



הנדסת תוכנה

Software Engineering

תרגיל 1 להגשה בתכנון וניתוח אלגוריתמים (קורס מס' 10120)
מרצים: ד"ר ראובן חוטובלי, ד"ר דגנית ערמון, גב' שלומית אריאן

תאריך הגשה: 22.4.2018 עד השעה 8:00. העבודה בזוגות. עליכם להגיש את פתרון התרגיל כקובץ word ו/או כמצגת, הכולל גם את האיורים.

שאלות 1-6 מופיעות במצגת המצורפת.

שאלה 7

לפניך בעיה פרימלית של תכנון לינארי:

$$\max \{z = (2 + 2\lambda)x_1 + 2x_2\}$$

בכפוף לאילוצים האלה:

$$(1) \quad 2x_1 + x_2 \leq 10$$

$$(2) \quad x_1 + x_2 \leq 6$$

$$(3) \quad -x_1 + x_2 \leq 2$$

$$(4) \quad -2x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

λ הוא פרמטר של הבעיה.

א. שרטט את תחום הפתרונות האפשרי של הבעיה.

ב. בעבור אילו ערכים של λ יהיה $(5, 0)$ הפתרון האופטימלי? נמק את תשובתך בפרוטרוט. השתמש/י בסעיף א'.

ג. בעבור אילו ערכים של λ יהיה $(4, 2)$ הפתרון האופטימלי? נמק את תשובתך בפרוטרוט. השתמש/י בסעיף א'.

ד. בעבור אילו ערכים של λ יהיה $(2, 4)$ הפתרון האופטימלי? נמק את תשובתך בפרוטרוט. השתמש/י בסעיף א'.

ה. בעבור אילו ערכים של λ יהיה $(0, 0)$ הפתרון האופטימלי? נמק את תשובתך בפרוטרוט. השתמש/י בסעיף א'.

שאלה 8

לפניך שישה סעיפים שאינם תלויים זה בזה. ענה על כל הסעיפים. בכל סעיף נתונות ארבע תשובות, שרק אחת מהן נכונה. בכל סעיף, בחר את התשובה הנכונה וסמן את התשובות הנכונות על גבי טופס התשובות על ידי סימון X במשבצת המתאימה.

לפניך בעיה פרימלית של תכנון לינארי:

$$\max \{z = 24x_1 + 23x_2 + 32x_3 + 20x_4\}$$



בכפוף לאילוצים האלה :

$$2x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 7x_4 \leq 90$$

$$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 8x_4 \leq 65$$

$$4x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 85$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0 \quad x_4 \geq 0$$

הפתרון האופטימלי הפרימלי היחיד הוא : $x_1 = 7, \quad x_2 = 0, \quad x_3 = 19, \quad x_4 = 0$

הפתרון האופטימלי הדואלי היחיד הוא : $y_1 = 5.6, \quad y_2 = 0, \quad y_3 = 3.2$

כאשר y_i הוא המשתנה הדואלי המתאים לאילוץ פרימלי i , עבור $i = 1, 2, 3$.

א. בטבלת הסימפלקס הסופית עבור המודל הנתון, מספר המקדמים השונים מאפס,

בשורת ה- z , הוא :

5 (1)

3 (2)

4 (3)

4 אי-אפשר לדעת

ב. איזה מההיגדים הבאים נכון עבור הפתרון האופטימלי הפרימלי,

(1) משתני הסרק של אילוצים 1 ו-3 הם משתנים בסיסיים.

(2) משתני הסרק של כל האילוצים הם משתנים בסיסיים.

(3) משתנה הסרק של אילוץ 2 הוא משתנה בסיסי.

(4) משתנה הסרק של אילוץ 1 הוא בסיסי.

ג. במודל המקורי חל שינוי במקדמים של x_2 , המודל המעודכן הוא :

$$\text{Maximize } 24x_1 + 20x_2 + 32x_3 + 20x_4$$

$$2x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 7x_4 \leq 90$$

$$2x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 8x_4 \leq 65$$

$$4x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 85$$

הפתרון הדואלי החדש הוא :

$$y_1 = 0, \quad y_2 = 3.5, \quad y_3 = 5.2 \quad (1)$$

$$y_1 = 5.6, \quad y_2 = 0, \quad y_3 = 3.2 \quad (2)$$

$$y_1 = 4.3, \quad y_2 = 0, \quad y_3 = 7.2 \quad (3)$$

$$y_1 = 0, \quad y_2 = 0, \quad y_3 = 10 \quad (4)$$

ד. למודל המקורי הוסיפו משתנה חדש x_{new} , המודל המעודכן הוא :

