1._ Si un paracaidista cae en un sitio aleatorio de la línea recta entre los marcadores *A* y *B*
a) Encuentra la probabilidad de que esté más cerca de *A* que de *B*.
b) Calcula la probabilidad de que la distancia con respecto a *A* sea más de tres veces la distancia con respecto a *B*.
c) Si tres paracaidistas actúan independientemente, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente uno de los tres caiga después del punto medio entre *A* y *B*?

Respuesta *a)* 0.5 ***b)*** 0.25 ***c)*** $\frac{3}{8}$

2._ La variación en la profundidad de un río de un día al otro, medida (en pies) en un sitio específico, es una variable aleatoria *Y* con la siguiente función de densidad
$f_Y(y) = k \quad -2 \le y \le 2$
a) Determina el valor de *k*.
b) Encuentra la función de probabilidad acumulada para la v. a *Y*.
Respuesta

a) $\frac{1}{4}$ b) $F_Y(y) = \frac{y+2}{4}$

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad y < -2 \\ \frac{y+2}{4} & y \in (-2,2) \\ 1 & \text{si} \quad y > 2 \end{cases}$$

3._ El tiempo de un viaje (ida y vuelta) de los camiones que transportan concreto hacia una obra de construcción en una carretera, está distribuido uniformemente en un intervalo de 50 a 70 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que la duración del viaje sea mayor a 65 minutos si se sabe que la duración del viaje es mayor a 55 minutos?

Respuesta $\frac{1}{3}$

4._ Para determinar el alcance sónico de una fuente acústica mediante el método de triangulación, hay que medir con precisión el tiempo de llegada del frente de onda esférica a un receptor. Según Perruzzi y Hilliand, se pueden modelar los errores de medición de estos tiempos mediante una distribución uniforme de –0.05 a +0.05 microsegundos μs.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que un tiempo de llegada en partículas tenga un error menor que 0.01 μs?
b) Calcula la media y la varianza de los errores de medición.
Respuesta *a)* 0.6 ***b)*** 0.00083

5._ Según Y. Zimmels, los tamaños de partículas que se utilizan en experimentos de sedimentación tienen a menudo una distribución uniforme. En sedimentaciones con mezclas de partículas de diferente tamaño, las partículas mayores obstruyen los movimientos de las más pequeñas. Así que es importante estudiar la media y la varianza de los tamaños de partículas. Supón que partículas esféricas tienen diámetros con una distribución uniforme entre 0.01 y 0.05 cm. Determina la media y la varianza de los volúmenes de estas partículas. [Recuerda que el volumen de una esfera está dador por $(4/3)\pi r^3$].

Respuesta $E(v) = 6.5\times10^{-6}\pi$ y $V(v) = 3.525\times10^{-11}\pi^2$

6._ La v.a X se distribuye uniformemente en el intervalo [0, 2]. Obtén la distribución de la v.a $Y = 5 + 2X$.

Respuesta $Y \sim U(5,\ 9)$ $f_Y(y) = \dfrac{1}{4}$

7._ Un corredor de bienes raíces carga comisión fija de $50 más el 6% a las ganancias de los propietarios. Si la ganancia se distribuye de modo uniforme entre $0 y $2000, obtén la distribución de probabilidad de las remuneraciones totales del corredor.

Respuesta $f_R(r) = F_R'(r) = \dfrac{1}{120}$ $R \sim U(50, 170)$

8._ Supón que cinco estudiantes van a realizar un examen independientemente unos de otros y que el número de minutos que cualquier estudiante necesita para terminar el examen tiene una distribución exponencial con media 80. Supón que el examen empieza a las nueve de la mañana, determina la probabilidad de que al menos uno de los estudiantes termine el examen antes de las diez menos veinte de la mañana.
Respuesta 0.9179

9._ El tiempo requerido para que un individuo sea atendido en una cafetería es una v.a que tiene una distribución exponencial con una media de cuatro minutos. ¿Cúal es la probabilidad de que una persona sea atendida
a) En menos de 3 minutos?
b) En menos de 3 minutos al menos cuatro de los siguientes 6 días?
Respuesta ***a)*** 0.395 ***b)*** 0.9179

10._ La distribución exponencial se aplica con frecuencia a los tiempos de espera entre éxitos en un proceso de Poisson. Si el número de llamadas que se reciben por hora en un servicio de contestación telefónica es una v.a de Poisson con parámetro 6, se sabe que el tiempo, en horas, entre llamadas sucesivas tiene una distribución exponencial con parámetro $\dfrac{1}{6}$. ¿Cuál es la probabilidad de esperar más de 15 minutos entre cualesquiera dos llamadas sucesivas?
Respuesta 0.082

11._ El tiempo *X*, en segundos, que tarda un bibliotecario para localizar una ficha de un archivo de registros sobre libros prestados tiene una distribución exponencial con tiempo esperado de 20 segundos.
a) Calcula las probabilidades $P(X < 30)$, $P(X > 20)$ y $P(20 < X < 30)$.
b) ¿Para qué valor de t es $P(X < t) = 0.5$?
Respuesta *a)* 0.144 ***b)*** $t = -20\ell n(0.5) = 13.863$

12._ Un transistor tiene una distribución de tiempo de falla exponencial con tiempo medio de falla de 20,000 hrs. El transistor ha durado 20,000 hrs. En una aplicación particular. ¿Cuál es la probabilidad de que el transistor falle a las 30,000hrs?
Respuesta 0.3935

