

у2019-1-3. Динамическое программирование

А. Кузнечик собирает монеты

2 секунды, 256 мегабайт

Кузнечик прыгает по столбикам, расположенным на одной линии на равных расстояниях друг от друга. Столбики имеют порядковые номера от 1 до N . В начале Кузнечик сидит на столбике с номером 1 и хочет добраться до столбика с номером N . Он может прыгнуть вперед на расстояние от 1 до K столбиков, считая от текущего.

На каждом столбике Кузнечик может получить или потерять несколько золотых монет (для каждого столбика это число известно). Определите, как нужно прыгать Кузнечику, чтобы собрать наибольшее количество золотых монет. Учитывайте, что Кузнечик не может прыгать назад.

Входные данные

В первой строке вводятся два натуральных числа: N и K ($2 \leq N, K \leq 10000$), разделённые пробелом. Во второй строке записаны через пробел $N - 2$ целых числа – количество монет, которое Кузнечик получает на каждом столбике, от 2-го до $N - 1$ -го. Если это число отрицательное, Кузнечик теряет монеты. Гарантируется, что все числа по модулю не превосходят 10 000.

Выходные данные

В первой строке программа должна вывести наибольшее количество монет, которое может собрать Кузнечик. Во второй строке выводится число прыжков Кузнечика, а в третьей строке – номера всех столбиков, которые посетил Кузнечик (через пробел в порядке возрастания).

Если правильных ответов несколько, выведите любой из них.

входные данные
5 3 2 -3 5
выходные данные
7 3 1 2 4 5

В. Черепаха и монеты

2 секунды, 256 мегабайт

Черепаха хочет переползти из левого верхнего угла поля размером N на M клеток ($2 \leq N, M \leq 1000$) в правый нижний. За один шаг она может переместиться на соседнюю клетку вправо или на соседнюю клетку вниз. Кроме того, проходя через каждую клетку, Черепаха получает (или теряет) несколько золотых монет (это число известно для каждой клетки).

Определите, какое максимальное количество монет может собрать Черепаха по пути и как ей нужно идти для этого.

Входные данные

В первой строке вводятся два натуральных числа: N и M ($2 \leq N, M \leq 1000$), разделённые пробелом. В каждой из следующих N строк записаны через пробел по M чисел a_{ij} ($|a_{ij}| \leq 10$), которые обозначают количество монет, получаемых Черепашкой при проходе через каждую клетку. Если это число отрицательное, Черепашка теряет монеты.

Выходные данные

В первой строке программа должна вывести наибольшее количество монет, которое может собрать Черепаха. Во второй строке без пробелов выводятся команды, которые нужно выполнить Черепашке: буква 'R' (от слова *right*) обозначает шаг вправо, а буква 'D' (от слова *down*) – шаг вниз.

входные данные
3 3 0 2 -3 2 -5 7 1 2 0
выходные данные
6 RRDD

С. Наибольшая возрастающая подпоследовательность

2 секунды, 256 мегабайт

Пусть a_1, a_2, \dots, a_n — числовая последовательность. Длина последовательности — это количество элементов этой последовательности. Последовательность $a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k}$ называется подпоследовательностью последовательности a , если $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$. Последовательность a называется возрастающей, если $a_1 < a_2 < \dots < a_n$.

Вам дана последовательность, содержащая n целых чисел. Найдите ее самую длинную возрастающую подпоследовательность.

Входные данные

В первой строке задано одно число n ($1 \leq n \leq 2000$) — длина подпоследовательности. В следующей строке задано n целых чисел a_i ($-10^9 \leq a_i \leq 10^9$) — элементы последовательности.

Выходные данные

В первой строке выведите число k — длину наибольшей возрастающей подпоследовательности. В следующей строке выведите k чисел — саму подпоследовательность.

входные данные
8 1 4 1 5 3 3 4 2
выходные данные
3 1 4 5

входные данные
3 1 2 3
выходные данные
3 1 2 3

Д. Ход конем

1 секунда, 256 мегабайт

Шахматная ассоциация решила оснастить всех своих сотрудников такими телефонными номерами, которые бы набирались на кнопочном телефоне ходом коня. Например, ходом коня набирается телефон 340-49-27. При этом телефонный номер не может начинаться ни с цифры 0, ни с цифры 8.

