

Группа М3304 К работе допущен \_\_\_\_\_  
Студент Васильков Д.А, Лавренов Д.А. Работа выполнена \_\_\_\_\_  
Преподаватель Шоев В.И. Отчет  
принят \_\_\_\_\_

## Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №5.IBM1

### 1) Цель работы

1. Изучить функционал квантового компьютера IBM

### 2) Задачи, решаемые при выполнении работы

1. Построить однокубитные квантовые цепи;
2. Зарегистрировать результаты моделирования цепочек;
3. Сравнить данные моделирований с теоретическими распределениями.

### 3) Объект исследования

Квантовый компьютер, распределение вероятности однокубитных и многокубитных цепей.

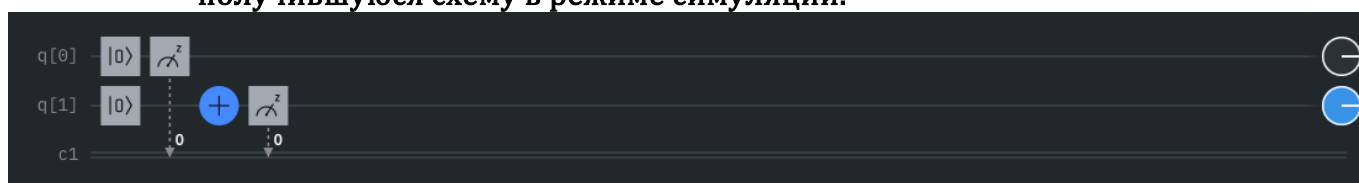
### 4) Метод экспериментального исследования

Внедрение вентилей в построение схем, проведение моделирований

### 5) Выполнение упражнения №1:

#### 5.1. Зарегистрироваться в системе IBM Quantum

- 5.2. Установить для одного кубита состояние  $|0\rangle$ , а для второго – состояние  $|1\rangle$ .  
Добавьте операцию измерения для обоих кубитов и выполните  
получившуюся схему в режиме симуляции.



Probabilities ▾

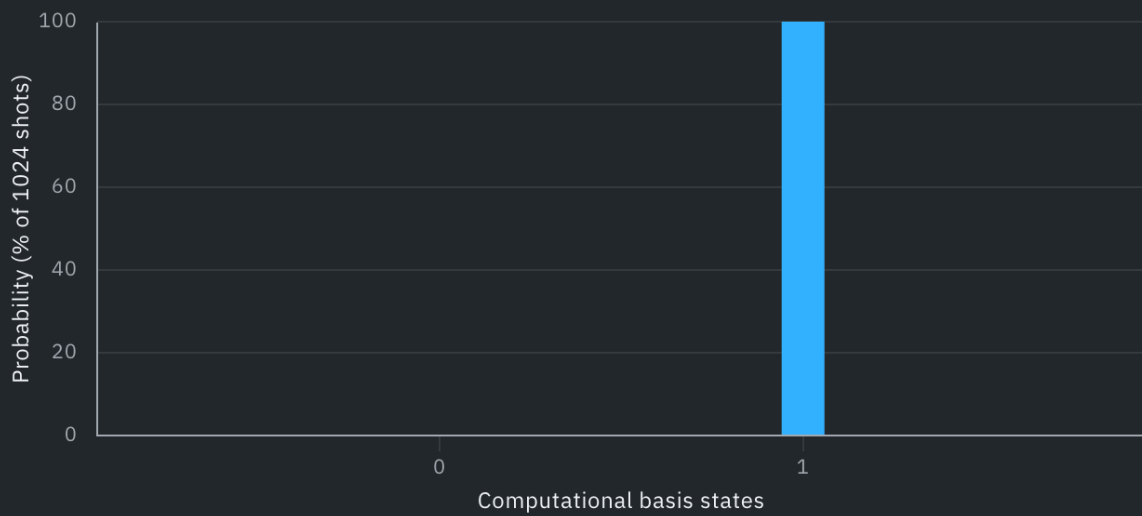
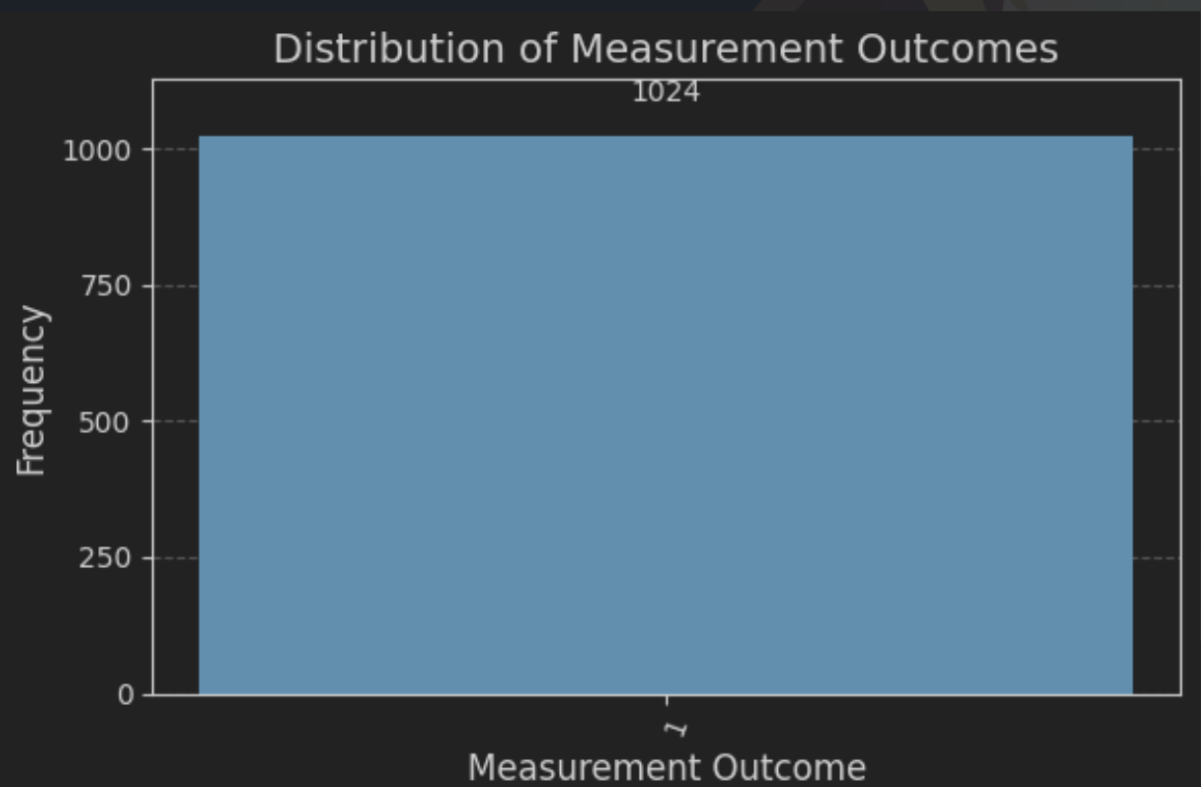
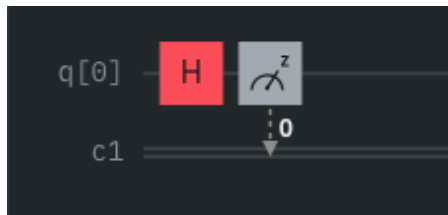


Таблица результатов измерений:

+---+-----+-----+-----+			
	Outcome	Frequency	
+---+-----+-----+-----+			
0	1	1024	
+---+-----+-----+-----+			



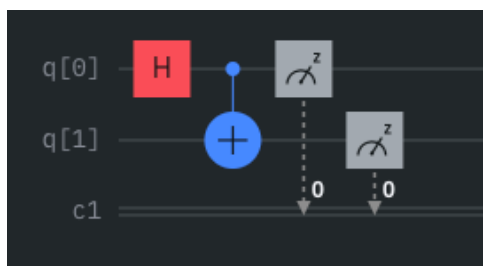
- 5.3. Приведите кубит в состояние суперпозиции  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ . Применение измерителя к кубиту. Для полученной схемы запустите симуляцию с числом выполнений 1, 2, 8, 32, 64, 128, 512, 1024, 8192. Формулирование выводов на основе получившихся результатов.

