

# 基于状态空间模型的实数编码遗传算法

李茂军, 刘 黄, 李 奇, 莫 红

(长沙理工大学 电气与信息工程学院, 湖南 长沙 410114)

**摘 要:**针对传统遗传算法的不足,提出一种基于离散系统状态空间模型的实数编码遗传算法(RGABS)。突破传统遗传算法的计算模式,将问题的求解过程表示为离散系统状态空间模型的动力学过程,通过构造遗传算子矩阵来确定搜索方向,通过选种池的选择操作体现优胜劣汰的自然选择机制,通过评估遗传算子矩阵的范数来考察算法的收敛性和收敛速度,从而改善算法性能。给出RGABS的计算流程及遗传算子矩阵应满足的条件,分析了遗传算子矩阵和选种池选择操作的作用及算法的收敛性和收敛速度。仿真实验结果表明:RGABS能够避免陷入局部最优,具有计算精度和计算效率高等特点。

**关键词:**状态空间模型;遗传算法;遗传算子矩阵;选择操作;收敛性

中图分类号:TP18 文献标志码:A 文章编号:1672-3767(2015)03-0001-07

DOI:10.16452/j.cnki.sdkjzk.20150619.005

## Real-coded Genetic Algorithm Based on State-space Model

Li Maojun, Liu Huang, Li Qi, Mo Hong

(College of Electrical & Information Engineering, Changsha University of Science & Technology,  
Changsha, Hunan 410114, China)

**Abstract:** In view of the shortcomings of traditional genetic algorithm, a real-coded genetic algorithm based on the state-space(RGABS) model of discrete system is presented. RGABS breaks through the calculation mode of traditional genetic algorithms and improves the computational efficiency by expressing the solving process as a dynamic process of the state-space model of discrete system, guiding the search direction by constructing genetic operator matrix, reflecting the natural selection of the fittest machine system by selection operation, and evaluating its convergence by matrix norm of genetic operator matrix. The calculation process of RGABS and the conditions of the genetic operator matrix are given, and the actions of genetic operator matrix and selection operation as well as the convergence of RGABS are analyzed. The simulation results show that by avoiding being trapped in the local optimum, RGABS has the characteristics of higher precision and higher speed.

**Key words:** state-space model; genetic algorithm; genetic operator matrix; selection operation; convergence

遗传算法是模拟自然界生物进化机制求解极值问题的一类自组织、自适应人工智能技术,广泛应用于自动控制、计算科学、模式识别、工程设计和 管理科学等领域,适用于解决复杂的非线性和多维空间寻优问题<sup>[1]</sup>。传统遗传算法在实际应用中容易陷入“早熟收敛”,算法控制参数的选择主要依靠经验,这些缺点限制了遗传算法的应用。改善遗传算法的搜索能力并提高算法的收敛速度,是国内外学者积极探索的课题。

到目前为止,已有不少学者从不同角度对遗传算法进行了不同程度的改进。文献[2]针对动态优化问题中出现的目标函数、决策变量、约束条件等随时间变化的情况,提出一种自适应遗传算法,即变异概率随环境变化做自适应调整,改变传统遗传算法采用固定变异概率的模式;文献[3]提出一种由传统遗传算法和扩展压缩遗传算法结合的混合进化算法,增强算法的局部搜索和全局搜索能力,可以有效地提高解的质量;文献

收稿日期:2015-02-04

基金项目:国家自然科学基金项目(61473048)