13._ Se consideran dos procesos de manufactura. El costo por unidad para el proceso *I* es *C*, en tanto que para el proceso *II* es 3*C*. Los productores de ambos procesos tienen densidades de tiempo de falla exponenciales con tasas de 1/25 fallas por hora y 1/35 fallas por hora, respectivamente, para los procesos *I* y *II*. Si un producto falla antes de 15 hrs. Debe reemplazarse a un costo de *Z* dólares. ¿Qué proceso recomiendas?
Respuesta Recomendar el proceso I si $Z < 19.417C$

14._ Un fabricante de un monitor de televisión comercial garantiza el cinescopio o tubo de imagen por un año (8679 hrs). Los monitores se utilizan en terminales de aeropuerto para programas de vuelo, y están encendidos en uso continuo. La vida media de los tubos es de 20,000 hrs, y siguen una densidad de tiempo exponencial. El costo de fabricación, venta y entrega para el fabricante es de $300 y el monitor se vende en el mercado en $400. Cuesta $150 reemplazar el tubo fallado, incluyendo materiales y mano de obra. El fabricante no tiene obligación de sustituir el tubo si ya ha habido una primera sustitución. ¿Cuál es la utilidad esperada del fabricante?
Respuesta 47.19

15._ El tiempo *Y* que tarda en realizarse cierta tarea clave en la construcción de una casa es una v.a que tiene una distribución exponencial con una media de 10 hrs. El costo *C* para completar esa tarea está relacionado con el cuadrado del tiempo que tarda en completarse mediante la fórmula $C = 100 + 40Y + 3Y^2$. Encuentra el valor esperado de *C*.
Respuesta 1100

16._ Si la v. a *X* ~ exp (*x*; β), encuentra la expresión para el *n*-ésimo momento al origen.

Respuesta $\dfrac{n!}{\beta^n}$

17._ Se encontró que los intervalos de tiempo transcurridos entre dos accidentes de aviación, en el caso de todos los accidentes con víctimas ocurridos en vuelos de pasajeros en el interior de Estados Unidos entre 1949 y 1961, tienen aproximadamente una distribución exponencial con media de 44 días.
a) Si uno de los accidentes ocurrió el 1 de julio, ¿Cuál es la probabilidad de que otro accidente ocurra en el mismo mes?

b) Cuál es la varianza de los intervalos de tiempo entre dos accidentes para los años mencionados?
Respuesta *a)* 0.4943 ***b)***1936

18._ En cierta cuidad el consumo diario de agua (en millones de litros) sigue aproximadamente una distribución gamma con $\alpha = 2$ y $\beta = \frac{1}{3}$. Si la capacidad diaria de dicha ciudad es 9 millones de litros de agua,
a) ¿Cuál es la probabilidad de que en cualquier día dado el suministro de agua sea inadecuado?
b) Encuentra la media y la varianza del consumo diario de agua.
Respuesta *a)* 0.1991 ***b)*** 6 y 18

19._ Se sabe que la duración de cierto tipo de transistor sigue una distribución gamma con media de 10 semanas y desviación estándar de $\sqrt{50}$ semanas. ¿Cuál es la probabilidad de que el transistor
a) dure a lo más 50 semanas?
b) No sobreviva las primeras 10 semanas?
Respuesta *a)* 0.9995 ***b)*** 0.594

20._ El tiempo de respuesta en segundos de una computadora se distribuye exponencialmente con media de 3 segundos. ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de respuesta exceda 5 segundos?
Respuesta 0.1889

21._ Supón que el tiempo empleado por un estudiante seleccionado al azar que utiliza una terminal conectada a un centro local de cómputo de tiempo compartido, tienen una distribución gamma con media de 20 minutos y varianza de 80 minutos^2.
a) ¿Cuáles son los valores de α y β?
b) Cuál es la probabilidad de que un estudiante utilice la terminal por lo menos 24 minutos?
Respuesta *a)* 5 y 0.25 ***b)*** 0.2851

22._ Supón que cuando un transistor de cierto tipo se somete a una prueba acelerada de vida útil, la duración X (en semanas) tiene una distribución gamma con media de 24 semanas y desviación estándar de 12 semanas.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que un transistor dure entre 12 y 24 semanas?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que un transistor dure a lo sumo 24 semanas?
c) Si la prueba en realidad termina después de semanas. ¿Qué valor de t es tal que sólo la mitad de 1% de todos los transistores estarán todavía funcionando al terminar la prueba?
Respuesta *a)* 0.4236 ***b)*** 0.5665 ***c)*** 11

23._ Los tiempos de respuesta en una terminal en línea para cierta computadora, tienen aproximadamente una distribución gamma, con media de 4 segundos y varianza de 8 s^2. Obtén la función de densidad de probabilidad para los tiempos de respuesta.

Respuesta $\frac{1}{4}xe^{\frac{x}{2}}$

24._ Los ingresos anuales de los jefes de familia en cierta sección de una ciudad tienen aproximadamente una distribución gamma con $\alpha = 1000$ y $\beta = \frac{1}{2}$

a) Determina la media y la varianza de estos ingresos.
b) ¿Esperarías encontrar muchos ingresos superiores a 40, 000 dólares en esta área de la ciudad?
Respuesta *a)* 2000 y 4000 ***b)*** 20000