$\frac{X}{2021}$ מבחן מועד מביים חישוביים ממסטר 2021 א

שאלה 1

 $(L^* \cup ((L^5)^*)^+)$ שפה. לאיזו מהביטויים הבאים שקול מהביטוי שפה. לאיזו

L+(A)

L* (B)

L (L⁵)* (C)

 $(L^5)^+$ (D)

B : פתרון

<u>שאלה 2</u>

נתון האוטומט הלא דטרמיניסטי הבא

$$\delta(q0, a) = \{q0, q1\}$$
 $\delta(q0, b) = \{q0, q2\}$
 $\delta(q1, b) = \{q3\}$
 $\delta(q2, a) = \{q4\}$
 $\delta(q3, a) = \{q3\}$ $\delta(q3, b) = \{q3\}$
 $\delta(q4, epsilon) = \{q3\}$

q0 הוא המצב ההתחלתי.

ק3 הוא המצב המקבל היחיד.

מה השפה של האוטומט!

- 2 שאורכן לפחות $\{a,b\}$ שאורכן לפחות (A)
- $\mathbf{a}^* \cup \mathbf{b}^*$ שלא שייכות לשפה (B) כל המילים מעל
- bb או תת מחרוזת $\{a,b\}$ שאין בהן תת מחרוזת $\{a,b\}$ כל המילים מעל
 - (D) כל המילים מעל

B : פתרון

שאלה 3

שאלה זאת מתיחסת לאוטומט שמופיע בשאלה הקודמת.

! baa באיזה מצבים יכול להימצא האוטומט לאחר קריאת הקלט

 $\{q0, q1, q3\}$ (A)

{q4} (B)

 ${q0, q1, q2, q3, q4}$ (C)

 ${q1, q3, q4}$ (D)

 $ar{\mathbf{A}}:$ פתרון

שאלה 4

איזו מהקבוצות הבאות <u>אינה</u> סגורה תחת פעולת ההיפוך? (ההיפוך של abc לדוגמא זה cba. ההיפוך של המחרוזת הריקה היא המחרוזת הריקה).

- בשמונה ויש בהן לפחות $\{a,b,c\}$ שאורכן מתחלק בשמונה ויש בהן לפחות כל המילים מעל $\{a,b,c\}$ ארבעה סימני
- b בהן מספר סימני a שווה מספר סימני a בהן מספר סימני a (B)
 - .1000 שאורכן לא עולה על $\{a,b,c\}$ שאורכן לא עולה על (C
 - abc מעל $\{a,b,c\}$ הכוללות את תת המחרוזת (D)

פתרון: D

שאלה 5

נתון אוטומט סופי דטרמיניסטי A. אייב הקלט שלו הוא $\{a,b,c\}$. נכניס את השינויים הבאים ב- A ונקרא לאוטומט החדש (שלא בהכרח יהיה דטרמיניסטי) B.

מהמצב ההתחלתי נוסיף מעבר המסומן ב- $\, c \,$ לעצמו. (אם ב- $\, A \,$ כבר היה מעבר כזה אז $\, B \,$ יהיה זהה ל- $\, A \,$).

איזה מהטענות הבאות אינה בהכרח נכונה ?

- (A) השפה של B שווה ל- (A)
- אינסופית B אינסופית אינה ריקה אז אינסופית A אינסופית (B)
 - ניתנת לתאור עייי ביטוי רגולרי B השפה של (C)
 - $\{c\}*L(A)$ השפה של B מכילה את (D)

\mathbf{A} : פתרון

אחרים (או מצבים) אחרים (B - וולכן גם ב- A (וולכן גם ב- B) מעבר (או מעברים) ממצב (או מצבים) אחרים בחזרה למצב ההתחלתי. במקרה כזה סעיף A עשוי לא להיות נכון.

שאלה 6

 $\{a,b,c\}$ שאייב הקלט שלו הוא $\{a,b,c\}$ עוד נתון אוטומט סופי דטרמיניסטי עוד נתון:

 $\delta(q0, a) = q1$ $\delta(q0, b) = q2$

q1, q2 הוא המצב ההתחלתי. q1, q2 שקולים זה לזה ושניהם מצבים מקבלים. (לא נתון מידע נוסף. יתכן שיש לאוטומט מצבים נוספים).

איזו מהטענות הבאות אינה נכונה ?

- $\{a,b,c\}^*$ יתכן שהשפה של (A)
- שאורכן אי זוגי $\{a,b,c\}$ יתכן שהשפה של A היא כל המילים מעל (B)
- יתכן שהשפה של A היא כל המילים מעל $\{a,b,c\}$ שמתחילות ומסתיימות (C) באותו סימן
 - $\{a,b\}$ יתכן שהשפה של A יתכן שהשפה (D)

<u>פתרון</u>

למשל תפריד a לא יתכן כי אז q1 ו- q2 לא היו שקולות: המחרוזת a ק2 -ן q1 וה לא יתכן כי אז q2 ביניהם: כשמתחילים ב- q1 וקוראים a מגיעים למצב מקבל. כשמתחילים ב- q2 ביניהם

וקוראים a מגיעים למצב לא מקבל (כי האוטומט מקבל את a מגיעים למצב לא מקבל (כי האוטומט). (ab

שאלה 7

 $\{a,b\}$ אוטומט סופי דטרמיניסטי. אייב הקלט שלו הוא $\{a,b\}$. הנה פונקצית המעברים שלו (חסרים רק המעברים ממצב).

 $\delta(q0, a) = q1$ $\delta(q0, b) = q2$ $\delta(q1, a) = q0$ $\delta(q1, b) = q3$ $\delta(q2,a) = q0$ $\delta(q2,b) = q1$ $\delta(q3,a) = q1$

 $\delta(q3,b) = q4$

בשלב מסוים בהרצת האלגוריתם למציאת מצבים שקולים ב- A מתקבלת החלוקה הבאה לקבוצות של מצבים.

 $\{q0, q1\}$ $\{q2, q3\}$ $\{q4\}$

מה תהיה החלוקה לקבוצות של מצבים בעקבות הצעד הבא של האלגוריתם?

 $\{q0\} \{q1\} \{q2, q3\} \{q4\} (A)$

(B) לא נֿיתן לדעת כי לא ידוע מי הם המצבים המקבלים.