作者简介:李茂军(1964—),男,湖南宁乡人,教授,博士,从事智能计算与智能控制方面研究。E-mail:591338413@qq.com

[4]提出一种结合免疫克隆算子的量子遗传算法,采用免疫克隆操作及交叉策略提高抗体成熟力及亲和性,增强抗体群分布的多样性及稳定性,有效克服了量子遗传算法容易陷于局部最优及计算缓慢的不足;文献[5]针对遗传算法求解矩阵函数的局限性,提出一种基于矩阵编码的遗传算法,该算法能确保矩阵染色体的结构完整性,提高了遗传算法求解矩阵函数的速度和寻优精度;文献[6]提出一种元胞遗传算法,将遗传算法中的个体适应度和元胞自动机中的邻居定义结合,并对这种算法的基本性能进行了定量分析;文献[7]提出一种用于函数优化的自适应遗传算法,认为遗传算子的作用概率应该和个体的适应度有联系,算法在运行过程中始终要保护适应度高的个体,有效地避免了算法陷入局部最优;文献[8]结合蚁群算法下坡行为和遗传算法的全局搜索能力优势,提出一种基于全局连续优化的蚁群-遗传算法,用蚁群算法的解作为遗传操作的选择对象,可以动态地控制蚁群算法和遗传算法的调用时机,扬长避短,提高算法的性能;文献[9]针对遗传算法收敛速度慢,容易“早熟收敛”等缺点,提出一种基于云模型的自适应并行模拟退火遗传算法,使用云模型实现交叉概率和变异概率的自适应调节,结合模拟退火避免遗传算法陷入局部最优,使用多种群优化机制实现算法的并行操作。

国内外学者的研究极大地促进了遗传算法理论与应用的发展,但迄今为止遗传算法仍然存在易陷入局部最优、收敛速度慢和算法控制参数难以确定等问题。针对传统遗传算法存在的不足,提出一种基于离散系统状态空间模型的实数编码遗传算法(real-coded genetic algorithm based on the state-space, RGABS)。RGABS继承了传统遗传算法的优点,通过构造遗传算子矩阵来指导搜索方向,突破传统遗传算法的计算模式,将问题的求解过程表示为离散系统状态空间模型的动力学过程,通过评估遗传算子矩阵的范数来考察算法的全局收敛性和收敛速度,可以避免陷入局部最优,具有计算精度高和计算速度快的特点。

## 1 算法描述

### 1.1 计算流程

传统遗传算法将问题的解(或问题的解编码后形成的码串)视为一个个体,若干个体构成一个群体。上一代群体通过遗传算子的作用变换为下一代群体。通过优胜劣汰的自然选择机制,整体上使下一代群体中的个体比上一代群体中的个体更接近问题的最优解。通过群体的不断更替,群体中的个体不断朝最优解的方向进化,最终得到问题的最优解。

考虑离散系统状态空间模型

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{G}\mathbf{X}(k), \quad (1)$$

其中: $\mathbf{X}(k)$ 为第 $k$ 个采样时刻的状态向量, $\mathbf{G}$ 为系统矩阵。

基于式(1)的离散系统状态空间模型,引入遗传算法的基本思想,构造一种基于状态空间模型的实数编码算法(RGABS)。其中, $\mathbf{X}(k)$ 表示第 $k$ 代群体,包含 $N$ 个分量,每个分量均表示一个个体(采用实数编码),每个个体包含 $L$ 个变量。在这里,状态向量 $\mathbf{X}(k)$ 实际上是一个 $N \times L$ 矩阵,该矩阵的每一行表示一个个体,每一个元素是变量的实数值。群体 $\mathbf{X}(k)$ 的进化通过系统矩阵(在这里称为遗传算子矩阵) $\mathbf{G}$ 实现, $\mathbf{G}$ 是一个 $N \times N$ 矩阵。群体 $\mathbf{X}(k)$ 经函数矩阵 $f(\cdot)$ 变换后得到相应的适应度向量 $\mathbf{Y}(k)$ , $\mathbf{Y}(k)$ 包含 $N$ 个元素,每个元素分别表示群体 $\mathbf{X}(k)$ 中 $N$ 个个体的适应度值。

RGABS的计算流程如图1所示,从初始群体 $\mathbf{X}(0)$ 开始,按照式(1)迭代,可依次得到一系列群体 $\mathbf{X}(1), \mathbf{X}(2), \mathbf{X}(3), \dots$ 。群体 $\mathbf{X}(k)$ 按式(1)经遗传算子矩阵 $\mathbf{G}$ 作用后生成的新群体 $\mathbf{X}(k+1)$ 和 $\mathbf{X}(k)$ 中共 $2N$ 个个体同时进入选种池,在选种池中按照优胜劣汰的自然选择原则,选择 $N$ 个个体组成下一代群体 $\mathbf{X}'(k+1)$ ,然后置 $\mathbf{X}'(k+1)$ 为 $\mathbf{X}(k)$ 。如此循环迭代,直到满足停机条件后停机。