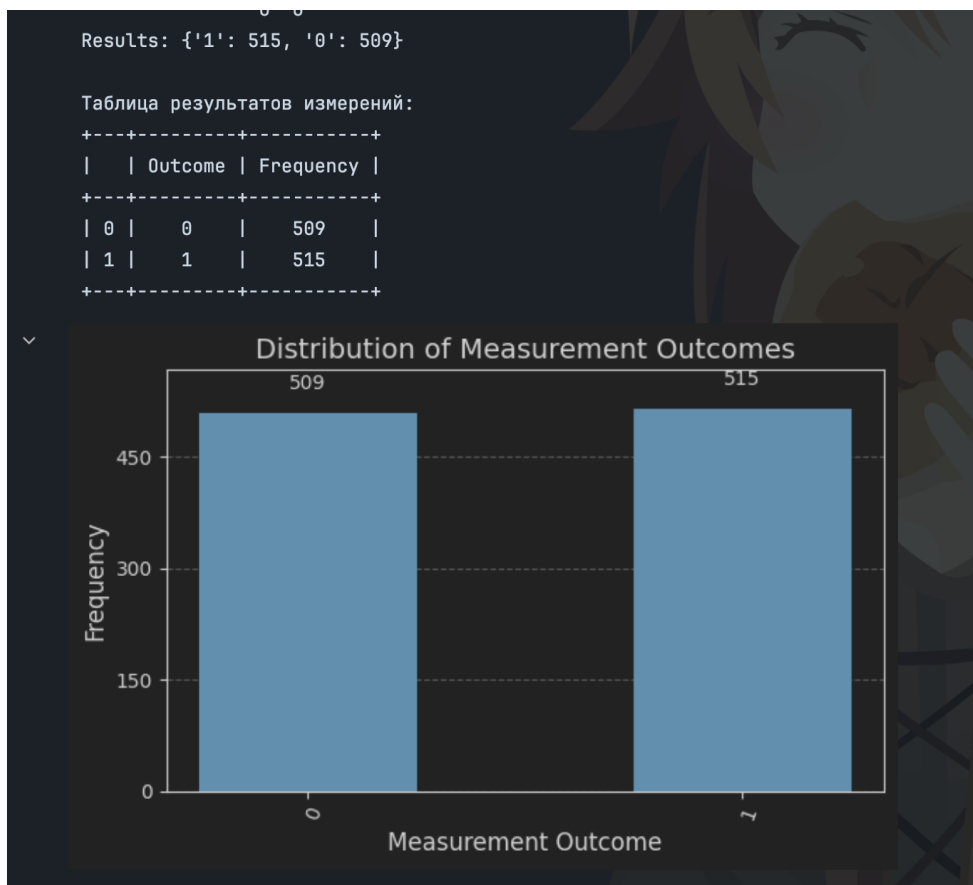


9 rows × 6 columns							
	Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	Frequency ( $ 1\rangle$ )	Frequency ( $ 0\rangle$ )		
0	1	1	0	1.00	1.00		
1	2	2	0	1.00	1.00		
2	8	4	4	0.50	0.50		
3	32	19	13	0.59	0.41		
4	64	33	31	0.52	0.48		
5	128	64	64	0.50	0.50		
6	512	277	235	0.54	0.46		
7	1024	521	503	0.51	0.49		
8	8192	4066	4126	0.50	0.50		

Можно заключить, что теоретическая модель находит подтверждение, а оператор Адамара может быть использован как однокубитный аналог системы из двух кубитов, находящихся в противоположных состояниях, где состояния  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$  имеют равную вероятность.

- 5.4. Сбор квантовых схем с рисунка 17 и их сравнение  
а)





b)

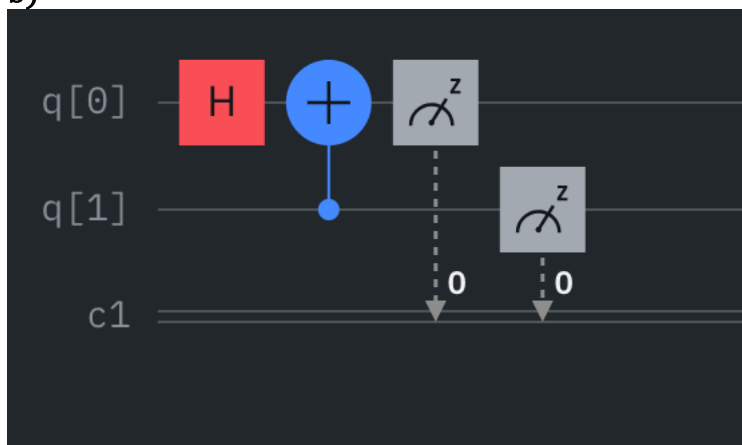
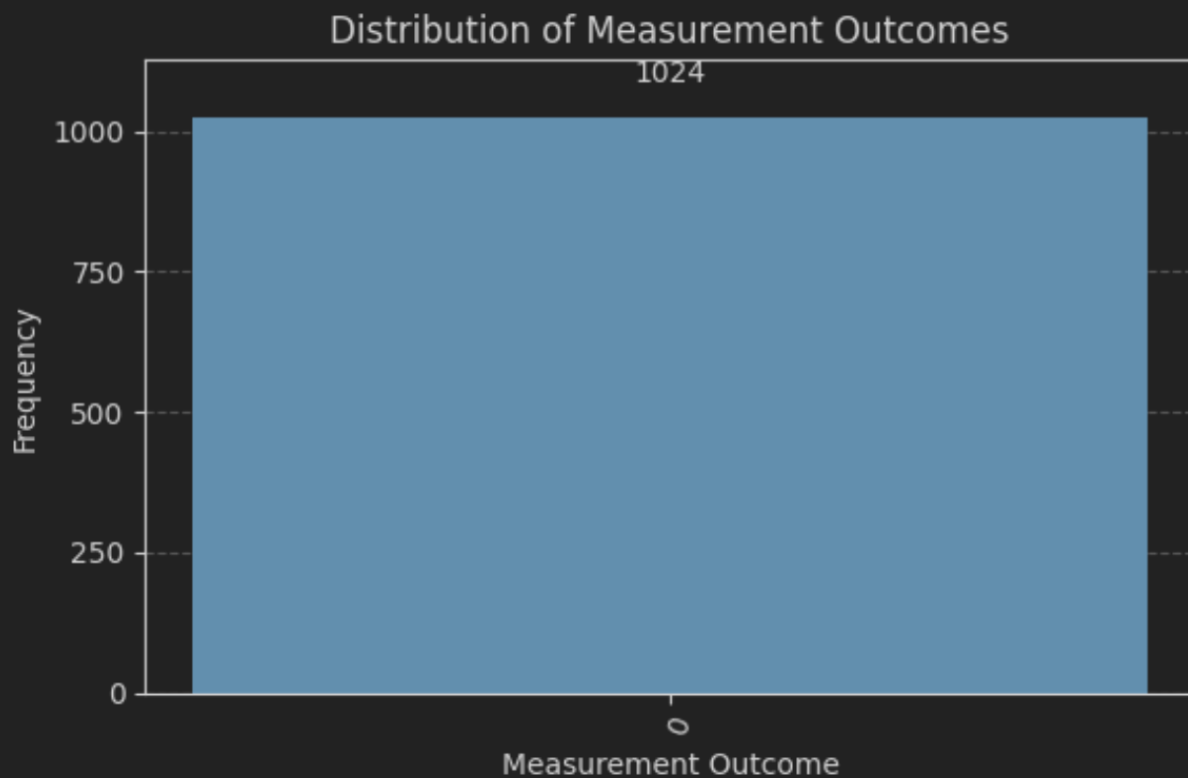


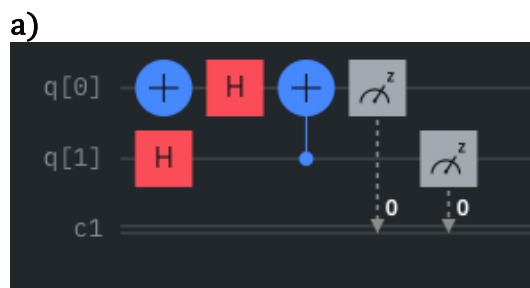
Таблица результатов измерений:

Outcome	Frequency
0	1024



Полученные результаты соответствуют ожиданиям, поскольку схемы различаются лишь в выборе управляющих кубитов для вентиля CNOT. Кубит  $q[0]$  может находиться в состояниях  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$  с одинаковой вероятностью. Когда  $q[0]$  используется как управляющий, состояние управляемого кубита становится равновероятным для  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$ . Если же управляющим кубитом является  $q[1]$ , то в  $q[0]$  инверсия не происходит. Когда  $q[1]$  — это управляемый кубит, его состояние становится равновероятным, а когда  $q[1]$  — управляющий, его состояние остаётся постоянным.

