

שאלון מועד X  
מבחן במודלים חישוביים סמסטר 2020 א

שאלה 1

- תהי  $L$  שפה. לאיזו מהביטויים הבאים שקול הביטוי  $(L \cup ((\emptyset)^5)^*)^+$
- $L^+ \quad (A)$   
 $L^* \quad (B)$   
 $L(\emptyset)^* \quad (C)$   
 $(L^5)^+ \quad (D)$

שאלה 2

נתון האוטומט הלא דטרמיניסטי הבא

$$\begin{aligned}\delta(q_0, a) &= \{q_0, q_1\} & \delta(q_0, b) &= \{q_0, q_3\} & \delta(q_0, \text{epsilon}) &= \{q_3\} \\ \delta(q_1, b) &= \{q_1\} & \delta(q_1, c) &= \{q_1, q_2\} \\ \delta(q_2, a) &= \{q_2\} & \delta(q_2, b) &= \{q_2\} \\ \delta(q_3, a) &= \{q_3\} & \delta(q_3, c) &= \{q_4\} \\ \delta(q_4, a) &= \{q_4\} & \delta(q_4, b) &= \{q_4\} & \delta(q_4, c) &= \{q_4\}\end{aligned}$$

$q_0$  הוא המצב ההתחלתי.  
 $q_2$  ו- $q_4$  הם המצבים המקבלים.

מה השפה של האוטומט ?

- $(a \cup b \cup c)^* c (a \cup b \cup c)^* \quad (A)$   
 $a^* \cup b^* \cup c^* \quad (B)$  כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$  שלא שייכות ל-  
 $\{a, b, c\} \quad (C)$  כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$  שיש בהן תת מחרוזת  $ac$  או תת מחרוזת  $bc$   
 $\{a, b, c\} \quad (D)$  כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$

שאלה 3

שאלה זאת מתיחסת לאוטומט שמופיע בשאלה הקודמת.  
באיזה מצבים יכול להמצא האוטומט לאחר קריאת הקלט  $bac$  ?

- $\{q_1, q_2\} \quad (A)$   
 $\{q_2, q_4\} \quad (B)$   
 $\{q_0, q_1, q_2, q_3\} \quad (C)$   
 $\{q_1, q_2, q_4\} \quad (D)$

שאלה 4

איזו מהקבוצות הבאות אינה סגורה תחת פעולת השרשור ?

- $\{a, b, c\} \quad (A)$  כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$  שאורכן מתחלק בחמש והסימן השני שלהן הוא  $a$   
 $\{a, b, c\} \quad (B)$  כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$  בהן מספר סימני ה- $a$  גדול ממספר סימני ה- $b$   
 $\{a, b, c\} \quad (C)$  כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$  שיש בהן לכל היותר שני סימני  $c$   
 $\{a, b, c\} \quad (D)$  כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$  בהן בדיוק חצי מהסימנים הם  $a$ .

### שאלה 5

נתון אוטומט סופי דטרמיניסטי  $A$ . אי"ב הקלט שלו הוא  $\{a, b, c\}$ . נכניס את השינויים הבאים ב-  $A$  ונקרא לאוטומט החדש (שלא יהיה דטרמיניסטי)  $B$ .

מכל מצב מקבל נוסף מעבר המסומן ב-  $c$  לעצמו.

איזה מהטענות הבאות אינה בהכרח נכונה ?

- (A) השפה של  $B$  שווה ל-  $L(A)\{c\}^*$
- (B) אם השפה של  $A$  אינה ריקה אז השפה של  $B$  אינסופית
- (C) השפה של  $B$  מכילה את  $L(A)\{c\}^*$
- (D) השפה של  $B$  מקיימת את למת הניפוח לשפות רגולריות

### שאלה 6

נתון אוטומט סופי דטרמיניסטי  $A$  שיש לו שני מצבים לא מקבלים שאינם שקולים זה לזה. (יתכן שיש לו מצבים לא מקבלים נוספים). לשני המצבים האלו ניתן להגיע מהמצב ההתחלתי.

מה ניתן לומר בוודאות על  $A$  ?

(יש לבחור בתשובה שהיא נכונה ומספקת)

יותר מידע מכל תשובה אחרת. למשל אם  $C$  נכונה אז ברור שגם  $A$  ו-  $B$  נכונות. אבל במקרה כזה עליכם לבחור ב-  $C$

- (A)  $A$  מקבל לפחות מחרוזת אחת
- (B)  $A$  מקבל לפחות 2 מחרוזות
- (C)  $A$  מקבל אינסוף מחרוזות
- (D) מספר המחרוזות ש-  $A$  מקבל הוא סופי.

### שאלה 7

יהי  $A$  אוטומט סופי דטרמיניסטי. (נניח שניתן להגיע לכל המצבים ב-  $A$  מהמצב ההתחלתי).

בשלב מסוים בהרצת האלגוריתם למציאת

מצבים שקולים ב-  $A$  מתקבלת החלוקה הבאה לקבוצות של מצבים.

$\{q_0, q_1\}$   $\{q_2, q_3\}$   $\{q_4\}$

יתכן שזו אינה החלוקה הסופית.

איזה מהטענות הבאה נכונה ?

- (A) באוטומט המינימאלי השקול ל-  $A$  יהיו בוודאות 3 מצבים.
- (B) באוטומט המינימאלי השקול ל-  $A$  עשויים להיות 6 מצבים
- (C) באוטומט המינימאלי השקול ל-  $A$  עשויים להיות 4 מצבים
- (D) באוטומט המינימאלי השקול ל-  $A$  עשויים להיות 2 מצבים

## שאלה 8

נניח ש-  $N$  אוטומט סופי לא דטרמיניסטי שהשפה שלו ריקה (הוא אינו מקבל אף מילה). מספר המצבים של  $N$  לא נתון. נפעיל את האלגוריתם להמרת אוטומט לא דטרמיניסטי לאוטומט דטרמיניסטי על  $N$  ונקבל את האוטומט  $D$ . (נפעיל את האלגוריתם "העצל" כפי שנלמד בכיתה: באוטומט  $D$  שנבנה ניתן יהיה להגיע מהמצב ההתחלתי לכל אחד מהמצבים).

איזה מהטענות הבאות אינה נכונה?

- (A) השפה של  $D$  תהיה ריקה
- (B) ניתן לומר בוודאות שכל המצבים ב-  $D$  יהיו לא מקבלים
- (C) המצב ההתחלתי של  $D$  יהיה בהכרח "מצב בור" (מצב לא מקבל שיש לו מעברים על כל סימני הקלט בחזרה לעצמו).
- (D) מספר המצבים של  $D$  עשוי להיות גדול ממספר המצבים של  $N$

## שאלה 9

איזה מהמספרים הבאים קרוב ביותר למספר המצבים באוטומט סופי דטרמיניסטי מינימאלי המקבל את כל המילים בהן מופיעים לכל היותר שני סימנים שונים. סימן שמופיע עשוי להופיע מספר פעמים. א"ב הקלט כולל בדיוק 10 סימנים:  $\{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$ . למשל המילים  $acccccaac, bb, \epsilon, c$  אמורות להתקבל אבל המילה  $ccbacc$  לא תתקבל.

- $10^2$  (A)
- $2^{10}$  (B)
- $10^2 + 10$  (C)
- 60 (D)

## שאלה 10

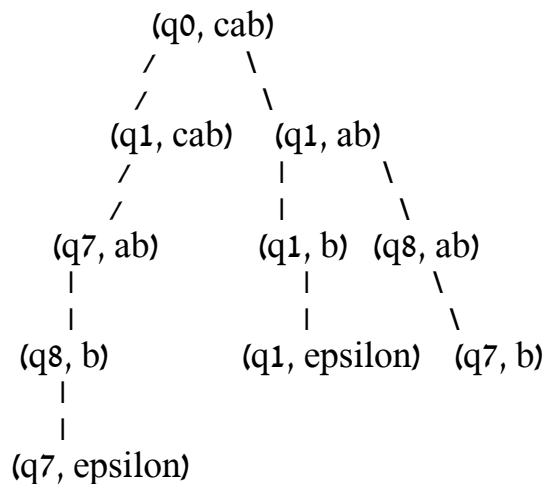
איזו שפה מתאר הביטוי הרגולרי הבא?

