

Ph2HAT - Formelsammlung

S. Roth, F. Söllner

11. August 2019

Inhaltsverzeichnis

1 Fluide	3
1.1 Einführung	3
1.1.1 Definitionen	3
1.1.2 Druck	3
1.1.3 Kompression	4
1.2 Hydrostatik	5
1.2.1 Schweredruck	5
1.2.2 Statischer Auftrieb (Archimedisches Prinzip)	5
1.2.3 Grenzflächeneffekte	5
1.3 Hydrodynamik	7
1.3.1 Definitionen der Hydrodynamik	7
1.3.2 Ideale Strömungen	7
1.3.3 Reale Strömungen	8
1.3.4 Dynamischer Auftrieb	10
2 Wärmelehre	11
2.1 Einführung Wärmelehre	11
2.1.1 Definitionen der Wärmelehre	11
2.1.2 Wärmeeinheiten	12
2.2 Thermische Zustandsgleichungen	12
2.2.1 Wärmeausdehnung	12
2.2.2 Ideale Gase	12
2.2.3 Gemische idealer Gase	13
2.2.4 Reale Gase	13
2.3 Kinetische Gastheorie	14
2.3.1 Gasdruck	14
2.3.2 Äquipartitionsgesetz	14
2.3.3 Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung	15
2.3.4 Kinematik des Gases	15
2.3.5 Transportvorgänge	15
2.4 Wärme	16
2.4.1 Erster Hauptsatz der Thermodynamik	16
2.4.2 Spezifische und molare Wärmekapazität	16
2.4.3 Verbrennungsenergie	16
2.4.4 Mischtemperatur	16
2.5 Phasen und Phasenübergänge	17
2.5.1 Phasenübergänge	17
2.5.2 Phasendiagramm	17
2.5.3 Phasenübergangsdiagramm	17
2.5.4 Luftfeuchtigkeit	17
2.6 Wärmetransport	18
2.6.1 Wärmeleitung	18
2.6.2 Wärmeleitungsgleichung (Instationär (Zeitabhängig))	18
2.6.3 Wärmeübergang	18
2.6.4 Wärmedurchgang	19
2.6.5 Wärmebedarf eines Gebäudes	19

2.7	Zustandsänderungen	20
2.7.1	Reversible und irreversible Prozesse	20
2.8	Kreisprozesse und Zweiter Hauptsatz	20
2.8.1	Kreisprozess von Carnot	20
3	Konstanten	21
3.1	Dichte	21
3.2	Spezifische Wärmekapazität	21
3.3	Spezifische Schmelzwärme	22
3.4	Spezifische Verdampfungswärme	22
3.5	Kritische Temperatur	22
4	Griechische Buchstaben	22
5	Periodensystem der Elemente	23

1 Fluide

1.1 Einführung

1.1.1 Definitionen

- **ideale Flüssigkeit:**

- Reibungsfrei (nicht viskos)
- Inkompressibel

1.1.2 Druck

1.1.2.1 Definition

$$p = \frac{F_{\perp}}{A}$$

$$\tau = \frac{F_{\parallel}}{A}$$

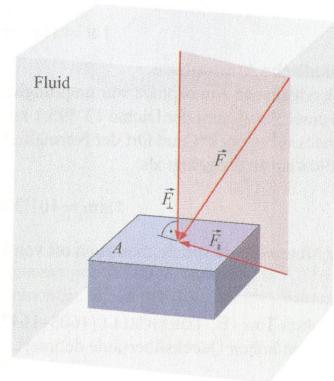
p = Druck in $\frac{N}{m^2} = Pa$

τ = Schubspannung in $\frac{N}{m^2}$

F_{\perp} = senkrechte Kraftkomponente in N

F_{\parallel} = parallele Kraftkomponente in N

A = Fläche in m^2



1.1.2.2 Druckeinheiten

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ at} = 9.807 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ atm} = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ Torr} = 133.3 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ psi} = 6.895 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

at = technische Atmosphäre

atm = physikalische Atmosphäre

Torr = Millimeter Quecksilbersäule

psi = angelsächsische Einheit (pound per square inch)

