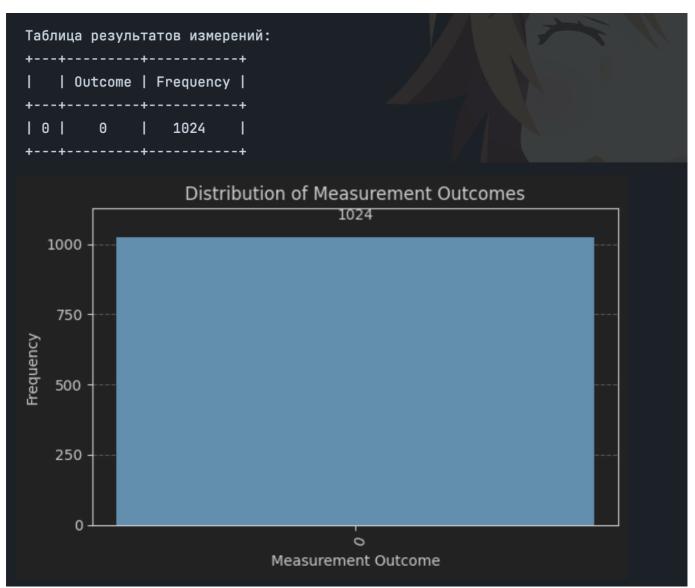
Можно заключить, что теоретическая модель находит подтверждение, а оператор Адамара может быть использован как однокубитный аналог системы из двух кубитов, находящихся в противоположных состояниях, где состояния  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$  имеют равную вероятность.

### 5.4. Сбор квантовых схем с рисунка 17 и их сравнение а)



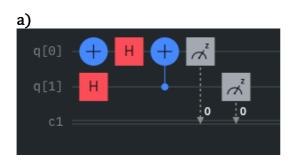


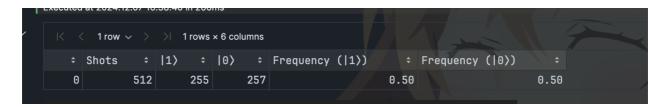


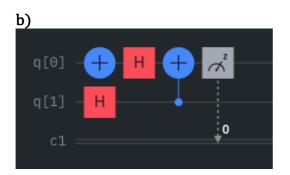


Полученные результаты соответствуют ожиданиям, поскольку схемы различаются лишь в выборе управляющих кубитов для вентиля CNOT. Кубит q[0] может находиться в состояниях  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$  с одинаковой вероятностью. Когда q[0] используется как управляющий, состояние управляемого кубита становится равновероятным для  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$ . Если же управляющим кубитом является q[1], то в q[0] инверсия не происходит. Когда q[1] — это управляемый кубит, его состояние становится равновероятным, а когда q[1] — управляющий, его состояние остаётся постоянным.

#### 5.5. Сборка квантовых схем с рисунка 18 и их сравнение



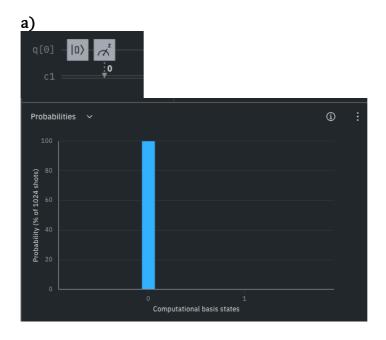


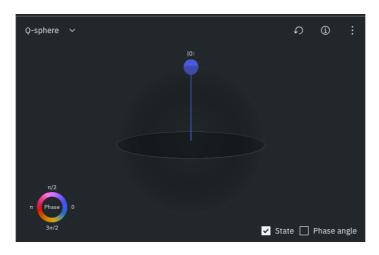




Из представленных выше таблиц видно, что каждый из кубитов может находиться как в состоянии  $|0\rangle$ , так и в состоянии  $|1\rangle$ .