- $a(a \cup b \cup c \cup \epsilon)^* a \cup a(a \cup b \cup c \cup \epsilon)^* b \cup a(a \cup b \cup c \cup \epsilon)^* c$
- $b(a \cup b \cup c \cup \epsilon)^* a \cup b(a \cup b \cup c \cup \epsilon)^* b \cup b(a \cup b \cup c \cup \epsilon)^* c$

- (A) כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$  שאינן מתחילות ב-  $c$  ואורכן לפחות 2
- (B) כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$  בעלות אורך אי זוגי שאורכן לפחות 3
- (C) כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$  המסתיימות ב-  $a$  או ב-  $b$  או ב-  $c$
- (D) כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$

## שאלה 11

נניח שעץ החישוב הבא מראה את כל החישובים האפשריים של אוטומט סופי לא דטרמיניסטי על מילת הקלט  $cab$



בהנחה שרק מצב  $q_7$  הוא מצב מקבל איזה מהטענות הבאות נכונה ?

- (A) האוטומט לא מקבל את מילת הקלט cab
- (B) ניתן להסיק מהעץ הנ"ל שהאוטומט מקבל את מילות הקלט c, ca, cab
- (C) ניתן להסיק מהעץ הנ"ל שהאוטומט מקבל את המילה הריקה
- (D) החישוב הקצר ביותר שבו מקבל האוטומט את מילת הקלט cab כולל 3 צעדים

## שאלה 12

כזכור, הפונקציה ECLOSE (יש הקוראים לה eps) מתאימה לכל מצב  $p$  באוטומט לא דטרמיניסטי את קבוצת המצבים שנגישה מ- $p$  באפס או יותר מעברי אפסילון.

יהי  $N$  אוטומט סופי. איזה מהמקרים הבאים בלתי אפשרי ?

- (A) ECLOSE של כל מצב ב- $N$  מלבד המצב ההתחלתי מכיל את כל המצבים
- (B) ECLOSE של כל מצב מקבל של  $N$  שווה לקבוצת המצבים המקבלים של  $N$
- (C) ECLOSE של כל מצב של  $N$  (מלבד מצב אחד שיסומן  $q$ ) שווה לקבוצת כל המצבים של  $N$ . ECLOSE( $q$ ) כולל בדיוק שני מצבים. (ב- $N$  יש יותר משני מצבים).
- (D) לכל מצב  $q$  באוטומט  $N$  מתקיים  $ECLOSE(q) = \{ q \}$

## שאלה 13

נתונים שני אוטומטים סופיים דטרמיניסטיים  $A = (Q_A, \Sigma, \delta_A, q_{0A}, F_A)$

(כאן  $Q_A$  קבוצת המצבים,  $\Sigma$  א"ב הקלט,  $\delta_A$  פונקצית המעברים,  $q_{0A}$  המצב ההתחלתי,  $F_A$  קבוצת המצבים המקבלים).

$$B = (Q_B, \Sigma, \delta_B, q_{0B}, F_B)$$

נתבונן ב-"אוטומט המכפלה" המוגדר כך:

$$C = (Q_A \times Q_B, \Sigma, \delta_c, (q_{0A}, q_{0B}), F_c)$$

כאשר פונקציית המעברים של  $C$  מוגדרת כך:

לכל סימן  $a$  השייך ל- $\Sigma$  ולכל זוג מצבים  $p \in Q_A, q \in Q_B$ :

$$\delta_c((p, q), a) = (\delta_A(p, a), \delta_B(q, a))$$

קבוצת המצבים המקבלים של  $C$  היא:

$$F_C = (F_A \times (Q_B - F_B)) \cup ((Q_A - F_A) \times F_B)$$

מה השפה של האוטומט  $C$ ?

$$L(B) - L(A) \quad (A)$$

$$(L(A) \cup L(B)) - (L(A) \cap L(B)) \quad (B)$$

$$L(A) \cup L(B) \quad (C)$$

$$\Sigma^* \quad (D)$$

#### שאלה 14

נזכיר שהמספר המוזכר בלמת הניפוח לשפות רגולריות מכונה "קבוע הניפוח".  
מהו קבוע הניפוח הקטן ביותר המתאים לשפה המוגדרת כך:  
השפה מכילה את כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$  שיש בהן לפחות שני סימני  $a$   
ולכל היותר  $b$  אחד.

$$2 \quad (A)$$

$$3 \quad (B)$$

$$4 \quad (C)$$

$$5 \quad (D)$$

#### שאלה 15

נזכיר שעבור כל שפה  $L$  מעל  $\Sigma$  ניתן להגדיר את "יחס העתיד המשותף":  
מילים  $x, y$  שקולות לפי יחס זה אם לכל מילה  $z$  השייכת ל- $\Sigma^*$  מתקיים:  
המילים  $xz, yz$  שתייהן שייכות לשפה  $L$  או שתיהן אינן שייכות לה.  
(זה היחס שסימנו בכיתה  $\approx$  ומוזכר במשפט Myhill Nerode).

נתון שב-"יחס העתיד המשותף" של שפה מסוימת  $L$ , המילה הריקה שקולה למילה  $cb$ . מה ניתן להסיק מכך?  
רמז: בכל אחד מהמקרים, אם יש מילה שמפרידה בין 2 המילים, מה זה אומר לגבי השקילות של  $cb$  עם המילה הריקה?

$$c \text{ שקולה ל-} cbc \quad (A)$$

$$cb \text{ שקולה ל-} cbc \quad (B)$$

$$bc \text{ שקולה ל-} cbc \quad (C)$$

(D) cbc שקולה ל- cbcb

### שאלה 16

נתבונן ב- "יחס העתיד המשותף" (ראו הסבר על היחס בשאלה הקודמת) של השפה הכוללת את כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$  שיש בהן לפחות סימן  $a$  אחד ומיד אחרי כל מופע של  $a$  מופיע הסימן  $c$ . למשל  $bbacccbbacb$  בשפה אבל  $bbabccbbac$  ו-  $bc$  לא בשפה.

איזו טענה אינה נכונה ?

(A)  $ba$  שקול ל-  $cca$

(B)  $bb$  שקול ל-  $ac$

(C)  $aa$  שקול ל-  $caa$

(D)  $acb$  שקול ל-  $ac$

### שאלה 17

נתון הדקדוק הבא

$S \rightarrow aBS \mid bAS \mid \text{epsilon}$

$A \rightarrow bAA \mid a$

$B \rightarrow aBB \mid b$

כמה עצי גזירה יש למילה  $aaabbb$  בדקדוק הנתון ?

(A) אפס

(B) 1

(C) מספר סופי גדול מ- 1

(D) אינסוף

### שאלה 18

תהי  $L_1$  שפה הנוצרת ע"י הדקדוק הבא

$G_1 = (V_1, T, P_1, S_1)$

(כאן  $V_1$  קבוצת המשתנים,  $T$  קבוצת הטרכמינלים,  $P_1$  קבוצת כללי הגזירה ו-  $S_1$  הוא המשתנה ההתחלתי).

תהי  $L_2$  שפה הנוצרת ע"י הדקדוק הבא

$G_2 = (V_2, T, P_2, S_2)$

נניח ש-  $V_1 \cap V_2 = \emptyset$

נגדיר דקדוק חדש :

$G = (V_1 \cup V_2 \cup \{S\}, T,$

$P_1 \cup P_2 \cup \{S \rightarrow S_1 S_1 S_1 \mid S_2 S \mid \text{epsilon}\},$

$S)$

כאן  $S$  הוא משתנה חדש שלא הופיע ב-  $V_1 \cup V_2$

מה השפה שיוצר הדקדוק  $G$  ?