在RGABS中,遗传算子矩阵 $\mathbf{G}$ 和选种池都体

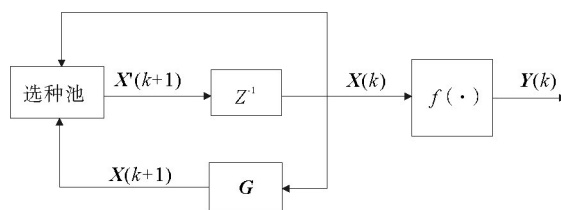


图1 算法流程示意图

Fig. 1 Flow diagram of the algorithm

现了遗传算法的基本思想。

## 1.2 遗传算子矩阵的构造

借鉴实数编码遗传算法的算术交叉算子可构造遗传算子矩阵

$$G = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 1 - \alpha_1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 & \cdots & 1 - \alpha_2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 - \alpha_N & 0 & \cdots & 0 & \alpha_N \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中:  $0 \leq \alpha_i \leq 1, i = 1, 2, \dots, N$ 。矩阵  $G$  中每行除两个元素  $(\alpha_i, 1 - \alpha_i)$  外, 其余元素都为 0, 即每个新个体的各元素由上一代群体中两个个体相应元素的算术平均值确定。 $\alpha_i$  的大小和每行  $\alpha_i, 1 - \alpha_i$  的位置可随机确定, 也可考虑与群体中个体的适应度有关。

另外, 还可以按照式(3) 构造遗传算子矩阵

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \cdots & g_{1N} \\ g_{21} & g_{22} & \cdots & g_{2N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ g_{N1} & g_{N2} & \cdots & g_{NN} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中:  $0 \leq g_{ij} \leq 1, i, j = 1, 2, \dots, N$ , 且  $\sum_{j=1}^N g_{ij} = 1, i = 1, 2, \dots, N$ 。式(3) 是一个随机矩阵, 每个新个体的各元素由上一代群体中所有个体相应元素的算术平均值确定。矩阵  $G$  中元素  $g_{ij}$  的值可随机确定, 也可考虑与群体中个体的适应度有关。

以上给出了构造遗传算子矩阵  $G$  的两个实例, 但遗传算子矩阵  $G$  的构造并不限于这两种方式。

## 2 算法收敛性分析

### 2.1 遗传算子矩阵应该满足的条件

RGABS 由式(1) 通过遗传算子矩阵  $G$  的作用产生新群体, 搜索新的区域。为了克服搜索的盲目性, 期望由式(1) 所确定的搜索朝某个方向进行, 当然最好是朝最优个体方向进行, 但由于最优个体是未知的, 要求由式(1) 所确定的搜索直接朝最优个体方向进行会有困难。可使由式(1) 所确定的搜索朝某个确定的方向进行, 再通过选种池的选择作用间接地实现算法朝最优个体方向搜索。

现在考虑由式(1) 所确定的搜索朝坐标原点方向进行, 分析遗传算子矩阵  $G$  应该满足的条件。

定义 1 设  $A = [a_{ij}]_{m \times n} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ , 定义矩阵范数

$$\|A\|_{\infty} = \max_i \sum_{j=1}^n |a_{ij}|, \quad (4)$$

这就是常用的矩阵  $\infty$ -范数, 或称最大行和范数。

引理 1 式(1) 中, 矩阵范数  $\|X(k)\|_{\infty}$  和  $\|X(k+1)\|_{\infty}$  分别等效于  $X(k)$  和  $X(k+1)$  中距坐标原点最远处的个体到原点的距离。

证明: 设  $X(k) = [x_{ij}]_{N \times L}$ , 则  $X(k)$  中距坐标原点最远处的个体到原点的距离为

$$\rho_{\max} = \max_i \sqrt{\sum_{j=1}^L |x_{ij}|^2}, \quad (5)$$

同时有

$$\lambda_{\max} = \|X(k)\|_{\infty} = \max_i \sum_{j=1}^L |x_{ij}|. \quad (6)$$

假设  $X(k)$  中第  $r$  行所代表的个体距坐标原点最远, 则有  $\sum_{j=1}^L |x_{rj}|^2 = \max_i \sum_{j=1}^L |x_{ij}|^2$ , 而  $X(k)$  中第  $s$  行各元素绝对值之和最大, 即  $\sum_{j=1}^L |x_{sj}| = \max_i \sum_{j=1}^L |x_{ij}|$ 。不难证明,  $r = s$ 。说明式(4) 所确定的矩阵范数