### 5.6. Создание и запуск схем с рисунком 19



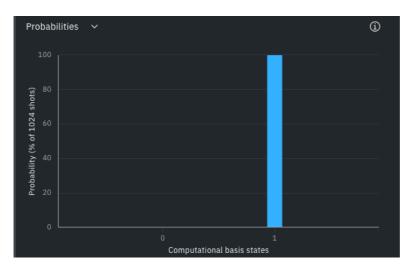


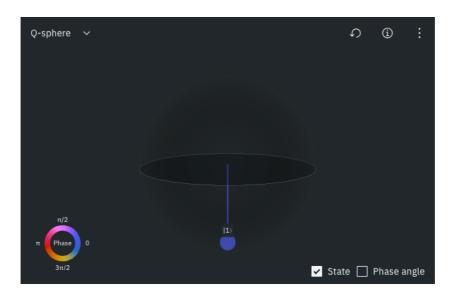


В данной схеме кубит находится только в одном состоянии —  $|0\rangle$ .

b)



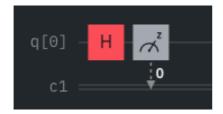


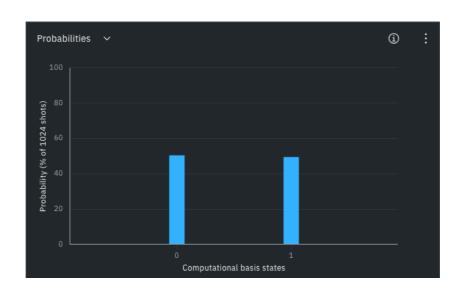


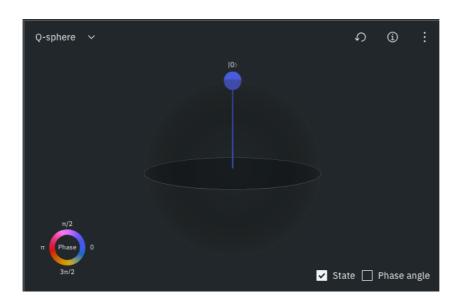


В этой схеме кубит также имеет только одно состояние -  $|1\rangle$ . Это произошло из-за применения оператора X вентиль.

c)

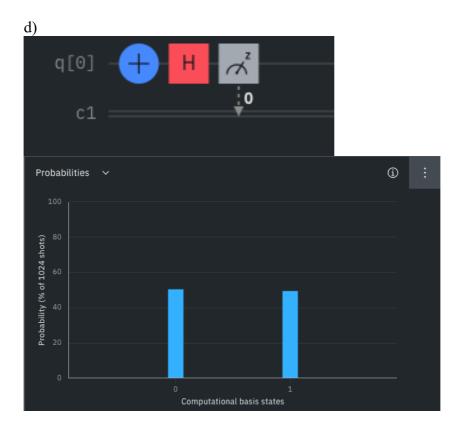


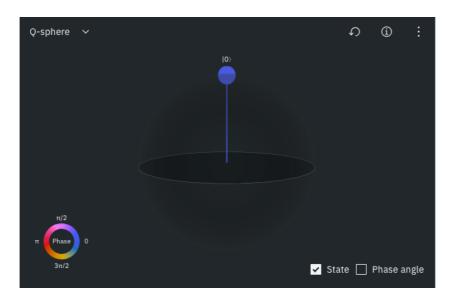






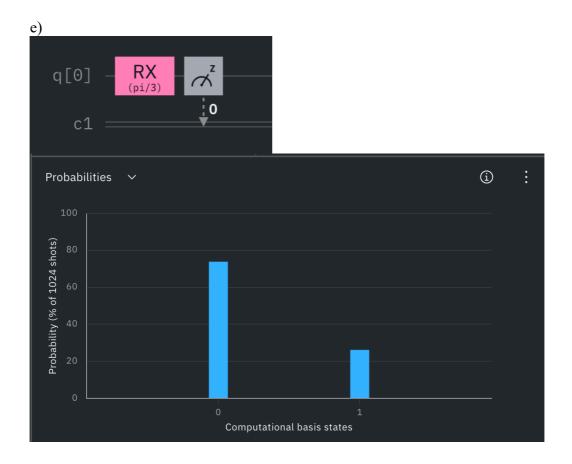
Сейчас наблюдается почти равномерное распределение вероятности между состояниями  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$ , что подтверждается симуляцией. Однако, из-за присутствия в схеме детерминированного наблюдения (Measurement), на Q-сфере отображается только одно состояние.

