# Introducción a la Inteligencia Artificial
Clase 4

.UBAfiuba
FACULTAD DE INGENIERÍA

# Índice

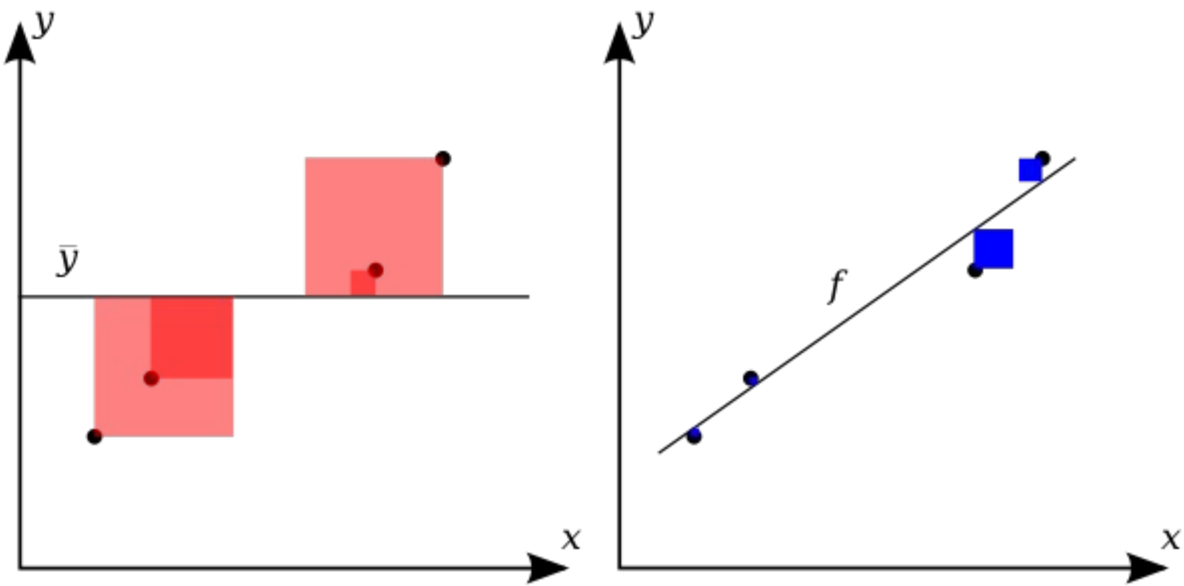
1. Trabajar sobre notebook de clase 3
2. Análisis de la regresión lineal (R2)
3. Descomposición Bias-Variance
4. Notebooks clase 4
5. Ejercicios clase 4

## Coeficiente de determinación - “R cuadrado”

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{\mathrm{res}}}{SS_{\mathrm{tot}}}$$

SS = Sum of squares
res = residuos
tot  = total

# Regresión Lineal - R2




$$SS_{reg} = \sum_i (f_i - \bar{y})^2$$

$$SS_{res} = \sum_i (y_i - f_i)^2 = \sum_i e_i^2$$

$$SS_{tot} = \sum_i (y_i - \bar{y})^2$$
$$= SS_{res} + SS_{reg}$$

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{\text{res}}}{SS_{\text{tot}}}$$

¿Similar a σ2?