(A)  $L_1^3 \cup L_2^*$

(B)  $L_2^*(L_1^3 \cup \{\epsilon\})$

$$L_1^3 \cup L_2^+ \text{ (C)}$$

$$L_1^3 \cup L_2^* L_1^3 \text{ (D)}$$

### שאלה 19

מה השפה שיוצר הדקדוק הבא ?

$$S \rightarrow D S D D D \mid \varepsilon$$

$$D \rightarrow a \mid b \mid c$$

(נזכיר שהסימון  $\#a(w)$  פרושו מספר המופעים של הסימן  $a$  במילה  $w$ .  
 הסימון  $|w|$  פרושו האורך של המילה  $w$ .)  
 (A)

$$\{ w : w \in \{a,b,c\}^*, |w| \bmod 4 = 0 \}$$

(B)

$$\{ xy : x \in \{a,b,c\}^*,$$

$$y \in \{a,b,c\}^*,$$

$$\#_a(y) = 3 * (\#_b(x) + \#_c(x)) \}$$

$$\{a,b,c\}^* \text{ (C)}$$

$$\text{ (D)}$$

$$\{ w : w \in \{a,b,c\}^*, |w| \bmod 4 = 3 \text{ or } |w| \bmod 4 = 1 \}$$

### שאלה 20

נתון אוטומט עם מחסנית. הנה המעברים :

תזכורת לגבי הסימון : מעבר  $(q, \beta) (p, a, \alpha)$  משמעותו שבמצב  $p$ , כשבקלט רואים  $a$  (שעשוי להיות גם אפסילון) ובראש המחסנית יש מחרוזת  $\alpha$  אז יש מעבר למצב  $q$  כאשר המחרוזת  $\alpha$  בראש המחסנית מוחלפת במחרוזת  $\beta$ . (כש-  $\alpha$  או  $\beta$  כוללים מספר סימנים אז הסימן השמאלי ביותר הוא בראש המחסנית).

$$(q_0, a, \varepsilon) (q_0, a)$$

$$(q_0, a, \varepsilon) (q_0, \varepsilon)$$

$$(q_0, \varepsilon, \varepsilon) (q_1, \varepsilon)$$

$$(q_1, b, a) (q_1, \varepsilon)$$

$$(q_1, b, \varepsilon) (q_1, b)$$

$$(q_1, \varepsilon, \varepsilon) (q_2, \varepsilon)$$

$$(q_2, c, b) (q_2, \varepsilon)$$

$(q_2, c, \varepsilon)$   $(q_2, \varepsilon)$

$q_0$  הוא המצב ההתחלתי. מצב  $q_2$  הוא המצב המקבל היחיד.

מה השפה שמקבל האוטומט ?

- (A)  $a^*b^*c^*$   
(B)  $\{a^mb^nc^k : m+k \geq n, n \geq 0\}$   
(C)  $\{a^kb^mc^m : m, k \geq 0\}$   
(D)  $\{a^mb^nc^k : m+k = n, n \geq 0\}$

## שאלה 21

נתונים המעברים הבאים של אוטומט עם מחסנית שעושה bottom up parsing.  $q_0$  מצב התחלתי.  $q_1$  מצב מקבל.

$(q_0, a, \varepsilon)$   $(q_0, a)$   
 $(q_0, b, \varepsilon)$   $(q_0, b)$   
 $(q_0, c, \varepsilon)$   $(q_0, c)$

$(q_0, \varepsilon, CT)$   $(q_0, S)$   
 $(q_0, \varepsilon, bTa)$   $(q_0, T)$   
 $(q_0, \varepsilon, ba)$   $(q_0, T)$   
 $(q_0, \varepsilon, \varepsilon)$   $(q_0, C)$   
 $(q_0, \varepsilon, cC)$   $(q_0, C)$

$(q_0, \varepsilon, S)$   $(q_1, \varepsilon)$

(הצורה בה מתוארים המעברים מתוארת בשאלה הקודמת).

מה השפה שמקבל האוטומט ?

(A) מילים מעל  $\{a, b, c\}$  בהן מספר סימני ה-a שווה למספר סימני ה-b ויש לפחות סימן a אחד.

- (B)  $a^*b^*c^*$   
(C)  $\{a^nc^kb^n : n \geq 1, k \geq 0\}$   
(D)  $\{a^nb^nc^k : n \geq 1, k \geq 0\}$

## שאלה 22

נניח ש-  $P$  היא אוטומט עם מחסנית המקבלת את השפה  $L$ . איך נשנה את  $P$  כך שיתקבל אוטומט עם מחסנית המקבל את השפה  $L^3$  ? (שימו לב ששלושת האלטרנטיבות הראשונות מאוד דומות זו לזו. ההבדלים ביניהן סומנו בקו תחתון).

(A) נוסיף מצב התחלתי חדש. ממצב זה יהיה מעבר אחד המסומן  $\varepsilon/\varepsilon/\$ \$ \$$  למצב ההתחלתי המקורי של  $P$ . מכל מצב מקבל של  $P$  נוסיף מעבר המסומן ב-  $\varepsilon/\$/\$$  למצב ההתחלתי המקורי של  $P$ .



(B) נוסף מצב התחלתי חדש. ממצב זה יהיה מעבר אחד המסומן  $\epsilon/\epsilon/\$ \$ \$$  למצב ההתחלתי המקורי של P. מכל מצב מקבל של P נוסף מעבר המסומן ב-  $\epsilon/\$/\epsilon$  למצב ההתחלתי המקורי של P.

(C) נוסף מצב התחלתי חדש. ממצב זה יהיה מעבר אחד המסומן  $\epsilon/\epsilon/\$ \$$  למצב ההתחלתי המקורי של P. מכל מצב מקבל של P נוסף מעבר המסומן ב-  $\epsilon/\$/\epsilon$  למצב ההתחלתי המקורי של P.

(D) נוסף מצב התחלתי חדש. ממצב זה יהיה מעבר אחד המסומן  $\epsilon/\epsilon/\$ \$ \$$  למצב ההתחלתי המקורי של P. נוסף מצב מקבל חדש ל- P (שלא יהיו מעברים היוצאים ממנו).

מצב זה יהיה מצב מקבל יחיד באוטומט החדש. מכל מצב שהיה מצב מקבל ב- P המקורית נוסף מעבר המסומן ב-  $\epsilon/\$ \$ \$/\epsilon$  למצב המקבל החדש.

### שאלה 23

הנה הוכחה שגויה לכך שהשפה  $\{a^n b^n c^n\}$  היא חסרת הקשר:

היא חסרת הקשר כי ניתן לבנות אוטומט עם מחסנית המקבל אותה באופן הבא: לאוטומט יהיה שלושה מצבים. המעברים ביניהם יעשו עם מעבר המסומן

ב-  $\epsilon/\epsilon/\epsilon$ . במצב ההתחלתי האוטומט יקרא סימני a מהקלט וידחוף a למחסנית עבור כל סימן שהוא קורא. כך הוא יזכור כמה סימני a הוא ראה. במצב השני האוטומט יקרא סימני b מהקלט. עבור כל סימן שהוא יקרא הוא יבצע את השינוי הבא במחסנית: הוא ימחק a מהמחסנית וידחוף b אחד למחסנית מתחת לכל ה- a - ים שנותרו בה. למשל  $b/aaaa/aaab$  לאוטומט יהיה בין היתר מעבר כזה:

כך האוטומט ישווה בין מספר ה- a - ים לבין מספר ה- b - ים בקלט ויחד עם זאת יזכור כמה b - ים הופיעו בקלט כדי שיוכל להשוות בין מספר זה לבין מספר ה- c - ים שיופיעו בהמשך.

במצב השלישי האוטומט יקרא סימני c מהקלט. עבור כל סימן כזה הוא ימחק b אחד מהמחסנית. המצב השלישי יהיה המצב המקבל היחיד.

