



## תרגיל 4 להגשה בתכנון וניתוח אלגוריתמים (קורס מס' 10120)

מרצים: ד"ר ראובן חוטובלי ד"ר מריה ארטישצ'ב

תאריך הגשה: 3.6.2021 עד השעה 23:00. העבודה בזוגות. אין אפשרות של הגשה באיחור. עליכם למלא את הטבלה בקובץ WORD המצורף לתרגיל ולהגיש את הקובץ עם הטבלה בלבד.

### התיאור המובא להלן מתייחס לשאלות 1 עד 5 כולל.

נתון גרף מכיוון  $G=(V, E)$  עם פונקציית משקל  $w: E \rightarrow \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$ . כל קשת ב- $G$  צבועה באדום או בכחול, ונתון קדקוד  $s \in V$ . לפניך אלגוריתם יעיל אשר מוצא, לכל  $v \in V$ , משקל של מסלול קל ביותר במשקל מ- $s$  ל- $v$  מבין המסלולים שמכילים 3 קשתות אדומות לכל היותר (ומספר כלשהו של קשתות כחולות).

### אלגוריתם

סימון:  $R$  מסמל את הצבע האדום ו- $B$  מסמל את הצבע הכחול.

צעד 1: בהינתן  $G=(V, E)$  נבנה גרף חדש  $G'=(V', E')$  עם פונקציית משקל  $w'$  באופן הבא:

$$V' = \{(v_1, v_2, v_3, v_4) \mid \forall v \in V\}$$

$$E' = \{ \text{____(1)____} \mid (u \rightarrow v) \in E \text{ and } color(u \rightarrow v) \text{ is } B \} \cup$$

$$\{ \text{____(2)____} \mid (u \rightarrow v) \in E \wedge color(u \rightarrow v) \text{ is } R \}$$

$$\forall e = (u_i, v_j) \in E' \quad w'(e) = w(u, v)$$

צעד 2:

נרץ את האלגוריתם \_\_\_\_(3)\_\_\_\_ על הגרף  $G'$  מקדקוד  $s_1$ .

צעד 3: לכל  $v \in V$  החזר את אורך המסלול הקצר המבוקש שהוא:

\_\_\_\_(4)\_\_\_\_.

באלגוריתם הנ"ל חסרים ארבעה ביטויים המסומנים במספרים בין סוגריים עגולים. התשובות הנכונות עבור כל אחד מהביטויים החסרים מופיעות בשאלות הבאות:



### שאלה 1

התשובה הנכונה עבור ביטוי (1) לעיל היא :

- א.  $(u_1 \rightarrow v_2) \text{ and } (u_2 \rightarrow v_1) \text{ and } (u_3 \rightarrow v_4) \text{ and } (u_4 \rightarrow v_3)$   
ב.  $(u_1 \rightarrow v_2) \text{ and } (u_2 \rightarrow v_3) \text{ and } (u_3 \rightarrow v_4) \text{ and } (u_4 \rightarrow v_4)$   
ג.  $(u_1 \rightarrow v_2) \text{ and } (u_2 \rightarrow v_3) \text{ and } (u_3 \rightarrow v_4)$   
ד.  $(u_1 \rightarrow v_1) \text{ and } (u_2 \rightarrow v_2) \text{ and } (u_3 \rightarrow v_3) \text{ and } (u_4 \rightarrow v_4)$

### שאלה 2

התשובה הנכונה עבור ביטוי (2) לעיל היא :

- א.  $(u_1 \rightarrow v_2) \text{ and } (u_2 \rightarrow v_1) \text{ and } (u_3 \rightarrow v_4) \text{ and } (u_4 \rightarrow v_3)$   
ב.  $(u_1 \rightarrow v_2) \text{ and } (u_2 \rightarrow v_3) \text{ and } (u_3 \rightarrow v_4) \text{ and } (u_4 \rightarrow v_4)$   
ג.  $(u_1 \rightarrow v_2) \text{ and } (u_2 \rightarrow v_3) \text{ and } (u_3 \rightarrow v_4)$   
ד.  $(u_1 \rightarrow v_1) \text{ and } (u_2 \rightarrow v_2) \text{ and } (u_3 \rightarrow v_3) \text{ and } (u_4 \rightarrow v_4)$

### שאלה 3

התשובה הנכונה עבור ביטוי (3) לעיל היא :