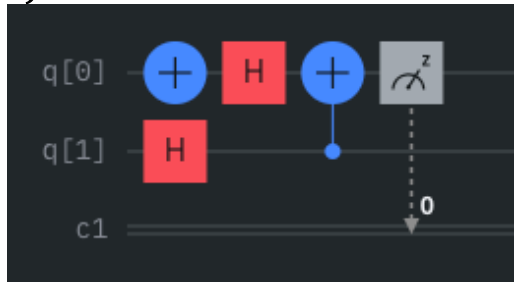
## 5.5. Сборка квантовых схем с рисунка 18 и их сравнение



Executed at 2024-12-07 10:38:40 in 200ms

	Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	Frequency ( $ 1\rangle$ )	Frequency ( $ 0\rangle$ )
0	512	255	257	0.50	0.50

b)

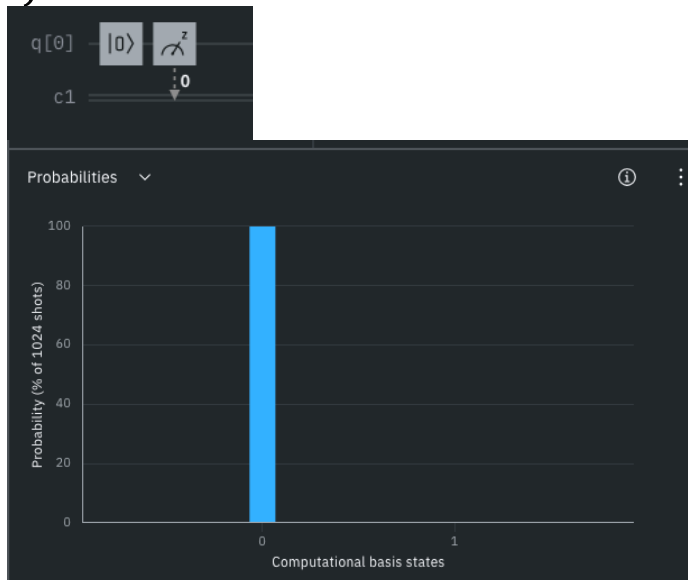


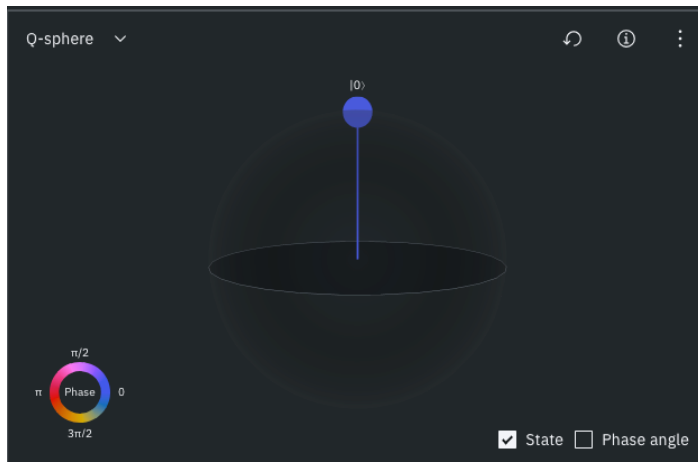
	Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	Frequency ( $ 1\rangle$ )	Frequency ( $ 0\rangle$ )
0	512	260	252	0.51	0.49

Из представленных выше таблиц видно, что каждый из кубитов может находиться как в состоянии  $|0\rangle$ , так и в состоянии  $|1\rangle$ .

## 5.6. Создание и запуск схем с рисунком 19

a)

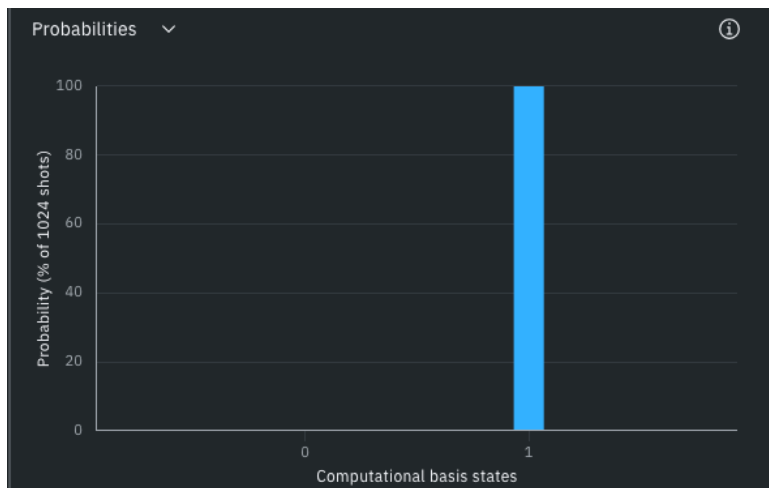
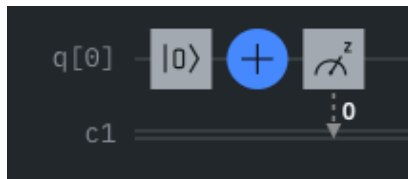


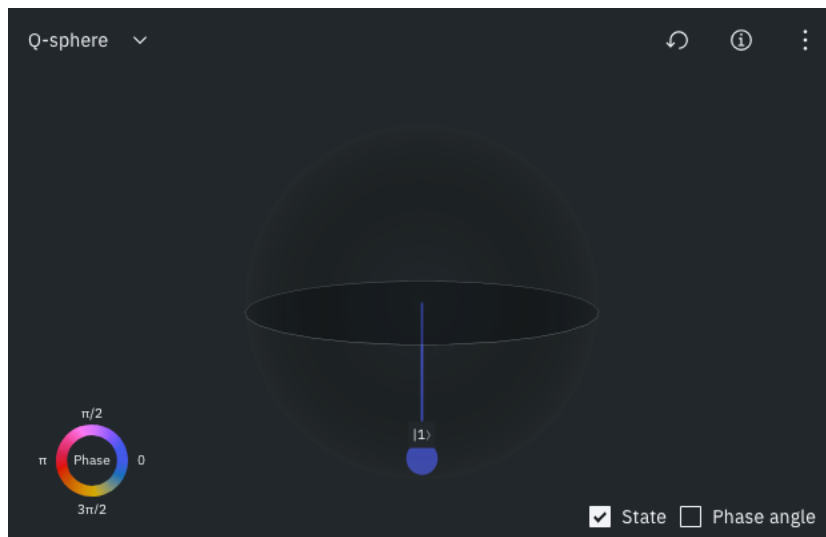


1 row × 6 columns					
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	Frequency ( $ 1\rangle$ )	Frequency ( $ 0\rangle$ )	
0	1024	0	1024	0.00	1.00

В данной схеме кубит находится только в одном состоянии —  $|0\rangle$ .

b)

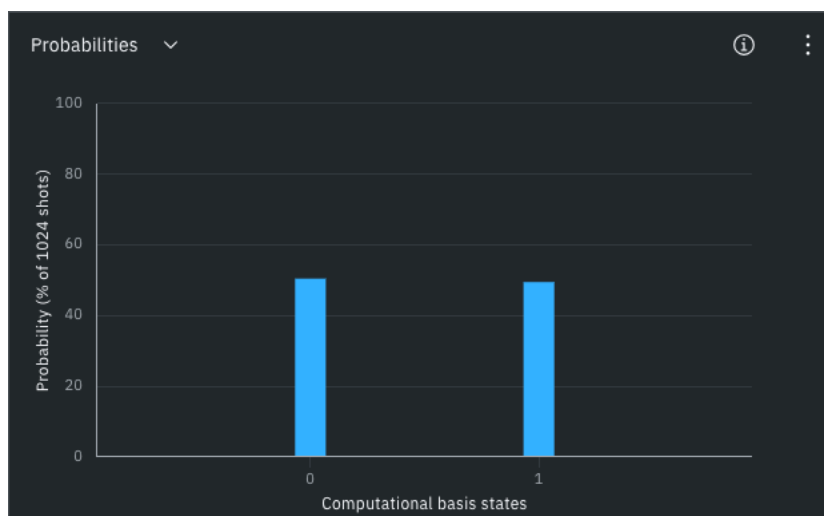




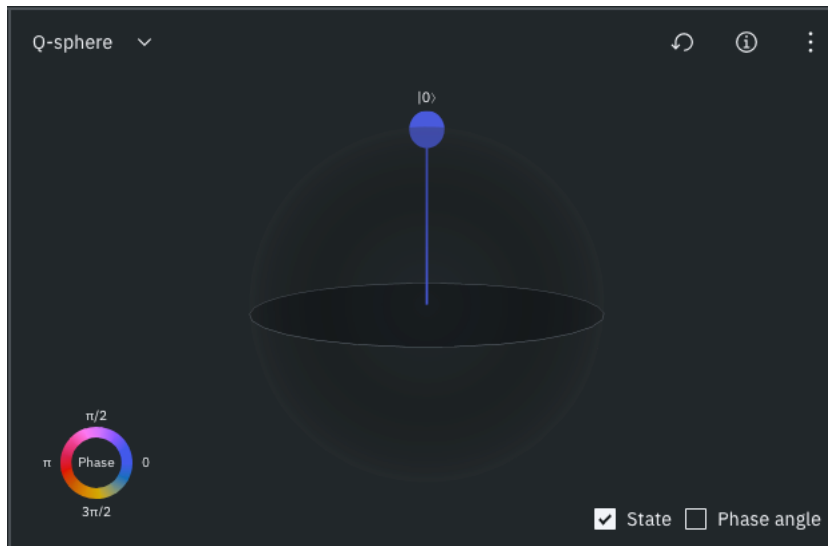
1 row × 6 columns					
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	Frequency ( $ 1\rangle$ )	Frequency ( $ 0\rangle$ )	
0	1024	0	1.00	0.00	