מה הבעיה בהוכחה זו ?

(A) האוטומט יהיה דטרמיניסטי (בכל קונפיגורציה רק צעד אחד יהיה אפשרי). כדי להוכיח שהשפה חסרת הקשר יש לבנות עבורה אוטומט עם מחסנית שאינו דטרמיניסטי.

(B) הבניה הזאת מחייבת להגדיר אינסוף מעברים בעוד שמספר המעברים צריך להיות סופי.

(C) יהיו חישובים בהם האוטומט אינו מרוקן את המחסנית למרות שמילת הקלט שייכת לשפה.

(D) האוטומט יקבל גם מילים שאינן בשפה.

### שאלה 24

תהי M1 מכונת טיורינג המכריעה למחצה את השפה L1.

תהי  $M_2$  מכונת טיורינג המכריעה את השפה  $L_2$ . מכונה  $M$  שמכריעה למחצה את  $L_1 - L_2$  תפעל בשני שלבים. בהמשך נסמן את הקלט של  $M$  ב- $x$ .

איך תפעל  $M$ ?

(כמובן שאם אפשרות  $C$  נכונה יש להעדיף אותה על פני  $A$  או  $B$ )  
שימו לב שאלטרנטיבות  $B$  ו- $D$  זהות מלבד ההבדלים שסומנו בקו תחתון.

(A) שלב 1: הרץ את  $M_1$  על  $x$ . אם היא עוצרת ומקבלת המשך לשלב 2.  
אם היא עוצרת ודוחה אז דחה (את  $x$ ).  
שלב 2: הרץ את  $M_2$  על  $x$ . אם היא עוצרת ומקבלת אז דחה (את  $x$ )  
אם היא עוצרת ודוחה אז קבל (את  $x$ ).

(B) שלב 1: הרץ את  $M_2$  על  $x$ . אם היא עוצרת ודוחה המשך לשלב 2.  
אם היא עוצרת ומקבלת אז דחה (את  $x$ ).  
שלב 2: הרץ את  $M_1$  על  $x$ . אם היא עוצרת ומקבלת אז קבל (את  $x$ )  
אם היא עוצרת ודוחה אז דחה (את  $x$ ).

(C) גם  $A$  וגם  $B$  נכונים  
(D) שלב 1: הרץ את  $M_2$  על  $x$ . אם היא עוצרת ומקבלת המשך לשלב 2.  
אם היא עוצרת ודוחה אז דחה (את  $x$ ).  
שלב 2: הרץ את  $M_1$  על  $x$ . אם היא עוצרת ומקבלת אז קבל (את  $x$ )  
אם היא עוצרת ודוחה אז דחה (את  $x$ ).

## שאלה 25

בהמשך נניח שא"ב הקלט של מ"ט בהן נעסוק הוא  $\{0, 1\}$ .  
נתבונן במ"ט שנקרא לה  $A$  הפועלת כך:  
על קלט  $\langle M \rangle$  (תאור של מ"ט  $M$ ) היא מבצעת:

1. הרץ את  $M$  על המילה 0  
אם  $M$  עוצר ומקבל אז קבל (את  $\langle M \rangle$ )  
אם  $M$  עוצר ודוחה אז המשך לשלב הבא
2. הרץ את  $M$  על המילה 1  
אם  $M$  עוצר ומקבל אז קבל (את  $\langle M \rangle$ )  
אם  $M$  עוצר ודוחה אז דחה (את  $\langle M \rangle$ )

נסמן:

$$L = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is a Turing machine, } 0 \in L(M) \text{ or } 1 \in L(M) \}$$

איזה מהטענות הבאות נכונה?

- (A)  $A$  מכריעה למחצה אבל לא מכריעה את השפה  $L$   
(B)  $A$  מכריעה את השפה  $L$   
(C)  $A$  אפילו לא מכריעה למחצה את  $L$   
(D)  $A$  לפעמים מכריעה את  $L$  ולפעמים לא (תלוי בקלט של  $A$ )

גליון התשובות

	מספר מחברת :		מספר זהות :
--	--------------	--	-------------

1	A	B	C	D
2	A	B	C	D
3	A	B	C	D
4	A	B	C	D
5	A	B	C	D
6	A	B	C	D
7	A	B	C	D
8	A	B	C	D
9	A	B	C	D
10	A	B	C	D
11	A	B	C	D
12	A	B	C	D
13	A	B	C	D
14	A	B	C	D
15	A	B	C	D
16	A	B	C	D
17	A	B	C	D
18	A	B	C	D
19	A	B	C	D
20	A	B	C	D
21	A	B	C	D
22	A	B	C	D
23	A	B	C	D
24	A	B	C	D
25	A	B	C	D

**פתרון מועד X**  
**מבחן במודלים חישוביים סמסטר 2020 א**

**שאלה 1**

תהי  $L$  שפה. לאיזו מהביטויים הבאים שקול הביטוי  $(L \cup ((\emptyset)^5)^*)^+$

$L^+ \quad (A)$   
 $L^* \quad (B)$   
 $L(\emptyset)^* \quad (C)$   
 $(L^5)^+ \quad (D)$

**תשובה: B**

**שאלה 2**

נתון האוטומט הלא דטרמיניסטי הבא

$\delta(q_0, a) = \{q_0, q_1\} \quad \delta(q_0, b) = \{q_0, q_3\} \quad \delta(q_0, \epsilon) = \{q_3\}$   
 $\delta(q_1, b) = \{q_1\} \quad \delta(q_1, c) = \{q_1, q_2\}$   
 $\delta(q_2, a) = \{q_2\} \quad \delta(q_2, b) = \{q_2\}$   
 $\delta(q_3, a) = \{q_3\} \quad \delta(q_3, c) = \{q_4\}$   
 $\delta(q_4, a) = \{q_4\} \quad \delta(q_4, b) = \{q_4\} \quad \delta(q_4, c) = \{q_4\}$

$q_0$  הוא המצב ההתחלתי.  
 $q_2$  ו- $q_4$  הם המצבים המקבלים.

מה השפה של האוטומט ?

$(a \cup b \cup c)^* c (a \cup b \cup c)^* \quad (A)$   
 $a^* \cup b^* \cup c^* \quad (B)$  כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$  שלא שייכות ל-  
 $bc \quad (C)$  כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$  שיש בהן תת מחרוזת  $ac$  או תת מחרוזת  $bc$   
 $\{a, b, c\} \quad (D)$  כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$

**תשובה: A**

**שאלה 3**

שאלה זאת מתיחסת לאוטומט שמופיע בשאלה הקודמת.  
 באיזה מצבים יכול להמצא האוטומט לאחר קריאת הקלט  $bac$  ?

$\{q_1, q_2\} \quad (A)$   
 $\{q_2, q_4\} \quad (B)$   
 $\{q_0, q_1, q_2, q_3\} \quad (C)$   
 $\{q_1, q_2, q_4\} \quad (D)$

**תשובה: D**

**שאלה 4**

איזו מהקבוצות הבאות אינה סגורה תחת פעולת השרשור ?

$\{a, b, c\} \quad (A)$  כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$  שאורכן מתחלק בחמש והסימן השני שלהן הוא  $a$   
 $\{a, b, c\} \quad (B)$  כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$  בהן מספר סימני ה- $a$  גדול ממספר סימני ה- $b$

- (C) כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$  שיש בהן לכל היותר שני סימני c  
 (D) כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$  בהן בדיוק חצי מהסימנים הם a.

תשובה: C

### שאלה 5

נתון אוטומט סופי דטרמיניסטי A. א"ב הקלט שלו הוא  $\{a, b, c\}$ . נכניס את השינויים הבאים ב-A ונקרא לאוטומט החדש (שלא יהיה דטרמיניסטי) B.

מכל מצב מקבל נוסף מעבר המסומן ב-c לעצמו.

איזה מהטענות הבאות אינה בהכרח נכונה ?