- א. DAG-SHORTEST-PATHS  
ב. דייקסטרה משופר .  
ג. Bellman-Ford  
ד. מיון טופולוגי

### שאלה 4

התשובה הנכונה עבור ביטוי (4) לעיל היא :

א.  $\min_{i=1}^4 \{d(s_1, v_i)\}$

ב.  $d(s_1, v_4)$

ג.  $d(s_1, v_1)$

ד.  $\min_{i=1}^4 \{d(s_i, v_i)\}$

### שאלה 5

סבוכיות זמן הריצה של האלגוריתם הנתון הינה :

- א.  $O(|V| + |E|)$   
ב.  $O(|E| \log |V|)$   
ג.  $O(|V|^2)$   
ד.  $O(|V| \cdot |E|)$



**התיאור המובא להלן מתייחס לשאלות 11-6 (כולל)**

נתון גרף לא מכוון וקשיר  $G=(V, E)$ , תת קבוצה  $W$  של קדקודים, ושני קדקודים  $s$  ו- $t$ .  
לפניך אלגוריתם יעיל ככל האפשר, המוצא מסלול מ- $s$  ל- $t$  (אם קיים כזה), המבקר במספר מינימאלי של קדקודים ב- $W$ .

**אלגוריתם**

**צעד 1:** נבנה את הגרף  $G_1=(V_1, E_1)$  כאשר :

$$V_1 \leftarrow V \quad 1.1$$

$$E_1 \leftarrow E \quad 1.2$$

1.3 עם פונקציית המשקל  $_____$  (1) המוגדרת באופן הבא :

$$w(u,v)=_____ \quad (2) \quad 1.3.1$$
 כאשר  $u$  ו- $v$  שניהם לא שייכים לקבוצה  $W$ .

$$w(u,v)=_____ \quad (3) \quad 1.3.2$$
 כאשר אחד מהקדקודים  $u$  או- $v$  שייך לקבוצה  $W$ .

$$w(u,v)=_____ \quad (4) \quad 1.3.3$$
 כאשר  $u$  ו- $v$  שניהם שייכים לקבוצה  $W$ .

**צעד 2:** נריץ את האלגוריתם  $_____$  (5) על הגרף  $G_1$ .

**צעד 3:** אם  $d(t)=\infty$  אז אין מסלול כזה

אחרת, מצאנו מסלול שעובר במספר מינימאלי של צמתים ב- $W$ .

ניתן לשחזר את המסלול מתוך מערך ה-parent שנבנה באלגוריתם, החל מ- $t$ .

באלגוריתם זה חסרים 5 ביטויים המסומנים במספרים בין סוגריים עגולים.  
התשובה הנכונה עבור כל אחד מן הביטויים החסרים מופיעה בשאלות הבאות :

**שאלה 6**

התשובה הנכונה עבור ביטוי (1) לעיל היא :

א.  $w:E \rightarrow R$

ב.  $w:E \rightarrow \{0,1,2\}$

ג.  $w:E \rightarrow R^+$

ד.  $w:V \rightarrow \{0,1,2\}$

**שאלה 7**

התשובה הנכונה עבור ביטוי (2) לעיל היא :

א.  $\infty$

ב. 0

ג. 1

ד. 2

**שאלה 8**

התשובה הנכונה עבור ביטוי (3) לעיל היא :

א.  $\infty$

ב. 0

ג. 1

ד. 2



### שאלה 9

התשובה הנכונה עבור ביטוי (4) לעיל היא :

- א.  $\infty$
- ב. 0
- ג. 1
- ד. 2

### שאלה 10

התשובה הנכונה עבור ביטוי (5) לעיל היא :

- א. DFS
- ב. DAG-SHORTEST-PATHS
- ג. Bellman-Ford
- ד. Dijkstra

### שאלה 11

הנח שהאלגוריתם הנתון משתמש באלגוריתמים ומבני נתונים יעילים ככל האפשר לצורך פתרון הבעיה הנתונה. לאור זאת סבוכיות זמן הריצה של האלגוריתם הנתון הינה :

- א.  $O(|E| \cdot |V|)$
- ב. ריבועית כפונקציה של גודל הקלט.
- ג.  $O(|E| \cdot \log |V|)$
- ד.  $O(|E|)$

### התיאור המובא להלן מתייחס לשאלות 12 עד 13 כולל.

יהי  $G=(V,E)$  גרף לא מכוון וקשיר, ו-  $w:V \rightarrow \mathbb{R}$  פונקציה משקל על הקודקודים. לפיכך אלגוריתם יעיל למציאת עץ פורש  $T$ , המביא למינימום את

$$\sum_{v \in V} d_T(v) \cdot w(v)$$

, כאשר  $d_T(v)$  זו הדרגה של  $v$  ב-  $T$ .

