



## تمرین سری سوم درس سیگنال‌ها و سیستم‌ها (سری فوریه زمان پیوسته)

### توضیحات

- مهلت تحویل تا ساعت ۲۳:۵۹ روز سه شنبه ۱۴۰۰/۹/۹ در نظر گرفته شده است و امکان تمدید وجود ندارد لذا با توجه به حجم تمرین برنامه ریزی مناسبی انجام دهید.
- پاسخ بخش تئوری را در یک فایل PDF با نام شماره دانشجویی خود و بخش عملی را با نام سوال (q1.m or q1.py, ... در یک فایل ZIP با نام «HW3\_StudentNumber.zip» در سایت درس بارگذاری کنید.
- پاسخ به تمرین‌ها باید به صورت انفرادی نوشته شود و در صورت مشاهده هر گونه تقلب نمره برای همه افراد صفر در نظر گرفته خواهد شد.
- در صورت داشتن هر گونه اشکال در تمرینات می‌توانید با [rasoul.khazaei@gmail.com](mailto:rasoul.khazaei@gmail.com) و [mahshidrahmani2001@gmail.com](mailto:mahshidrahmani2001@gmail.com) در ارتباط باشید.

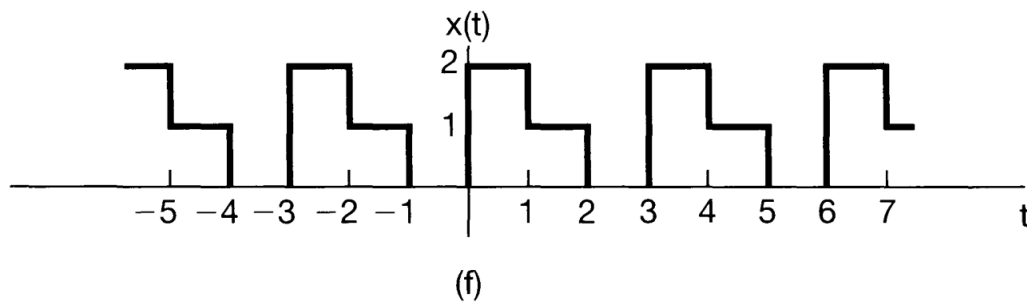
## سوال ۱

ضرایب سری فوریه سیگنال‌های زیر را بدست آورید.

(آ)

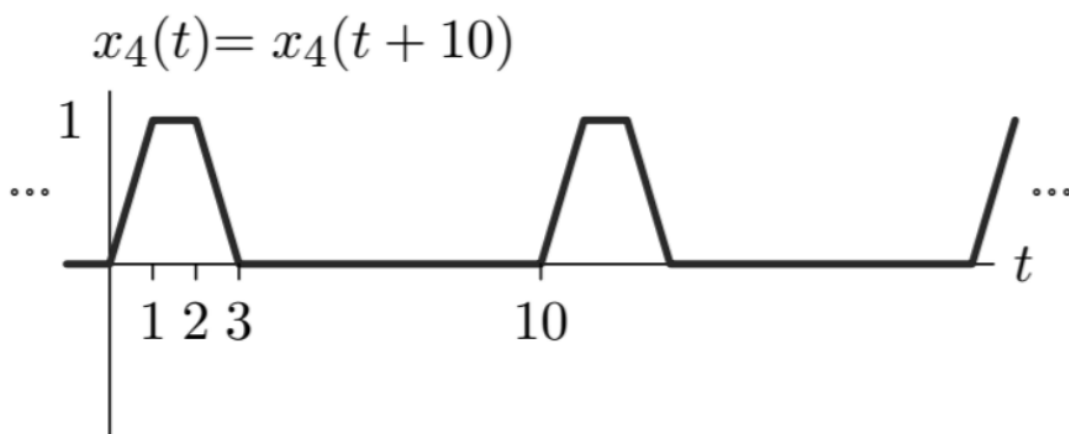
$$x_1(t) = 1 + \sin(\omega_0 t) + 3 \cos(2\omega_0 t + \frac{\pi}{4})$$

(ب) .



شکل ۱

(ج) .



شکل ۲

## سوال ۲

در هر یک از حالت‌های زیر ضرایب سری فوریه یک سیگنال زمان پیوسته به شما داده شده است. با استفاده از این ضرایب سیگنال  $x(t)$  را مشخص کنید.