- (A) השפה של B שווה ל-  $L(A)\{c\}^*$   
 (B) אם השפה של A אינה ריקה אז השפה של B אינסופית  
 (C) השפה של B מכילה את  $L(A)\{c\}^*$   
 (D) השפה של B מקיימת את למת הניפוח לשפות רגולריות

תשובה: A

### שאלה 6

נתון אוטומט סופי דטרמיניסטי A שיש לו שני מצבים לא מקבלים שאינם שקולים זה לזה. (יתכן שיש לו מצבים לא מקבלים נוספים). לשני המצבים האלו ניתן להגיע מהמצב ההתחלתי.

מה ניתן לומר בוודאות על A ?

- (יש לבחור בתשובה שהיא נכונה ומספקת)  
 יותר מידע מכל תשובה אחרת. למשל אם C נכונה אז ברור שגם A ו-B נכונות. אבל במקרה כזה עליכם לבחור ב-C

- (A) מקבל לפחות מחרוזת אחת  
 (B) מקבל לפחות 2 מחרוזות  
 (C) מקבל אינסוף מחרוזות  
 (D) מספר המחרוזות ש-A מקבל הוא סופי.

תשובה: A

הסבר: נסמן את שני המצבים בהם מדובר ב-q ו-p. הם אינם שקולים זה לזה ולכן יש מילה (נסמן אותה w) שמבדילה ביניהם: כשמתחילים ב-q וקוראים את w מהקלט מגיעים למצב מקבל וכשמתחילים ב-p וקוראים את w מהקלט מגיעים למצב לא מקבל (או להיפך). בכל מקרה יש מצב מקבל שניתן להגיע אליו מהמצב ההתחלתי (נתון שניתן להגיע ל-p ו-q מהמצב ההתחלתי) ולכן יש מילה שהאוטומט יקבל. לא קשה למצוא דוגמא שבה האוטומט מקבל רק מילה אחת ולכן B, C לא נכונים. גם לא קשה למצוא דוגמא בה האוטומט יקבל אינסוף מילים ולכן גם D לא נכון.

### שאלה 7

יהי A אוטומט סופי דטרמיניסטי. (נניח שניתן להגיע לכל המצבים ב-A מהמצב ההתחלתי).

בשלב מסוים בהרצת האלגוריתם למציאת

מצבים שקולים ב-A מתקבלת החלוקה הבאה לקבוצות של מצבים.

$\{q_0, q_1\}$   $\{q_2, q_3\}$   $\{q_4\}$

יתכן שזו אינה החלוקה הסופית.

איזה מהטענות הבאה נכונה ?

- (A) באוטומט המינימאלי השקול ל-A יהיו בוודאות 3 מצבים.
- (B) באוטומט המינימאלי השקול ל-A עשויים להיות 6 מצבים
- (C) באוטומט המינימאלי השקול ל-A עשויים להיות 4 מצבים
- (D) באוטומט המינימאלי השקול ל-A עשויים להיות 2 מצבים

תשובה: C

באוטומט המינימאלי יהיו בין 3 ל-5 מצבים -- כמספר מחלקות השקילות של מצבי A. לפי הנתון ברור שיש לפחות 3 מחלקות שקילות אבל יתכן שחלק מהקבוצות יתפצלו בהמשך הרצת האלגוריתם ומספר הקבוצות יגדל. מספר מחלקות השקילות הגדול ביותר יתקבל אם כל מצב נמצא במחלקת שקילות נפרדת -- ואז יהיו 5 מחלקות.

## שאלה 8

נניח ש-N אוטומט סופי לא דטרמיניסטי שהשפה שלו ריקה (הוא אינו מקבל אף מילה). מספר המצבים של N לא נתון. נפעיל את האלגוריתם להמרת אוטומט לא דטרמיניסטי לאוטומט דטרמיניסטי על N ונקבל את האוטומט D. (נפעיל את האלגוריתם "העצל" כפי שנלמד בכיתה: באוטומט D שנבנה ניתן יהיה להגיע מהמצב ההתחלתי לכל אחד מהמצבים).

איזה מהטענות הבאות אינה נכונה ?

- (A) השפה של D תהיה ריקה
- (B) ניתן לומר בוודאות שכל המצבים ב-D יהיו לא מקבלים
- (C) המצב ההתחלתי של D יהיה בהכרח "מצב בור" (מצב לא מקבל שיש לו מעברים על כל סימני הקלט בחזרה לעצמו).
- (D) מספר המצבים של D עשוי להיות גדול ממספר המצבים של N

תשובה: C

## שאלה 9

איזה מהמספרים הבאים קרוב ביותר למספר המצבים באוטומט סופי דטרמיניסטי מינימאלי המקבל את כל המילים בהן מופיעים לכל היותר שני סימנים שונים. סימן שמופיע עשוי להופיע מספר פעמים. א"ב הקלט כולל בדיוק 10 סימנים:  $\{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$ . למשל המילים  $acccccaac, bb, \epsilon, c$  אמורות להתקבל אבל המילה  $ccbacc$  לא תתקבל.

(A)  $10^2$

(B)  $2^{10}$

(C)  $10^2 + 10$

(D) 60

תשובה: D התשובה המדויקת היא  $1+10+45+1 = 57$   
באוטומט יופיע המצבים הבאים:

מצב התחלתי בו לא ראינו כלום. מצב כדי לזכור שראינו רק סימני a, מצב אחר כדי לזכור שראינו רק סימני b וכן הלאה -- בסה"כ 10 מצבים).  
מצב שבו זוכרים שראינו רק סימני a, b. מצב נוסף כדי לזכור שראינו רק סימני a, c וכן הלאה עבור כל זוג סימנים אפשרי (יש 45 זוגות אפשריים).  
ומצב בור אחד אליו מגיעים אחרי שרואים בקלט 3 סימנים שונים.

### שאלה 10

איזו שפה מתאר הביטוי הרגולרי הבא ?

$$a(a \cup b \cup c \cup \varepsilon)^* a \cup a(a \cup b \cup c \cup \varepsilon)^* b \cup a(a \cup b \cup c \cup \varepsilon)^* c \cup$$

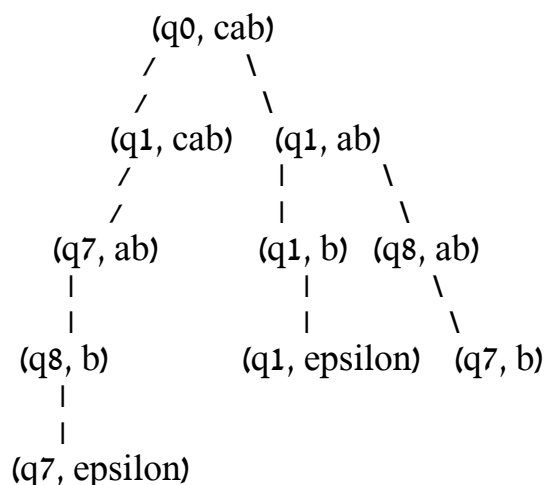
$$b(a \cup b \cup c \cup \varepsilon)^* a \cup b(a \cup b \cup c \cup \varepsilon)^* b \cup b(a \cup b \cup c \cup \varepsilon)^* c$$

- (A) כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$  שאינן מתחילות ב-c ואורכן לפחות 2  
(B) כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$  בעלות אורך אי זוגי שאורכן לפחות 3  
(C) כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$  המסתיימות ב-a או ב-b או ב-c  
(D) כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$

תשובה: A (הערה: ניתן למחוק את האפסילונים מהביטוי ולקבל ביטוי שקול)

### שאלה 11

נניח שעץ החישוב הבא מראה את כל החישובים האפשריים של אוטומט סופי לא דטרמיניסטי על מילת הקלט cab



בהנחה שרק מצב q7 הוא מצב מקבל איזה מהטענות הבאות נכונה ?

