3.5 PROBLEMAS RESUELTOS

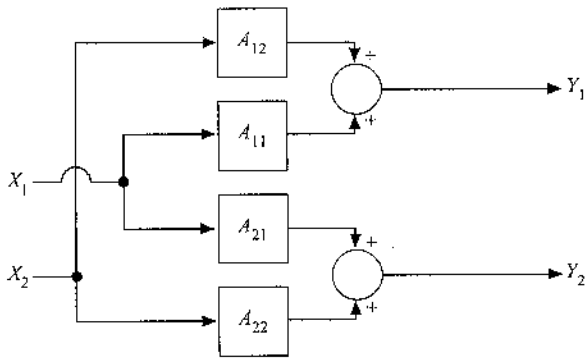
1. Obtenga la representación en diagrama de bloques del siguiente conjunto de ecuaciones.

$$Y_1 = A_{11} X_1 + A_{12} X_2$$

$$Y_2 = A_{21} X_1 + A_{22} X_2$$

Considere que las señales de entrada son X_1 y X_2 y las señales de salida son Y_1 y Y_2.

Solución



2. Las ecuaciones que describen el movimiento de un motor de cd controlado por campo fueron establecidas en el capítulo 2. Aquí las reproducimos:

$$T_m = K_3 I_e \qquad \textbf{(2.18a)}$$

$$V_e = I_e (R_e + sL_e) \qquad \textbf{(2.19a)}$$

$$T_m = W(B + sJ) \qquad \textbf{(2.13a)}$$

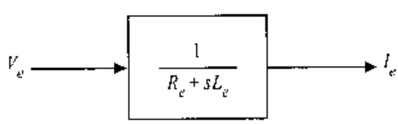
a) Dibuje el diagrama de bloques correspondiente considerando que la señal de entrada es el voltaje V_e y la de salida, la velocidad Ω.

b) Reduzca ese diagrama.

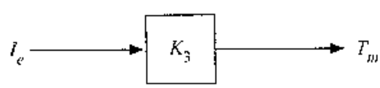
Solución

a) La ecuación 2.19*a* puede volver a escribirse como $I_e = \dfrac{1}{R_e + sL_e} V_e$.

El diagrama correspondiente es

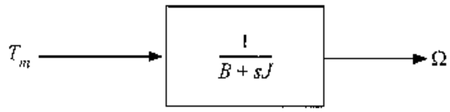


En cuanto a la ecuación 2.18*a*, su diagrama es

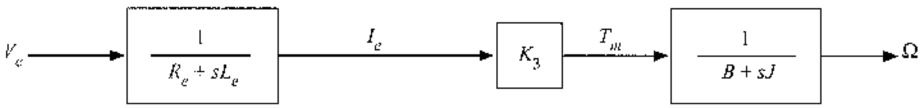


Finalmente, la ecuación 2.13*a* se puede escribir $\Omega = \frac{1}{B + sJ} T_m$

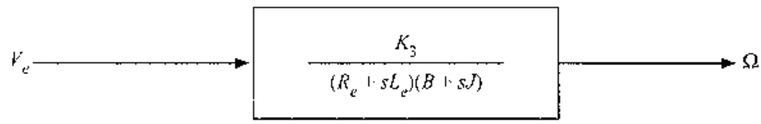
Su bloque correspondiente es:



El diagrama completo es:



b) Puesto que se tienen bloques en cascada, el equivalente simplificado es:



3. Para un motor de cd controlado por armadura escribimos las siguientes ecuaciones:

$$V_a = (R_a + sL_a)\, I_a + E_m \quad (1)$$

$$T_m = K_2 I_a \quad (2)$$

$$T_m = (B + sJ)\Omega \quad (3)$$

$$E_m = K_1 \Omega \quad (4)$$

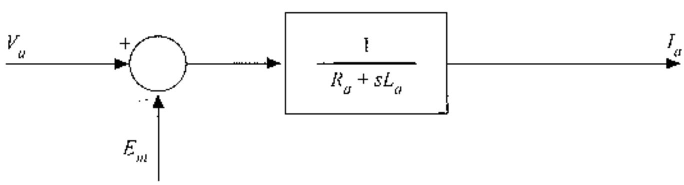
Dibuje el diagrama de bloques que represente a ese conjunto de ecuaciones. Considere al voltaje V_a como la señal de entrada, y a la velocidad Ω como la de salida.

