Chapter 1

Übertragung im Basisband

1.1 Intersymbolinterferenzfreie Impulsübertragung

1.1.1 Übertragungsmodell

Das Datenübertragungssystem im Basisband soll durch das in Bild 1.1.1 dargestellte Blockschaltbild beschrieben werden. Das Eingangssignal $d(t)$ für das Sendefilter ist eine Folge von Diracimpulsen

$$d(t) = AT \sum_{k=-\infty}^{\infty} d[k]\delta(t - kT)$$

die mit der zeitdiskreten Folge $ATd[k]$ gewichtet werden, wobei $d[k]$ die Datensymbole der Quelle bezeichnen. Für eine binäre Übertragung gilt z.B.

$$d[k] \in$$

Die Amplitude A regelt die Leistung des Sendesignals $u(t)$, die Taktperiode T die Übertragungsgeschwindigkeit. Das Sendefilter mit der Impulsantwort $h_{\S}(t)$ formt das Sendesignal

[trim=0 0.6cm 0 0.6cm,clip]BB$_{System}$

Figure 1.1: Blockschaltbild eines Datenübertragungssystems im Basisband

$$\begin{aligned} u(t) &= d(t) * h_{\S}(t) \\ &= \Big(AT \sum_{k=-\infty}^{\infty} d[k]\delta(t - kT)\Big) * h_{\S}(t) = AT \sum_{k=-\infty}^{\infty} d[k] h_{\S}(t - kT) \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} d[k] g(t - kT) \end{aligned} \tag{1.1}$$

Der Zusammenhang zwischen Sendeimpuls $g(t)$ und Impulsantwort des Sendefilters $h_{\S}(t)$ ist durch die Beziehung

$$g(t) = AT\S(t), \qquad 0 \leq t < T_g \tag{1.2}$$

gegeben, wobei T_g die Dauer des Impulses $g(t)$ bzw. der Impulsantwort $h_{\S}(t)$ des Sendefilters bezeichnet. Für die Energie des Sendeimpulses gilt

$$\mathcal{E}_g = \int_0^{T_g} g^2(t) \int_0^{T_g} h_{\S}^2(t) \int_{\infty}^{\infty} |H_{\S}(f)|^2 \tag{1.3}$$

Das Empfangssignal am Ausgang des Empfangsfilters ist mit $y(t)$ bezeichnet und besteht aus dem unverrauschten Nutzsignal $x(t)$ und dem gefilterten Rauschsignal $\tilde{n}(t)$

$$y(t) = x(t) + \tilde{n}(t) \tag{1.4}$$

Das unverrauschte Empfangssignal berechnet sich durch Faltung des Eingangssignals mit der Impulsantwort des Übertragungssystems $h(t)$

$$x(t) = d(t) * h(t)$$
$$= \Big(AT \sum_{k=-\infty}^{\infty} d[k]\delta(t-kT)\Big) * h(t) \;= AT \sum_{k=-\infty}^{\infty} d[k]h(t-kT) \tag{1.5}$$

mit

$$h(t) = h_{\S}(t) * h_(t) * h_(t) \tag{1.6}$$

Die fouriertransformierte Impulsantwort $h(t)$ liefert die Übertragungsfunktion des Systems $H(f)$, die sich durch Multiplikation der Übertragungsfunktionen $H_{\S}(f)$, $H_(f)$ und $H_(f)$ für Sendefilter, Übertragungskanal und Empfangsfilter ergibt

$$\S(f)H_(f)H_(f) \tag{1.7}$$

Dem Nutzsignal $v(t)$ am Eingang des Empfangsfilters ist gaußsches weißes Rauschen $n(t)$ additiv überlagert. Für diese Störung ist die Abkürzung AWGN (*additive white gaussian noise*) gebräuchlich. Ihre Autokorrelationsfunktion (AKF) lautet

$$\phi_{nn}(\tau) = \mathrm{E}[n(t)n(t+\tau)] = \frac{N_0}{2}\delta(\tau) \tag{1.8}$$

wobei $N_0/2$ die zweiseitige Rauschleistungsdichte

$$\Phi_{nn}(f) = \phi_{nn}(\tau)\frac{N_0}{2} \tag{1.9}$$

bezeichnet. Der Detektor trifft die Entscheidung über die gesendeten Symbole und gibt im Symboltakt die geschätzten Symbole $\hat{d}[k]$ aus. Fehlentscheidungen sind bei dem gegebenen Übertragungsmodell nach Bild 1.1.1 als Folge linearer Signalverzerrungen und des Rauschens möglich.