1.1.2.3 Gesetz von Pascal

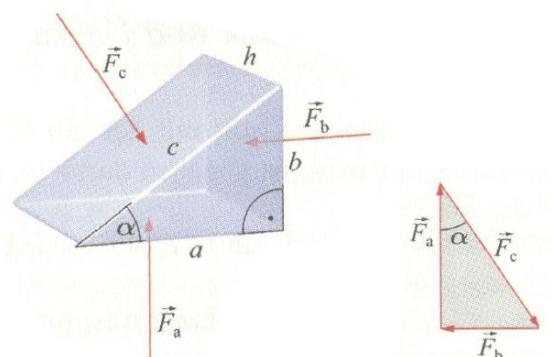
Druck ist nicht Richtungsabhängig!

$$p_a = p_b = p_c$$

p_a = Druck auf Fläche $a \cdot h$

p_b = Druck auf Fläche $b \cdot h$

p_c = Druck auf Fläche $c \cdot h$



1.1.3 Kompression

1.1.3.1 Kompressibilität

$$\kappa = -\frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta p}$$

κ = Kompressibilität in $\frac{1}{Pa}$

V = Volumen in m^3

p = Druck in Pa

1.1.3.2 Kompressionsmodul

$$K = \frac{1}{\kappa} = -V \frac{\Delta p}{\Delta V}$$

κ = Kompressibilität in $\frac{1}{Pa}$

K = Kompressionsmodul in Pa

V = Volumen in m^3

p = Druck in Pa

1.2 Hydrostatik

1.2.1 Schweredruck

1.2.1.1 Flüssigkeiten

Hydrostatisches Paradoxon: Der Schweredruck in einer ruhenden Flüssigkeit ist nur von der Höhe in der Flüssigkeit, nicht aber von der Form des Gefäßes abhängig.

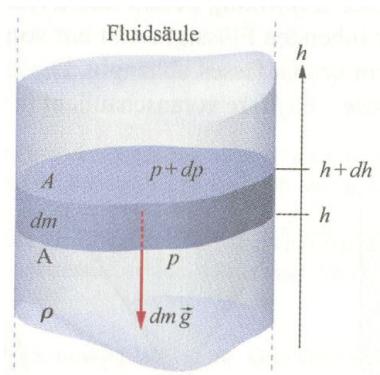
$$p = \rho gh$$

p = Druck in Pa

ρ = Dichte in $\frac{kg}{m^3}$

g = Gravitationsfeldstärke = $9.81 \frac{m}{s^2}$

h = Höhe in m (unter Wasseroberfläche)



1.2.1.2 Gase (Barometrische Höhenformel für isotherme Atmosphäre)

$$p = p_0 e^{-\frac{p_0}{p_0} gh}$$

p = Druck in Pa

ρ = Dichte in $\frac{kg}{m^3}$

g = Gravitationsfeldstärke = $9.81 \frac{m}{s^2}$

h = Höhe in m

1.2.2 Statischer Auftrieb (Archimedisches Prinzip)

Der Auftrieb eines in ein Fluid eingetauchten Körpers ist gleich dem Gewicht des von ihm verdrängten Fluids.

Der Auftrieb ist unabhängig von der Tiefe!

$$F_A = F_G$$

F_A = Auftriebskraft in N

$$F_A = \rho_{fl} \cdot g \cdot V_{fl}$$

F_G = Gewichtskraft in N

$$F_G = m_K \cdot g = \rho_k \cdot g \cdot V_K$$

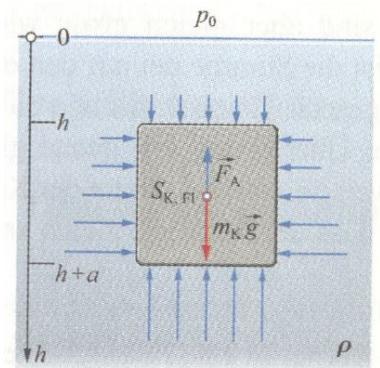
ρ_{fl} = Dichte des Fluids in $\frac{kg}{m^3}$

