

Image Processing

University of Chinese Academy of Sciences

Fall 2023

Weiqiang Wang

Homework 5

Chenkai GUO

2023.11.17

1. 考虑在 x 方向均匀加速导致的图像模糊问题。如果图像在 $t = 0$ 静止，并用均匀加速 $x_0(t) = \frac{1}{2}at^2$ 加速，对于时间 T ，找出模糊函数 $H(u, v)$ ，可以假设快门开关时间忽略不计。

由题可得：代入 $x_0(t) = \frac{1}{2}at^2, y_0(t) = 0$ 得：

$$H(u, v) = \int_0^T e^{-j2\pi[ux_0(t)+vy_0(t)]}dt = \int_0^T e^{-\frac{j2\pi uat^2}{2}}dt = \int_0^T e^{-j\pi uat^2}dt$$

2. 已知一个退化系统的退化函数 $H(u, v)$ ，以及噪声的均值与方差，请描述如何利用约束最小二乘方算法计算出原图像的估计算法。

由题可得：已知噪声的均值 m_u 与方差 σ_η^2

(1) 估计后的频域图像为：

$$\hat{F}(u, v) = \left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \gamma|P(u, v)|^2} \right] G(u, v)$$

其中 $P(x, y) = \mathcal{F}(p(x, y)), p(x, y) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

(2) 令 $r = g - H\hat{f}, \varphi(\gamma) = \mathbf{r}^T \mathbf{r} = \|\mathbf{r}\|^2$

(3) $\varphi(\gamma)$ 为 γ 的单调递增函数，且 $\|\mathbf{r}\|^2 = \|\eta\|^2 \pm a$

(4) 对给定初始值 γ 计算对应的 $\|\mathbf{r}\|^2$ ，使其满足 $\|\mathbf{r}\|^2 = \|\eta\|^2 \pm a$ ，

其中 $\|\eta\|^2 = MN[\sigma_\eta^2 + m_u^2]$

(5) 利用满足条件的 γ 计算 (1) 中的 \hat{F} ，并通过逆傅里叶变换得到输出的空域图像

3. 什么是线性移不变系统，请利用数学表达式进行定义说明。并进一步说明一旦我们了解了一个线性移不变系统对于单位脉冲的相应，就可以利用卷积计算出任意一个输入信号的系统输出。

(1) 对某一系统 $X(t) \xrightarrow{F} Y(t)$, 即 $Y(t) = F\{X(t)\}$, 若满足: (1) *Linear* $\forall a, b \in \mathbb{R}, aY(t_1) + bY(t_2) = F\{aX(t_1) + bX(t_2)\}$; (2) *Shift Invariance* $\forall T \in \mathbb{R}, Y(t - T) = F\{X(t - T)\}$, 则称该系统 $X(t) \xrightarrow{F} Y(t)$ 为线性移不变系统。

(2) 设单位脉冲信号为 $\delta(x)$ ($\delta(0) = 1$)

$$\begin{aligned} (F(x) * \delta(x))(t) &= (\delta(x) * F(x))(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) F(t - x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) F(t - 0) dx \\ &= F(t) \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx \\ &= F(t) \end{aligned}$$

由此, 若我们知道该线性移不变系统对于单位脉冲的相应即为系统本身特性, 由此可以利用卷积计算出任意一个输入信号的系统输出