$$\text{Maximize } 24x_1 + 20x_2 + 32x_3 + 20x_4 + 25x_{new}$$

$$2x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 7x_4 + 6x_{new} \leq 90$$

$$2x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 8x_4 + 5x_{new} \leq 65$$

$$4x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 + 9x_{new} \leq 85$$

הפתרון האופטימלי הדואלי החדש הוא :



$$y_1 = 0, \quad y_2 = 3, \quad y_3 = 0, \quad y_4 = 0 \quad (1)$$

$$y_1 = 5.6, \quad y_2 = 0, \quad y_3 = 3.2 \quad (2)$$

$$y_1 = 4.3, \quad y_2 = 0, \quad y_3 = 7.2 \quad (3)$$

$$y_1 = 0, \quad y_2 = 0, \quad y_3 = 10 \quad (4)$$

ה. לבעיה הפרימלית המקורית הוסיפו את האילוץ: $3x_1 + 8x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 35$, הפתרון האופטימלי של הבעיה הפרימלית יחד עם האילוץ החדש יהיה כעת:

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = 0, \quad x_4 = 6.7 \quad (1)$$

$$x_1 = 7, \quad x_2 = 0, \quad x_3 = 19, \quad x_4 = 0 \quad (2)$$

$$x_1 = 5, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = 2.8, \quad x_4 = 1.7 \quad (3)$$

$$(4) \quad \text{אף אחת מהתשובות הנתונות אינה נכונה.}$$

ו. חל שינוי באגף ימין של אילוץ 2 בבעיה הפרימלית. אגף ימין חדש הוא 60 במקום 65. איזה מההיגדים הבאים נכון:

(1) הפתרון הפרימלי הנתון הופך להיות בלתי אפשרי.

(2) הפתרון הפרימלי הנתון נשאר אפשרי אך איננו אופטימלי.

(3) אילוץ 2 הופך להיות אילוץ שמתקיים כשוויון (כלומר הופך להיות אילוץ פעיל).

(4) הפתרון הפרימלי הנתון נשאר אפשרי ואופטימלי.

שאלה 9

לפניך בעיה פרימלית של תכנון לינארי:

$$\max \{Z = x_1 + 2x_2 + x_3\}$$

בכפוף לאילוצים האלה:

$$(1) \quad x_1 + x_2 - x_3 \leq 2$$

$$(2) \quad x_1 - x_2 + x_3 = 1$$

$$(3) \quad 2x_1 + x_2 + x_3 \geq 2$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \leq 0$$

$$-\infty \leq x_3 \leq \infty$$

א. נסחו את הבעיה הדואלית.

ב. הראו כי $(0,1,0)$ הוא פתרון אפשרי לבעיה הדואלית שבסעיף א'.

ג. נסמן ב- Z^* את הערך האופטימלי של הבעיה הפרימלית הנתונה. בלי לפתור את הבעיה הפרימלית והדואלית הוכיחו כי $Z^* \leq 1$.

ד. בלי לפתור את הבעיה הפרימלית והדואלית קבעו האם $(1,0,0)$ הוא פתרון אופטימלי של הבעיה הפרימלית הנתונה? נמקו!



שאלה 10

בשאלה זו חמישה סעיפים, א-ה, שאינם תלויים זה בזה. ענה על כל הסעיפים.

א. בטבלה שלפניך נתון חלק מפתרון בסיסי אפשרי לבעיית התובלה: $x_{11} = 90$, $x_{12} = 10$.

מקורות	יעדים			היצע
	1	2	3	
1	10 90	15 10	17	100
2	10	18	14	110
3	15	20	18	100
ביקוש	90	120	100	

השלם את הפתרון הבסיסי האפשרי לפי שיטת הפינה הצפון מערבית.

ב. בטבלה שלפניך נתון חלק מפתרון בסיסי אפשרי לבעיית תובלה ונתונים ערכיהם של

$$.u_1, u_2, u_3, v_1, v_2, v_3$$

מקורות	יעדים			היצע	u_i
	1	2	3		
1	12 200	15	17	200	2
2	10	18 100	14	100	0
3	20	10	18 100	150	-8
ביקוש	200	150	100		
v_j	10	18	26		

העתק את הטבלה למחברתך, והשלם אותה לפי שיטת הפינה הצפון מערבית תוך

התחשבות בערכיהם של u_i – יים ו- v_j – יים, כך שיתקבל פתרון בסיסי אפשרי.