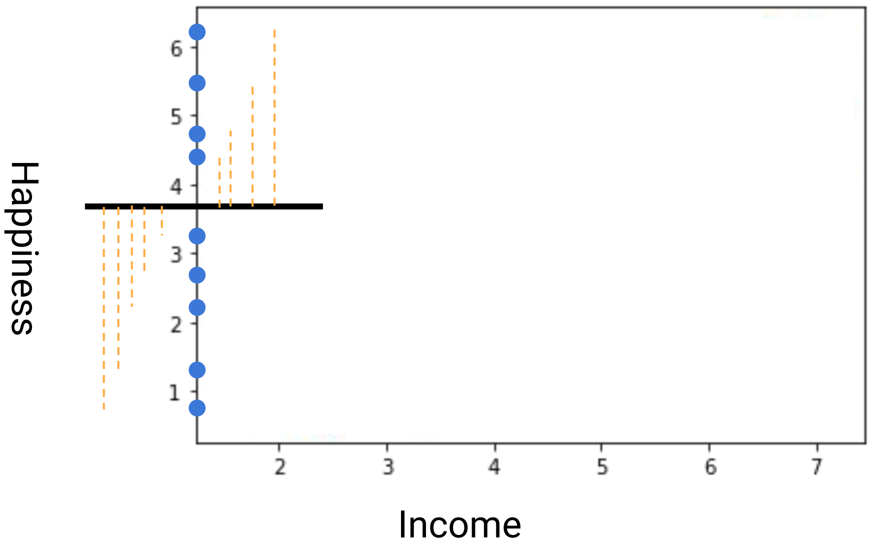
## Regresión Lineal - R2

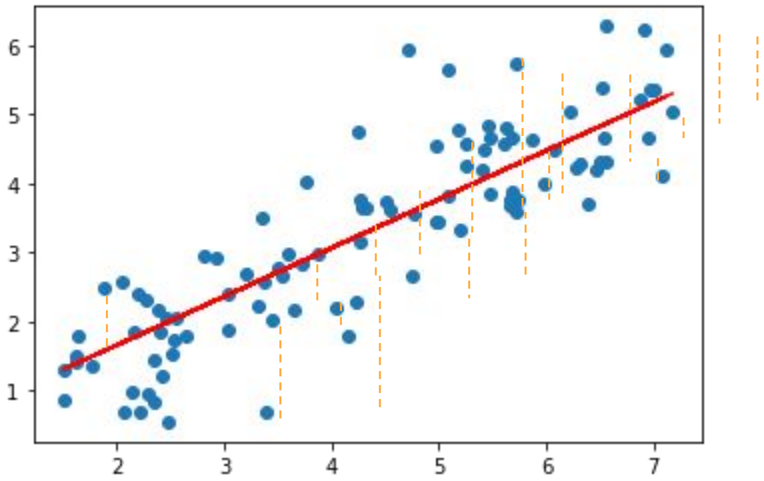
$$
\begin{aligned}
R^2 &= 1 - \frac{SS_{res}}{SS_{tot}} \\
&= 1 - \left(\frac{SS_{res}}{SS_{tot}} * \frac{n}{n}\right) \\
&= \boxed{1 - \boxed{\frac{\sigma_{res}}{\sigma_{tot}}}}
\end{aligned}
$$

Proporción de varianza no explicada

Proporción de varianza no explicada

# Regresión Lineal - R2




$$SS(media) = (happiness - media)^2$$

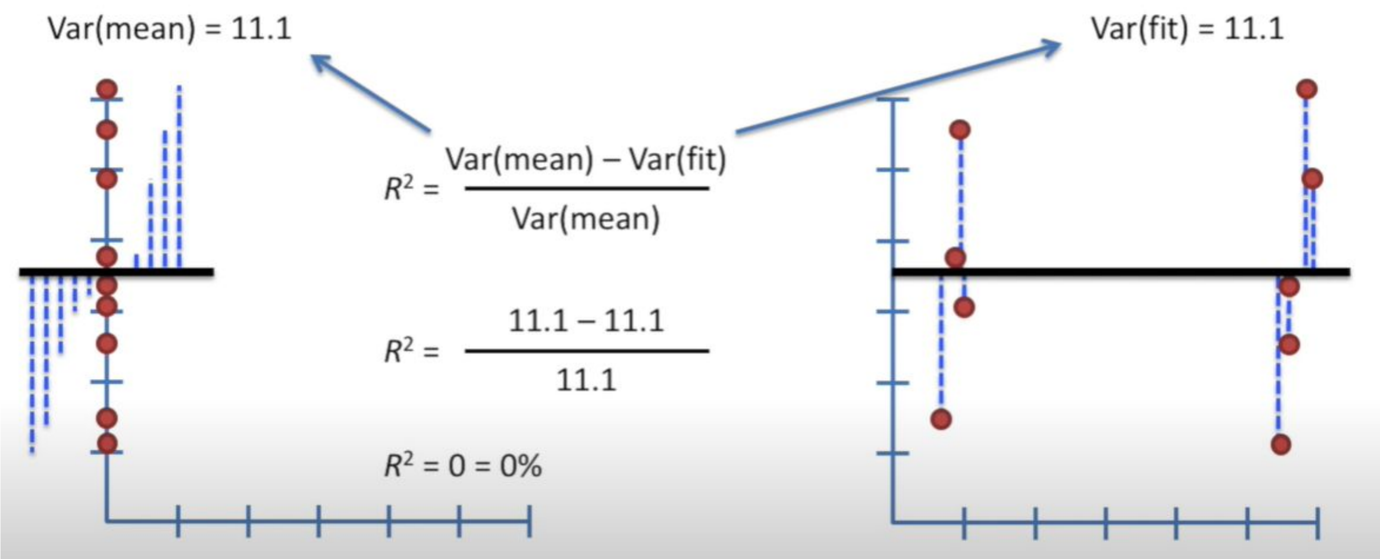
$$Variación(media) = \frac{(happiness - media)^2}{n}$$