Solución

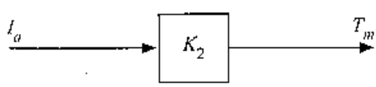
La ecuación (1) puede escribirse

$$I_a = \frac{1}{R_a + sL_a} (V_a - E_m)$$

Su diagrama correspondiente es:

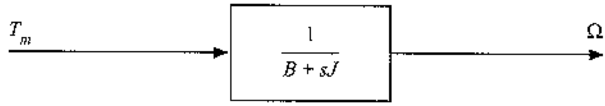


El diagrama correspondiente a la ecuación (2) es:

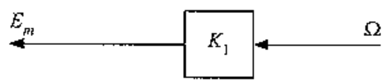


Ahora podemos escribir la ecuación (3) de la siguiente manera: $\Omega = \dfrac{1}{B + sJ} T_m$

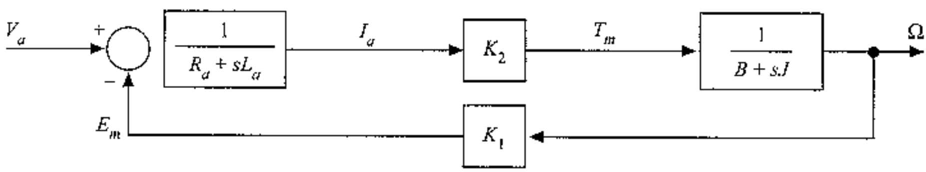
Su diagrama correspondiente es:



Obviamente, E_m representa la señal de retroalimentación; el diagrama de la ecuación (4) es:



Todos los diagramas juntos dan por resultado la gráfica siguiente:



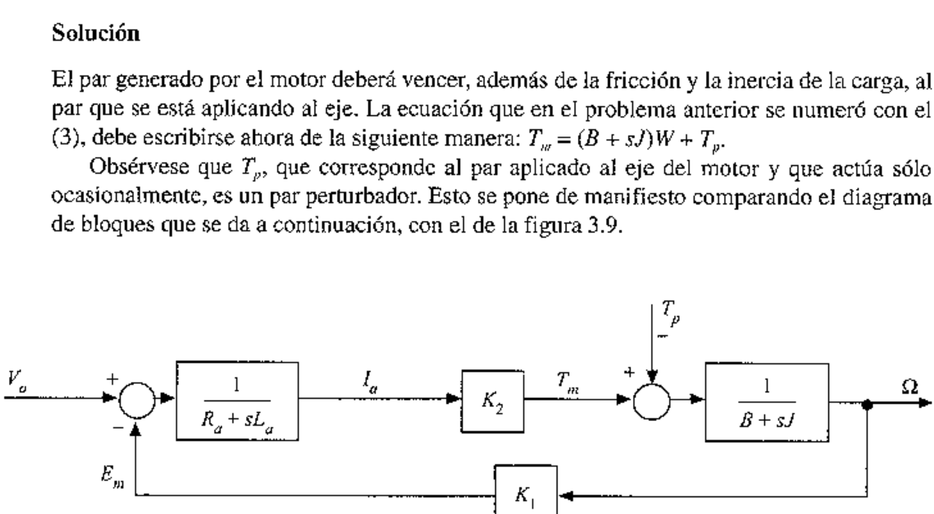
Nota. Obsérvese que un motor de cd controlado por armadura es un sistema con retroalimentación negativa. Por lo tanto, si esta máquina se coloca dentro de un sistema de control automático, el resultado será un sistema de lazos múltiples.

4. Consideremos nuevamente el motor del problema anterior, pero ahora supongamos que ocasionalmente actúa sobre el eje algún par que se opone al del motor. Dibuje el diagrama de bloques correspondiente a este sistema.

Solución

El par generado por el motor deberá vencer, además de la fricción y la inercia de la carga, al par que se está aplicando al eje. La ecuación que en el problema anterior se numeró con el (3), debe escribirse ahora de la siguiente manera: $T_m = (B + sJ)W + T_p$.

Obsérvese que T_p, que corresponde al par aplicado al eje del motor y que actúa sólo ocasionalmente, es un par perturbador. Esto se pone de manifiesto comparando el diagrama de bloques que se da a continuación, con el de la figura 3.9.