- (A) האוטומט לא מקבל את מילת הקלט cab  
(B) ניתן להסיק מהעץ הנ"ל שהאוטומט מקבל את מילות הקלט c, ca, cab  
(C) ניתן להסיק מהעץ הנ"ל שהאוטומט מקבל את המילה הריקה

(D) החישוב הקצר ביותר שבו מקבל האוטומט את מילת הקלט cab כולל 3 צעדים

תשובה: B

שאלה 12

כזכור, הפונקציה ECLOSE (יש הקוראים לה eps) מתאימה לכל מצב p באוטומט לא דטרמיניסטי את קבוצת המצבים שנגישה מ- p באפס או יותר מעברי אפסילון.

יהי N אוטומט סופי. איזה מהמקרים הבאים בלתי אפשרי ?

- (A) ECLOSE של כל מצב ב- N מלבד המצב ההתחלתי מכיל את כל המצבים  
 (B) ECLOSE של כל מצב מקבל של N שווה לקבוצת המצבים המקבלים של N  
 (C) ECLOSE של כל מצב של N (מלבד מצב אחד שיסומן q) שווה לקבוצת כל המצבים של N.  $ECLOSE(q)$  כולל בדיוק שני מצבים. (ב- N יש יותר משני מצבים).  
 (D) לכל מצב q באוטומט N מתקיים  $ECLOSE(q) = \{ q \}$

תשובה: C

הסבר:  $ECLOSE(q)$  כולל את q ומצב נוסף. לפי הנתון, מהמצב הנוסף ניתן להגיע בעזרת מסעי אפסילון לכל מצבי האוטומט. לכן  $ECLOSE(q)$  כולל את כל מצבי האוטומט ולא שני מצבים בלבד.

שאלה 13

נתונים שני אוטומטים סופיים דטרמיניסטיים  $A = (Q_A, \Sigma, \delta_A, q_{0A}, F_A)$

(כאן  $Q_A$  קבוצת המצבים,  $\Sigma$  א"ב הקלט,  $\delta_A$  פונקצית המעברים,  $q_{0A}$  המצב ההתחלתי,  $F_A$  קבוצת המצבים המקבלים).

$$B = (Q_B, \Sigma, \delta_B, q_{0B}, F_B)$$

נתבונן ב-"אוטומט המכפלה" המוגדר כך:

$$C = (Q_A \times Q_B, \Sigma, \delta_c, (q_{0A}, q_{0B}), F_c)$$

כאשר פונקצית המעברים של C מוגדרת כך:

$$\begin{aligned} & \text{לכל סימן } a \text{ השייך ל- } \Sigma \text{ ולכל זוג מצבים } p \in Q_A, q \in Q_B : \\ & \delta_c((p, q), a) = (\delta_A(p, a), \delta_B(q, a)) \end{aligned}$$

קבוצת המצבים המקבלים של C היא:

$$F_C = (F_A \times (Q_B - F_B)) \cup ((Q_A - F_A) \times F_B)$$

מה השפה של האוטומט C ?

$$L(B) - L(A) \quad (A)$$

$$(L(A) \cup L(B)) - (L(A) \cap L(B)) \quad (B)$$



(C) המשלים של  $L(A) \cup L(B)$

(D)  $\Sigma^*$

תשובה: (B) (כל המילים השייכות בדיוק לאחת משתי השפות  $L(A), L(B)$ )

#### שאלה 14

נזכיר שהמספר המוזכר בלמת הניפוח לשפות רגולריות מכונה "קבוע הניפוח". מהו קבוע הניפוח הקטן ביותר המתאים לשפה המוגדרת כך: השפה מכילה את כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$  שיש בהן לפחות שני סימני  $a$  ולכל היותר  $b$  אחד.

(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 5

#### תשובה: C

הסבר: בהינתן מילה בשפה שאורכה לפחות 4 "ננפח" אותה כך: אם בין 4 הסימנים הראשונים יש  $c$  נבחר בו בתור ה- $y$  (זה החלק ש-"מנפחים") (כמובן אם יש יותר מ- $c$  אחד בין 4 הסימנים הראשונים זה לא משנה באיזה מהם בוחרים לשמש כ- $y$ ). אחרת (כלומר אין  $c$  בין 4 הסימנים הראשונים) אז בהכרח יש ביניהם לפחות שלושה  $a$ -ים. נבחר אחד מהם בתור ה- $y$ .

3 לא יכול לשמש כקבוע הניפוח כי למשל המילה  $aab$  ששייכת לשפה ואורכה גדול או שווה ל-3 אינה "ניתנת לניפוח". (אם  $y$  כולל  $a$  אז כשננפח את  $y$  אפס פעמים תתקבל מילה שלא שייכת לשפה. אם  $y$  כולל את  $b$  אז כשננפח את  $y$  פעמיים תתקבל מילה שלא שייכת לשפה).

#### שאלה 15

נזכיר שעבור כל שפה  $L$  מעל  $\Sigma$  ניתן להגדיר את "יחס העתיד המשותף": מילים  $x, y$  שקולות לפי יחס זה אם לכל מילה  $z$  השייכת ל- $\Sigma^*$  מתקיים: המילים  $xz, yz$  שתייהן שייכות לשפה  $L$  או שתיהן אינן שייכות לה. (זה היחס שסימנו בכיתה  $\approx$  ומוזכר במשפט Myhill Nerode).

נתון שב-"יחס העתיד המשותף" של שפה מסוימת  $L$ , המילה הריקה שקולה למילה  $cb$ . מה ניתן להסיק מכך? רמז: בכל אחד מהמקרים, אם יש מילה שמפרידה בין 2 המילים, מה זה אומר לגבי השקילות של  $cb$  עם המילה הריקה?

(A)  $cbc$  שקולה ל- $c$

(B)  $cbc$  שקולה ל- $cb$

(C)  $cbc$  שקולה ל- $bc$

(D)  $cbc$  שקולה ל- $cbcb$

#### תשובה: A

לא יכולה להיות מילה  $z$  שמפרידה בין  $cbc$  לבין  $c$ . נניח שיש מילה כזאת אז  $cbcz$  שייך ל- $L$  ו- $cz$  לא שייך ל- $L$  (או להיפך). אז המילה  $cz$  מפרידה בין  $cb$  למילה הריקה בסתירה לנתון שהן שקולות.

### שאלה 16

נתבונן ב- "יחס העתיד המשותף" (ראו הסבר על היחס בשאלה הקודמת) של השפה הכוללת את כל המילים מעל  $\{a, b, c\}$  שיש בהן לפחות סימן  $a$  אחד ומיד אחרי כל מופע של  $a$  מופיע הסימן  $c$ . למשל  $bbaccbcbac$  בשפה אבל  $bbabccbbac$  ו-  $bc$  לא בשפה.

איזו טענה אינה נכונה ?

(A)  $ba$  שקול ל-  $cca$

(B)  $bb$  שקול ל-  $ac$

(C)  $aa$  שקול ל-  $caa$

(D)  $acb$  שקול ל-  $ac$

תשובה: B (למשל המילה הריקה מבדילה ביניהם)

### שאלה 17

נתון הדקדוק הבא

$S \rightarrow aBS \mid bAS \mid \text{epsilon}$

$A \rightarrow bAA \mid a$

$B \rightarrow aBB \mid b$

כמה עצי גזירה יש למילה  $aaabbb$  בדקדוק הנתון ?

(A) אפס

(B) 1

(C) מספר סופי גדול מ- 1

(D) אינסוף

תשובה: B

### שאלה 18

תהי  $L_1$  שפה הנוצרת ע"י הדקדוק הבא

$G_1 = (V_1, T, P_1, S_1)$

(כאן  $V_1$  קבוצת המשתנים,  $T$  קבוצת הטרמינלים,  $P_1$  קבוצת כללי הגזירה ו-  $S_1$  הוא המשתנה ההתחלתי).