 $\{q0, q1\} \{q2\} \{q3\} \{q4\}$ (C)

(D) לא יהיה שינוי בחלוקה לקבוצות (האלגוריתם יעצר)

<u>C : פתרון</u>

שאלה 8

נניח ש- N אוטומט סופי לא דטרמיניסטי שמקבל רק את המילה הריקה. אייב הקלט שלו הוא $\{a,b\}$. מספר המצבים של N לא נתון. נפעיל את האלגוריתם להמרת אוטומט לא דטרמיניסטי לאוטומט דטרמיניסטי על N ונקבל את האוטומט N. (נפעיל את האלגוריתם ייהעצליי כפי שנלמד בכיתה: באוטומט N שנבנה ניתן יהיה להגיע מהמצב ההתחלתי לכל אחד מהמצבים).

איזה מהטענות הבאות **אינה** נכונה ?

- $\{epsilon\}$ תהיה D השפה של (A)
- ניתן לומר בוודאות שלאוטומט \hat{D} יהיו בדיוק שני מצבים: מצב התחלתי (B) ניתן לומר בוודאות שלאוטומט ו-יימצב בוריי (מצב לא מקבל שיש לו מעברים על כל סימני הקלט בחזרה לעצמו).
 - ריחיד D המצב ההתחלתי של (C) המצב המקבל היחיד
 - (וותר מאחד) יתכן שב- D יהיו מספר מצבים לא מקבלים (יותר מאחד)

B : פתרון

9 שאלה

איזה מהמספרים הבאים <u>קרוב ביותר</u> למספר המצבים <u>המקבלים</u> באוטומט סופי דטרמיניסטי מינימאלי המקבל את השפה הבאה:

: כל המילים מעל {a, b, c} המקיימים את התנאים הבאים

תנאי ראשון: מספר סימני ה- b גדול או שווה למספר סימני ה- a.

a -א עולה על b למספר סימני ה- a לא עולה על b

תנאי שלישי: יש לכל היותר 10 סימני b.

למשל המילה abbaa תתקבל. המילה abbbbaba לא תתקבל.

(שימו לב שמדובר במספר המצבים המקבלים, לא במספר המצבים הכולל).

30 (A)

40 (B)

50 (C)

60 (D)

A : פתרון

האוטומט יספור כמה a - ים וכמה b - ים ראה בינתיים. (כשיראה 11 סימני a או האוטומט יספור כמה a - ים וכמה b - ים ראה מוני b הוא יעבור למצב בור). נסמן ב- a - ים ראה ממני a הוא יעבור למצב בור). נסמן ב- a - ים ראה ממני a - ים ימני a - ים יוכמני a - ים יוכמה a - יוכמה a

(0, 0), (0, 1), (1, 1) (0, 2), (1, 2), (2, 2) (1, 3), (2, 3), (3, 3)

(2, 4), (3, 4), (4, 4)

• • •

(8, 10), (9, 10), (10, 10)

ובסהייכ 30 מצבים

שאלה 10

איזו שפה מתאר הביטוי הרגולרי הבא ?

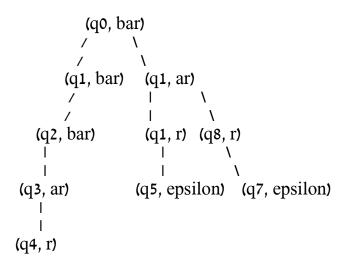
 $(a \cup b \cup c \cup \epsilon)$ $(aa \cup ab \cup ac \cup ba \cup bb \cup bc \cup ca \cup cb \cup cc)*$

- 2 שאורכן לפחות $\{a,b,c\}$ מעל (A)
- בעלות אורך אי זוגי {a, b, c} כל המילים מעל (B)
- c או ב- a או ב- a
 - {a, b, c} כל המילים מעל (D)

D : פתרון

<u>שאלה 11</u>

נניח שעץ החישוב הבא מראה את כל החישובים האפשריים של אוטומט סופי לא bar דטרמיניסטי על מילת הקלט.



נתון ש- q4 ו- q5 הם מצבים מקבלים. איזה מהטענות הבאות נכונה ?

- bar האוטומט לא מקבל את מילת הקלט (A)
- (B) ניתן להסיק מהעץ הנ"ל שהאוטומט מקבל את מילת הקלט ba
- ריקה המילה המיל שהאוטומט מקבל את המילה הריקה (C)
- (D) החישוב הקצר ביותר שבו מקבל האוטומט את מילת הקלט כולל 4 צעדים

B :תשובה

שאלה 12

כזכור, הפונקציה ECLOSE (יש הקוראים לה eps) מתאימה לכל מצב p באוטומט לא דטרמיניסטי את קבוצת המצבים שנגישה מ- p באפס או יותר מעברי אפסילון.

יהי אוטומט סופי. איזה מהמקרים הבאים בלתי אפשרי ${
m N}$

$$ECLOSE(q0) = \{ q0, q1 \} ECLOSE(q1) = \{ q1 \} (A)$$

 $ECLOSE(q2) = \{ q0, q2 \}$

$$ECLOSE(q0) = \{ q0, q1 \}, ECLOSE(q1) = \{ q1 \}$$
 (B)

q0 ניתן להגיע ל- q0 (בעזרת מסעי אפסילון) ומ- q0 ניתן להגיע ל- q1 אז מ- q2 ניתן להגיע ל- q1 זאת אומרת שגם q2 חייב להמצא ב- q2 ניתן להגיע ל- q3 ואת אומרת שגם q4 ברעור (ECLOSE(q2)

שאלה 13

 $A = (Q_A, \Sigma, \delta_A, qo_A, F_A)$ נתונים שני אוטומטים סופיים דטרמיניסטיים

מצב q_{0A} קבוצת המצבים, Σ אייב הקלט, δ_{A} פונקצית המעברים, Σ המצבים, ההתחלתי, F_{A} קבוצת המצבים המקבלים).

$$B = (Q_B, \Sigma, \delta_B, qo_B, F_B)$$

נתבונן ב-ייאוטומט המכפלהיי המוגדר כך:

$$C = (Q_A \times Q_B, \Sigma, \delta_c, (qo_A, qo_B), F_c)$$

 \cdot כאשר פונקצית המעברים של C כאשר פונקצית

 $p \in Q_A, q \in Q_B$ לכל סימן Σ ולכל ווג מצבים מונ ל-

$$\delta_{C}((p, q), a) = (\delta_{A}(p, a), \delta_{B}(q, a))$$

 \cdot היא: C היא המצבים המקבלים של

$$F_C = (F_A \times F_B) \cup (Q_A - F_A) \times (Q_B - F_B)$$

? C מהי השפה של האוטומט

- Σ^* (A)
- מקבל אותן (A, B) כל המילים מעל Σ שבדיוק אחד משני האוטומטים (B)
 - או שעניהם אותם אותם B אוגם Σ שאו שגם בלים אותם או שניהם לא Σ כל המילים מעל מקבלים אותם.
 - $L(A) \cup L(B)$ המשלים של (D)

פתרון: С

שאלה 14

נזכיר שהמספר המוזכר בלמת הניפוח לשפות רגולריות מכונה "קבוע הניפוח". מהו קבוע הניפוח הקטן ביותר המתאים לשפה המוגדרת כך: השפה מכילה את כל המילים מעל {a, b, c} שבהן אחרי כל סימן a מופיע סימן c (למשל baccacb בשפה אבל aac לא בשפה. גם המילה הריקה בשפה).