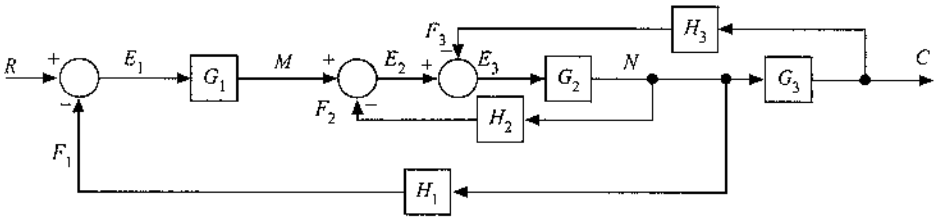
5. Dibuje el diagrama de bloques correspondiente al siguiente conjunto de ecuaciones:

$$E_1 = R - F_1$$
$$M = G_1E_1$$
$$E_2 = M - F_2$$
$$E_3 = E_2 - F_3$$
$$N = G_2E_3$$
$$C = G_3N$$
$$F_1 = H_1N$$
$$F_2 = H_2N$$
$$F_3 = H_3C$$

Las señales en el sistema son R, E_1, F_1, E_2, F_2, E_3, F_3, M, N y C, con R y C como las señales de entrada y de salida, respectivamente. Por otra parte, las transmitancias son G_1, G_2, G_3, H_1, H_2 y H_3.

Solución

El diagrama correspondiente es el siguiente:



6. Dibuje el diagrama de bloques correspondiente al siguiente conjunto de ecuaciones:

a) $X = (R - 5Y)\dfrac{8}{s+4}$

b) $X - \dfrac{6}{s+2}Y = W$

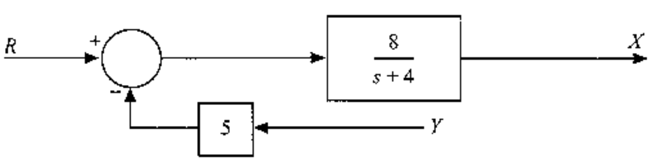
c) $Y = \dfrac{5s+4}{s(s+3)}W$

d) $C = \dfrac{6s+7}{s^2+4s+4}Y$

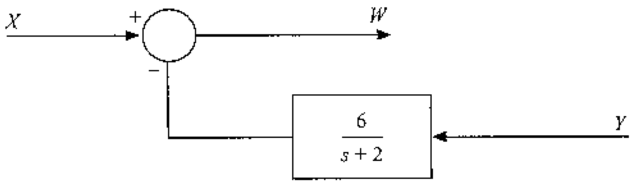
Considere que la señal de entrada es R y la de salida es C.

Solución

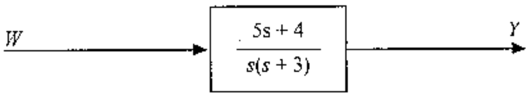
Intentaremos llegar paso a paso a la solución. El diagrama de la ecuación (*a*) es:



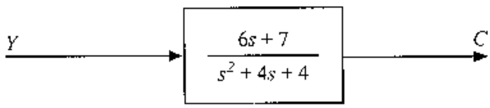
Para la ecuación (b):



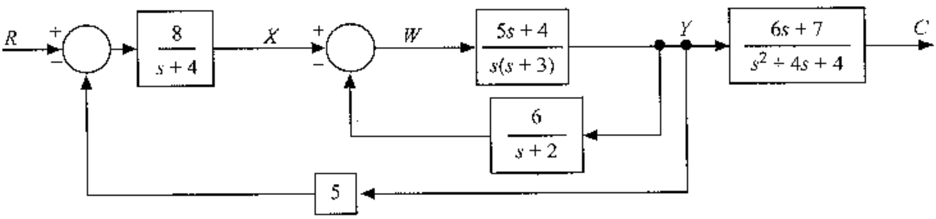
En cuanto al diagrama correspondiente a la ecuación (c):



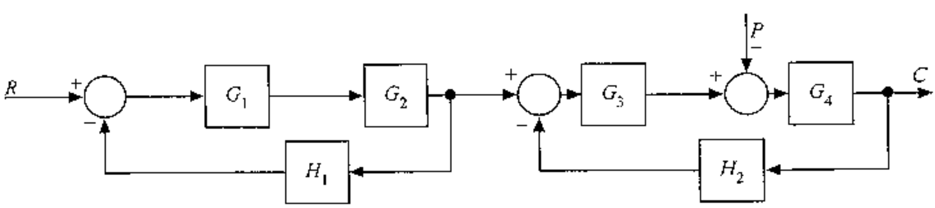
Finalmente, para la ecuación (d) se tiene:



El diagrama completo es:



7. Simplifique el diagrama de bloques mostrado a continuación y obtenga la relación C/R cuando $P = 0$.



Solución

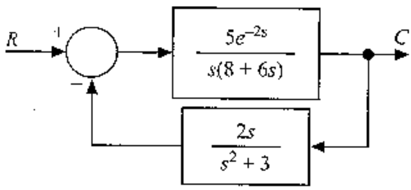
Observe que hay dos lazos de retroalimentación. Simplificados cada uno, y con $P = 0$ en el segundo se tiene:

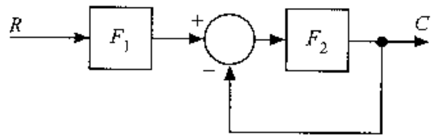
Finalmente, puesto que ambos bloques están en cascada, la simplificación es su producto.

Entonces,

$$\frac{C}{R} = \frac{G_1G_2G_3G_4}{(1 + H_1G_1G_2)(1 + H_2G_3G_4)}$$

8. Obtenga las funciones de transferencia F_1 y F_2 para que los diagramas mostrados a continuación sean equivalentes:





Solución

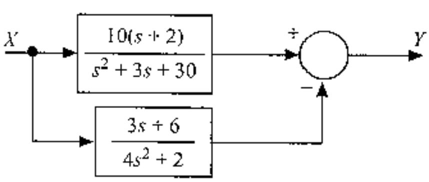
Se trata de transformar un sistema de lazo cerrado en uno de retroalimentación unitaria. La solución está en el ejemplo 3.4. De esta manera, si

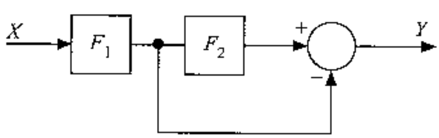
$$G = \frac{5e^{-2s}}{s(8+6s)} \qquad \text{y} \qquad H = \frac{2s}{s^2+3}$$

entonces,

$$F_1 = \frac{1}{H} = \frac{s^2+3}{2s} \qquad \text{y} \qquad F_2 = HG = \frac{10se^{-2s}}{s(8+6s)(s^2+3)}$$

9. Obtenga las funciones F_1 y F_2 para que los diagramas mostrados a continuación sean equivalentes:





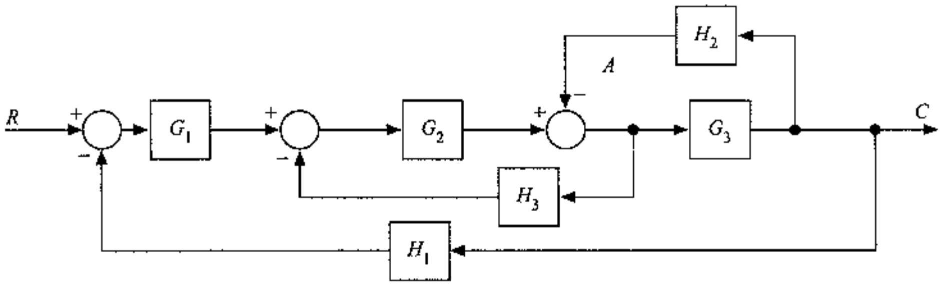
Solución

Este problema es el de la eliminación de un bloque de la trayectoria directa, el cual es resuelto por el teorema 3:

Llamemos P_1 a la función $\dfrac{10(s+2)}{s^2+3s+30}$ y P_2 a $\dfrac{3s+6}{4s^2+2}$.

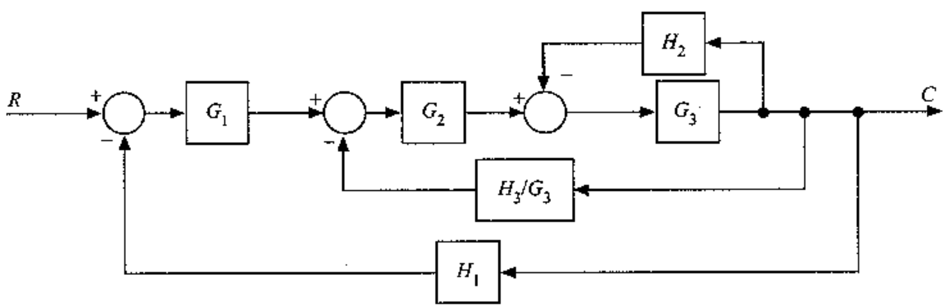
Entonces, $F_1 = P_2 = \dfrac{3s+6}{4s^2+2}$ y $F_2 = \dfrac{P_1}{P_2} = \dfrac{20(2s^2+1)}{3(s^2+3s+30)}$