$\|X(k)\|_{\infty}$  或  $\|X(k+1)\|_{\infty}$  等效于  $X(k)$  或  $X(k+1)$  中距坐标原点最远处的个体到原点的距离。证毕。

**定理1** 如果遗传算子矩阵  $G$  满足  $\|G\|_{\infty} = \max_i \sum_{j=1}^L |g_{ij}| \leq 1$ , 则由式(1)所确定的搜索是朝坐标原点方向进行的。

证明: 根据矩阵范数的性质, 由式(1)有

$$\|X(k+1)\|_{\infty} \leq \|G\|_{\infty} \cdot \|X(k)\|_{\infty}, \quad (7)$$

若

$$\|G\|_{\infty} = \max_i \sum_{j=1}^L |g_{ij}| \leq 1, \quad (8)$$

则

$$\|X(k+1)\|_{\infty} \leq \|X(k)\|_{\infty}. \quad (9)$$

由式(9)可知,  $X(k+1)$  中距坐标原点最远处的个体到原点的距离不比  $X(k)$  的大, 如图2所示。图2中, 半径为  $r_{k+1}$  和  $r_k$  的圆(圆心均在坐标原点)分别是包含群体  $X(k+1)$  和  $X(k)$  中所有个体在内的半径最小的圆。由式(9)及引理1, 有

$$r_{k+1} \leq r_k. \quad (10)$$

即群体  $X(k+1)$  中个体比群体  $X(k)$  中个体更靠近坐标点, 就是说遗传算子矩阵  $G$  有使群体中个体朝坐标原点方向移动的作用, 或者说由式(1)所确定的搜索是朝坐标原点方向进行的。证毕。

## 2.2 选种池的作用

种池的选择操作应该体现优胜劣汰的自然选择机制。

**定义2** 选种池的选择操作是从式(1)产生的新群体  $X(k+1)$  和上一代群体  $X(k)$  共  $2N$  个个体中选择优秀的  $N$  个个体组成下代群体  $X(k+1)$ 。

**定理2** 如果选种池的选择操作如定义2, 则选种池的选择操作是朝最优点方向搜索的。

证明: 如图3所示, 设半径为  $s_k$  和  $s_{k+1}$  的圆(圆心均在最优点)分别是包含群体  $X(k)$  和  $X(k+1)$  中所有个体在内的半径最小的圆。设  $X(k)$  中有  $a$  个最差的个体, 即半径为  $s_k$  的圆周上共有  $a$  个个体;  $X(k+1)$  中有  $b$  个比  $X(k)$  中最差个体更好的个体, 即  $X(k+1)$  中有  $b$  个个体在半径为  $s_k$  的圆的内部。

1) 如果  $b = 0$ , 则由定义2可知,  $X(k+1)$  中的个体全部由  $X(k)$  中的个体组成,  $s_{k+1} = s_k$ , 式(1)没有使群体得到进化。

2) 如果  $b > 0$ , 则在选择操作时  $X(k)$  中有最差个体被替换,  $X(k+1)$  中个体的平均适值比  $X(k)$  的高, 式(1)使群体得到进化。

(a) 如果  $0 < b < a$ , 则在选择操作时  $X(k)$  中的最差个体没有全部被替换,  $s_{k+1} = s_k$ ;

(b) 如果  $b \geq a$ , 则在选择操作时  $X(k)$  中的最差个体全部被替换,  $s_{k+1} < s_k$ 。

综上所述, 有

$$s_{k+1} \leq s_k. \quad (11)$$

说明如果选种池的选择操作如定义2, 则选种池的选择操作是朝最优点方向搜索的。证毕。

由式(11)可知, 数列  $s_1, s_2, s_3, \dots, s_k, \dots$  是收敛的。设数列  $s_1, s_2, s_3, \dots, s_k, \dots$  收敛于  $s$ , 则