1	2	3
4	5	6
7	8	9
	0	

Напишите программу, определяющую количество телефонных номеров длины n , набираемых ходом коня. Поскольку таких номеров может быть очень много, выведите ответ по модулю 10^9 .

Входные данные
Во входном файле записано целое число n ($1 \leq n \leq 100$).

Выходные данные
Выведите в выходной файл искомое количество телефонных номеров по модулю 10^9 .

входные данные
1
выходные данные
8

входные данные
2
выходные данные
16

Е. Расстояние по Левенштейну

2 секунды, 256 мегабайт

Дана текстовая строка. С ней можно выполнять следующие операции:

- 1. Заменить один символ строки на другой символ.
- 2. Удалить один произвольный символ.
- 3. Вставить произвольный символ в произвольное место строки.

Например, при помощи первой операции из строки «СОК» можно получить строку «СУК», при помощи второй операции — строку «ОК», при помощи третьей операции — строку «СТОК».

Минимальное количество таких операций, при помощи которых можно из одной строки получить другую, называется стоимостью редактирования или расстоянием Левенштейна.

Определите расстояние Левенштейна для двух данных строк.

Входные данные
Программа получает на вход две строки, длина каждой из которых не превосходит 1000 символов, строки состоят только из заглавных латинских букв.

Выходные данные
Требуется вывести одно число — расстояние Левенштейна для данных строк.

входные данные
ABCDEF GH ACDEXG I H
выходные данные
3

Ф. Кафе

2 секунды, 64 мегабайта

Около Петиного университета недавно открылось новое кафе, в котором действует следующая система скидок: при каждой покупке более чем на 100 рублей покупатель получает купон, дающий право на один бесплатный обед (при покупке на сумму 100 рублей и меньше такой купон покупатель не получает).

Однажды Пете на глаза попался преискуронт на ближайшие n дней. Внимательно его изучив, он решил, что будет обедать в этом кафе все n дней, причем каждый день он будет покупать в кафе ровно один обед. Однако стипендия у Пети небольшая, и поэтому он хочет по максимуму использовать предоставляемую систему скидок так, чтобы его суммарные затраты были минимальны. Требуется найти минимально возможную суммарную стоимость обедов и номера дней, в которые Пете следует воспользоваться купонами.

Входные данные
В первой строке входного файла записано целое число n ($0 \leq n \leq 100$). В каждой из последующих n строк записано одно целое число, обозначающее стоимость обеда в рублях на соответствующий день. Стоимость — неотрицательное целое число, не превосходящее 300.

Выходные данные
В первой строке выдайте минимальную возможную суммарную стоимость обедов. Во второй строке выдайте два числа k_1 и k_2 — количество купонов, которые останутся неиспользованными у Пети после этих n дней и количество использованных им купонов соответственно.

В последующих k_2 строках выдайте в возрастающем порядке номера дней, когда Пете следует воспользоваться купонами. Если существует несколько решений с минимальной суммарной стоимостью, то выдайте то из них, в котором значение k_1 максимально (на случай, если Петя когда-нибудь ещё решит заглянуть в это кафе). Если таких решений несколько, выведите любое из них.

входные данные
5 110 40 120 110 60
выходные данные
260 0 2 3 5

входные данные
3 110 110 110
выходные данные
220 1 1 2

Г. Удаление скобок 2.0

2 секунды, 256 мегабайт

Дана строка, составленная из круглых, квадратных и фигурных скобок. Определите, какое наименьшее количество символов необходимо удалить из этой строки, чтобы оставшиеся символы образовывали правильную скобочную последовательность.

Входные данные
Во входном файле записана строка из круглых, квадратных и фигурных скобок. Длина строки не превосходит $\{100\}$ символов.

Выходные данные
Выведите строку максимальной длины, являющейся правильной скобочной последовательностью, которую можно получить из исходной строки удалением некоторых символов.

входные данные
(())

выходные данные
[]

Н. Продавец аквариумов

1 секунда, 256 мегабайт

Продавец аквариумов для кошек хочет объехать n городов, посетив каждый из них ровно один раз. Помогите ему найти кратчайший путь.



Входные данные

Первая строка входного файла содержит натуральное число n ($1 \leq n \leq 13$) — количество городов. Следующие n строк содержат по n чисел — длины путей между городами.