$$SS(fit) = (happiness - lr\_fit)^2$$

$$Variación(fit) = \frac{(happiness - lr\_fit)^2}{n}$$

## Regresión Lineal - R2

$$R^2 = \frac{Variación(media) - Variación(fit)}{Variación(media)}$$




Fuente: StatQuest with Josh Starmer

## Regresión Lineal - R2

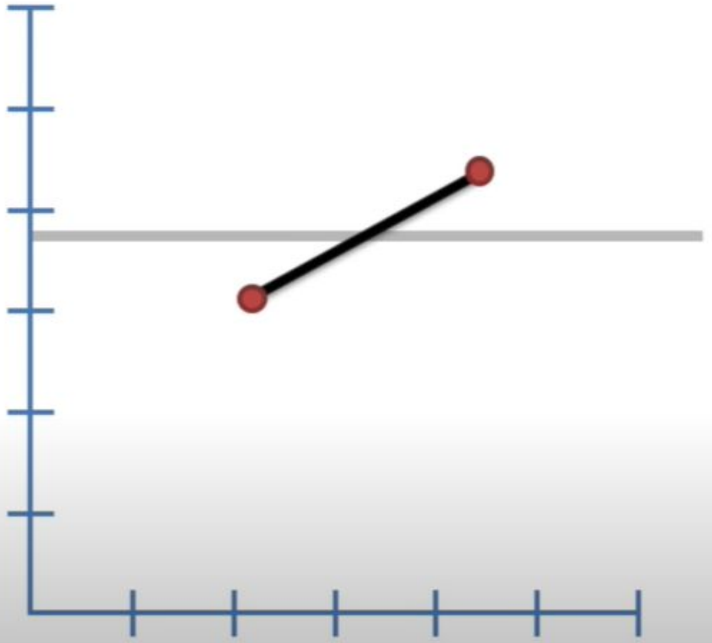
$$F = \frac{Varación\ en\ happiness\ explicada\ por\ income}{Variación\ en\ happiness\ no\ explicada\ por\ income}$$