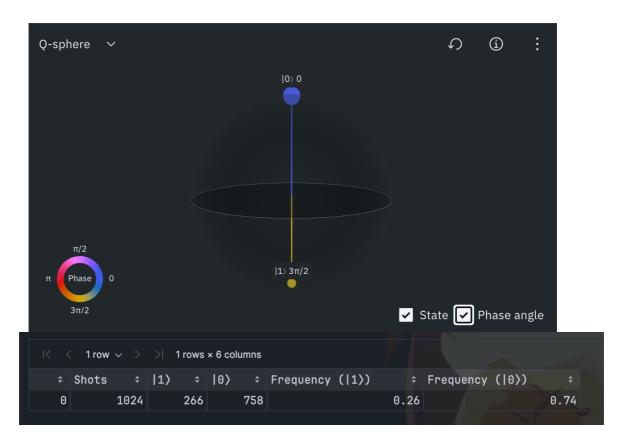




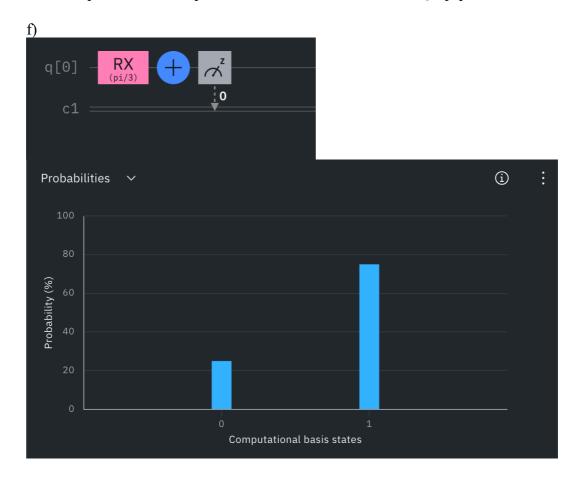


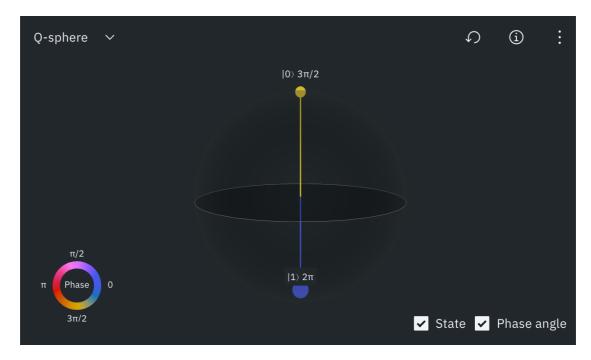
Сейчас наблюдается почти равномерное распределение вероятности между состояниями  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$ , что подтверждается симуляцией. Однако, из-за присутствия в схеме детерминированного наблюдения (Measurement), на Q-сфере отображается только одно состояние.





Полученные результаты можно интерпретировать через присутствие в схеме вентиля RX, который вызывает вращение относительно оси X на Q-сфере.



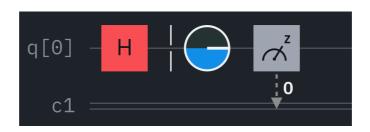




Полученные результаты можно интерпретировать через присутствие в схеме вентиля RX, который вызывает вращение относительно оси X на Q-сфере плюс в данной схеме присутствует оператор X, который переводит состояние  $|0\rangle$  в состояние  $|1\rangle$  и наоборот.

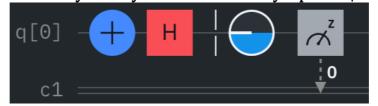
### 6) Выполнение упражнения №2:

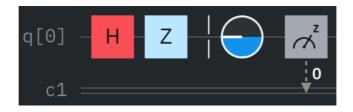
**6.1.** Получить кубит в состоянии суперпозиции  $\frac{1}{\sqrt{2}}(\mid 0 \rangle + \mid 1 \rangle)$ 





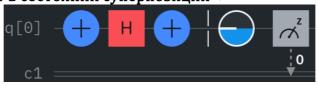
6.2. Двумя способами получите кубит в состоянии суперпозиции  $\frac{1}{\sqrt{2}}(\mid 0 \rangle - \mid 1 \rangle)$ 





```
Shots \div Frequency (quantity) |1\rangle \div Frequency (quantity) |0\rangle \div Frequency (out of 1) |1\rangle \div Frequency (out of 1) |0\rangle \div 1024.0 513.0 511.0 0.5009765625 0.4990234375
```