10. Reduzca el diagrama de bloques dado a continuación a la forma canónica de un sistema de lazo cerrado.

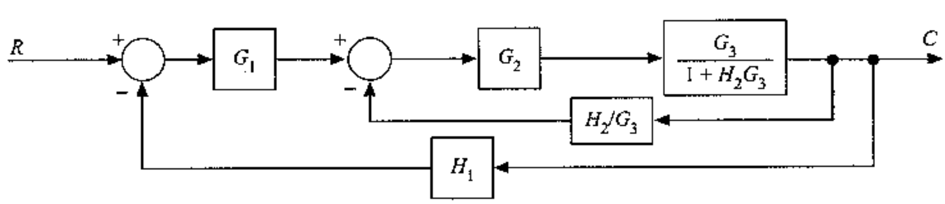


Solución

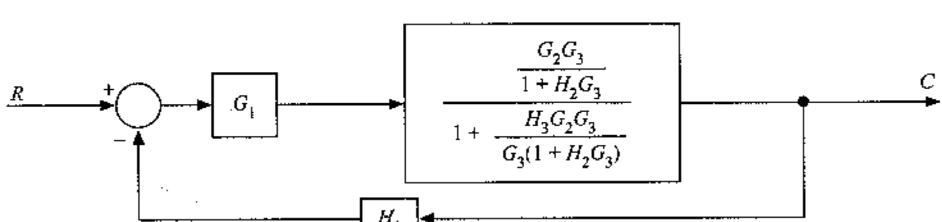
Aplicamos el teorema 9 para desplazar el punto A hacia la derecha del bloque G_3. El resultado es el siguiente:



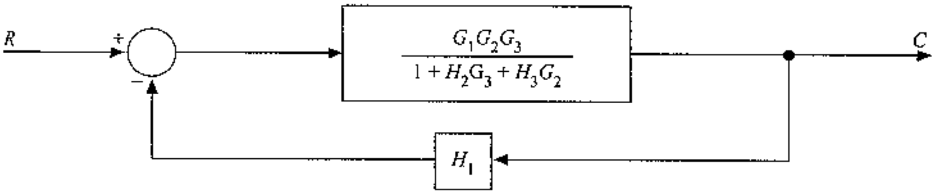
A continuación eliminamos el lazo formado por G_3 y H_2 mediante la aplicación del teorema 4.



En ese diagrama observamos dos lazos. Procedemos a la eliminación del lazo interior:



Finalmente, multiplicando los dos bloques en cascada de la cadena directa y efectuando las reducciones algebraicas correspondientes, llegamos al siguiente diagrama:



3.6 PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Dibuje el diagrama de bloques correspondiente al siguiente conjunto de ecuaciones:

   a) $X = (2 + 8s)V$
   b) $U = 10V$
   c) $U = (5 + 4s)Y$

   Considere que la señal de entrada es X y la de salida es Y.

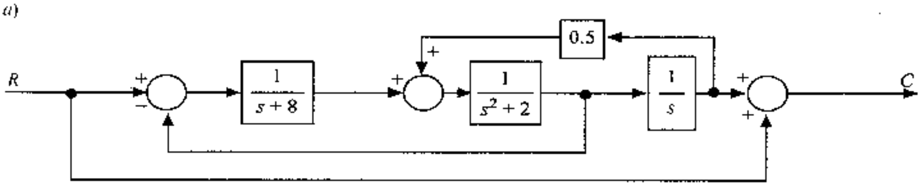
2. Escriba el conjunto de ecuaciones correspondiente al diagrama de bloques del problema resuelto número 10. Otorgue nombres a su criterio para las variables internas.

3. Reduzca al máximo el diagrama de bloques del motor de cd presentado en el problema resuelto número 3. Compare el bloque obtenido con la función de transferencia establecida en el capítulo 2 para el motor de cd controlado por armadura.

4. Simplifique al máximo (un solo bloque) los diagramas de bloques de los problemas resueltos 5 y 6.

5. Reduzca al máximo (un solo bloque) los diagramas mostrados a continuación.

a)



b)