**SS(mean)** = 10

**SS(fit)** = 0

$$R^2 = \frac{SS(mean) - SS(fit)}{SS(mean)}$$

$$= \frac{100 - 0}{100} = 100\%$$



Fuente: StatQuest with Josh Starmer

## R2 y el coeficiente de correlación de Pearson

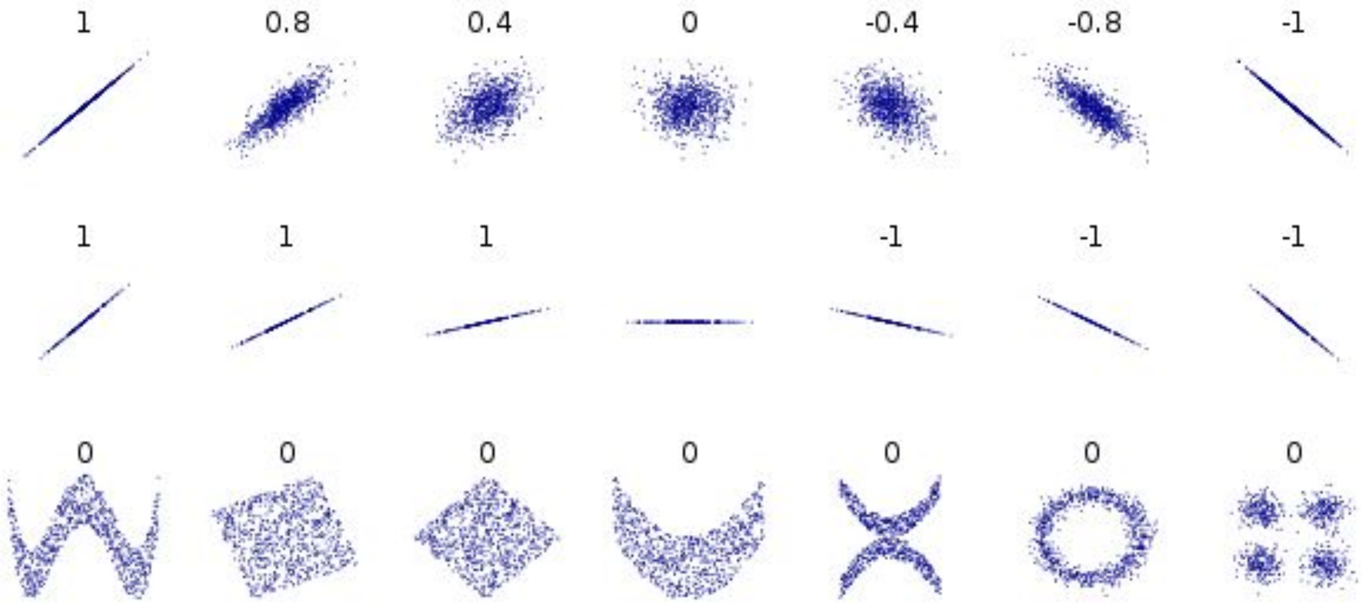
$$\rho = \frac{cov(x,y)}{\sigma_x \sigma_y} \in [-1, 1]$$

Regresión múltiple **con ordenada** →Correlación entre observación y predicción

Regresión **con ordenada** →Correlación entre variable dependiente e independiente

$$\rho^2 = R^2 \in [0, 1]$$

## Coeficiente de correlación de Pearson

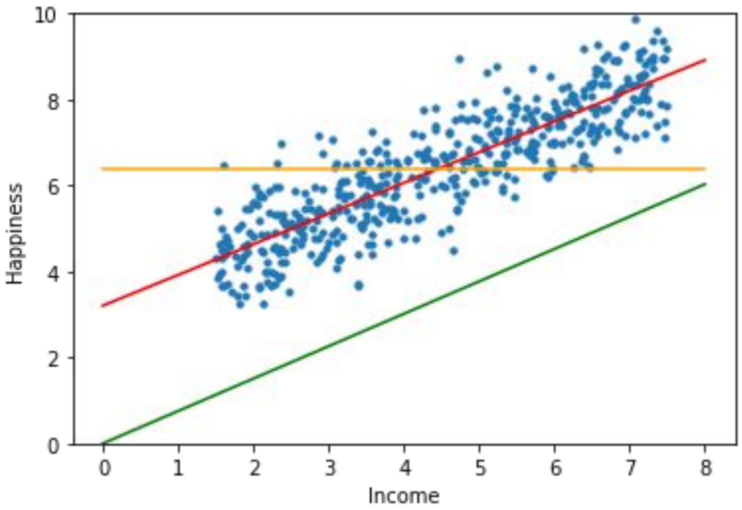


## R2 inflation

$\uparrow$ cantidad de predictores $\longrightarrow \uparrow$R2$\longrightarrow$ F-test para comparación válida entre modelos.