ρ_k = Dichte des Festkörpers in $\frac{kg}{m^3}$

V_{fl} = Von Festkörper verdrängtes Fluid-Volumen in m^3

m_K = Masse Festkörper in kg

V_K = Volumen Festkörper in m^3



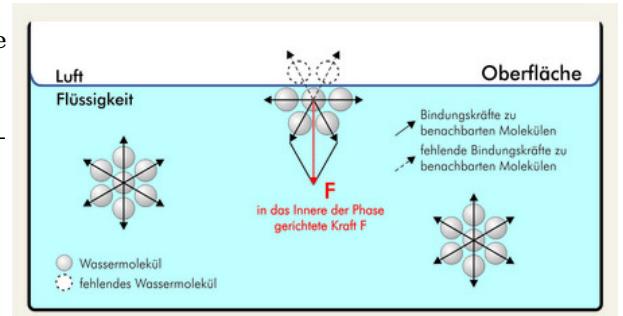
1.2.3 Grenzflächeneffekte

1.2.3.1 Oberflächenspannung, spez. Oberflächenenergie (Van der Waals-Kraft)

Kräfte zwischen Atomen oder Molekülen an der Oberfläche eines Fluides.

$$\sigma = \frac{F}{l} = \frac{\Delta W}{\Delta A}$$

σ = Oberflächenspannung in $\frac{N}{m}$



1.2.3.2 Grenzflächenspannung

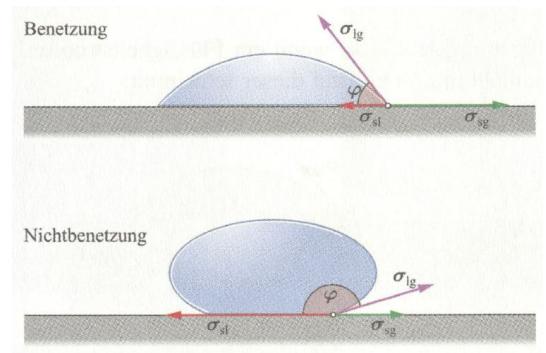
$$\cos(\varphi) = \frac{\sigma_{sg} - \sigma_{sl}}{\sigma_{lg}}$$

φ = Kontaktwinkel in rad

σ_{sl} = Grenzflächenspannung zw. Festkörper und Flüssigkeit in $\frac{N}{m}$

σ_{sg} = Grenzflächenspannung zw. Festkörper und Gas in $\frac{N}{m}$

σ_{lg} = Grenzflächenspannung zw. Flüssigkeit und Gas in $\frac{N}{m}$



1.2.3.3 Kapillarität

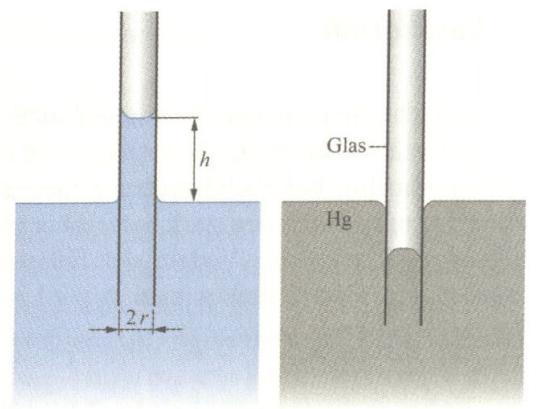
$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r}$$