## 6.3. Получите кубит в состоянии суперпозиции $\frac{1}{\sqrt{2}}(-\mid 0 \rangle + \mid 1 \rangle)$



```
Shots \div Frequency (quantity) |1\rangle \div Frequency (quantity) |0\rangle \div Frequency (out of 1) |1\rangle \div Frequency (out of 1) |0\rangle \div 1024.0 512.0 0.5
```

#### 6.4. С помощью вентиля RX создайте кубит в состоянии (a|0>+b|1>)

Вариант задания	Вероятность  1>	Вероятность  0>
16	85	15



Вентиль RXотвечает за вращение на угол  $\theta$  относительно состояния оси X. В общем случае:

$$\widehat{RX} = \exp\left(-i\frac{\theta}{2}\widehat{X}\right) = \cos\frac{\theta}{2}\widehat{I} - i\sin\frac{\theta}{2}\widehat{X}$$

$$\widehat{RX} = \left(\left(\cos\frac{\theta}{2}; -i\sin\frac{\theta}{2}\right)^{T}; \left(-i\sin\frac{\theta}{2}; \cos\frac{\theta}{2}\right)^{T}\right)$$

Тогда:

$$\theta = 2\arccos\sqrt{0.15} \approx 2.346194$$

Необходимо применить квантиль  $P\left(\frac{\pi}{2}\right)$  для компенсации по фазе  $\varphi$  .

 Shots ⇒
 Frequency (quantity) |1⟩ ⇒
 Frequency (quantity) |0⟩ ⇒
 Frequency (out of 1) |1⟩ ⇒
 Frequency (out of 1) |0⟩ ⇒

 2048.0
 1752.0
 296.0
 0.85546875
 0.14453125

### 6.5 С помощью однокубитного вентиля RY получите кубит в состоянии суперпозиции (a|0>+b|1>)



Вентиль RYотвечает за вращение на угол  $\theta$  относительно состояния оси Y. В общем случае:

$$\widehat{RY} = exp\left(-i\frac{\theta}{2}\widehat{Y}\right) = cos\frac{\theta}{2}\widehat{I} - i\sin\frac{\theta}{2}\widehat{Y}$$

$$\widehat{RY} = \left(\left(cos\frac{\theta}{2}; i\sin\frac{\theta}{2}\right)^T; \left(-i\sin\frac{\theta}{2}; cos\frac{\theta}{2}\right)^T\right)$$

Тогда:

$$\theta = 2 \arccos \sqrt{0.85} \approx 2.346194$$



### 6.6. С помощью однокубитного вентиля U получите кубит в состоянии суперпозиции (a|0>+b|1>)



Вентиль Uотвечает за вращение на углы  $(\theta, \varphi, \lambda)$  относительно любого состояния. В общем случае:

$$\widehat{U}\left(\theta, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) = \widehat{RX}(\theta)$$

$$\widehat{U}(\theta, 0, 0) = \widehat{RX}(\theta)$$

$$\hat{U} = ((\cos\frac{\theta}{2}; \exp{(i\phi)}\sin\frac{\theta}{2})^T; (-\exp{i\lambda}\sin\frac{\theta}{2}; \exp{i(\phi + \lambda)}\cos\frac{\theta}{2}))^T)$$

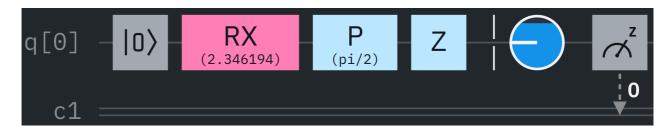
Тогда:

$$\theta = 2 \arccos \sqrt{015} \approx 2.346194$$

 Shots :
 Frequency (quantity) | 1 > :
 Frequency (quantity) | 0 > :
 Frequency (out of 1) | 1 > :
 Frequency (out of 1) | 0 > :

 2048.0
 1732.0
 316.0
 0.845703125
 0.154296875

### 6.7. С помощью однокубитного вентиля RX получите кубит в состоянии суперпозиции (a|0>-b|1>)

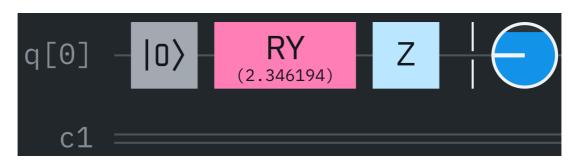


Применяем оператор Паули -  $|0> \to |0>$  и  $|1> \to -|1>$   $Z=((\mathbf{1};\mathbf{0})^T;(\mathbf{0};-\mathbf{1})^T)$ 

Необходимо применить квантиль  $P\left(\frac{\pi}{2}\right)$  для компенсации по фазе ф .