- 1 (A)
- 2 (B)
- 3 (C)
- 4 (D)

<u>A : פתרון</u>

שאלה 15

נזכיר שעבור כל שפה L מעל אייב Σ ניתן להגדיר את יייחס העתיד המשותףיי: Σ מעלים ב שקולות לפי יחס זה אם לכל מילה Σ השייכת ל- Σ מתקיים: Σ שתיהן שייכות לשפה L או שתיהן שייכות לה. Σ שחייכות לשפה Σ או שתיהן אינן שייכות לה. Σ ומוזכר במשפט Myhill Nerode).

: 14 השפה של שאלה L

השפה מכילה את כל המילים מעל {a, b, c} שבהן אחרי כל סימן a מופיע סימן c מופיע סימן c למשל baccacb בשפה אבל baccacb בשפה. גם המילה הריקה בשפה).

איזו מהקבוצות הבאות <u>אינה</u> מהווה מחלקת שקילות של יייחס העתיד המשותףיי!

- ac -ם מילים מעל $\{a, b, c\}$ המסתיימות ב- (A)
- (B) מילים מעל $\{a,b,c\}$ המסתיימות ב- $\{a,b,c\}$ המסתיימות ב- $\{a,b,c\}$ המסתיימות ב- בהן מופיע
 - a או a ולאחריו a או $\{a,b,c\}$ מילים מעל (C)
 - aa שלא מסתיימות ב- a ואין בהן תת מחרוזת (D) מילים מעל $\{a,b,c\}$ או ab או

A : פתרון

כל השאר הן מחלקות שקילות (ויש 3 בסהייכ). קבוצה A כוללת למשל גם את המילה מריקה מפרידה abac וגם את המילה המילה מפרידה מפרידה ביניהן).

שאלה 16

נתבונן ב- יייחס העתיד המשותףיי (ראו הסבר על היחס בשאלה הקודמת) של נתבונן ב- יייחס העתיד המשותףיי (ראו הסבר a, שמתחילות ב- a, שמתחילות ב- a, השפה הכוללת את כל המילים מעל

איזו טענה אינה נכונה ?

- ccbb -שקולה ל c (A)
- abc שקולה ל- ab (B)
 - abcb -שקולה db (C)
- acbb שקול ל- abb (D)

B :תשובה

המילה b מפרידה בין abc -b ל-ab מפרידה מפרידה b

שאלה 17

נתון הדקדוק הבא

S -> aSbS | bSaS | epsilon

כמה עצי גזירה יש למילה aaabbb בדקדוק הנתון!

- אפס (A)
 - 1 (B)

```
1 - מספר סופי גדול מ- (C)
```

אינסוף (D)

<u>B</u> : תשובה

שאלה 18

שפה הנוצרת עייי הדקדוק הבא $\overline{L_1}$

 G_1 = (V_1 , T, P_1 , S_1) הטרמינלים, P_1 קבוצת המשתנים, T קבוצת המשתנים, V_1 קבוצת רו- S_1 הוא המשתנה ההתחלתי).

תהי שפה הנוצרת עייי הדקדוק הבא L_2

$$G_2 = (V_2, T, P_2, S_2)$$

$$V_1 \cap V_2 = \emptyset$$
 -עניח ש-

: נגדיר דקדוק חדש

$$G = (V_1 \cup V_2 \cup \{S\}, T, \\ P_1 \cup P_2 \cup \{ S -> S_1 S_1 \mid S_2 S_2 \mid epsilon \}, \\ S)$$

 $m V1 \cup V2$ -כאן m S הוא משתנה חדש שלא הופיע ב

י G מה השפה שיוצר הדקדוק

$$L_1^2 \cup L_2^2 \cup \{ \epsilon \}$$
 (A)

$$L_1L_2L_2\cup \{\epsilon\}$$
 (B)

$$L_1^* \cup L_2^*$$
 (C)

$$(L_1L_1 L_2L_2)^*$$
 (D)

A : תשובה

שאלה 19

מה השפה שיוצר הדקדוק הבא ?

S -> D S E |
$$\epsilon$$
 D -> Da | Db | ϵ E -> cE| dE | ϵ

.(w במילה a במילה של הסימון a במילה a במילה a במילה a במילה a

$$(a \cup b) + (c \cup d) + (A)$$

$$\{xy : x \in \{a,b\}^*, y \in \{c,d\}^*\}$$
 (B)

$${a,b,c,d}* (C)$$

$$\{ w : w \in \{a,b,c,d\}^*, \#a(w) + \#b(w) = \#c(w) + \#d(w) \}$$

<u>B : תשובה</u>

שאלה 20

נתון אוטומט עם מחסנית. הנה המעברים:

a משמעותו שבמצב p, p משמעותו (p, a, α) (q, β) מעבר רואים p כשבקלט רואים p או p מעבר למצב p כאשר להיות גם אפסילון) ובראש המחסנית יש מחרוזת p או p כוללים מספר סימנים המחרוזת p בראש המחסנית מוחלפת במחרוזת p (כש- p או p כוללים מספר סימנים אז הסימן השמאלי ביותר הוא בראש המחסנית).

- (q0, a, ε) (q0, a)
- $(q0, a, \varepsilon)$ $(q0, \varepsilon)$
- $(q0, \epsilon, \epsilon) (q1, \epsilon)$
- $(q1, b, a) (q1, \epsilon)$
- $(q1, b, \epsilon)$ $(q1, \epsilon)$
- $(q1, \epsilon, \epsilon) (q2, \epsilon)$
- $(q2, c, a) (q2, \epsilon)$
- (q2, c, ε) (q2, ε)

תוא המצב ההתחלתי. מצב q^2 הוא המצב המקבל היחיד.