$$s = \lim_{k \rightarrow \infty} s_k. \quad (12)$$

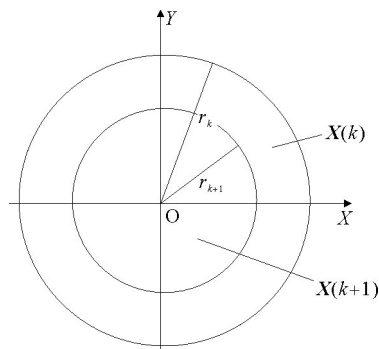


图2 遗传算子矩阵的作用

Fig. 2 The actions of genetic operator matrix

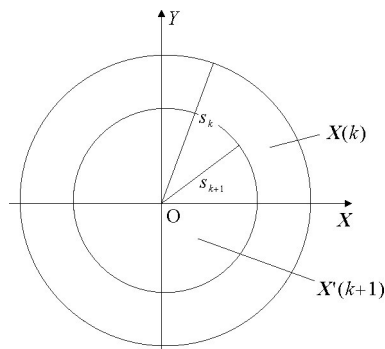


图3 选种池的作用

Fig. 3 The actions of selection operation

### 2.3 算法的收敛性分析

**定理 3** 如果 RGABS 满足:① 初始群体中存在距坐标原点的距离比最优个体距坐标原点的距离大的个体,②  $\|G\|_{\infty} = \max_i \sum_{j=1}^L |g_{ij}| \leq 1$ ,③ 选种池的选择操作如定义 2,则 RGABS 是收敛的。

**证明:** 由条件 ①、条件 ② 和定理 1,群体中距坐标原点的距离比最优个体距坐标原点的距离大的那些个体在进化过程中必然经过最优个体所在位置或其附近。再由条件 ③ 和定理 2,经过最优个体所在位置或其附近的个体会被选种池的选择操作捕获。

由式(12)可知,群体中个体最终集中在半径为  $s$  的圆内。因此,算法最终能搜索到问题的最优解或次优解, RGABS 是收敛的。证毕。

式(12)中  $s$  的大小反映了 RGABS 的搜索精度,  $s$  的大小与  $\|G\|_{\infty}$  有关。在满足式(8)的前提下,  $\|G\|_{\infty}$  越大,图 2 中  $r_k$  与  $r_{k+1}$  的差距越小,群体中个体朝坐标原点移动的速度越慢,图 3 中  $s_k$  与  $s_{k+1}$  的差距也越小,算法收敛速度较慢,但  $s$  较小,算法收敛精度较高;反之,  $\|G\|_{\infty}$  越小,算法收敛速度较快,但算法收敛精度较差。

### 3 仿真结果及分析

以 2 种函数来测试算法的有效性。

**函数 1**  $F = fh$ , 其中:

$$f = 1 + (x_1 + x_2 + 1)^2(19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2),$$

$$h = 30 + (2x_1 - 3x_2)^2(18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2), -2 \leq x_1, x_2 \leq 2.$$

这是一个多模函数,有许多极小值点,但只有一个全局最小值 3,最优点  $(0, -1)$ 。

**函数 2**  $f = -x \sin \sqrt{|x|} - y \sin \sqrt{|y|}, -500 \leq x, y \leq 500$ 。

这是一个典型的欺骗问题,有一个全局极小值点,取值近似为  $-837.9658$ ,在  $(420.9687, 420.9387)$  处,距离另一个局部最优点很远,因此如果陷入局部最优就很难跳出。

在仿真实验中,对函数 1 和函数 2 分别取群体规模  $M = 100, 500, 1000$ ,进化代数  $K = 60$ 。遗传算子矩阵  $\|G\|$  满足式(8),且  $\|G\|_{\infty} = 1$ 。函数 1 和函数 2 的实验结果分别见表 1 和表 2。可以看出,本研究提出的算法使测试函数 1 和函数 2 都能搜索到全局最优解或次优解,其搜索精度与算法群体规模有关。算法群体规模越大,搜索精度越高。

表 1 不同群体规模时函数 1 的仿真实验结果表

Tab.1 The simulation results of function 1 in different groups size

群体规模 $M$	函数最优点	函数最优值
100	$(-0.0100, -0.9936)$	3.0636
500	$(0.0056, -0.9957)$	3.0105
1000	$(0, -1)$	3