В i -й строке j -е число — $a_{i,j}$ — это расстояние между городами i и j ($0 \leq a_{i,j} \leq 10^6$; $a_{i,j} = a_{j,i}$; $a_{i,i} = 0$).

Выходные данные

В первой строке выходного файла выведите длину кратчайшего пути. Во второй строке выведите n чисел — порядок, в котором нужно посетить города.

входные данные
5 0 183 163 173 181 183 0 165 172 171 163 165 0 189 302 173 172 189 0 167 181 171 302 167 0
выходные данные
666 4 5 2 3 1

I. Замощение доминошками

1 секунда, 256 мегабайт

Вам дана прямоугольная сетка из квадратных ячеек. Символ 'x' представляет собой уже покрытую ячейку, символ '.' - это ячейка, которую еще нужно покрыть.

Вы хотите покрыть все ячейки '.', непересекающимися доминошками 2×1 . Найдите количество способов сделать это. Два способа считаются различными, если две ячейки покрыты одним и тем же домино в одном замощении и двумя разными домино в другом замощении.

Входные данные

Первая строка содержит числа n и m ($1 \leq n, m \leq 12$). Следующие n строк содержат по m символов — описание доски.

Выходные данные

Выведите число замощений доминошками.

входные данные
2 2
выходные данные
2

входные данные
3 3X. ...

выходные данные
2

входные данные
3 3X
выходные данные
4

J. Симпатичные узоры

2 секунды, 256 мегабайт

Компания Broken Tiles планирует заняться выкладыванием во дворах у состоятельных клиентов узор из черных и белых плиток, каждая из которых имеет размер 1×1 метр. Известно, что дворы всех состоятельных людей имеют наиболее модную на сегодня форму прямоугольника $n \times m$ метров.

Однако при составлении финансового плана у директора этой организации появилось целых две серьезных проблемы: во первых, каждый новый клиент очевидно захочет, чтобы узор, выложенный у него во дворе, отличался от узоров всех остальных клиентов этой фирмы, а во вторых, этот узор должен быть симпатичным.

Как показало исследование, узор является симпатичным, если в нем нигде не встречается квадрата 2×2 метра, полностью покрытого плитками одного цвета.

Для составления финансового плана директору необходимо узнать, сколько клиентов он сможет обслужить, прежде чем симпатичные узоры данного размера закончатся. Помогите ему!

Входные данные

На первой строке входного файла находятся два натуральных числа n и m . $1 \leq n \cdot m \leq 30$.

Выходные данные

Выведите в выходной файл единственное число — количество различных симпатичных узоров, которые можно выложить во дворе размера $n \times m$. Узоры, получающиеся друг из друга сдвигом, поворотом или отражением считаются различными.

входные данные
1 1
выходные данные
2

входные данные
1 2
выходные данные
4

K. Cows in a Skyscraper

1 секунда, 256 мегабайт

Коровы любят соревноваться в беге по лестницам небоскребов. А вниз потом едут на лифте. Лифт имеет максимальную вместимость w ($1 \leq w \leq 10^8$) фунтов, а корова номер i весит c_i ($1 \leq c_i \leq w$) фунтов.

Помогите Бесси определить минимальное количество спусков лифта, чтобы переместить вниз все n ($1 \leq n \leq 18$) коров.

Сумма весов коров в каждом спуске не должна превышать W .

Входные данные

Первая строка содержит два целых числа n и w ($1 \leq n \leq 18$; $1 \leq w \leq 10^8$).

Следующие n строк содержат веса коров: i -я строка содержит целое число c_i ($1 \leq c_i \leq w$).

Выходные данные

Первая строка должна содержать число r — минимально количество спусков лифта.

Каждая из следующих r строк содержит множество коров, которые сейчас спускаются. Строка начинается с количество коров на данном спуске, далее содержатся номера коров.

входные данные
4 10 5 6 3 7

выходные данные
3 2 1 3 1 2 1 4

Всего 4 коровы с весами 5 6 3 и 7. Вместимость лифта — 10.
Мы можем поместить в лифт корову 3 и любую из оставшихся коров. Но все другие коровы не помещаются даже по две. В решении представленном выше, в первом спуске участвуют коровы 1 и 3, Во втором — корова 2, в третьем — корова 4. Существует несколько правильных решений для данного ввода.