מה השפה שמקבל האוטומט!

- a*b*c* (A)
- $\{a^mb^nc^k: n+k = m, m >= 0\}$ (B)
 - $\{a^kb^kc^m: m,k >= 0\}$ (C)
 - $\{a^mb^kc^k: m, k >= 0\}$ (D)

<u> תשובה: A</u>

שאלה 21

נתונים המעברים הבאים של אוטומט עם מחסנית שעושה qo .bottom up parsing

- $(q0,a,\epsilon)$ (q0,a)
- $(q0,b,\epsilon)$ (q0,b)
- $(q0,c,\epsilon)$ (q0,c)
- $(q0, \epsilon, CG)$ (q0, S)
- $(q0, \varepsilon, Ga)$ (q0, G)
- $(q0, \epsilon, bG)$ (q0, G)
- $(q_0, \varepsilon, \varepsilon)$ (q_0, G)
- $(q0,\epsilon,c)$ (q0,C)
- $(q0,\epsilon,Cc)$ (q0,C)
- $(q0, \epsilon, S)$ $(q1, \epsilon)$

(הצורה בה מתוארים המעברים מתוארת בשאלה הקודמת).

מה השפה שמקבל האוטומט ?

- [a,b,c] מילים מעל [a,b,c] בהן מספר סימני ה-[a,b,c] מילים מעל אחד.
 - a*b*c+ (B).
 - $\{a^nb^nc^k: n >= 0, k >= 1\}$ (C)
 - $\{c^kb^na^n: n >= 0, k >= 0\}$ (D)

B : תשובה

שאלה 22

סמנו את הפעולה שמשפחת השפות הסופיות אינה סגורה תחתיה.

- איחוד (A)
- שרשור (B)
- חיתוך (C)
- (D) משלים

תשובה: D

שאלה 23

היא חסרת הקשר. $\{a^nb^nc^n: n >= 0\}$ היא חסרת הקשר.

 $\{a^nb^n\colon n>=0\}$ אוטומט עם מחסנית המקבל את השפה P1 אוטומט עם מקבל אחד (זה אפשרי).

 $\{c^n\colon n>=0\}$ אוטומט עם מחסנית המקבל את השפה P2 יהי

נבנה אוטומט עם מחסנית P המקבל את השפה $\{a^nb^nc^n\colon n>=0\}$ וכך נוכיח שזו שפה חסרת הקשר.

יכלול את כל המצבים והמעברים של P1 ושל P2. ל- P יהיה מצב נוסף שישמש כמצב ההתחלתי שלו. ממצב זה יהיה מעבר המסומן ב- $\epsilon/\epsilon/s$ למצב ההתחלתי של P1. (אנו מניחים ש-\$ הוא סימן חדש שלא מופיע ב- P1 ו- P2).

מהמצב המקבל של P1 יהיה מעבר המסומן ב- $\epsilon/\$/\epsilon$ למצב ההתחלתי של P2. המצבים המקבלים של P2.

L(P2) עם (P1) אח השרשור של מקבל עם האוטומט שבנינו מקבל את השרשור של כלומר את

$$\{ a^nb^n : n \ge 0 \} \bullet \{c^n : n \ge 0 \} = \{a^nb^nc^n : n \ge 0 \}$$

 $\{a^nb^nc^n\colon n>=0\}$ הראינו שקיים אוטומט עם מחסנית המקבל את השפה ולכן זו שפה חסרת הקשר. מה השגיאה שלנו י

.(A) האוטומט P יהיה דטרמיניסטי (בכל קונפיגורציה רק צעד אחד יהיה אפשרי).

כדי להוכיח שהשפה חסרת הקשר יש לבנות עבורה אוטומט עם מחסנית שאינו דטרמיניסטי.

- L(P2) עם L(P1) אינה שרשור של P אינה של האוטומט (B)
- $\{a^nb^nc^n: n >= 0\}$ אינו שווה לשפה (C) עם (P2) עם (L(P1) השרשור של
- $\{c^n: n >= 0\}$ לא ניתן לבנות אוטומט עם מחסנית המקבל (D)

C :תשובה

{
$$a^nb^n$$
: $n \ge 0$ } • { c^n : $n \ge 0$ } = { $a^nb^nc^k$: $n,k \ge 0$) \ne { $a^nb^nc^n$: $n \ge 0$ }

בתוצאה של השרשור יהיו גם מילים בהן מספר ה- c - ים שונה ממספר ה- $a^{'}$ - ים (ששווה למספר - b - ים בכל מילה בתוצאת השרשור).

(A) לא נכון. ראשית לא ברור אם P יהיה דטרמיניסטי או לא (זה תלוי ב- P1 וב- P2). שנית כדי להוכיח ששפה היא חסרת הקשר מספיק להראות שקיים אוטומט עם מחסנית המקבל אותה וזה לא משנה אם האוטומט דטרמיניסטי או לא.

השפה של P אכן תהיה השרשור של L(P1) עם L(P2) כך ש- (B) לא נכון. גם (D) לא נכון. קל מאוד לבנות אוטומט בלי מחסנית המקבל את השפה הזאת (שהיא בעצם השפה (C)). לכן גם קל לבנות אוטומט עם מחסנית עבור השפה הזאת. (האוטומט בעצם לא יעשה שימוש במחסנית שלו).

שאלה 24

תהי M1 מייט (מכונת טיורינג) המכריעה את השפה M1 תהי M2 מייט המכריעה את השפה M2

- L3 מייט $\overline{\text{המכריעה}}$ למחצה את השפה M3 תהי

שימו לב ש- M3 מכריעה למחצה בעוד שהשתיים האחרות מכונות מכריעות.

 Σ כל השפות הן מעל אותו אייב

נגדיר שפה חדשה ביוללת את כל המילים מעל בהמיכות לשתיים או יותר נגדיר הבין השפות בוללת את כל המילים או בין השפות בוללת. בין השפות בין היים בין השפות בין היים בין ה

M נגדיר מכונת טיורינג חדשה

בהמשך נסמן את הקלט של M ב- x.

: פועלת כך M

- x על הקלט M1. הרץ את 1
- x על הקלט M2 את 2
- 3. אם שניהם עצרו במצב מקבל אז עצור וקבל (את הקלט x) אם שניהם עצרו במצב דוחה אז עצור ודחה (את x) אחרת, המשך לשלב הבא.
 - .x על הקלט M3 את 64.