σ = Oberflächenspannung in $\frac{N}{m}$

h = Steighöhe in m

ρ = Dichte Flüssigkeit in $\frac{kg}{m^3}$

r = Radius des Röhrchens in m



1.3 Hydrodynamik

1.3.1 Definitionen der Hydrodynamik

- **Abgeschlossene Fluidmenge:** ein Volumen, in welches keine Materie hinein oder heraus fliesst
- **Fluidteilchen:** ein materielles Fluidvolumen von sehr kleiner Ausdehnung
- **Geschwindigkeitsfeld:** ordnet jedem Punkt in einem Volumen eine Geschwindigkeit zu
- **Stationäre Strömung:** Geschwindigkeit, Druck, Dichte etc. ist zeitunabhängig
- **Stromlinie:** Kurven im Geschwindigkeitsfeld einer Strömung, deren Tangentenrichtung mit den Richtungen der Geschwindigkeitsvektoren übereinstimmen
- **Bahnlinie:** Eigentliche Bahn eines einzelnen Teilchens in einem Strömungsfeld
- **Laminare Strömung:** Strömung, in welcher die einzelnen Fluidteilchen sich in geordneten, nebeneinander gleitenden Schichten bewegen
- **Turbulente Strömung:** Strömung, in welcher Wirbel auftreten, wessen Kräfte entgegen der Bewegungsrichtung des Fluids wirken

1.3.2 Ideale Strömungen

1.3.2.1 Kontinuitätsgleichung (ideale Flüssigkeiten)

Für eine inkompressible stationäre Strömung:

$$\Delta m_1 = \Delta m_2$$

$$\underbrace{\rho \cdot A_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t}_{\Delta m_1} = \underbrace{\rho \cdot A_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t}_{\Delta m_2}$$

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

$$A \cdot v = \dot{V} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \text{konstant}$$

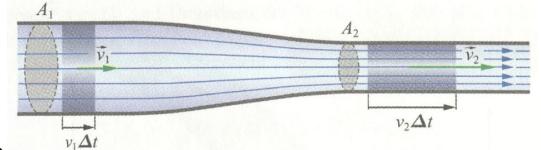
m = Masse in kg

ρ = Dichte Fluid in $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

A = Querschnittsfläche Rohr in m^2

v = Flussgeschwindigkeit Fluid in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

\dot{V} = Volumenstrom in $\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$



1.3.2.2 Bernoulli-Gleichung

$$\Delta W = \Delta W_{pot} + \Delta W_{kin}$$

$$W_{pot} = \underbrace{\rho \cdot A_2 \cdot \Delta s_2 \cdot g \cdot h_2}_{\Delta m_2} - \underbrace{\rho \cdot A_1 \cdot \Delta s_1 \cdot g \cdot h_1}_{\Delta m_1}$$

$$W_{kin} = \underbrace{\rho \cdot A_2 \cdot \Delta s_2 \cdot \frac{1}{2} v_2^2}_{\Delta m_2} - \underbrace{\rho \cdot A_1 \cdot \Delta s_1 \cdot \frac{1}{2} v_1^2}_{\Delta m_1}$$

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \rho \frac{v_2^2}{2}$$

$$p + \rho \cdot g \cdot h + \rho \frac{v^2}{2} = \text{konstant}$$

ρ = Dichte Fluid in $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

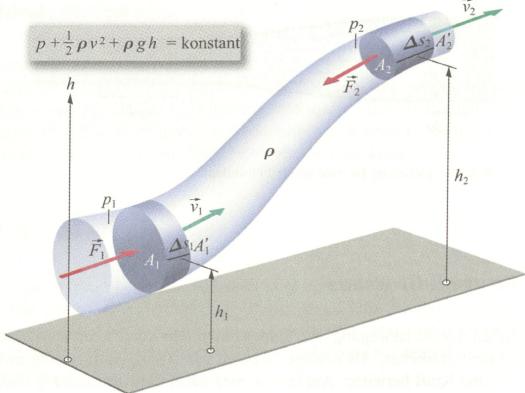
A = Querschnittsfläche Rohr in m^2

s = von Fluid zurückgelegte Strecke in m

h_1 = tiefer gelegener Rohrab schnitt in m

h_2 = höher gelegener Rohrab schnitt in m

v = Flussgeschwindigkeit Fluid in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$



1.3.2.3 Wirbelsatz von Thomson

Die Zirkulation längs einer geschlossenen, materiellen Kurve in einem reibungsfreien, barotropen Fluid, auf das nur konervative Massenkräfte wirken, bleibt zeitlich konstant.