В этой схеме кубит также имеет только одно состояние -  $|1\rangle$ . Это произошло из-за применения оператора X вентиль.

c)





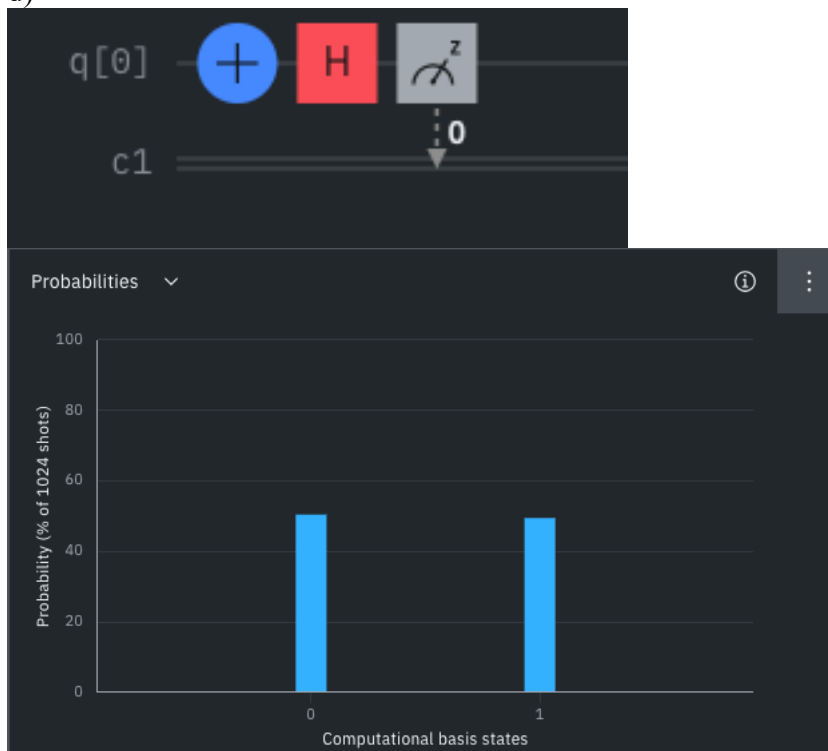


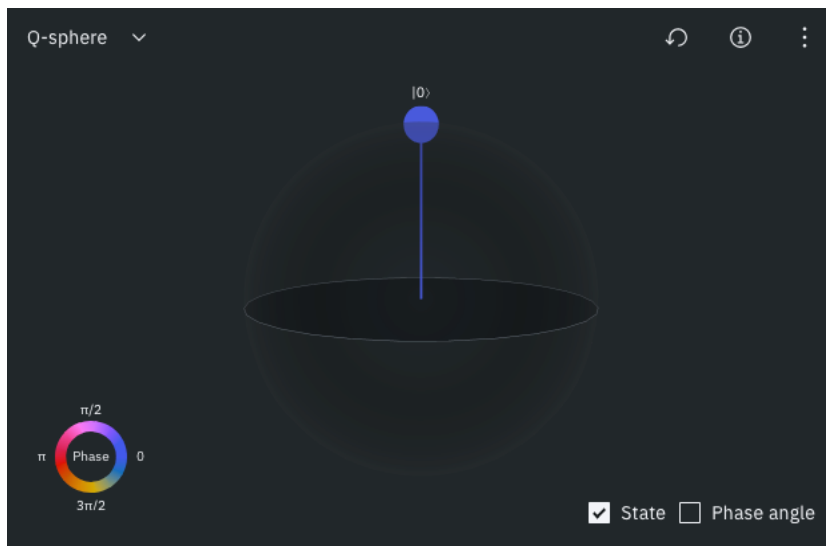
Executed at 2024.12.08 23:00:06 in 11ms

	Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	Frequency ( $ 1\rangle$ )	Frequency ( $ 0\rangle$ )
0	1024	501	523	0.49	0.51

Сейчас наблюдается почти равномерное распределение вероятности между состояниями  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$ , что подтверждается симуляцией. Однако, из-за отсутствия в схеме детерминированного наблюдения (Measurement), на Q-сфере отображается только одно состояние.

d)

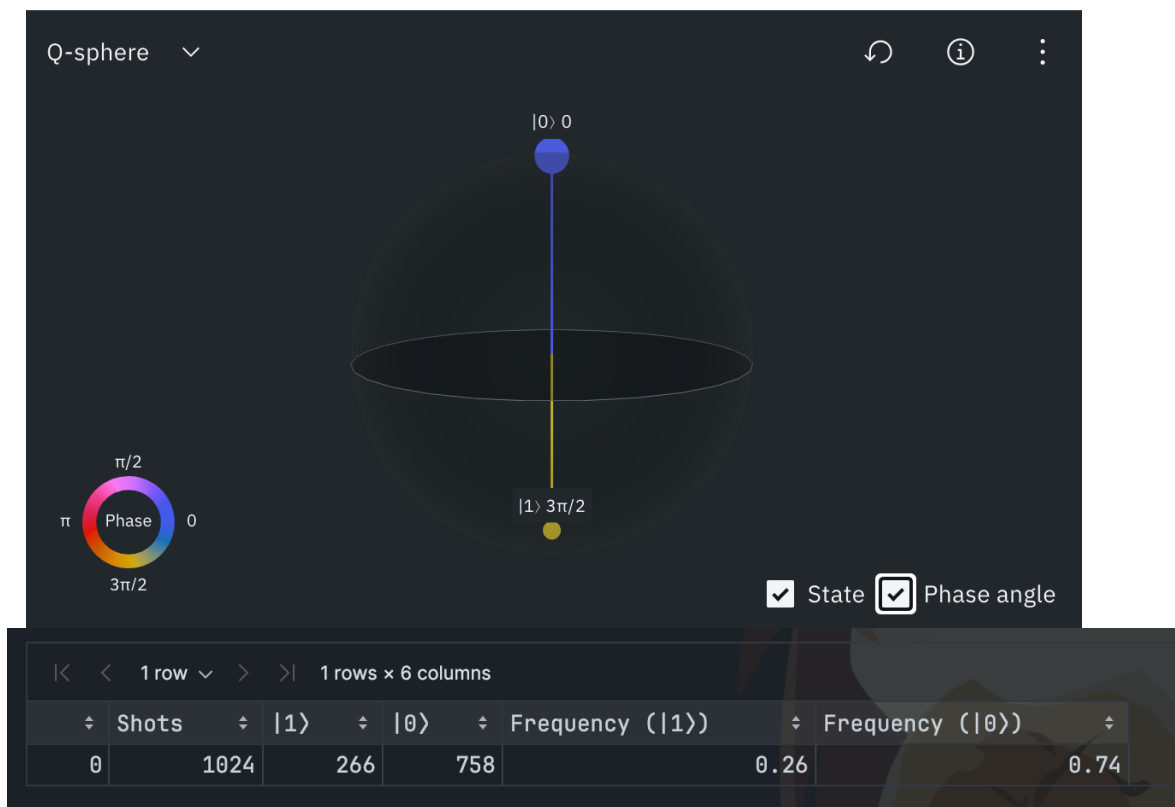




1 row × 6 columns					
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	Frequency ( $ 1\rangle$ )	Frequency ( $ 0\rangle$ )	
0	1024	493	531	0.48	0.52