תהי  $L_2$  שפה הנוצרת ע"י הדקדוק הבא

$G_2 = (V_2, T, P_2, S_2)$

נניח ש-  $V_1 \cap V_2 = \emptyset$

נגדיר דקדוק חדש:

$G = (V_1 \cup V_2 \cup \{S\}, T,$

$P_1 \cup P_2 \cup \{S \rightarrow S_1 S_1 S_1 \mid S_2 S \mid \text{epsilon}\},$

$S)$

כאן  $S$  הוא משתנה חדש שלא הופיע ב-  $V_1 \cup V_2$

מה השפה שיוצר הדקדוק  $G$  ?

(A)  $L_1^3 \cup L_2^*$

$$L_2^*(L_1^3 \cup \{\varepsilon\}) \quad (B)$$

$$L_1^3 \cup L_2^+ \quad (C)$$

$$L_1^3 \cup L_2^* L_1^3 \quad (D)$$

תשובה: B

### שאלה 19

מה השפה שיוצר הדקדוק הבא ?

$$S \rightarrow D S D D D \mid \varepsilon$$

$$D \rightarrow a \mid b \mid c$$

(נזכיר שהסימון  $\#a(w)$  פרושו מספר המופעים של הסימן  $a$  במילה  $w$ .  
 הסימון  $|w|$  פרושו האורך של המילה  $w$ .)  
 (A)

$$\{ w : w \in \{a,b,c\}^*, |w| \bmod 4 = 0 \}$$

(B)

$$\{ xy : x \in \{a,b,c\}^*, \\ y \in \{a,b,c\}^*, \\ \#_a(y) = 3 * (\#_b(x) + \#_c(x)) \}$$

$$\{a,b,c\}^* \quad (C)$$

(D)

$$\{ w : w \in \{a,b,c\}^*, |w| \bmod 4 = 3 \text{ or } |w| \bmod 4 = 1 \}$$

תשובה: A

### שאלה 20

נתון אוטומט עם מחסנית. הנה המעברים:  
 תזכורת לגבי הסימון: מעבר  $(p, a, \alpha) (q, \beta)$  משמעותו שבמצב  $p$ , כשבקלט רואים  $a$  (שעשוי להיות גם אפסילון) ובראש המחסנית יש מחרוזת  $\alpha$  אז יש מעבר למצב  $q$  כאשר המחרוזת  $\alpha$  בראש המחסנית מוחלפת במחרוזת  $\beta$ . (כש- $\alpha$  או  $\beta$  כוללים מספר סימנים אז הסימן השמאלי ביותר הוא בראש המחסנית).

$$(q_0, a, \varepsilon) (q_0, a)$$

$$(q_0, a, \varepsilon) (q_0, \varepsilon)$$

$$(q_0, \varepsilon, \varepsilon) (q_1, \varepsilon)$$

$$(q_1, b, a) (q_1, \varepsilon)$$

$$(q_1, b, \varepsilon) (q_1, b)$$

$(q_1, \varepsilon, \varepsilon) (q_2, \varepsilon)$

$(q_2, c, b) (q_2, \varepsilon)$

$(q_2, c, \varepsilon) (q_2, \varepsilon)$

$q_0$  הוא המצב ההתחלתי. מצב  $q_2$  הוא המצב המקבל היחיד.

מה השפה שמקבל האוטומט ?

$a^*b^*c^*$  (A)

$\{a^mb^nc^k: m+k \geq n, n \geq 0\}$  (B)

$\{a^kb^mc^m: m, k \geq 0\}$  (C)

$\{a^mb^nc^k: m+k = n, n \geq 0\}$  (D)

תשובה: B

### שאלה 21

נתונים המעברים הבאים של אוטומט עם מחסנית שעושה bottom up parsing.  $q_0$  מצב התחלתי.  $q_1$  מצב מקבל.

$(q_0, a, \varepsilon) (q_0, a)$

$(q_0, b, \varepsilon) (q_0, b)$

$(q_0, c, \varepsilon) (q_0, c)$

$(q_0, \varepsilon, CT) (q_0, S)$

$(q_0, \varepsilon, bTa) (q_0, T)$

$(q_0, \varepsilon, ba) (q_0, T)$

$(q_0, \varepsilon, \varepsilon) (q_0, C)$

$(q_0, \varepsilon, cC) (q_0, C)$

$(q_0, \varepsilon, S) (q_1, \varepsilon)$

(הצורה בה מתוארים המעברים מתוארת בשאלה הקודמת).

מה השפה שמקבל האוטומט ?

(A) מילים מעל  $\{a, b, c\}$  בהן מספר סימני ה-a שווה למספר סימני ה-b ויש לפחות סימן a אחד.

$a^*b^*c^*$  (B).

$\{a^nc^kb^n: n \geq 1, k \geq 0\}$  (C)

$\{a^nb^nc^k: n \geq 1, k \geq 0\}$  (D)

תשובה: D

### שאלה 22

נניח ש-  $P$  היא אוטומט עם מחסנית המקבלת את השפה  $L$ . איך נשנה את  $P$  כך שיתקבל אוטומט עם מחסנית המקבל את השפה  $L^3$  ? (שימו לב ששלושת האלטרנטיבות הראשונות מאוד דומות זו לזו. ההבדלים

ביניהן סומנו בקו תחתון).

(A) נוסף מצב התחלתי חדש. ממצב זה יהיה מעבר אחד המסומן  $\epsilon/\epsilon/\$ \$$  למצב ההתחלתי המקורי של P. מכל מצב מקבל של P נוסף מעבר המסומן ב-  $\epsilon/\$/\$$  למצב ההתחלתי המקורי של P.

(B) נוסף מצב התחלתי חדש. ממצב זה יהיה מעבר אחד המסומן  $\epsilon/\epsilon/\$ \$$  למצב ההתחלתי המקורי של P. מכל מצב מקבל של P נוסף מעבר המסומן ב-  $\epsilon/\$/\epsilon$  למצב ההתחלתי המקורי של P.

(C) נוסף מצב התחלתי חדש. ממצב זה יהיה מעבר אחד המסומן  $\epsilon/\epsilon/\$$  למצב ההתחלתי המקורי של P. מכל מצב מקבל של P נוסף מעבר המסומן ב-  $\epsilon/\$/\epsilon$  למצב ההתחלתי המקורי של P.

(D) נוסף מצב התחלתי חדש. ממצב זה יהיה מעבר אחד המסומן  $\epsilon/\epsilon/\$ \$$  למצב ההתחלתי המקורי של P. נוסף מצב מקבל חדש ל- P (שלא יהיו מעברים היוצאים ממנו). מצב זה יהיה מצב מקבל יחיד באוטומט החדש. מכל מצב שהיה מצב מקבל ב- P המקורית נוסף מעבר המסומן ב-  $\epsilon/\$ \$ \$/\epsilon$  למצב המקבל החדש.

תשובה: C. הסבר: חישוב מקבל של האוטומט החדש על מילה ב-  $L^3$  (נסמנה xyz כאשר x, y, z מילים השייכות ל- L) יראה כך: תחילה ידחפו שני דולרים למחסנית. לאחר מכן האוטומט יקרא את x בחישוב שהיה חישוב מקבל באוטומט P המקורי. מהמצב המקבל אליו הגיע יחזור האוטומט למצב ההתחלתי (של P המקורית) תוך כדי הסרת דולר אחד מהמחסנית. עכשיו נותר רק דולר אחד על המחסנית. עכשיו האוטומט יקרא את y בחישוב שהיה חישוב מקבל באוטומט P המקורי. מהמצב המקבל אליו הגיע יחזור למצב ההתחלתי (של P המקורית) תוך הסרת הדולר הבודד שנמצא על המחסנית. עכשיו האוטומט נמצא במצב ההתחלתי של P המקורית. כאשר המחסנית ריקה. הוא יקרא את z ויגיע לקונפיגורציה מקבלת.