ג. בטבלה שלפניך נתון פתרון בסיסי אפשרי לבעיית תובלה, ונתונים ערכיהם של

$$.u_1, u_2, u_3, v_1, v_2, v_3$$

מקורות	יעדים			היצע	u_i
	1	2	3		
1	14	15 150	17 30	180	0
2	10 100	8 0	14	100	-7
3	15	20	18 100	100	1
ביקוש	100	150	130		
v_j	17	15	17		



ד. בטבלה שלפניך נתון פתרון חלקי לבעיית תובלה, ונתונים ערכיהם של $u_1, u_2, u_3, v_1, v_2, v_3$ שמתאימים לפתרון זה.

מקורות	יעדים			היצע	u_i
	1	2	3		
1	10 20	25	30	20	10
2	10	22	14	50	10
3	16	20	20	60	16
ביקוש	50	40	40		
v_j	0	4	4		

השלם את הפתרון האפשרי תוך התחשבות בערכים של $u_1, u_2, u_3, v_1, v_2, v_3$ כך שיתקבל פתרון בסיסי אפשרי.

ה. בטבלה שלפניך נתון פתרון אופטימלי לבעיית תובלה, ונתונים ערכיהם של $u_1, u_2, u_3, v_1, v_2, v_3$ שמתאימים לפתרון זה.

מקורות	יעדים			היצע	u_i
	1	2	3		
1	10 20	25	16	20	10
2	10 30	22	14 20	50	10
3	18	20 40	20 20	60	16
ביקוש	50	40	40		
v_j	0	4	4		

ה(1). האם הפתרון האופטימלי הוא יחיד?

ה(2). נחסיר 4 מהעלות ליחידה מכל מקור לכל יעד ומקבלים בעיה חדשה. לפניך ארבעה היגדים שרק אחד מהם נכון. העתק למחברתך את ההיגד הנכון ונמק את בחירתך.

1. הפתרון הנתון איננו פתרון אפשרי בעבור הבעיה החדשה.
 2. הפתרון הנתון הוא פתרון בסיסי אפשרי אך איננו אופטימלי בעבור הבעיה החדשה.
 3. הפתרון הנתון הוא פתרון אופטימלי יחיד בעבור הבעיה החדשה.
 4. הפתרון הנתון הוא פתרון אופטימלי אך איננו פתרון אופטימלי יחיד בעבור הבעיה החדשה.
- נמק את תשובתך באופן כללי.



שאלה 11

נתונה בעיה פרימלית של תכנון לינארי :

$$\max \{z = \underline{c}^T \underline{x}\}$$

בכפוף לאילוצים האלה :

$$A\underline{x} \leq \underline{c}$$

$$\underline{x} \geq 0$$

כאשר A מטריצה **סימטרית**. נתון וקטור אפשרי v לבעיה המקיים : $Av = c$.
הוכיחו כי v הוא פתרון אופטימלי לבעיה הנתונה.

שאלה 12

לחברה 5 מפעלים בערים A, B, C, D, E ו-5 לקוחות בערים V, W, X, Y, Z. מטעמי חסכון בחישובים לוגיסטיים, הוחלט כי כל מפעל יספק את המוצר שלו ללקוח אחד בדיוק.
א. בטבלה להלן נתונות עלויות ההובלה מכל מפעל לכל לקוח. מצאו השמה אופטימלית המביאה לחסכון מירבי בעלויות ההובלה של החברה :

לקוחות מפעלים	V	W	X	Y	Z
A	9	7	14	12	8
B	11	5	1	4	2
C	6	3	7	4	5
D	7	13	8	11	2
E	16	8	15	14	5

ב. בטבלה נוספת מרוכזים מחירי מכירה של המוצרים כאשר מחיר כל מוצר תלוי הן במפעל המייצר הן בעיר בה נמכר. כעת, עליכם למצוא השמה הממקסמת את הרווחים של החברה (יש להתייחס גם לעלות ההובלה וגם למחיר הסופי).

לקוחות מפעלים	V	W	X	Y	Z
A	11	14	20	14	17
B	11	13	3	12	13
C	13	5	19	14	14
D	16	17	13	19	15
E	18	12	16	16	19

בהצלחה!!!