אם היא עוצרת ומקבלת אז עצור וקבל

אם היא עוצרת ודוחה אז עצור ודחה

איזו מהטענות הבאות נכונה ?

 ${
m L}$ מכריעה את השפה ${
m M}$

 ${
m L}$ מכריעה למחצה את מכריעה ${
m M}$ (B)

 ${
m L}$ אפילו לא מכריעה למחצה את אפילו ${
m M}$

 $*\Sigma$ מכריעה למחצה את (D)

B : פתרוו

שאלה 25

האם קיימת פונקציה (string program) האם קיימת פונקציה (true מקבלת לפחות פלינדרום אחד ואחרת שמחזירה true אם התוכנית מקבלת לפחות פלינדרום אחד ואחרת מחזירה false. (נזכיר שפלינדרום היא מילה שאם הופכים אותה מתקבלת אותה מילה לדוגמא madam).

```
נרצה להוכיח שפונקציה כזאת לא קיימת בעזרת התוכנית הבאה:
```

```
int main() {
   string me = mySource();
   string input = getInput();

if (willAcceptPalindrome(me)) {
     /* missing code 1 */
} else {
     /* missing code 2 */
}
```

mySource() היא פונקציה שמחזירה את ה- source code התוכנית שקוראת לה.

באיזו מהאפשרויות הבאות נשתמש כדי להשלים את ההוכחה ? (ההוכחה לא תהיה בהכרח אלגנטית אבל היא צריכה לעבוד).

```
: קטע קוד ראשון(A)
```

```
if (input == "abc") accept() else reject();
```

:קטע קוד שני

accept();

accept(); : קטע קוד ראשון (B)

reject(); קטע קוד שני

: קטע קוד ראשון (C)

if (first letter of input == 'a') accept(); else reject(); reject(); יפטע קוד שני:

: קטע קוד ראשון (D)

if (first letter of input == last letter of input) accept(); else reject(); ; else reject();

if (first letter of input == last letter of input) reject(); else accept();

A : תשובה

אלון מועד X שאלון

מבחן במודלים חישוביים סמסטר 2021 א

<u>שאלה 1</u>

 $(L^* \cup ((L^5)^*)^+)$ שפה. לאיזו מהביטויים הבאים שקול מהביטוי שפה. לאיזו

- L+ (A)
- L* (B)
- L (L⁵)* (C)
 - $(L^5)^+$ (D)

שאלה 2

נתון האוטומט הלא דטרמיניסטי הבא

$$\delta(q0, a) = \{q0, q1\}$$
 $\delta(q0, b) = \{q0, q2\}$
 $\delta(q1, b) = \{q3\}$
 $\delta(q2, a) = \{q4\}$
 $\delta(q3, a) = \{q3\}$ $\delta(q3, b) = \{q3\}$
 $\delta(q4, epsilon) = \{q3\}$

- q0 הוא המצב ההתחלתי.
- q3 הוא המצב המקבל היחיד.
 - מה השפה של האוטומט ?
- 2 שאורכן לפחות $\{a,b\}$ שאורכן לפחות (A)
- $\mathbf{a}^* \cup \mathbf{b}^*$ שלא שייכות לשפה (B) כל המילים מעל
- bb או תת מחרוזת aa או תת מחרוזת $\{a,b\}$ שאין בהן כל המילים מעל (C)
 - (D) כל המילים מעל

שאלה 3

שאלה זאת מתיחסת לאוטומט שמופיע בשאלה הקודמת.

באיזה מצבים יכול להימצא האוטומט לאחר קריאת הקלט baa באיזה

- $\{q0, q1, q3\}$ (A)
 - {q4} (B)
- $\{q0, q1, q2, q3, q4\}$ (C)
 - $\{q1, q3, q4\}$ (D)

שאלה 4

איזו מהקבוצות הבאות <u>אינה</u> סגורה תחת פעולת ההיפוך?

(ההיפוך של abc לדוגמא זה cba. ההיפוך של המחרוזת הריקה היא המחרוזת הריקה).

- שאורכן מתחלק בשמונה ויש בהן לפחות $\{a,b,c\}$ שאורכן מעל (A) כל המילים מעל ארבעה סימני c
- b בהן מספר סימני ה- a שווה למספר סימני ה- $\{a,b,c\}$ בהן כל המילים מעל
 - .1000 שאורכן לא עולה על $\{a,b,c\}$ שאורכן לא עולה על (C)
 - משכ מעל (a,b,c) מל המילים מעל (D

שאלה 5

נתון אוטומט סופי דטרמיניסטי A. אייב הקלט שלו הוא $\{a,b,c\}$. נכניס את השינויים הבאים ב- A ונקרא לאוטומט החדש (שלא בהכרח יהיה דטרמיניסטי) A. B

מהמצב ההתחלתי נוסיף מעבר המסומן ב- c לעצמו. (אם ב- A כבר היה מעבר כזה אז B יהיה זהה ל- (A-1).

איזה מהטענות הבאות אינה בהכרח נכונה ?

- {c}*L(A) שווה ל B השפה של (A)
- אינסופית B אינה השפה אז אינה A אינסופית (B)
 - ניתנת לתאור עייי ביטוי רגולרי B השפה של (C)
 - $\{c\}*L(A)$ השפה של B מכילה את (D)

שאלה 6

 $\{a,b,c\}$ נתון אוטומט סופי דטרמיניסטי A שאייב הקלט שלו הוא עוד נתון:

 $\delta(q0, a) = q1$ $\delta(q0, b) = q2$

> q0 הוא המצב ההתחלתי. q1, q2 שקולים זה לזה ושניהם מצבים מקבלים. (לא נתון מידע נוסף. יתכן שיש לאוטומט מצבים נוספים).

איזו מהטענות הבאות אינה נכונה ?

- ${a, b, c}*$ היא A יתכן שהשפה של (A)
- שאורכן אי זוגי $\{a,b,c\}$ יתכן שהשפה של A היא כל המילים מעל (B)
- שמתחילות ומסתיימות (C) היא כל המילים מעל $\{a,b,c\}$ שמתחילות ומסתיימות (C) באותו סימן
 - $\{a,b\}$ היא A היא (D)

<u>שאלה 7</u>

. $\{a,b\}$ אוטומט סופי דטרמיניסטי. אייב הקלט שלו הוא A יהי

הנה פונקצית המעברים שלו (חסרים רק המעברים ממצב q4).