1.1.2 1. Nyquistkriterium der Datenübertragung

In diesem Kapitel wird der Einfluss der linearen Verzerrungen auf das Sendesignal untersucht, wobei das Rauschen unbeachtet bleibt. Zunächst soll die Frage gestellt werden, welche Forderungen die Impulsantwort $h(t)$ bzw. die Übertragungsfunktion $H(f)$ eines verzerrungsfreien Übertragungssystems erfüllen muss. Verzerrungsfreie Übertragung heißt, dass die Signalform des Sendesignals erhalten bleibt. Erlaubt ist eine proportionale Veränderung des Signals (Amplitudenskalierung) sowie eine Signalverzögerung infolge der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektrischen bzw. elektromagnetischen Signale. Bild 1.1.2 zeigt ein solches verzerrungsfreies Übertragungssystem. Die Impulsantwort dieses Übertragungssystems ist ein verzögerter Diracimpuls

$$h(t) = c\delta(t - t_0) \tag{1.10}$$

der mit der Konstanten c multipliziert ist. Das Ausgangssignal $x_2(t)$ berechnet sich dann zu

$$\begin{aligned} x_2(t) &= h(t) * x_1(t) \\ = c\delta(t - t_0) * x_1(t) \; &= c x_1(t - t_0) \end{aligned}$$

Die Fouriertransformation dieser Beziehung liefert die entsprechende Forderung an die Übertragungsfunktion $H(f)$

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)^{-\text{æ}2\pi f t} \frac{X_2(f)}{X_1(f)} = c\mathrm{e}^{-\text{æ}2\pi f t_0} \tag{1.11}$$

Der Betrag der Übertragungsfunktion eines verzerrungsfreien Systems muss konstant sein

$$|H(f)| = c \tag{1.12}$$

das Argument der Übertragungsfunktion eine lineare Funktion der Frequenz

$$\arg(H(f)) = -2\pi f t_0 \tag{1.13}$$

Der Zusammenhang zwischen Übertragungsfunktion $H(f)$ und Dämpfung $a(f)$ und Phase lautet $b(f)$

$$H(f) = \mathrm{e}^{-(a(f) + \text{æ} b(f))} \tag{1.14}$$

Daraus folgen die bekannten Bedingungen einer verzerrungsfreien Übertragung für Dämpfung

$$a(f) = -\ln|H(f)| = \text{const} \tag{1.15}$$

Phase

$$b(f) = -\arg(H(f)) = 2\pi f t_0 \tag{1.16}$$

[trim=0 0.8cm 0 0.6cm]DT$_I SI_f rei_H N_2$

Figure 1.2: Verzerrungsfreies Übertragungssystems

und Gruppenlaufzeit

$$t(f) = \frac{1}{2\pi} \frac{db(f)}{df} = t_0 \tag{1.17}$$

Das heißt, ist die Dämpfung eines Übertragungssystems konstant und die Phase linear, dann werden alle Spektralkomponenten des Sendesignals gleichermaßen gedämpft und verzögert, das Empfangssignal bleibt unverzerrt. Sind diese Bedingungen jedoch innerhalb der Signalbandbreite nicht erfüllt, resultieren daraus Dämpfungs- und Phasenverzerrungen des Signals. Diese Verzerrungen werden unter dem Begriff *lineare Verzerrungen* zusammengefasst. Lineare Verzerrungen verursachen Einschwingvorgänge und beeinflussen daher aufeinanderfolgende Symbole. Dieses Phänomen wird als Intersymbolinterferenz (ISI) bezeichnet.

Beispiel: Bild **??** zeigt wie ein Rechteckimpuls $x_1(t)$ der Dauer T durch ein RC-Glied mit der Zeitkonstanten $\tau = RC = T/2$ verzerrt wird. Der Ausgangsimpuls $x_2(t)$ erstreckt sich über mehr als zwei Symbolperioden T und verursacht damit ISI. Eine Analyse zeigt, dass weder die Dämpfungs- noch die Phasenbedingungen für ein verzerrungsfreies System eingehalten werden. Die Übertragungsfunktion beträgt

$$H(f) = \frac{X_2(f)}{X_1(f)} = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f \tau)^2}} \mathrm{e}^{-æ \arctan(2\pi f \tau)}$$

Für die Dämpfung und Phase erhält man daraus die Beziehungen

$$a(f) = \tfrac{1}{2} \cdot \ln\left(1 + (2\pi f \tau)^2\right) \; b(f) \qquad = \arctan(2\pi f \tau)$$