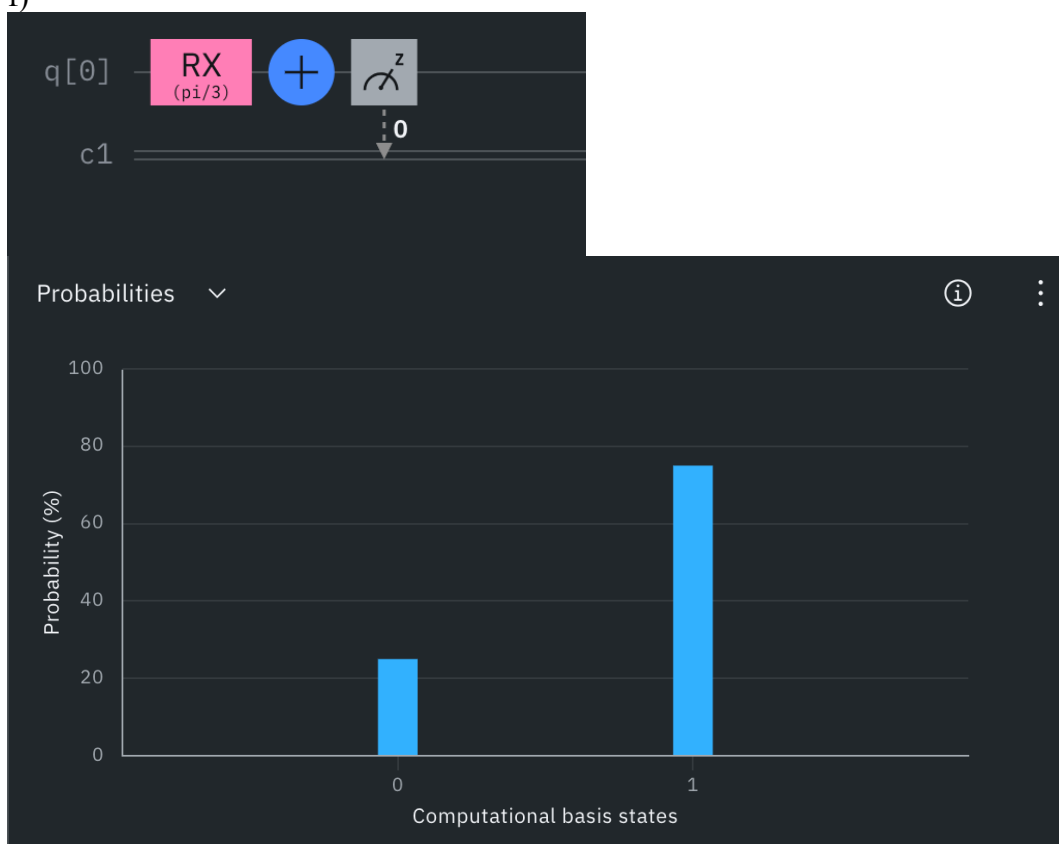
Сейчас наблюдается почти равномерное распределение вероятности между состояниями  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$ , что подтверждается симуляцией. Однако, из-за отсутствия в схеме детерминированного наблюдения (Measurement), на Q-сфере отображается только одно состояние.





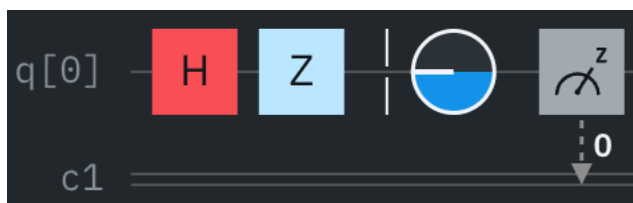
Полученные результаты можно интерпретировать через присутствие в схеме вентиля  $RX$ , который вызывает вращение относительно оси  $X$  на  $Q$ -сфере.

f)



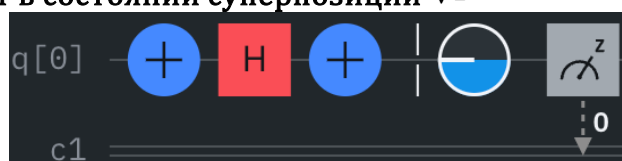


Shots ÷	Frequency (quantity)  1> ÷	Frequency (quantity)  0> ÷	Frequency (out of 1)  1> ÷	Frequency (out of 1)  0> ÷
1024.0	507.0	517.0	0.4951171875	0.5048828125



Shots ÷	Frequency (quantity)  1> ÷	Frequency (quantity)  0> ÷	Frequency (out of 1)  1> ÷	Frequency (out of 1)  0> ÷
1024.0	513.0	511.0	0.5009765625	0.4990234375

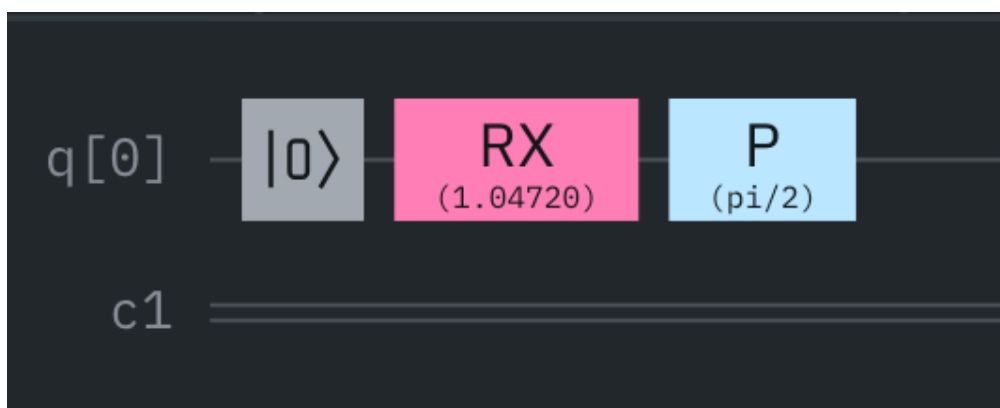
6.3. Получите кубит в состоянии суперпозиции  $\frac{1}{\sqrt{2}}(-|0\rangle + |1\rangle)$



Shots ÷	Frequency (quantity)  1> ÷	Frequency (quantity)  0> ÷	Frequency (out of 1)  1> ÷	Frequency (out of 1)  0> ÷
1024.0	512.0	512.0	0.5	0.5

6.4. С помощью вентиля RX создайте кубит в состоянии  $(a|0\rangle + b|1\rangle)$

Вариант задания	Вероятность  1>	Вероятность  0>
5	25	75



Вентиль  $RX$  отвечает за вращение на угол  $\theta$  относительно состояния оси  $X$ .  
В общем случае:

$$\widehat{RX} = \exp\left(-i\frac{\theta}{2}\hat{X}\right) = \cos\frac{\theta}{2}\hat{I} - i\sin\frac{\theta}{2}\hat{X}$$

$$\widehat{RX} = \left(\left(\cos\frac{\theta}{2}; -i\sin\frac{\theta}{2}\right)^T; \left(-i\sin\frac{\theta}{2}; \cos\frac{\theta}{2}\right)^T\right)$$

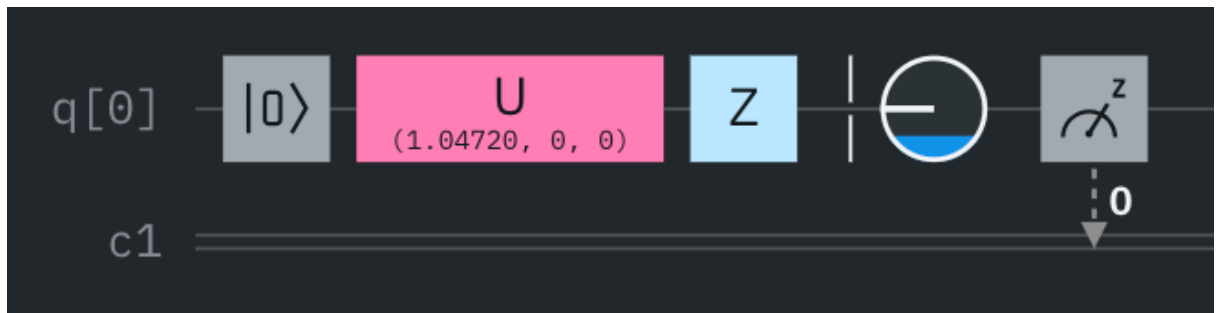
Тогда:

$$\theta = 2 \arccos \sqrt{0.15} \approx 1.04720$$

Необходимо применить квантиль  $P\left(\frac{\pi}{2}\right)$  для компенсации по фазе  $\phi$ .