1.3.2.4 Wirbelsätze von Helmholtz

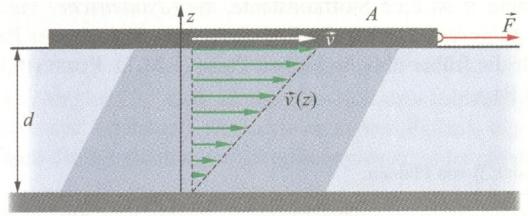
1. Die Zirkulation einer Wirbelröhre ist längs dieser Röhre konstant.
2. Eine Wirbelröhre besteht immer aus denselben Fluidteilchen (wandert also mit).
3. Die Zirkulation einer Wirbelröhre bleibt zeitlich konstant.

1.3.3 Reale Strömungen

1.3.3.1 Newtonsches Reibungsgesetz

Schubspannung: Spannung, welche eine an einem Körper parallel angreifende Kraft F verursacht.

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{F_{\parallel}}{A} = \eta \frac{dv}{dz} & \tau &= \text{Schubspannung in } \frac{N \cdot s}{m^2} \cdot \frac{m}{s \cdot m} = \frac{N}{m^2} \\ F_R &= \eta \cdot A \frac{dv}{dz} = \tau \cdot A & v &= \text{Geschwindigkeit Platte in } \frac{m}{s} \\ && z &= \text{Dicke Fluidschicht in } m \\ && A &= \text{parallel angreifende Fläche in } m^2 \\ && F_{\parallel} &= F_R = \text{parallel angreifende Reibungskraft in } N \\ && \eta &= \text{dynamische Viskosität (Zähigkeit) in } \frac{kg}{ms} = \frac{N \cdot s}{m^2} = Pa \cdot s \end{aligned}$$



1.3.3.2 Dynamische Viskosität (Zähigkeit), Fluidität

$$\begin{aligned} \eta &= \tau \frac{dz}{dv} & \tau &= \text{Schubspannung in } \frac{N \cdot s}{m^2} \cdot \frac{m}{s \cdot m} = \frac{N}{m^2} \\ \varphi &= \frac{1}{\eta} = \frac{dv}{\tau \cdot dz} & v &= \text{Geschwindigkeit in } \frac{m}{s} \\ && z &= \text{Dicke Fluidschicht in } m \\ && \eta &= \text{dynamische Viskosität (Zähigkeit) in } \frac{kg}{ms} = \frac{N \cdot s}{m^2} = Pa \cdot s \\ && \varphi &= \text{Fluidität in } \frac{s^2}{kg \cdot m} \cdot m^2 \cdot \frac{m}{m \cdot s} = \frac{m \cdot s}{kg} = \frac{m^2}{N \cdot s} = \frac{1}{Pa \cdot s} \end{aligned}$$

1.3.3.3 Reynoldszahl

Einheitslose Zahl, welche den Übergang von einer laminaren in eine turbulente Strömung angibt.

$$\begin{aligned} Re &= \frac{\rho v d}{\eta} & Re &= \text{Reynoldszahl (Einheitslos)} \\ Re_{krit} &= 2320 & \rho &= \text{Dichte Fluid in } \frac{kg}{m^3} \\ Re < Re_{krit} &\rightarrow \text{laminare Strömung} & v &= \text{Geschwindigkeit Fluid in } \frac{m}{s} \\ Re > Re_{krit} &\rightarrow \text{turbulente Strömung} & d &= \text{charakteristische Länge (bei Rohren meist Durchmesser)} \\ && \eta &= \text{dynamische Viskosität (Zähigkeit) in } Pa \cdot s \\ && Re_{krit} &= \text{kritische Reynoldszahl (Einheitslos)} \end{aligned}$$

1.3.3.4 Laminare Strömung

Formel von Stokes

Reibungswiderstand einer Kugel mit Radius R.