## ¿R2 negativo?

$$R^2 = 1 - \frac{\sigma_{res}}{\sigma_{tot}} < 0 \leftrightarrow \sigma_{res} > \sigma_{tot}$$




Predecir con el promedio es mejor que el modelo

## Otras medidas a tener en cuenta

$$\mathrm{MAE} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |y_i - x_i|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |e_i|}{n}.$$

$$\mathrm{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2.$$

$$\mathrm{RMSD} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{T} (\hat{y}_t - y_t)^2}{T}}.$$

## Bias-Variance Tradeoff

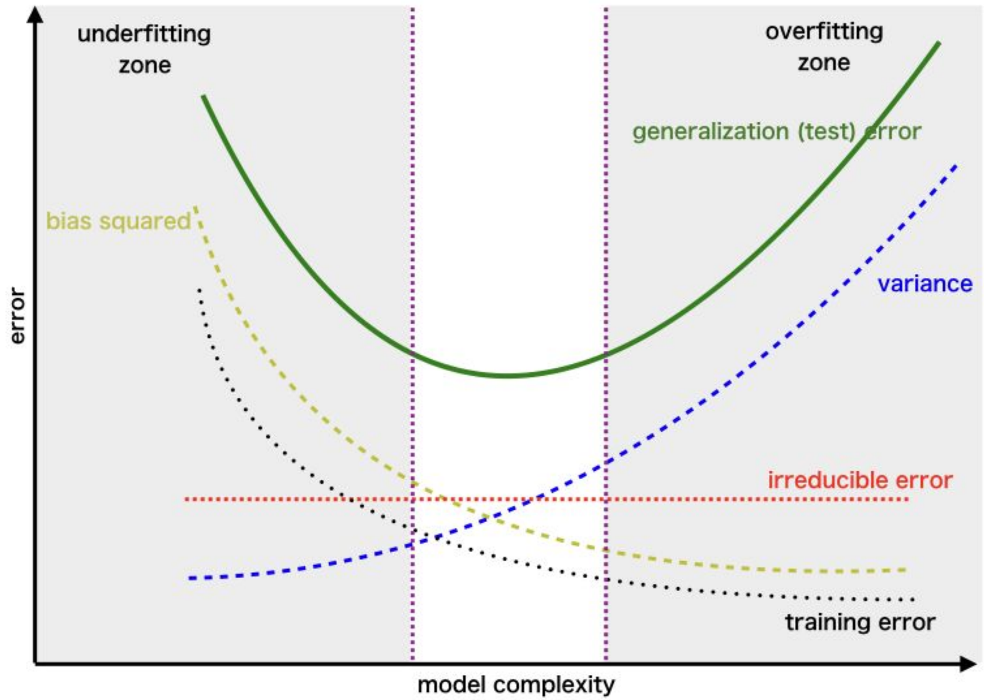
Cuando utilizamos el **error cuadrático medio** en un modelo de ML, podemos descomponer el mísmo en términos de bias (sesgo) y variance (varianza).

$$MSE = Bias(\hat{f})^2 + Var(\hat{f}) + \sigma_\epsilon^2$$

$$Bias = E[\hat{f} - f]$$

$$Var(\hat{f}) = E[(E[\hat{f}] - \hat{f})^2]$$

## Bias-Variance Tradeoff



# Bibliografía


- The Elements of Statistical Learning | Trevor Hastie | Springer
- An Introduction to Statistical Learning | Gareth James | Springer
- Deep Learning | Ian Goodfellow | https://www.deeplearningbook.org/
- Stanford | CS229T/STATS231: Statistical Learning Theory | http://web.stanford.edu/class/cs229t/
- Mathematics for Machine Learning | Deisenroth, Faisal, Ong
- Artificial Intelligence, A Modern Approach | Stuart J. Russell, Peter Norvig