$$\hat{U}\left(\theta, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) = \widehat{RX}(\theta)$$

$$\hat{U}(\theta, 0, 0) = \widehat{RX}(\theta)$$

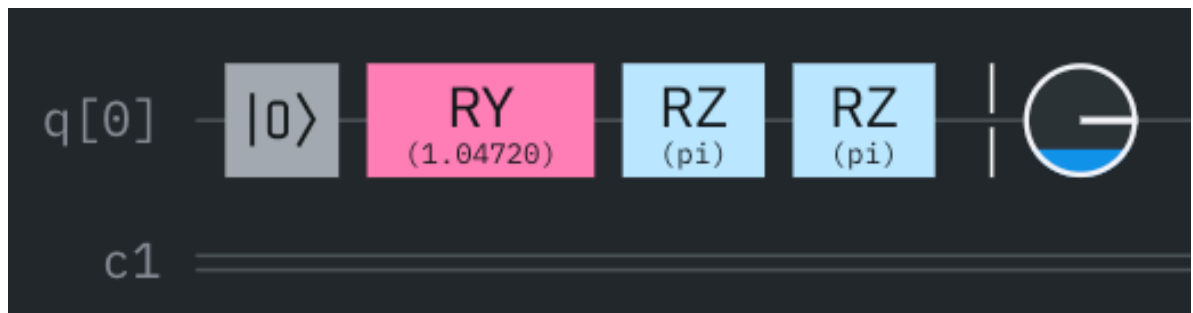
$$\hat{U} = \left( \left( \cos \frac{\theta}{2}; \exp(i\phi) \sin \frac{\theta}{2} \right)^T; \left( -\exp i\lambda \sin \frac{\theta}{2}; \exp i(\phi + \lambda) \cos \frac{\theta}{2} \right)^T \right)$$

Применяем оператор Паули -  $|0\rangle \rightarrow |0\rangle$  и  $|1\rangle \rightarrow -|1\rangle$

$$\mathbf{Z} = ((\mathbf{1}; \mathbf{0})^T; (\mathbf{0}; -\mathbf{1})^T)$$

Shots	Frequency (quantity)	$ 1\rangle$	Frequency (quantity)	$ 0\rangle$	Frequency (out of 1)	$ 1\rangle$	Frequency (out of 1)	$ 0\rangle$
0	2048.0	505.0	1543.0	0.24658203125	0.753417968			

**6.10. С помощью вентиля поворота получите кубит в состоянии  $(a|0\rangle + b|1\rangle)$**



Вентиль  $RY$  отвечает за вращение на угол  $\theta$  относительно состояния оси  $Y$ .  
В общем случае:

$$\widehat{RY} = \exp\left(-i\frac{\theta}{2}\hat{Y}\right) = \cos\frac{\theta}{2}\hat{I} - i\sin\frac{\theta}{2}\hat{Y}$$

$$\widehat{RY} = \left( \left( \cos\frac{\theta}{2}; i\sin\frac{\theta}{2} \right)^T; \left( -i\sin\frac{\theta}{2}; \cos\frac{\theta}{2} \right)^T \right)$$

Вентиль  $RZ$  отвечает за вращение на угол  $\theta$  относительно состояния оси  $Z$ .

$$\widehat{RZ} = \exp\left(-i\frac{\theta}{2}\hat{Z}\right) = \cos\frac{\theta}{2}\hat{I} - i\sin\frac{\theta}{2}\hat{Z}$$

$$\widehat{RZ} = \left( \left( \exp\left(-i\frac{\theta}{2}\right); 0 \right)^T; \left( 0; \exp\left(i\frac{\theta}{2}\right) \right)^T \right)$$

Два последовательных  $RZ(\pi)$  дадут  $RZ(2\pi)$ , что эквивалентно  $RZ(0)$  то есть фазовый сдвиг обнуляется).



1 row x 6 columns						Static Output ?
÷ Shots	÷ Frequency (quantity)  1>	÷ Frequency (quantity)  0>	÷ Frequency (out of 1)  1>	÷ Frequency (out of 1)  0>		
0	2048.0	525.0	1523.0	0.25634765625	0.743652343	

6.11. С помощью вентиля RX получите кубит в состоянии суперпозиции ( $a|0\rangle + b|1\rangle$ ). Далее составьте схему, представленную на рис.20.

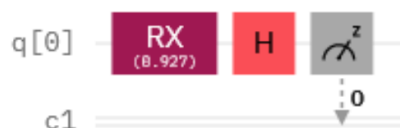
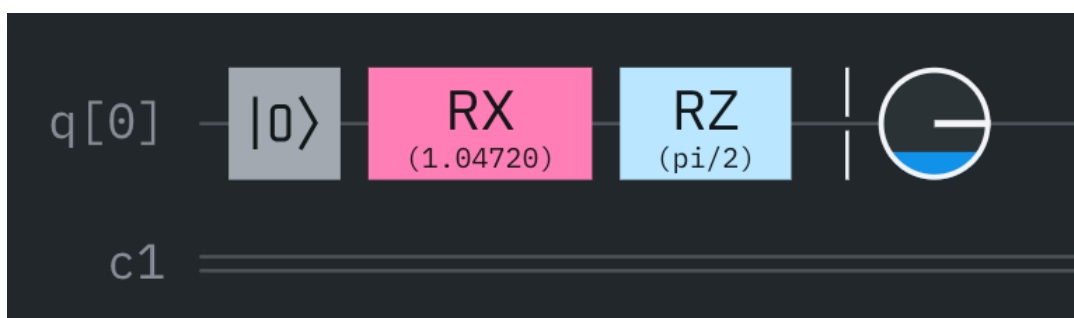


Рис. 20. Квантовая схема к заданию №11



После применения вентиля  $RX(\theta)$ , кубит будет в состоянии:

$$RX(\theta)|0\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle - i\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1\rangle$$

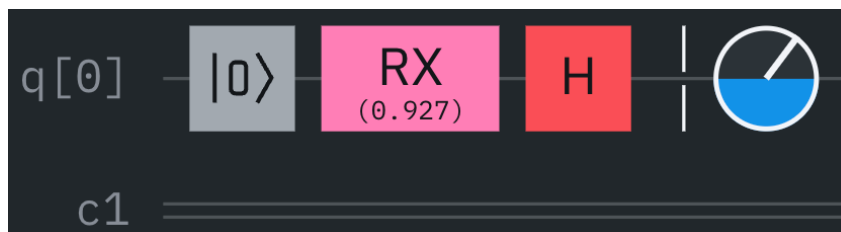
Когда мы применяем вентиль  $RZ\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$$RZ\left(\frac{\pi}{2}\right)|0\rangle = 0$$

$$RZ\left(\frac{\pi}{2}\right)|1\rangle = \exp\left(i\frac{\pi}{2}\right)|1\rangle = i|1\rangle$$

Это преобразование действует только на компоненты  $|1\rangle$  и умножает её на  $i$ . Чтобы получить  $(a|0\rangle + b|1\rangle)$  (где  $b$  — вещественное), нужно убрать мнимую фазу  $-i$  у второго коэффициента. Это можно сделать с помощью фазового вращения  $RZ(\pi/2)$ .

1 row x 6 columns						Static Output ?
÷ Shots	÷ Frequency (quantity)  1>	÷ Frequency (quantity)  0>	÷ Frequency (out of 1)  1>	÷ Frequency (out of 1)  0>		
0	2048.0	505.0	1543.0	0.24658203125	0.753417968	



Оператор Хадамара (H) — квантовый оператор, который применяет квантовое состояние и переводит его в равную суперпозицию обоих базисных состояний. Если мы применим оператор H к состоянию  $|0\rangle$ , мы получим:

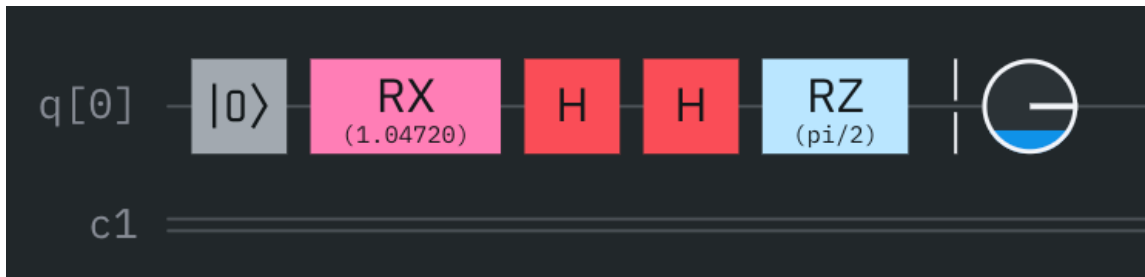
$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (|0\rangle + |1\rangle)$$

Shots	Frequency (quantity)  1>	Frequency (quantity)  0>	Frequency (out of 1)  1>	Frequency (out of 1)  0>
2048.0	1029.0	1019.0	0.50244140625	0.49755859375

6.12. С помощью вентиля Rx получите кубит в состоянии суперпозиции ( $a|0\rangle + b|1\rangle$ ). Далее составьте схему, представленную на рис. 21.