Shots ÷	Frequency (quantity)  1> ÷	Frequency (quantity)  0) ÷	Frequency (out of 1)  1> ÷	Frequency (out of 1)  0> ÷
2048.0	1745.0	303.0	0.85205078125	0.14794921875

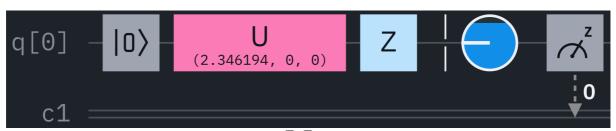
### 6.8 С помощью однокубитного вентиля RY получите кубит в состоянии суперпозиции (a|0>-b|1>)



Применяем оператор Паули -  $|0> \rightarrow |0>$  и  $|1> \rightarrow -|1>$   $Z=((\mathbf{1};\mathbf{0})^T;(\mathbf{0};-\mathbf{1})^T)$ 

Shots ÷	Frequency (quantity)  1> ÷	Frequency (quantity)  0) ÷	Frequency (out of 1) ÷	Frequency (out of 1)  0> ÷
2048.0	1750.0	298.0	0.8544921875	0.1455078125

### 6.9. С помощью однокубитного вентиля U получите кубит в состоянии суперпозиции a|0>-b|1>)



$$\widehat{U}\left(\theta, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) = \widehat{RX}(\theta)$$

$$\widehat{U}(\theta, 0, 0) = \widehat{RX}(\theta)$$

$$\hat{U} = ((\cos \frac{\theta}{2}; \exp{(i\phi)} \sin \frac{\theta}{2})^T; (-\exp{i\lambda} \sin \frac{\theta}{2}; \exp{i(\phi + \lambda)} \cos \frac{\theta}{2}))^T)$$

Применяем оператор Паули -  $|0> \rightarrow |0>$  и  $|1> \rightarrow -|1>$ 

$$Z = ((1; 0)^T; (0; -1)^T)$$

6.10. С помощью вентилей поворота получите кубит в состоянии (a|0>+b|1>)



Вентиль RYотвечает за вращение на угол  $\theta$  относительно состояния оси Y. В общем случае:

$$\widehat{RY} = exp\left(-i\frac{\theta}{2}\widehat{Y}\right) = cos\frac{\theta}{2}\widehat{I} - i\sin\frac{\theta}{2}\widehat{Y}$$

$$\widehat{RY} = \left(\left(cos\frac{\theta}{2}; i\sin\frac{\theta}{2}\right)^{T}; \left(-i\sin\frac{\theta}{2}; cos\frac{\theta}{2}\right)^{T}\right)$$

Вентиль RZотвечает за вращение на угол  $\theta$  относительно состояния оси Z.

$$\widehat{RZ} = exp\left(-i\frac{\dot{\theta}}{2}\widehat{Z}\right) = cos\frac{\theta}{2}\widehat{I} - i\sin\frac{\theta}{2}\widehat{Z}$$

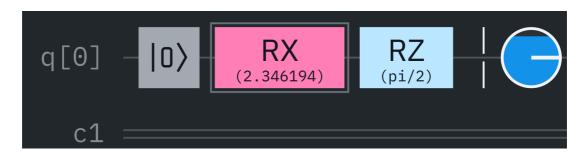
$$\widehat{RZ} = \left(\left(exp\left(-i\frac{\varphi}{2}\right);0\right)^{T};\left(0;exp\left(i\frac{\varphi}{2}\right)\right)^{T}\right)$$

Два последовательных  $RZ(\pi)$  дадут  $RZ(2\pi)$ , что эквивалентно RZ(0) то есть фазовый сдвиг обнуляется).

6.11. С помощью вентиля RX получите кубит в состоянии суперпозиции (a|0>+b|1>). Далее составьте схему, представленную на рис.20.



