En particular, en el bloque G_1, se encuentran agrupados los elementos de control. Por ello, a este bloque se le conoce como *controlador*. En cuanto al bloque G_2, incluye al proceso o máquina que genera la señal de salida. A este bloque se le conoce como *planta*.

Consideramos que la función de transferencia global de la cadena directa es $G = G_1G_2$.

Al producto $GH = G_1G_2H$ lo conocemos como la función de transferencia de lazo abierto. (Recuérdese que la función de transferencia de lazo cerrado quedó definida por la ecuación 3.4 y vale $G/(1 + HG) = G_1G_2/(1 + HG_1G_2)$.

Observando el diagrama de bloques de la figura 3.9 podemos escribir sucesivamente:

$$C = (M - P)G_2 = (\mathcal{E}G_1 - P)G_2 = [(R - F)G_1 - P]G_2 = [(R - CH)G_1 - P]G_2$$

esto es,

$$C = RG_1G_2 - CHG_1G_2 - PG_2 = RG - CHG - PG_2$$

con $G = G_1G_2$.

Despejando la señal de salida C se tiene:

$$C = \frac{G}{1 + HG} R - \frac{G2}{1 + HG} P \tag{3.5}$$

Como ya se había establecido, $G/(1 + HG)$ es la función de transferencia de lazo cerrado. Sin embargo, ahora encontramos la función $G_2/(1 + HG)$. Podemos ser más precisos si afirmamos que $G/(1 + HG)$ es la transmitancia de la señal de entrada mientras que $G_2/(1+HG)$ es la transmitancia de la señal perturbadora.

3.4 ÁLGEBRA DE BLOQUES

Algunos diagramas complicados pueden simplificarse a partir de lo ya expuesto. Sin embargo, los siguientes teoremas son muy útiles:

Teorema 1. Bloques cascada. Las funciones de transferencia contenidas en bloques que se encuentran en cascada se multiplican para reducirse a un solo bloque (figura 3.10).

La demostración es la siguiente: de la figura 3.10*a* escribimos $Z = P_2Y$ y $Y = P_1X$. Sustituyendo esta segunda ecuación en la primera se tiene

$$Z = P_2(P_1X) = (P_1P_2)X$$

Este teorema puede hacerse extensivo a un número n de bloques.

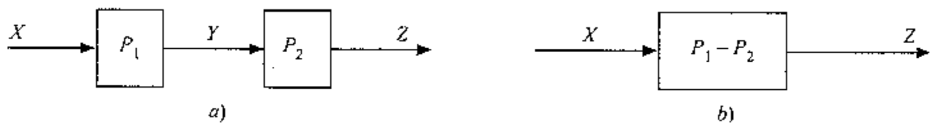

FIGURA 3.10
Simplificación de bloques en cascada.

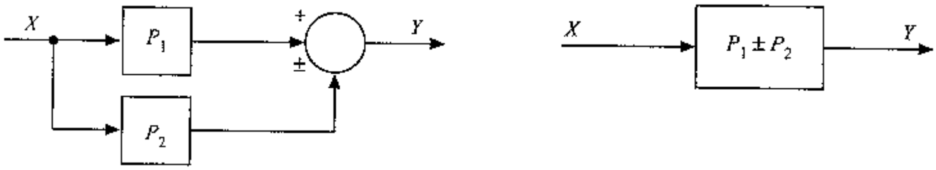

FIGURA 3.11
Combinación de bloques en paralelo.

Teorema 2. Combinación de bloques en paralelo. La reducción de dos bloques en paralelo, como los mostrados en la figura 3.11*a*, es inmediata, con base en la ecuación que representan y que es:

$$Y = P_1X + P_2X = (P_1 + P_2)X$$

Teorema 3. Eliminación de un bloque de la trayectoria directa. El diagrama de la figura 3.12*a* (el mismo que el de la figura 3.11*a* es equivalente al de la figura 3.12*b* cuya ecuación es

$$Y = \frac{P_1}{P_2}\ P_2X + P_2X = P_1X + P_2X$$

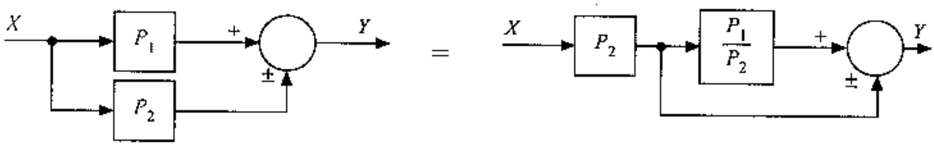

FIGURA 3.12
Eliminación de un bloque de la trayectoria directa.