Рис. 21. Квантовая схема к заданию №12



После применения вентиля  $RX(\theta)$ , кубит будет в состоянии:

$$RX(\theta)|0\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle - i\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1\rangle$$

Оператор Хадамара унитарен:

$$\hat{H}\hat{H} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 ((1; 1)^T; (1; -1)^T) \cdot ((1; 1)^T; (1; -1)^T) = ((1; 0)^T; (0; 1)^T) = \hat{I}$$

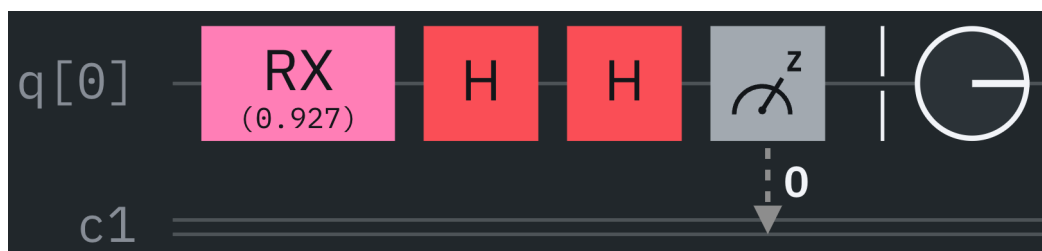
Когда мы применяем вентиль  $RZ\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$$RZ\left(\frac{\pi}{2}\right)|0\rangle = 0$$

$$RZ\left(\frac{\pi}{2}\right)|1\rangle = \exp\left(i\frac{\pi}{2}\right)|1\rangle = i|1\rangle$$

Это преобразование действует только на компоненты  $|1\rangle$  и умножает её на  $i$ . Чтобы получить ( $a|0\rangle + b|1\rangle$ ) (где  $b$  — вещественное), нужно убрать мнимую фазу  $-i$  у второго коэффициента. Это можно сделать с помощью фазового вращения  $RZ(\pi/2)$ .

Shots	Frequency (quantity)  1>	Frequency (quantity)  0>	Frequency (out of 1)  1>	Frequency (out of 1)  0>
0 2048.0	521.0	1527.0	0.25439453125	0.745605468



После применения вентиля  $RX(\theta)$ , кубит будет в состоянии:

$$RX(\theta)|0\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle - i\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1\rangle$$

Оператор Хадамара унитарен:

$$\hat{H}\hat{H} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \left((1; 1)^T; (1; -1)^T\right) \cdot \left((1; 1)^T; (1; -1)^T\right) = \left((1; 0)^T; (0; 1)^T\right) = \hat{I}$$

Shots ÷	Frequency (quantity)  1> ÷	Frequency (quantity)  0> ÷	Frequency (out of 1)  1> ÷	Frequency (out of 1)  0> ÷
2048.0	428.0	1620.0	0.208984375	0.791015625

### 6.13. Соберите квантовые схемы показанные на рис. 22.

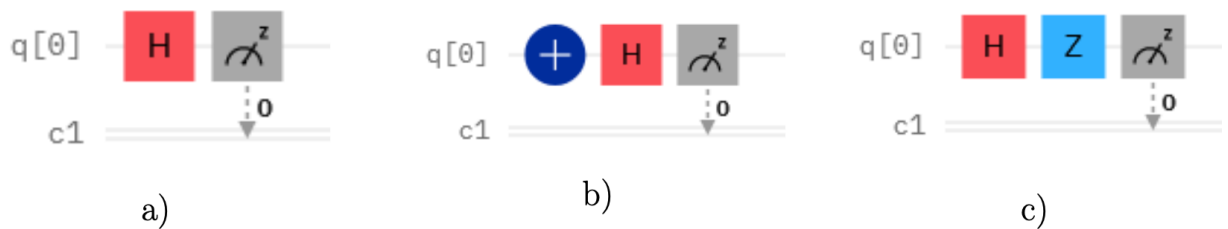
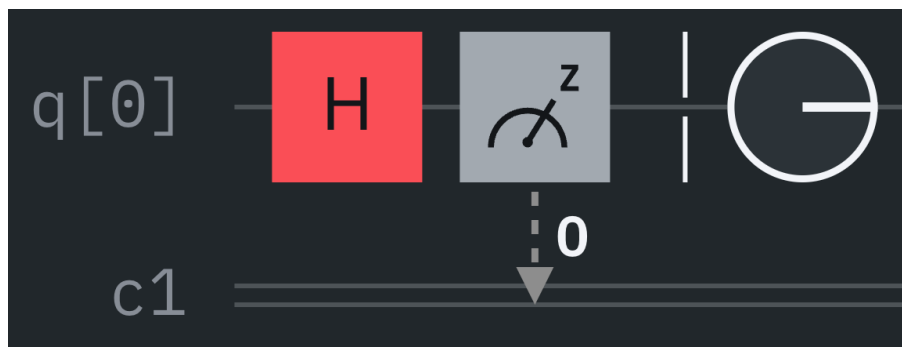


Рис. 22. Квантовые схемы для задания №13

a)

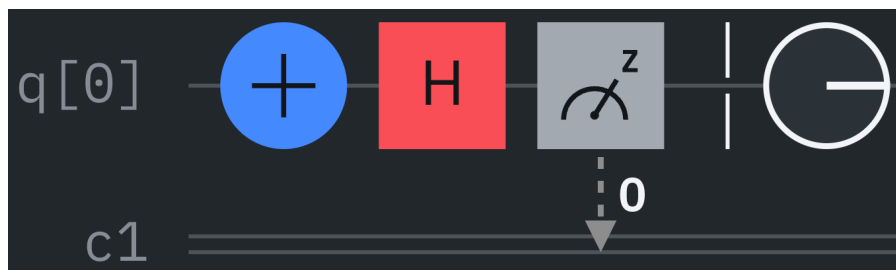


Оператор Хадамара (H) — квантовый оператор, который применяет квантовое состояние и переводит его в равную суперпозицию обоих базисных состояний. Если мы применим оператор H к состоянию  $|0\rangle$ , мы получим:

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (|0\rangle + |1\rangle)$$

Shots ÷	Frequency (quantity)  1> ÷	Frequency (quantity)  0> ÷	Frequency (out of 1)  1> ÷	Frequency (out of 1)  0> ÷
2048.0	1061.0	987.0	0.51806640625	0.48193359375

b)



Оператор Хадамара (H) — квантовый оператор, который применяет квантовое состояние и переводит его в равную суперпозицию обоих базисных состояний. Если мы применим оператор H к состоянию  $|0\rangle$ , мы получим:

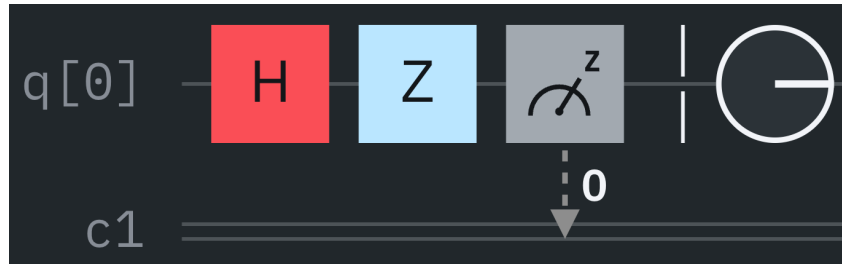
$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (|0\rangle + |1\rangle)$$

Вентиль NOT (также известный как вентиль Паули-X. Этот вентиль переворачивает состояния  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$ :

$$X(a|0\rangle + b|1\rangle) = a|1\rangle + b|0\rangle$$

Shots ÷	Frequency (quantity)  1> ÷	Frequency (quantity)  0> ÷	Frequency (out of 1)  1> ÷	Frequency (out of 1)  0> ÷
2048.0	1045.0	1003.0	0.51025390625	0.48974609375

с)



Оператор Хадамара (H) — квантовый оператор, который применяет квантовое состояние и переводит его в равную суперпозицию обоих базисных состояний. Если мы применим оператор H к состоянию  $|0\rangle$ , мы получим:

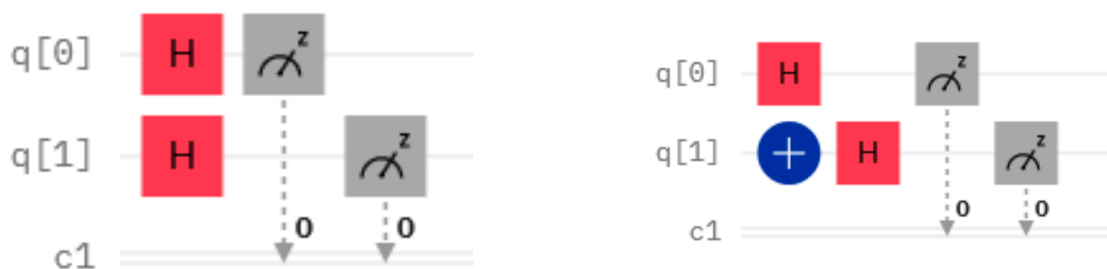
$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (|0\rangle + |1\rangle)$$

Применяем оператор Паули -  $|0\rangle \rightarrow |0\rangle$  и  $|1\rangle \rightarrow -|1\rangle$

$$Z = ((1; 0)^T; (0; -1)^T)$$

Shots ÷	Frequency (quantity)  1> ÷	Frequency (quantity)  0> ÷	Frequency (out of 1)  1> ÷	Frequency (out of 1)  0> ÷
2048.0	1025.0	1023.0	0.50048828125	0.49951171875

#### 6.14. Соберите квантовые схемы показанные на рис. 23

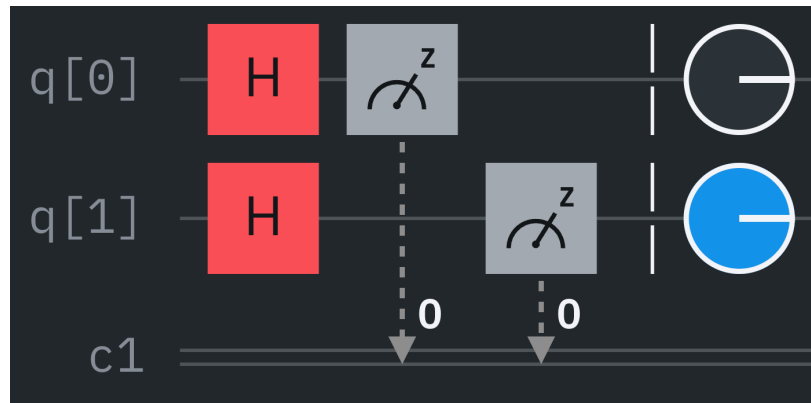


а)

б)

Рис. 23. Квантовые схемы для задания №14

а)

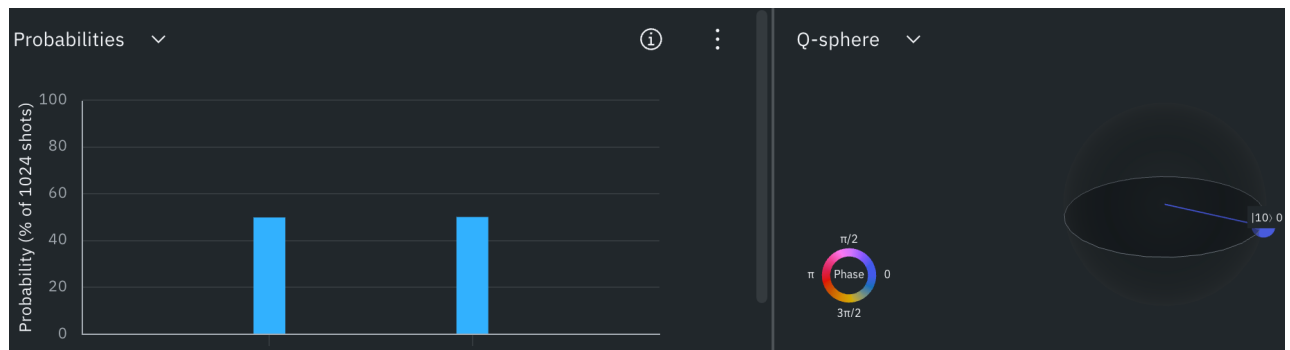


Оба кубита находятся в начальном состоянии  $|0\rangle$ .

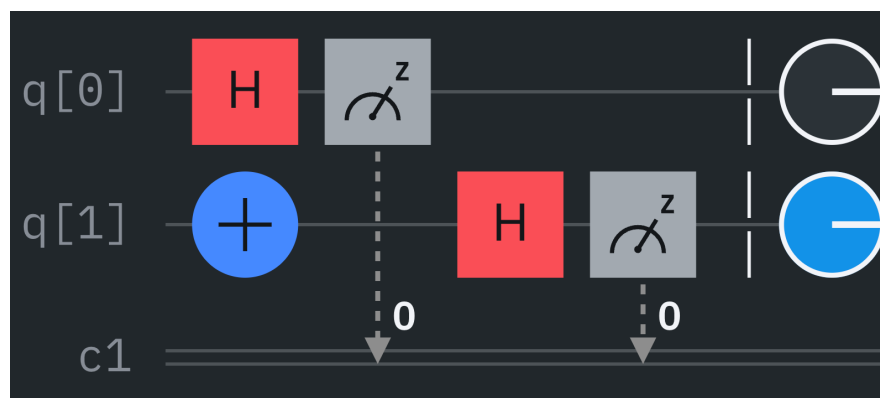
К обоим кубитам применяется Оператор Хадамара, которая создает суперпозицию состояний  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$  с равной вероятностью:

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (|0\rangle + |1\rangle)$$

Shots ÷	Frequency (quantity)  1> ÷	Frequency (quantity)  0> ÷	Frequency (out of 1)  1> ÷	Frequency (out of 1)  0> ÷
2048.0	1028.0	1020.0	0.501953125	0.498046875



b)



Оба кубита находятся в начальном состоянии  $|0\rangle$ .

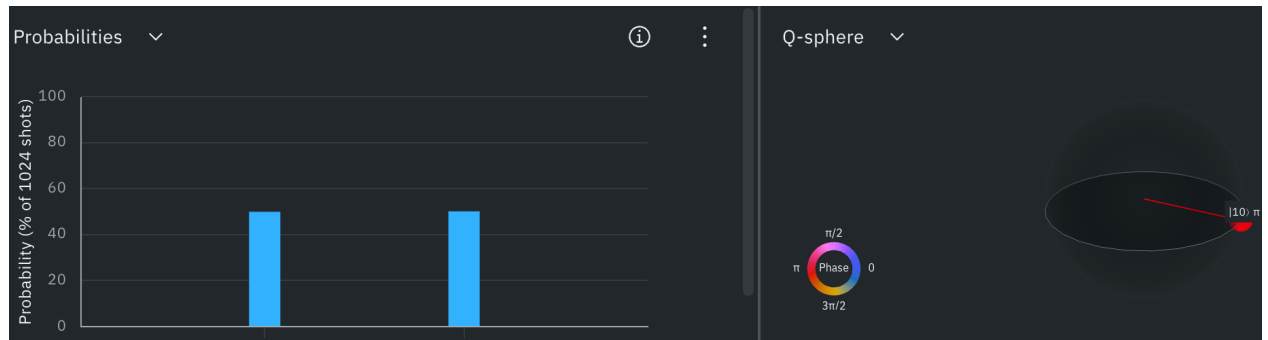
К обоим кубитам применяется Оператор Хадамара, которая создает суперпозицию состояний  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$  с равной вероятностью:

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (|0\rangle + |1\rangle)$$

Вентиль NOT (также известный как вентиль Паули-X. Этот вентиль превращает состояния  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$ :

$$X(a|0\rangle + b|1\rangle) = a|1\rangle + b|0\rangle$$

Shots ÷	Frequency (quantity) $ 1\rangle$ ÷	Frequency (quantity) $ 0\rangle$ ÷	Frequency (out of 1) $ 1\rangle$ ÷	Frequency (out of 1) $ 0\rangle$ ÷
2048.0	1021.0	1027.0	0.49853515625	0.50146484375



## 7. Вывод:

В ходе работы были изучены основные принципы функционирования однокубитных квантовых цепей на платформе IBM Quantum. Успешно выполнены задачи по построению и моделированию квантовых схем, что подтвердило теоретические ожидания. Применение оператора Адамара продемонстрировало возможность перевода кубитов в состояние суперпозиции. Результаты экспериментов показали, как выбор управляющих кубитов влияет на состояние системы. Лабораторная работа углубила понимание квантовых вычислений и их практического применения.