(آ)

$$a_k = \begin{cases} 1, & \text{keven} \\ 2, & \text{kodd} \end{cases}$$

(ب)

$$a_k = \begin{cases} jk, & |k| \leq 3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

---

### سوال ۳

فرض کنید  $x(t)$  یک سیگنال سیگنال متناوب با دوره تناوب  $T$  است و ضرایب سری فوریه آن برابر با  $a_k$  است. ضرایب فوریه سیگنال های زیر را بر حسب  $a_k$  بدست آورید.

(آ)  $x(t - t_0) + x(t + t_0)$

(ب)  $\text{Even}[x(t)]$

(ج)  $\text{Re}[x(t)]$

(د)  $\frac{d^2x}{dt^2}$

(ه)  $x(3t - 1)$

---

### سوال ۴

توان متوسط سیگنال زیر را حساب کنید.

$$x(t) = \frac{3\pi}{2} \cos\left(\frac{3\pi}{2}t + \pi\right) \sin\left(\frac{3\pi}{4}t + \frac{\pi}{2}\right)$$

---

### سوال ۵

فرض کنید  $x(t)$  یک سیگنال متناوب با دوره تناوب  $T = 4$  باشد و ضرایب سری فوریه آن برابر با  $a_k = j^k$  باشد. اگر  $y(t) = x(t) \cos(\frac{\pi}{4}t) + x(4t)$  باشد پنج ضریب اول سری فوریه برای سیگنال  $y(t)$  را بدست آورید.

---

## سوال ۶

یک سیستم LTI زمان پیوسته با پاسخ فرکانسی زیر را در نظر بگیرید.

$$H(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j\omega t} dt = \frac{\sin(4\omega)}{\omega}$$

اگر ورودی این سیستم سیگنال متناوب:

$$x(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 4 \\ -1, & 4 \leq t < 8 \end{cases}$$

با دوره تناوب ۸ باشد، ضرایب سری فوریه  $x(t)$  و خروجی متناظر سیستم  $(y(t))$  را بدست آورید.

## تمرین عملی

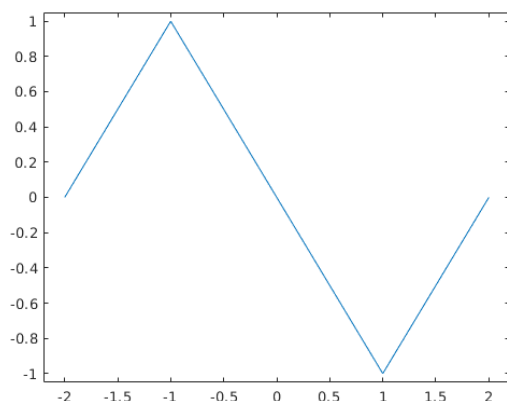
می‌دانیم که سری فوریه را به شکل زیر نیز می‌توان نوشت، که در آن سیگنال‌ها به صورت جمع سینوس‌ها و کسینوس‌ها نوشته شده‌اند. اگر حاصل سیگما را تا جمله  $k = c$  بدست آوریم، تقریبی از سیگنال  $x(t)$  خواهیم داشت. هرچه  $c$  بزرگتر باشد، سیگنال تقریب زده شده به سیگنال اصلی نزدیکتر است.

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega_0 t) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin(k\omega_0 t)$$

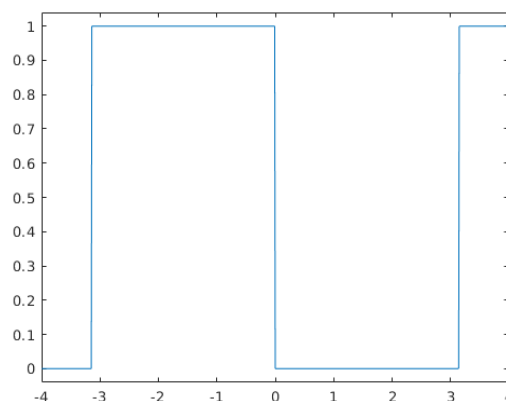
$$a_k = \frac{2}{T_0} \int_{T_0} x(t) \cos(k\omega_0 t) dt$$

$$b_k = \frac{2}{T_0} \int_{T_0} x(t) \sin(k\omega_0 t) dt$$

تابعی بنویسید که از  $c = 0$  تا  $c = 10$  تقریب سیگنال را محاسبه کرده و در هر مرحله سیگنال تقریب زده شده را رسم کند. این تابع را بر روی دو سیگنال زیر (که بر روی یک دوره تناوب رسم شده‌اند) اعمال کنید.



شکل ۴: دوره تناوب = 4



شکل ۳: دوره تناوب =  $2\pi$