 $\delta(q0, a) = q1$ $\delta(q0, b) = q2$ $\delta(q1, a) = q0$ $\delta(q1, b) = q3$ $\delta(q2,a) = q0$ $\delta(q2,b) = q1$ $\delta(q3,a) = q1$ $\delta(q3,b) = q4$

> בשלב מסוים בהרצת האלגוריתם למציאת מצבים שקולים ב-A מתקבלת החלוקה הבאה לקבוצות של מצבים.

{q0, q1} {q2, q3} {q4}

מה תהיה החלוקה לקבוצות של מצבים בעקבות הצעד הבא של האלגוריתם?

 $\{q0\} \{q1\} \{q2, q3\} \{q4\} (A)$

(B) לא ניתן לדעת כי לא ידוע מי הם המצבים המקבלים.

 $\{q0, q1\} \{q2\} \{q3\} \{q4\} (C)$

(D) לא יהיה שינוי בחלוקה לקבוצות (האלגוריתם יעצר)

שאלה 8

. נניח ש- N אוטומט סופי לא דטרמיניסטי שמקבל רק את המילה הריקה. אייב הקלט שלו הוא $\{a,b\}$. מספר המצבים של Nונקבל את N ונקבל אוטומט אוטומט לא דטרמיניסטי לאוטומט לא דטרמיניסטי D נפעיל את האלגוריתם "העצל" כפי שנלמד בכיתה: באוטומט. שנבנה ניתו יהיה להגיע מהמצב ההתחלתי לכל אחד מהמצבים).

איזה מהטענות הבאות **אינה** נכונה ?

{epsilon} תהיה D השפה של (A)

(B) ניתן לומר בוודאות שלאוטומט D יהיו בדיוק שני מצבים: מצב התחלתי ו-יימצב בוריי (מצב לא מקבל שיש לו מעברים על כל סימני הקלט בחזרה לעצמו).

והמצב ההתחלתי של D יהיה המצב המקבל היחיד (C)

(D) יתכן שב- D יהיו מספר מצבים לא מקבלים (יותר מאחד)

שאלה 9

איזה מהמספרים הבאים קרוב ביותר למספר המצבים המקבלים באוטומט סופי דטרמיניסטי מינימאלי המקבל את השפה הבאה:

 $\{a,b,c\}$ המקיימים את התנאים הבאים $\{a,b,c\}$

.a - גדול או שווה למספר סימני ה- b גדול או שווה למספר סימני ה-

a -א עולה על b למספר סימני ה- a לא עולה על b

תנאי שלישי: יש לכל היותר 10 סימני h.

למשל המילה abbaa תתקבל. המילה abbbbaba לא תתקבל.

(שימו לב שמדובר במספר המצבים המקבלים, לא במספר המצבים הכולל).

- 30 (A)
- 40 (B)
- 50 (C)
- 60 (D)

שאלה 10

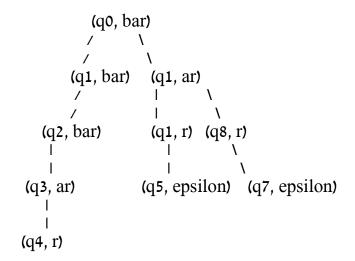
איזו שפה מתאר הביטוי הרגולרי הבא ?

 $(a \cup b \cup c \cup \epsilon)$ $(aa \cup ab \cup ac \cup ba \cup bb \cup bc \cup ca \cup cb \cup cc)*$

- 2 שאורכן לפחות $\{a,b,c\}$ שאורכן לפחות (A)
- בעלות אורך אי זוגי {a, b, c} כל המילים מעל (B)
- c או ב- a או ב- a או ב- a או ב- (C)
 - (D) כל המילים מעל

<u>שאלה 11</u>

נניח שעץ החישוב הבא מראה את כל החישובים האפשריים של אוטומט סופי לא bar דטרמיניסטי על מילת הקלט



נתון ש- q4 ו- q5 הם מצבים מקבלים. איזה מהטענות הבאות נכונה ?

- bar האוטומט לא מקבל את מילת הקלט (A)
- (B) ניתן להסיק מהעץ הנייל שהאוטומט מקבל את מילת הקלט ha
- הריקה המילה המעץ הנייל שהאוטומט מקבל את המילה הריקה (C)
- bar החישוב הקצר ביותר שבו מקבל האוטומט את מילת הקלט (D) כולל 4 צעדים

<u>שאלה 12</u>

כזכור, הפונקציה ECLOSE (יש הקוראים לה eps) מתאימה לכל מצב p באוטומט לא דטרמיניסטי את קבוצת המצבים שנגישה מ- p באפס או יותר מעברי אפסילון.

יהי N אוטומט סופי. איזה מהמקרים הבאים בלתי אפשרי N

$$ECLOSE(q0) = \{ q0, q1 \}, ECLOSE(q1) = \{ q1 \}$$
 (B)

$$ECLOSE(q0) = \{ q0, q1, q2 \} ECLOSE(q1) = \{ q1, q2 \} (C)$$

 $ECLOSE(q2) = \{ q1, q2 \}$

שאלה 13

 $A = (Q_A, \Sigma, \delta_A, q_{0A}, F_A)$ נתונים שני אוטומטים סופיים דטרמיניסטיים

מצב q0A קבוצת המעברים, $\delta_{\rm A}$ אייב הקלט, אייב המעברים, Σ קבוצת המעברים, $\Gamma_{\rm A}$ ההתחלתי, $\Gamma_{\rm A}$ קבוצת המצבים המקבלים).

B =
$$(Q_B, \Sigma, \delta_B, q_{0B}, F_B)$$

נתבונן ב-ייאוטומט המכפלהיי המוגדר כך:

$$C = (Q_A \times Q_B, \Sigma, \delta_c, (qo_A, qo_B), F_c)$$

:כאשר פונקצית המעברים של C מוגדרת כך

$$p \in Q_A$$
, $q \in Q_B$ לכל סימן Σ ולכל זוג מצבים מ

$$\delta_{\text{C}}((p, q), a) = (\delta_{\text{A}}(p, a), \delta_{\text{B}}(q, a))$$

 \cdot איא \subset קבוצת המצבים המקבלים של

$$F_C = (F_A \times F_B) \cup ((Q_A - F_A) \times (Q_B - F_B))$$

מהי השפה של האוטומט ? C

- Σ^* (A)
- מקבל אותן (A, B) כל המילים מעל Σ שבדיוק אחד משני האוטומטים (B)
- או שעניהם אותם אותם B אוגם Δ שאו שגם בלים מעל (C) כל המילים מעל מקבלים אותם.
 - $L(A) \cup L(B)$ המשלים של (D)

<u>שאלה 14</u>

נזכיר שהמספר המוזכר בלמת הניפוח לשפות רגולריות מכונה "קבוע הניפוח". מהו קבוע הניפוח הקטן ביותר המתאים לשפה המוגדרת כך: השפה מכילה את כל המילים מעל {a, b, c} שבהן אחרי כל סימן a מופיע סימן c (למשל baccacb בשפה אבל aac לא בשפה. גם המילה הריקה בשפה).