Рис. 20. Квантовая схема к заданию №11



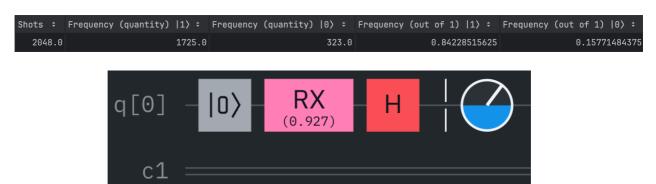
После применения вентиля  $RX(\theta)$ , кубит будет в состоянии:

$$RX(\theta)|0> = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0> -i\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1>$$

Когда мы применяем вентиль  $RZ\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 

$$RZ(\frac{\pi}{2})|0>=0$$
 $RZ(\frac{\pi}{2})|1>=\exp(i\frac{\pi}{2})|1>=i|1>$ 

Это преобразование действует только на компоненту  $|1\rangle$  и умножает её на і Чтобы получить (a|0>+b|1>) (где b — вещественное), нужно убрать мнимую фазу — і у второго коэффициента. Это можно сделать с помощью фазового вращения  $RZ(\pi/2)$ 



Оператор Хадамара (H) — квантовый оператор, который применяет квантовое состояние и переводит его в равную суперпозицию обоих базисных состояний. Если мы применим оператор H к состоянию |0>, мы получим:

$$H|0> = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (|0>+|1>)$$

6.12. С помощью вентиля Rx получите кубит в состоянии суперпозиции (a|0>+b|1>). Далее составьте схему, представленную на рис. 21.



Рис. 21. Квантовая схема к заданию №12



После применения вентиля  $RX(\theta)$ , кубит будет в состоянии:

$$RX(\theta)|0> = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0> -i\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1>$$

Оператор Хадамара унитарен:

$$\widehat{H}\widehat{H} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 ((1;1)^T; (1;-1)^T) \cdot ((1;1)^T; (1;-1)^T) = ((1;0)^T; (0;1)^T) = \widehat{I}$$

Когда мы применяем вентиль  $RZ\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 

$$RZ(\frac{\pi}{2})|0>=0$$
  
 $RZ(\frac{\pi}{2})|1>=\exp(i\frac{\pi}{2})|1>=i|1>$ 

Это преобразование действует только на компоненту  $|1\rangle$  и умножает её на і Чтобы получить (a|0>+b|1>) (где b— вещественное), нужно убрать мнимую фазу —і у второго коэффициента. Это можно сделать с помощью фазового вращения  $RZ(\pi/2)$ 





После применения вентиля  $RX(\theta)$ , кубит будет в состоянии:

$$RX(\theta)|0> = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0> -i\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1>$$

Оператор Хадамара унитарен:

$$\widehat{H}\widehat{H} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 ((1;1)^T; (1;-1)^T) \cdot ((1;1)^T; (1;-1)^T) = ((1;0)^T; (0;1)^T) = \widehat{I}$$

 Shots :
 Frequency (quantity) | 1 > +
 Frequency (quantity) | 0 > +
 Frequency (out of 1) | 1 > +
 Frequency (out of 1) | 0 > +

 2048.0
 428.0
 1620.0
 0.208984375
 0.791015625

#### 6.13. Соберите квантовые схемы показанные на рис. 22.

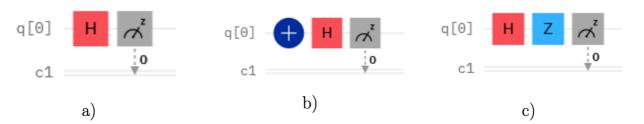
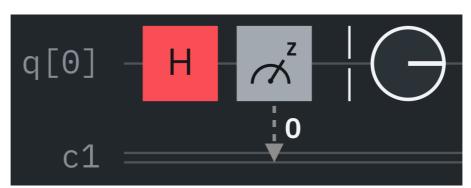


Рис. 22. Квантовые схемы для задания №13

a)

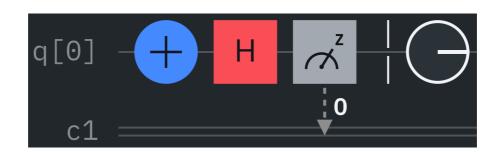


Оператор Хадамара (H) — квантовый оператор, который применяет квантовое состояние и переводит его в равную суперпозицию обоих базисных состояний. Если мы применим оператор H к состоянию |0>, мы получим:

$$H|0> = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (|0>+|1>)$$



b)



Оператор Хадамара (H) — квантовый оператор, который применяет квантовое состояние и переводит его в равную суперпозицию обоих базисных состояний. Если мы применим оператор H к состоянию |0>, мы получим:

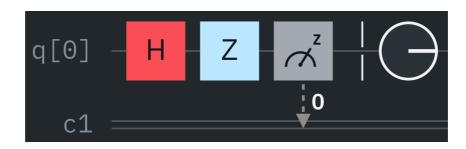
$$H|0> = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (|0>+|1>)$$

Вентиль NOT (также известный как вентиль Паули-X. Этот вентиль переворачивает состояния |0> и |1>:

$$X(a|0>+b|1>) = a|1>+b|0>$$



c)



Оператор Хадамара (Н) — квантовый оператор, который применяет квантовое состояние и переводит его в равную суперпозицию обоих базисных состояний.

Если мы применим оператор Н к состоянию |0>, мы получим:

$$H|0> = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (|0>+|1>)$$

Применяем оператор Паули -  $|0> \to |0>$  и  $|1> \to -|1>$   $Z=((\mathbf{1};\mathbf{0})^T;(\mathbf{0};-\mathbf{1})^T)$ 

#### 6.14. Соберите квантовые схемы показанные на рис. 23

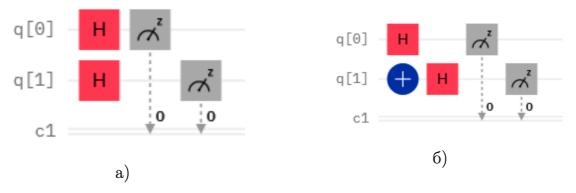


Рис. 23. Квантовые схемы для задания №14

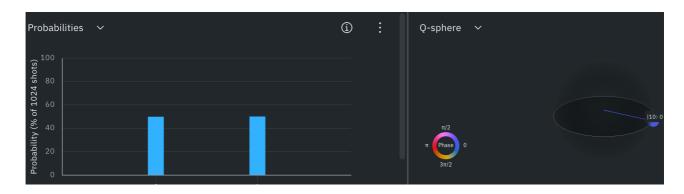
Оба кубита находятся в начальном состоянии |0>.

К обоим кубитам применяется Оператор Хадамара, которая создает суперпозицию состояний |0> и |1> с равной вероятностью:

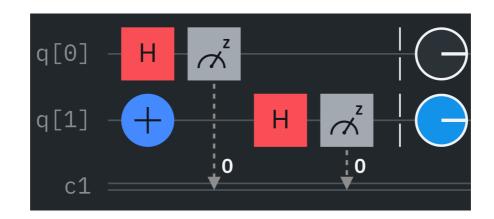
$$H|0> = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (|0>+|1>)$$

Shots ÷ Frequency (quantity) |1) ÷ Frequency (quantity) |0) ÷ Frequency (out of 1) |1) ÷ Frequency (out of 1) |0) ÷

2048.0 1028.0 1020.0 0.501953125 0.498046875



b)



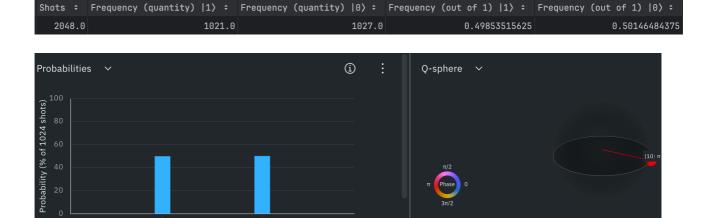
Оба кубита находятся в начальном состоянии |0>.

К обоим кубитам применяется Оператор Хадамара, которая создает суперпозицию состояний |0> и |1> с равной вероятностью:

$$H|0> = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (|0>+|1>)$$

Вентиль NOT (также известный как вентиль Паули-X. Этот вентиль переворачивает состояния |0> и |1>:

$$X(a|0>+b|1>) = a|1>+b|0>$$



#### 7. Выводы:

В ходе работы были изучены основные принципы функционирования однокубитных квантовых цепей на платформе IBM Quantum. Успешно выполнены задачи по построению и моделированию квантовых схем, что подтвердило теоретические ожидания. Применение оператора Адамара продемонстрировало возможность перевода кубитов в состояние суперпозиции. Результаты

экспериментов показали, как выбор управляющих кубитов влияет на состояние системы. Лабораторная работа углубила понимание квантовых вычислений и их практического применения.