Teorema 4. Simplificación de un lazo de retroalimentación. Tal como se estudió en la sección anterior, el lazo de retroalimentación de la figura 3.13*a* se simplifica en el bloque de la figura 3.13*b*. Obsérvese que en este bloque el denominador será $1 + P_1P_2$ si la retroalimentación es negativa, y $1 - P_1P_2$, si es positiva.

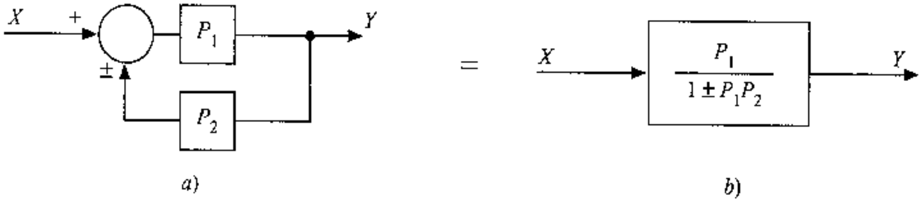

FIGURA 3.13
Simplificación de un lazo de retroalimentación.

Teorema 5. Redistribución de los puntos de suma. La suma $Z = W + X + Y$ representada por el diagrama 3.14*a* es el equivalente a los diagramas de las figuras 3.14*b* y 3.14*c*, como se puede ver al escribir sus ecuaciones.

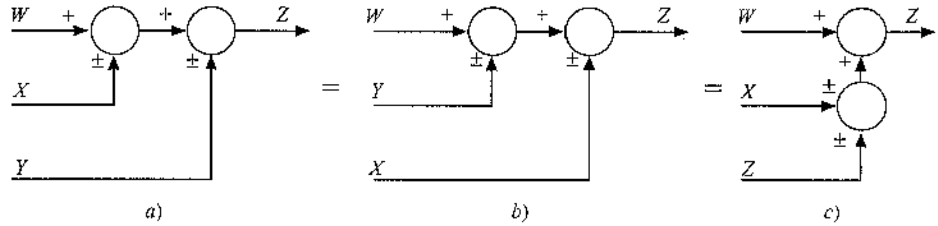

FIGURA 3.14
Redistribución de los puntos de suma.

Teorema 6. Desplazamiento de un bloque hacia adelante de un punto de suma. Los diagramas de las figuras 3.15*a* y 3.15*b* corresponden a la ecuación $Z = XP \pm Y$, y por lo tanto, son equivalentes.

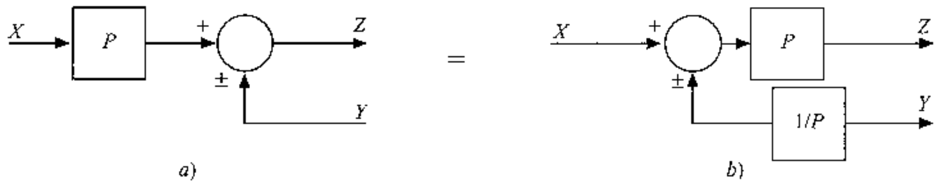

FIGURA 3.15
Desplazamiento de un bloque hacia adelante de un punto de suma.

Teorema 7. Desplazamiento de un punto de suma hacia adelante de un bloque. Los diagramas de las figuras 3.16*a* y 3.16*b* son equivalentes porque representan ambos la ecuación $Z = P(X + Y)$.

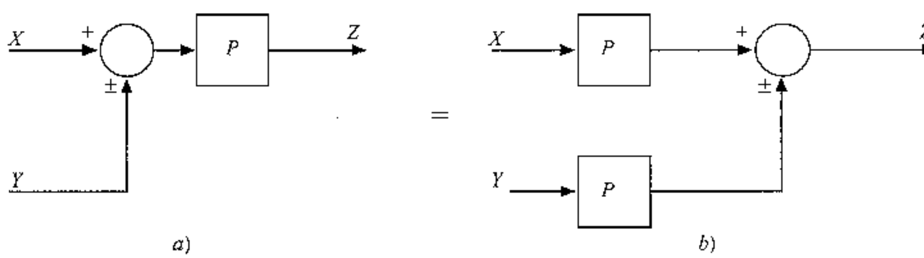

FIGURA 3.16
Desplazamiento de un punto de suma hacia adelante de un bloque.