- 1 (A)
- 2 (B)
- 3 (C)
- 4 (D)

שאלה 15

נזכיר שעבור כל שפה L מעל אייב Σ ניתן להגדיר את יייחס העתיד המשותףיי: Σ מעלים Σ , y שקולות לפי יחס זה אם לכל מילה Σ השייכת ל- Σ מתקיים: Σ שתיהן שייכות לשפה L או שתיהן שייכות לה. Σ שחימנו בכיתה Σ ומוזכר במשפט Myhill Nerode).

\pm השפה של שאלה m L

a שבהן אחרי כל סימן a, b, c שבהן אחרי כל סימן c מופיע סימן c למשל c למשל baccacb שפה אבל c למשל בשפה). בשפה בשפה).

איזו מהקבוצות הבאות <u>אינה</u> מהווה מחלקת שקילות של יייחס העתיד המשותףיי!

- ac -a מילים מעל \overline{a} , b, c מילים מעל (A)
- מופיע a המסתיימות ב- a ומלבד a המסתיימות (B) מילים מעל מילים מעל ב- a המסתיימות ב- a ומלבד בהן מופיע
 - a או a ולאחריו a בהן מופיע (C) מילים מעל
 - aa שלא מסתיימות ב- a ואין בהן תת מחרוזת (D) מילים מעל $\{a,b,c\}$ שלא מסתיימות ב- ab או

שאלה 16

נתבונן ב- יייחס העתיד המשותףיי (ראו הסבר על היחס בשאלה הקודמת) של נתבונן ב- יייחס העתיד המשותףיי (ראו הסבר a, שמתחילות ב- a, שמתחילות ב- a, השפה הכוללת את כל המילים מעל

איזו טענה אינה נכונה ?

- ccbb -שקולה ל c (A)
- abc שקולה ל- ab (B)
 - abcb -שקולה ל ab (C)
- acbb שקול ל- abb (D)

<u>שאלה 17</u>

נתון הדקדוק הבא

S -> aSbS | bSaS | epsilon

כמה עצי גזירה יש למילה aaabbb בדקדוק הנתון!

- אפס (A)
 - 1 (B)
- מספר סופי גדול מ- (C)
 - אינסוף (D)

שאלה 18

תהי שפה הנוצרת עייי הדקדוק הבא $\mathrm{L}_{\scriptscriptstyle 1}$

$$G_1 = (V_1, T, P_1, S_1)$$

(כאן V_1 קבוצת המשתנים, T קבוצת הטרמינלים, V_1 קבוצת כללי הגזירה (כאן S_1 הוא המשתנה ההתחלתי).

תהי בא שפה הנוצרת עייי הדקדוק הבא $L_{\scriptscriptstyle 2}$

$$G_2 = (V_2, T, P_2, S_2)$$

$$V_1 \cap V_2 = \emptyset$$
 -נניח ש

: נגדיר דקדוק חדש

$$G = (V_1 \cup V_2 \cup \{S\}, T, P_1 \cup P_2 \cup \{S -> S_1 S_1 \mid S_2 S_2 \mid epsilon\}, S)$$

 $m V1 \cup V2$ -כאן m S הוא משתנה חדש שלא הופיע ב

מה השפה שיוצר הדקדוק G

 $L_1^2 \cup L_2^2 \cup \{ \epsilon \}$ (A)

 $L_1L_1L_2L_2 \cup \{ \epsilon \}$ (B)

 $L_1^* \cup L_2^*$ (C)

 $(L_1L_1 L_2L_2)^*$ (D)

<u>שאלה 19</u>

מה השפה שיוצר הדקדוק הבא ?

S -> D S E |
$$\epsilon$$
 D -> Da | Db | ϵ E -> cE| dE | ϵ

.(w במילה a במילה של הסופעים מספר a במילה a במילה a במילה (נזכיר שהסימון a

$$(a \cup b) + (c \cup d) + (A)$$

$$\{xy : x \in \{a,b\}^*, y \in \{c,d\}^*\}$$
 (B)

 ${a,b,c,d}^*$ (C)

(D)

 $\{ w : w \in \{a,b,c,d\}^*, \#a(w) + \#b(w) = \#c(w) + \#d(w) \}$

שאלה 20

נתון אוטומט עם מחסנית. הנה המעברים:

a משמעותו שבמצב p, p, משמעותו p, q, q, q, q, מעבר q, כשבקלט רואים q משעוי להיות גם אפסילון) ובראש המחסנית יש מחרוזת q מוללים מספר סימנים המחרוזת q בראש המחסנית מוחלפת במחרוזת q. (כש- q או q כוללים מספר סימנים אז הסימן השמאלי ביותר הוא בראש המחסנית).

(q0, a, ε) (q0, a)

 $(q0, a, \epsilon)$ $(q0, \epsilon)$

 $(q0, \epsilon, \epsilon) (q1, \epsilon)$

(q1, b, a) $(q1, \epsilon)$

 $(q1, b, \epsilon)$ $(q1, \epsilon)$

 $(q1, \varepsilon, \varepsilon) (q2, \varepsilon)$

 $(q2, c, a) (q2, \epsilon)$

 $(q2, c, \epsilon) (q2, \epsilon)$

q0 הוא המצב ההתחלתי. מצב q2 הוא המצב המקבל היחיד.

מה השפה שמקבל האוטומט!

a*b*c* (A)

 $\{a^mb^nc^k: n+k = m, m >= 0\}$ (B)

 $\{a^kb^kc^m: m,k >= 0\}$ (C)

 $\{a^mb^kc^k: m, k >= 0\}$ (D)

שאלה 21

נתונים המעברים הבאים של אוטומט עם מחסנית שעושה נתונים המעברים הבאים של אוטומט עם מחסנית שעושה q0 .bottom up parsing

(הצורה בה מתוארים המעברים מתוארת בשאלה הקודמת).

