

מבני נתונים 10117 – תרגיל מספר 1רקורסיה וסיבוכיות

הגשה אישית. גם בודק התרגילים צריך לאכול.

1. מהי הסיבוכיות של כל אחת מהפונקציות? סדרו אותן לפי סדר הצמיחה שלהן (ייתכן שיש יותר מפונקציה אחת עם אותו קצב צמיחה)

$\log n, \sqrt{n}, n^{1.5}, n, n \log \log n, n \lg(n^2), n^2 - 3n, 2/n, n/2, n^2 \log n, n \lg^2 n, 2n \log n, 2^n, 2^{n/2}, \ln n, n \log n, (n+1)^2, n^{1+\varepsilon} (0 < \varepsilon < 1), 34n, 34, e^n$

2. עבור כל זוג פונקציות, ציינו אם $f(n) = O(g(n))$, $g(n) = O(f(n))$, או שניהם

א. $f(n) = (n^2 - n)/2, g(n) = 3n$

ב. $f(n) = n + 2\sqrt{n}, g(n) = n^2$

ג. $f(n) = 2(\log n)^2, g(n) = \log n + 2$

ד. $f(n) = 2\log(n^2), g(n) = \log n + 2$

3. לאלגוריתם א' לוקח n^2 שעות לפתור בעיה עם גודל קלט n . לאלגוריתם ב' לוקח n^3 דקות לפתור בעיה עם גודל קלט n . לאלגוריתם ג' לוקח 2^n שניות לפתור בעיה עם גודל קלט n . עבור אלו ערכים של n ירוץ אלגוריתם ב' מהר יותר מאלגוריתם א'? עבור אלו ערכים של n ירוץ אלגוריתם ג' מהר יותר מאלגוריתם א'?

4. אלגוריתם מיני-מקס מוצא את האיבר הגדול ביותר והקטן ביותר במערך. כתבו פונקציה רקורסיבית שמקבלת מערך של n איברים שונים ומחזירה את האיבר הגדול ביותר והאיבר הקטן ביותר. כמה השוואות מבצעת הפונקציה? בהנחה ש- n הוא חזקה של 2, האם תוכלו לכתוב פונקציה שמבצעת רק $3n/2$ השוואות?

5. מצאו חסם עליון לנוסחאות הרקורסיה הבאות. השתמשו בשיטת האיטרציה.

$$T(1) = 2$$

$$T(n) = 2T(n-1) + 1$$

$$T(1) = 1$$

$$T(n) = 2T(n/2) + 2$$

6. מצאו חסם הדוק לנוסחאות הרקורסיה הבאות. השתמשו בנוסחת האב. הניחו ש $T(1) = 1$.

$$T(n) = 4T(n/3) + n$$

$$T(n) = 4T(n/3) + n^2$$

$$T(n) = 9T(n/2) + n^2$$

$$T(n) = 8T(n/2) + n^3 \lg n$$

$$T(n) = 2T(n/4) + 2000000$$

$$T(n) = 9T(n/3) + n^2 \lg n$$

$$T(n) = 3T(n/9) + n^2 \lg n$$

$$T(n) = 4T(n/4) + n \lg n$$

$$T(n) = 2T(n/4) + \sqrt{n}$$

7. כתבו תכנית רקורסיבית בשפה לבחירתכם לפתור את אחת משתי הבעיות הבאות

לתשומת לב – ברור לי שיש פתרונות באינטרנט. הבדיקה לא תבדיל בין אלה שהשקיעו את זמנם בכתיבת קוד ובין אלה שהשקיעו את זמנם בחיפוש ברשת. אין לי זמן ומשאבים לחפש העתקות, וזה רק עושה אותי עצובה. אני מבקשת שכל אחת ואחד מכם יחשבו לבד איזה כישורים אתם מעוניינים להוציא מהקורס הזה.

א. מלכה המוצבת על לוח שחמט יכולה לאכול כל כלי הנמצא איתה באותה שורה, באותו טור, או באותו אלכסון. **בעיית שמונה המלכות** היא להציב שמונה מלכות על לוח שחמט (בגודל 8×8) כך שאף מלכה לא מאיימת על אף אחת אחרת. במילים אחרות, בכל שורה, בכל טור ובכל אלכסון יש לכל היותר מלכה אחת.

- i. **במילים**, הסבירו את החשיבה הרקורסיבית (מהי הבעיה הרקורסיבית הקטנה יותר שבעזרתה פותרים את הבעיה הגדולה, ומהו תנאי העצירה)
- ii. **במילים**, הסבירו איך אתם מייצגים את הפתרון במחשב
- iii. כתבו תכנית רקורסיבית שמוצאת פתרון לבעיית שמונה המלכות
- iv. אתגר: כתבו תכנית שמוצאת את כל הפתרונות לבעיית שמונה המלכות
- v. בונוס: כתבו תכנית שמוצאת את כל הפתרונות הייחודיים (לא תמונות ראי או שיקוף של פתרון אחר)

ב. בתמונה יש משחק לוח שמתחיל עם כדורים בכל גומה מלבד האמצעית. בכל מהלך מקפיצים כדור A מעל כדור B אם יש גומה ריקה בצידו השני של B, ומוציאים את B מהמשחק (ראו תמונה). המשחק מסתיים כאשר אין עוד זוגות של כדורים סמוכים. ניצחון במשחק קורה כאשר בסיום המשחק יש רק כדור אחד באמצע הלוח. ניתן לכתוב תכנית רקורסיבית שפותרת את הלוח.



- i. **במילים**, הסבירו את החשיבה הרקורסיבית (מהי הבעיה הרקורסיבית הקטנה יותר שבעזרתה פותרים את הבעיה הגדולה, מהו תנאי העצירה)
- ii. **במילים**, הסבירו איך אתם מייצגים את הפתרון במחשב
- iii. כתבו תכנית רקורסיבית שמשחקת עד שאין יותר מהלכים
- iv. אתגר: כתבו תכנית שמנצחת (מסיימת עם כדור אחד באמצע הלוח).