表 2 不同群体规模时函数 2 的仿真实验结果表

Tab.2 The simulation results of function 2 in different groups size

群体规模 $M$	函数最优点	函数最优值
100	$(434.2428, 406.4997)$	-789.8048
500	$(420.6688, 417.7545)$	-836.6530
1000	$(420.6240, 420.8923)$	-837.9500

图 4 和图 5 分别是函数 1 和函数 2 每代最优个体函数值随进化代数变化曲线。

可以看出,算法群体规模越大,搜索到最优解所需进化代数越少,算法收敛速度较快,但群体规模越大时算法每搜索一代所需计算时间也越长,找到最优解所需时间与群体规模关系不大。因此建议选取较大群体规模,在保证算法有较快收敛速度的同时保证算法有很高搜索精度。

取不同遗传算子矩阵进行仿真实验,要求  $G$  满足式(8),且  $\|G\|_{\infty}$  分别取 1, 0.9, 0.8 和 0.7,群体规模  $M = 100$ ,进化代数  $K = 60$ 。图 6 和图 7 分别是函数 1 和函数 2 每代最优个体函数值随进化代数变化曲线。

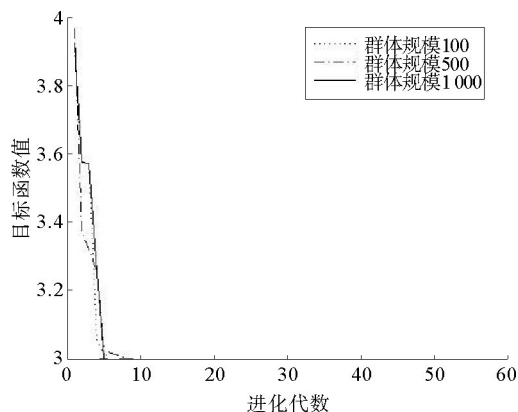


图4 函数1每代最优个体函数值变化曲线

Fig. 4 Curve of the best individual in each generation function value of function 1 change with the evolution generation

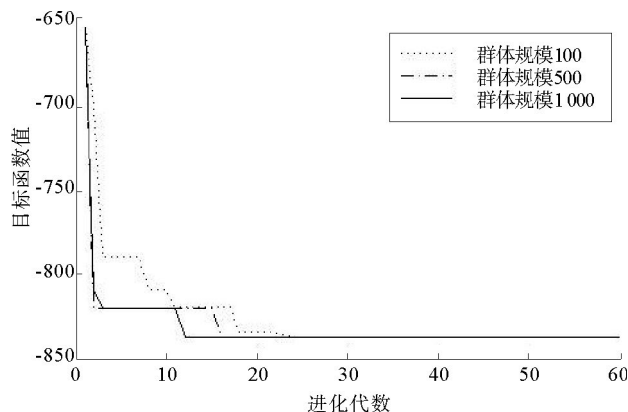


图5 函数2每代最优个体函数值变化曲线

Fig. 5 Curve of the best individual in each generation function value of function 2 change with the evolution generation

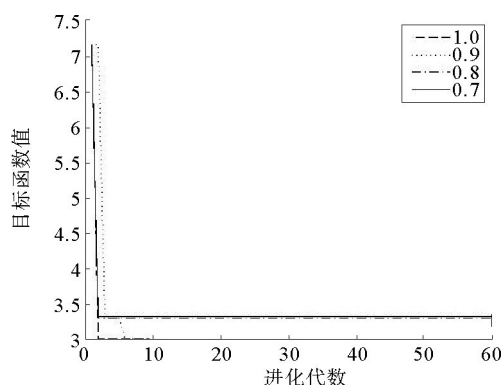


图6 函数1每代最优个体函数值变化曲线

Fig. 6 Curve of the best individual in each generation function value of function 1 changing with the evolution generation

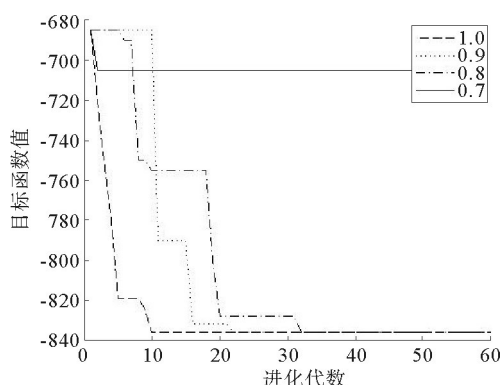


图7 函数2每代最优个体函数值变化曲线

Fig. 7 Curve of the best individual in each generation function value of function 2 changing with the evolution generation