מה השפה שמקבל האוטומט ?

[a,b,c] מילים מעל [a,b,c] בהן מספר סימני ה-[a,b,c] מילים מעל אחד.

a*b*c+ (B).

 $\{a^nb^nc^k: n >= 0, k >= 1\}$ (C)

 $\{c^kb^na^n: n >= 0, k >= 0\}$ (D)

שאלה 22

סמנו את הפעולה שמשפחת השפות הסופיות אינה סגורה תחתיה.

- איחוד (A)
- שרשור (B)
- ריתוך (C)
- (D) משלים

<u>שאלה 23</u>

היא חסרת הקשר. $\{a^nb^nc^n\colon n>=0\}$ היא חסרת הקשר.

 $\{a^nb^n\colon n>=0\}$ אוטומט עם מחסנית המקבל את השפה P1 אוטומט עם מחסנית ליהי P1 מצב מקבל אחד (זה אפשרי). עם מחסנית המקבל את השפה $\{c^n\colon n>=0\}$

נבנה אוטומט עם מחסנית P המקבל את השפה $\{a^nb^nc^n\colon n>=0\}$ וכך נוכיח שזו שפה חסרת הקשר.

יכלול את כל המצבים והמעברים של P1 ושל P2. ל- P יהיה מצב נוסף שישמש פמצב ההתחלתי שלו. ממצב זה יהיה מעבר המסומן ב- $\epsilon/\epsilon/s$ למצב ההתחלתי של P1. (אנו מניחים ש-\$ הוא סימן חדש שלא מופיע ב- P1 ו- P2).

מהמצב המקבל של P1 יהיה מעבר המסומן ב- $\epsilon/\$/\epsilon$ למצב ההתחלתי של P2. המצבים המקבלים של P2. היו המצבים המקבלים של P2.

L(P2) עם L(P1) האוטומט שבנינו מקבל את השרשור של השפות כלומר את

$$\{a^nb^n: n \ge 0\} \cdot \{c^n: n \ge 0\} = \{a^nb^nc^n: n \ge 0\}$$

 $\{a^nb^nc^n\colon n>=0\}$ הראינו שקיים אוטומט עם מחסנית המקבל את השפה ולכן זו שפה חסרת הקשר. מה השגיאה שלנו י

- (A) האוטומט P יהיה דטרמיניסטי (בכל קונפיגורציה רק צעד אחד יהיה אפשרי).כדי להוכיח שהשפה חסרת הקשר יש לבנות עבורה אוטומט עם מחסנית שאינו דטרמיניסטי.
 - L(P2) עם L(P1) אינה שרשור של P עם (B)
 - $\{a^nb^nc^n: n >= 0\}$ אינו שווה לשפה (C) עם (P2) עם (L(P1) השרשור של
 - $\{c^n: n \ge 0\}$ לא ניתן לבנות אוטומט עם מחסנית המקבל את (D)

שאלה 24

.L1 מייט (מכונת טיורינג) המכריעה את השפה M1

m L2 מייט m mac את השפה M2 מייט מייט

תהי M3 מייט <u>המכריעה למחצה</u> את השפה L3

שימו לב ש- M3 מכריעה למחצה בעוד שהשתיים האחרות מכונות מכריעות.

 Σ כל השפות הן מעל אותו אייב

נגדיר שפה חדשה ביוללת את כל המילים מעל באייכות לשתיים או יותר נגדיר שפה בין הכוללת את בל הבין השפות בוללת. L1, L2, L3

M נגדיר מכונת טיורינג חדשה

בהמשך נסמן את הקלט של M ב- x.

: פועלת כך M

- x על הקלט M1 את הרץ את 1
- x על הקלט M2 את 2
- 3. אם שניהם עצרו במצב מקבל אז עצור וקבל (את הקלט x) אם שניהם עצרו במצב דוחה אז עצור ודחה (את x) אחרת, המשך לשלב הבא.
 - 4. הרץ את M3 על הקלט x.

אם היא עוצרת ומקבלת אז עצור וקבל

אם היא עוצרת ודוחה אז עצור ודחה

איזו מהטענות הבאות נכונה ?

- ${
 m L}$ מכריעה את השפה ${
 m M}$
- L מכריעה למחצה את מכריעה M (B)
- L אפילו לא מכריעה למחצה את אפילו M (C)
 - $*\Sigma$ מכריעה למחצה את (D)

```
שאלה 25
```

שמחזירה true אם התוכנית program מקבלת לפחות פלינדרום אחד ואחרת מחזירה false. (נזכיר שפלינדרום היא מילה שאם הופכים אותה מתקבלת אותה מילה לדוגמא madam). נרצה להוכיח שפונקציה כזאת לא קיימת בעזרת התוכנית הבאה: int main() { string me = mySource(); string input = getInput(); if (willAcceptPalindrome(me)) { /* missing code 1 */ } else { /* missing code 2 */ mySource() היא פונקציה שמחזירה את ה- mySource באיזו מהאפשרויות הבאות נשתמש כדי להשלים את ההוכחה ? (ההוכחה לא תהיה בהכרח אלגנטית אבל היא צריכה לעבוד). : קטע קוד ראשון(A) if (input == "abc") accept() else reject(); :קטע קוד שני accept(); accept(); : קטע קוד ראשון (B) reject(); קטע קוד שני : קטע קוד ראשון (C) if (first letter of input == 'a') accept(); else reject(); reject(); קטע קוד שני: : קטע קוד ראשון (D) if (first letter of input == last letter of input) accept(); else reject(); :קטע קוד שני if (first letter of input == last letter of input) reject(); else accept();

bool willAcceptPalindrome(string program) האם קיימת פונקציה

בהצלחה!

גליון התשובות

מספר מחברת:	מספר זהות:
-------------	------------

1	A	В	С	D
2	A	В	С	D
3	A	В	С	D
4	A	В	С	D
5	A	В	С	D
6	A	В	С	D
7	A	В	С	D
8	A	В	С	D
9	A	В	С	D
10	A	В	С	D
11	A	В	С	D
12	A	В	С	D
13	A	В	С	D
14	A	В	С	D
15	A	В	С	D
16	A	В	С	D
17	A	В	С	D
18	A	В	С	D
19	A	В	С	D
20	A	В	С	D
21	A	В	С	D
22	A	В	С	D
23	A	В	С	D
24	A	В	С	D
25	A	В	С	D