Teorema 8. Desplazamiento de un bloque hacia adelante de un punto de toma. A la bifurcación de un camino se le llama *punto de toma*. Si ese punto de toma ocurre después de un bloque que contiene a una transmitancia P, como en la figura 3.17*a*, podemos desplazar dicho punto hacia la izquierda del bloque, colocando otro bloque con la misma transmitancia P en cada uno de los caminos de la bifurcación, como se muestra en la figura 3.17*b*.

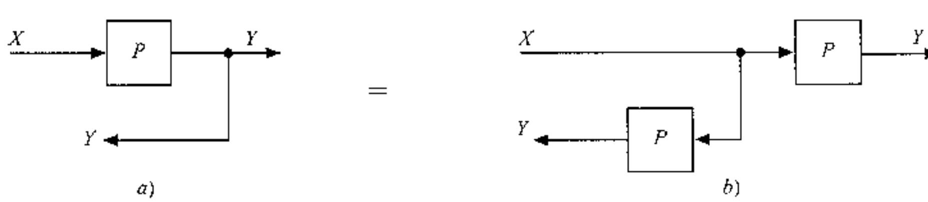

FIGURA 3.17
Desplazamiento de un bloque hacia adelante de un punto de toma.

Los diagramas de las figuras 3.17*a* y 3.17*b* son equivalentes puesto que en cada caso se tiene $Y = XP$.

Teorema 9. Desplazamiento de un punto de toma hacia adelante de un bloque. El punto de toma de la figura 3.18*a* puede ser desplazado hacia la derecha del bloque, siempre y cuando se coloque un bloque de transmitancia $1/P$ en el otro camino de la bifurcación (figura 3.18*b*).

a) *b*)

FIGURA 3.18
Desplazamiento de un punto de toma hacia adelante de un bloque.

EJEMPLO 3.3

Reducir el diagrama de bloques de la figura 3.19, *a*) a la forma canónica de un sistema retroalimentado; y *b*) a un solo bloque.

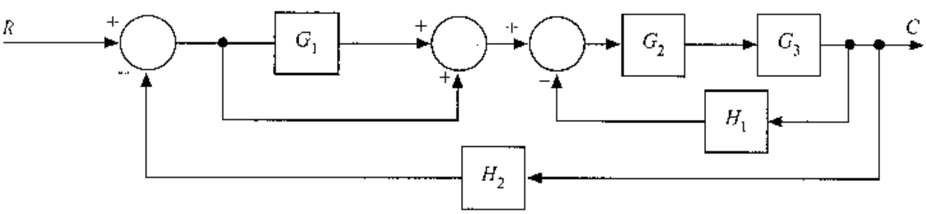

FIGURA 3.19
Diagrama de bloques a reducir.

SOLUCIÓN

a) La solución se aborda por pasos, los cuales resultan sucesivamente en los diagramas siguientes:

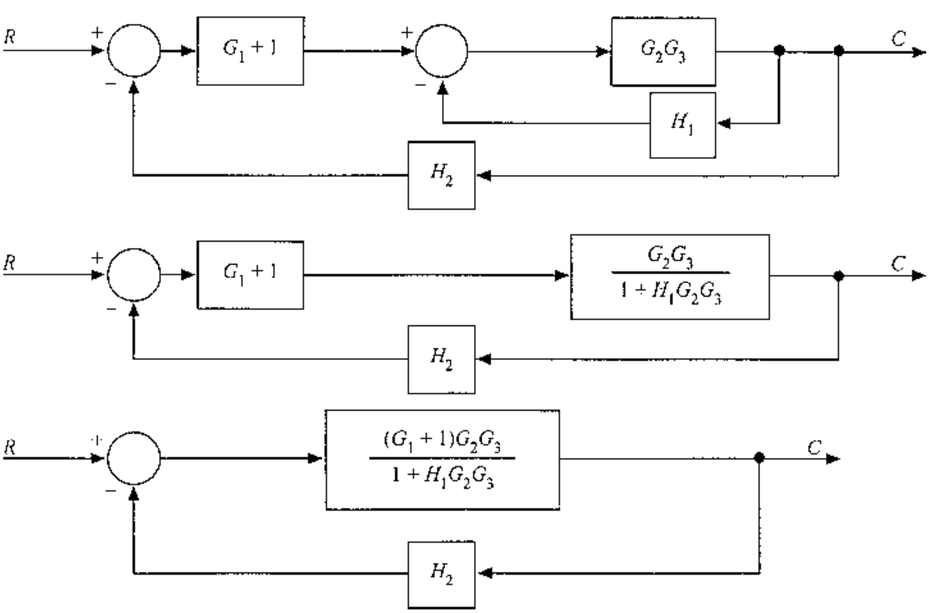

FIGURA 3.20
Reducción a la forma canónica del sistema del ejemplo 3.3.

Nota. Obsérvese cómo el lazo en paralelo con G_1, que no muestra ningún bloque, es como si tuviera un bloque con una función igual a la unidad.

b) La función de transferencia global de lazo cerrado es:

$$\frac{\dfrac{(G_1 + {}_1)G_2G_3}{1 + H_1G_2G_3}}{1 + H_2\dfrac{(G_1+1)G_2G_3}{1 + H_1G_2G_3}} = \frac{(G_1+1)G_2G_3}{1 + H_1G_2G_3 + H_2(G_1+1)G_2G_3}$$

Luego,

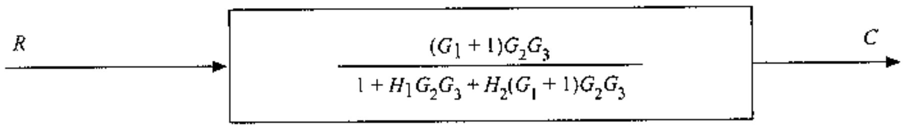

FIGURA 3.21
Reducción a un solo bloque del sistema del ejemplo 3.3.

EJEMPLO 3.4

Dibuje el diagrama de un sistema a retroalimentación negativa (figura 3.7) de tal manera que su cadena de retroalimentación contenga una función de transferencia unitaria.

SOLUCIÓN

La señal de salida, de la figura 3.7 es:

$$C = G(R - CH) = RG - CGH$$

Si se desea que el bloque de retroalimentación sea una función unitaria es necesario colocar la función H en cascada con G. Pero la señal de referencia debe aparecer multiplicada sólo por la función G; para ello, se debe colocar un bloque antes del punto de suma igual a $1/H$. El diagrama resultante es el siguiente:

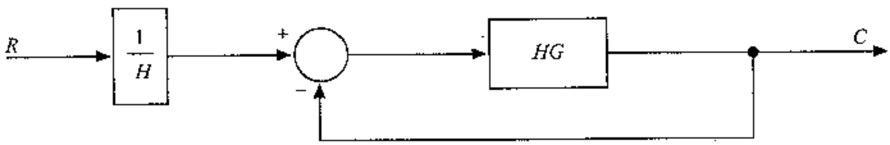

FIGURA 3.22
Sistema de lazo cerrado con retroalimentación unitaria.

Nota. A un sistema en cuya cadena de retroalimentación no se muestra ningún bloque se le denomina *sistema a retroalimentación unitaria.*

El teorema 1 (reducción de bloques en cascada) debe aplicarse con cuidado. En particular, deben recordarse las condiciones bajo las cuales se deducen las funciones de transferencia correspondientes a cada bloque. Por ejemplo, si la función de transferencia de un bloque dado se deduce bajo la hipótesis de que dicho bloque está aislado de los demás, tal hipótesis dejará de ser válida al colocarlo en cascada con otro. Lo anterior es especialmente cierto en el caso de los circuitos eléctricos en los cuales existe lo que se conoce como *efecto de carga*, que ilustraremos en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 3.5

La función de transferencia de un circuito, como el de la figura 2.1, fue deducida en el capítulo 2 como $P(s) = 1/1 + sCR$. Si se colocan en serie dos circuitos de este tipo, como