可以看出,在遗传算子矩阵  $G$  满足  $\|G\|_{\infty} = \max_i \sum_{j=1}^N |g_{ij}| \leq 1$  的条件下,  $\|G\|_{\infty}$  越大,算法搜索精度较高;反之,  $\|G\|_{\infty}$  越小,算法搜索精度较差。

#### 4 结束语

提出一种基于离散系统状态空间模型的实数编码遗传算法(RGABS)。RGABS 通过构造遗传算子矩阵来指导搜索方向,突破了传统遗传算法的计算模式,将问题的求解过程表示为离散系统状态空间模型的动力学过程,可通过评估遗传算子矩阵的范数来考察算法的收敛性和收敛速度,具有克服陷入局部最优、计算精度高和计算速度快的特点。

从两个典型测试函数的仿真实验结果可以看出,在适当选取遗传算子矩阵  $G$  时, RGABS 有很高的计算速度;适当增大群体规模有利于提高 RGABS 的计算精度。遗传算子矩阵的范数  $\|G\|_{\infty}$  等于或略小于 1 时,算法计算精度较高;反之,算法计算精度较差。

## 参考文献:

- [1]葛继科,邱玉辉,吴春明,等.遗传算法研究综述[J].计算机应用研究,2008,25(10):2911-2916.  
Ge Jike, Qiu Yuhui, Wu Chunming, et al. Summary of genetic algorithms research[J]. Application Research of Computers, 2008, 25(10): 2911-2916.
- [2]Mavrovouniotis M, Yang S X. Genetic algorithms with adaptive immigrants for dynamic environments[C]// 2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation, Cancun, Mexico, June 20-23, 2013:2130-2137.
- [3]Tominaga Y, Okamoto S, Wakao Y, et al. Binary-based topology optimization of magnetostatic shielding by a hybrid evolutionary algorithm combining genetic algorithm and extended compact genetic algorithm[J]. Magnetics, 2013, 49(5): 2093-2096.
- [4]徐雪松,王四春.基于免疫量子遗传算法的多峰函数寻优[J].计算机应用,2012,32(6):1674-1677.  
Xu Xuesong, Wang Sichun. Multi-modal function optimization based on immune quantum genetic algorithm[J]. Journal of Computer Applications, 2012, 32(6): 1674-1677.
- [5]刘靖洁,陈桂明,刘小方.基于矩阵编码的遗传算法研究[J].计算机工程,2011,37(13):160-162.  
Liu Qingjie, Chen Guiming, Liu Xiaofang. Research on genetic algorithm based on matrix coding[J]. Computer Engineering, 2011, 37(13): 160-162.
- [6]吴佳俊,王帮峰,卢吉云.一种动态邻居元胞遗传算法[J].计算机仿真,2013,30(1):351-355.  
Wu Jiajun, Wang Bangfeng, Lu Jiyun. Dynamic neighbour cellular genetic algorithm[J]. Computer Simulation, 2013, 30(1): 351-355.
- [7]黄江波,付志红.基于自适应遗传算法函数优化与仿真[J].计算机仿真,2011,28(5):237-240.  
Huang Jiangbo, Fu Zhihong. Simulation and adaptive genetic algorithm used in function optimization[J]. Computer Simulation, 2011, 28(5): 237-240.
- [8]Ciornei I, Kyriakides E. Hybrid ant colony-genetic algorithm (GAAP) for global continuous optimization[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-part B, 2012, 42(1): 234-245.
- [9]董丽丽,龚光红,李妮,等.基于云模型的自适应并行模拟退火遗传算法[J].北京航空航天大学学报,2011,37(9):1132-1136.  
Dong Lili, Gong Guanghong, Li Ni, et al. Adaptive parallel simulated annealing genetic algorithms based on cloud models[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2011, 37(9): 1132-1136.

(责任编辑:吕文红)