## שאלה 23

הנה הוכחה שגויה לכך שהשפה  $\{a^n b^n c^n\}$  היא חסרת הקשר:

היא חסרת הקשר כי ניתן לבנות אוטומט עם מחסנית המקבל אותה באופן הבא: לאוטומט יהיה שלושה מצבים. המעברים ביניהם יעשו עם מעבר המסומן ב-  $\epsilon/\epsilon/\epsilon$ . במצב ההתחלתי האוטומט יקרא סימני a מהקלט וידחוף a למחסנית עבור כל סימן שהוא קורא. כך הוא יזכור כמה סימני a הוא ראה. במצב השני האוטומט יקרא סימני b מהקלט. עבור כל סימן שהוא יקרא הוא יבצע את השינוי הבא במחסנית: הוא ימחק a מהמחסנית וידחוף b אחד למחסנית מתחת לכל ה- a - ים שנותרו בה. למשל  $b/aaaa/aaab$  לאוטומט יהיה בין היתר מעבר כזה:

כך האוטומט ישווה בין מספר ה- a - ים לבין מספר ה- b - ים בקלט ויחד עם זאת יזכור כמה b - ים הופיעו בקלט כדי שיוכל להשוות בין מספר זה לבין מספר ה- c - ים שיופיעו בהמשך.

במצב השלישי האוטומט יקרא סימני c מהקלט. עבור כל סימן כזה הוא ימחק b אחד מהמחסנית. המצב השלישי יהיה המצב המקבל היחיד.

מה הבעיה בהוכחה זו ?

- (A) האוטומט יהיה דטרמיניסטי (בכל קונפיגורציה רק צעד אחד יהיה אפשרי). כדי להוכיח שהשפה חסרת הקשר יש לבנות עבורה אוטומט עם מחסנית שאינו דטרמיניסטי.
- (B) הבניה הזאת מחייבת להגדיר אינסוף מעברים בעוד שמספר המעברים צריך להיות סופי.
- (C) יהיו חישובים בהם האוטומט אינו מרוקן את המחסנית למרות שמילת הקלט שייכת לשפה.
- (D) האוטומט יקבל גם מילים שאינן בשפה.

תשובה B :

במצב השני יהיה צורך באינסוף מעברים :

מעבר שהוא שימושי במקרה שיש במחסנית a בודד :

$b/a/b$

מעבר שהוא שימושי במקרה שיש במחסנית 2 סימני a :

$b/aa/ab$

מעבר שהוא שימושי במקרה שיש במחסנית 3 סימני a :

$b/aaa/aab$

וכן הלאה.

תשובה A לא נכונה: האוטומט אינו דטרמיניסטי: למשל אם הוא במצב ההתחלתי ויש a בקלט הוא יכול לדחוף אותו למחסנית ולהשאיר במצב ההתחלתי והוא יכול גם לעבור למצב השני. אבל בכל מקרה גם אם קיים אוטומט עם מחסנית דטרמיניסטי המקבל שפה L זה מוכיח ש-L היא חסרת הקשר. (וחוץ מזה ניתן להסתכל על אוטומט דטרמיניסטי כאילו הוא לא דטרמיניסטי)

תשובה C לא נכונה. כאשר מדובר באוטומט לא דטרמיניסטי אז אין חשיבות לחישובים לא מקבלים. חשוב שיהיה לפחות חישוב מקבל אחד עבור כל מילה שהאוטומט אמור לקבל (ושלא יהיה אף חישוב מקבל עבור מילים שהוא אינו אמור לקבל).

שאלה 24

תהי  $M_1$  מכונת טיורינג המכריעה למחצה את השפה  $L_1$ .  
תהי  $M_2$  מכונת טיורינג המכריעה למחצה את השפה  $L_2$ . מכונה  $M$  שמכריעה למחצה את  $L_1 - L_2$  תפעל בשני שלבים. בהמשך נסמן את הקלט של  $M$  ב-  $x$ .

איך תפעל  $M$  ?

(כמובן שאם אפשרות C נכונה יש להעדיף אותה על פני A או B)  
שימו לב שאלטרנטיבות B ו- D זהות מלבד ההבדלים שסומנו בקו תחתון.

(A) שלב 1: הרץ את  $M_1$  על  $x$ . אם היא עוצרת ומקבלת המשך לשלב 2.  
אם היא עוצרת ודוחה אז דחה (את  $x$ ).  
שלב 2: הרץ את  $M_2$  על  $x$ . אם היא עוצרת ומקבלת אז דחה (את  $x$ )  
אם היא עוצרת ודוחה אז קבל (את  $x$ ).

(B) שלב 1: הרץ את  $M_2$  על  $x$ . אם היא עוצרת ודוחה המשך לשלב 2.  
אם היא עוצרת ומקבלת אז דחה (את  $x$ ).  
שלב 2: הרץ את  $M_1$  על  $x$ . אם היא עוצרת ומקבלת אז קבל (את  $x$ )  
אם היא עוצרת ודוחה אז דחה (את  $x$ ).  
(C) גם A וגם B נכונים

- (D) שלב 1: הרץ את  $M_2$  על  $x$ . אם היא עוצרת ומקבלת המשך לשלב 2.  
 אם היא עוצרת ודוחה אז דחה (את  $x$ ).  
 שלב 2: הרץ את  $M_1$  על  $x$ . אם היא עוצרת ומקבלת אז קבל (את  $x$ )  
 אם היא עוצרת ודוחה אז דחה (את  $x$ ).

תשובה C: גם  $A$  נכונה: אם  $x$  לא שייכת ל- $L_1$  אז  $M_1$  עלולה לא לעצור בשלב הראשון אבל זה בסדר כי במקרה כזה  $x$  גם לא שייכת ל- $L_2 - L_1$  ו-"מותר" ל- $M$  לא לעצור על קלטים שאינה אמורה לקבל כי היא מכונה שמכריעה למחצה (ולא בהכרח מכריעה).

## שאלה 25

בהמשך נניח שא"ב הקלט של מ"ט בהן נעסוק הוא  $\{0, 1\}$ .  
 נתבונן במ"ט שנקרא לה  $A$  הפועלת כך:  
 על קלט  $\langle M \rangle$  (תאור של מ"ט  $M$ ) היא מבצעת:

1. הרץ את  $M$  על המילה 0  
 אם  $M$  עוצר ומקבל אז קבל (את  $\langle M \rangle$ )  
 אם  $M$  עוצר ודוחה אז המשך לשלב הבא
2. הרץ את  $M$  על המילה 1  
 אם  $M$  עוצר ומקבל אז קבל (את  $\langle M \rangle$ )  
 אם  $M$  עוצר ודוחה אז דחה (את  $\langle M \rangle$ )

נסמן:

$$L = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is a Turing machine, } 0 \in L(M) \text{ or } 1 \in L(M) \}$$

איזה מהטענות הבאות נכונה?

- (A)  $A$  מכריעה למחצה אבל לא מכריעה את השפה  $L$   
 (B)  $A$  מכריעה את השפה  $L$   
 (C)  $A$  אפילו לא מכריעה למחצה את  $L$   
 (D)  $A$  לפעמים מכריעה את  $L$  ולפעמים לא (תלוי בקלט של  $A$ )

## תשובה C:

הסבר: במקרה ש- $M$  מקבלת את הקלט 1 אבל אינה עוצרת על הקלט 0 אז  $A$  לא תעצור על הקלט  $\langle M \rangle$  ( $A$  תכנס ללולאה אינסופית כבר בשלב בראשון) למרות ש- $\langle M \rangle$  שייך ל- $L$  ולכן  $A$  היתה אמורה לקבל את  $\langle M \rangle$  (כדי להכריע למחצה את  $L$ ). (כדי להכריע למחצה את  $L$ ,  $A$  היתה אמורה לקבל תאור של כל מ"ט  $M$  שעומדת בתנאי ( $M$  מקבלת את 0 או מקבלת את 1) ו- $A$  אמורה היתה לא לקבל תאור של כל מ"ט שלא עומדת בתנאי).

תשובה D היא שטויות. מכונת טיורינג יכולה להכריע שפה ויכולה לא להכריע אותה. אין דבר כזה שמ"ט "מכריעה לפעמים" שפה.