### אלגוריתם

#### צעד 1:

נבנה גרף חדש  $G_1=(V_1, E_1)$  שבו  $V_1=V$ ,  $E_1=E$  עם פונקציה משקל  $w'$  בעבור כל הקשתות

$$\forall (u,v) \in E \quad w'(u,v) = \text{_____} (1) \text{_____} : \text{כדלהלן}$$

#### צעד 2:

ענה לכל עץ פורש  $T=(V,F)$  מתקיים :

$$w'(T) = \sum_{(u,v) \in F} w'(u,v) = \sum_{(u,v) \in F} [\text{_____} (1) \text{_____}] = \sum_{v \in V} d_T(v) \cdot w(v)$$

#### צעד 3:

לכן, נריץ את האלגוריתם \_\_\_\_\_ (2) \_\_\_\_\_ על  $G_1$ .

באלגוריתם הנ"ל חסרים שני ביטויים המסומנים במספרים בין סוגריים עגולים. התשובה הנכונה עבור כל אחד מהביטויים החסרים מופיעים בשאלות הבאות :



**שאלה 12**

התשובה הנכונה עבור ביטוי (1) לעיל היא :

- א.  $w(u) + w(v)$
- ב.  $w(u) * w(v)$
- ג.  $\min(w(u), w(v))$
- ד.  $\log(w(u) / w(v))$

**שאלה 13**

התשובה הנכונה עבור ביטוי (2) לעיל היא :

- א. דייקסטרה
- ב. קרוסקל
- ג. Bellman-Ford
- ד. BFS או DFS

**התיאור המובא להלן מתייחס לשאלות 14 עד 17 כולל.**

נתון גרף  $G = (V, E)$  לא מכוון, שלם  $(K_n)$  ועם פונקציית משקל הבאה:  $W: E \rightarrow R^+ \cup \{0\}$ .  
והגרף מיוצג על ידי רשימות שכנות.  
לפניך אלגוריתם **יעיל** המוצא תת-קבוצה של קשתות  $E' \subseteq E$  כך שסכום משקלי הקשתות בה מינימלי ונוסף לכך  $G' = (V, E')$  מורכב מ- $k$  רכיבי קשירות לכל היותר.

**האלגוריתם:**

- צעד 1: נריץ את האלגוריתם \_\_\_\_\_ (1)
- צעד 2: נסיר מ- \_\_\_\_\_ (2) את \_\_\_\_\_ (3)
- צעד 3: החזר את היער שנוצר בצעד 2.

באלגוריתם הנ"ל חסרים שלושה ביטויים המסומנים במספרים בין סוגריים עגולים.  
התשובות הנכונות עבור כל אחד מהביטויים החסרים מופיעות בשאלות הבאות :

**שאלה 14**

התשובה הנכונה עבור ביטוי (1) לעיל היא :

- א. למציאת רכיבי קשירות
- ב. דייקסטרה למציאת עץ המסלולים הקצרים  $T$
- ג. קרוסקל למציאת עץ פורש מינימלי  $T$
- ד. למציאת עץ פורש מקסימלי  $T$

**שאלה 15**

התשובה הנכונה עבור ביטוי (2) לעיל היא :

- א. רכיבי קשירות
- ב. עץ המסלולים הקצרים של דייקסטרה
- ג. עץ פורש מינימלי  $T$
- ד. עץ פורש מקסימלי  $T$



**שאלה 16**

התשובה הנכונה עבור ביטוי (3) לעיל היא :

- א.  $k$  הקשתות הקלות ביותר בו.
- ב.  $n-k+1$  הקשתות הכבדות ביותר בו.
- ג.  $k-1$  הקשתות הקלות ביותר בו.
- ד.  $k-1$  הקשתות הכבדות ביותר בו.

**שאלה 17**

סבוכיות זמן הריצה של האלגוריתם :

א.  $O(|V| + |E|)$

- ב. כסיבוכיות זמן הריצה של דיקסטר
- ג. כסיבוכיות זמן הריצה של BFS
- ד. כסיבוכיות זמן הריצה של קרוסקל.

**בהצלחה !!!!!**