$$F_R = 6\pi\eta rv$$

$$F_G = F_R + F_A$$

$$\eta = \frac{r^2 g (\rho_K - \rho_{fl}) \cdot 2}{9 \cdot v}$$

F_R = Reibungskraft in N

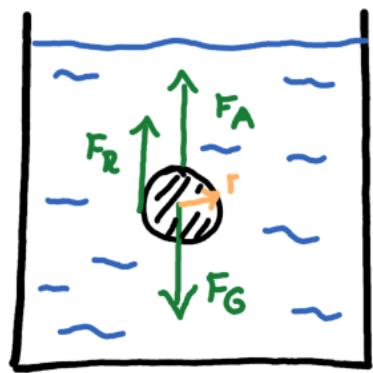
η = dynamische Viskosität (Zähigkeit) in $\text{Pa} \cdot \text{s}$

r = Kugelradius in m

ρ_K = Dichte Kugel in $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

ρ_{fl} = Dichte Fluid in $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

v = Strömungsgeschwindigkeit Fluid/Körper in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$



Laminare Rohrströmung (Gesetz von Hagen-Poiseuille)

$$V = \frac{\pi t R^4}{8\eta l} \Delta p$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\pi (p_1 - p_2)}{8\eta l} R^4$$

$$v(r) = -\frac{1}{4\eta l} \cdot \Delta p \cdot (R^2 - r^2)$$

V = geflossenes Fluidvolumen in m^3

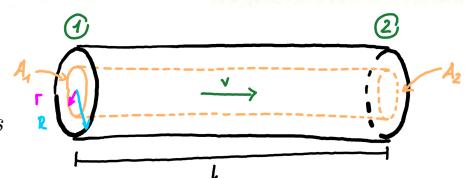
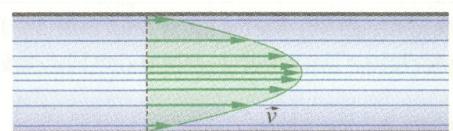
R = Rohrradius in m

r = innerer Radius in Flüssigkeit in m

η = dynamische Viskosität (Zähigkeit) in $\text{Pa} \cdot \text{s}$

l = Länge des Rohres in m

Δp = Druckdifferenz zwischen Rohrenden in Pa



1.3.3.5 Turbulente Strömung

Strömungswiderstand

$$F_D = c_W A \frac{\rho v^2}{2}$$

$$F_W = c_W A_T \frac{\rho v^2}{2}$$

$$F_A = c_A A_T \frac{\rho v^2}{2}$$

$$c_W = \frac{F_W}{A} \frac{2}{\rho v^2}$$

F_D = Druckwiderstandskraft in N

F_W = induzierte Widerstandskraft in N

F_A = Auftriebskraft in N

c_W = Widerstandscoefficient (Einheitslos)

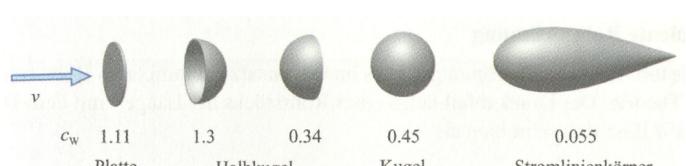
c_A = Auftriebscoefficient (Einheitslos)

ρ = Dichte Fluid in $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

A = der Strömung entgegenstehender Körperquerschnitt in m^2

A_T = zur Anströmrichtung parallele Ebene in m^2

v = Strömungsgeschwindigkeit Fluid/Körper in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$



1.3.4 Dynamischer Auftrieb

1.3.4.1 Magnus-Effekt

Auftriebskraft, welche durch Rotation eines Körpers, welcher senkrecht von einer parallelen Strömung angeströmt wird, entsteht.

Zirkulation (für Zylinder)

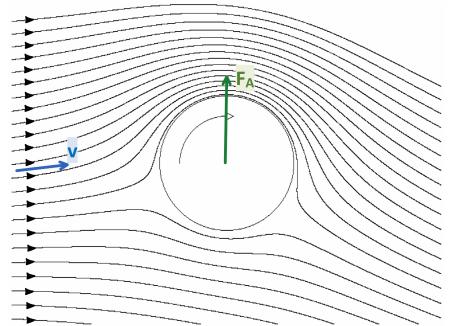
Mass für die Wirbelstärke in einer Strömung.

$$\Gamma = \oint \vec{v} \cdot d\vec{s} = 2\pi r v_{Zyl} = 4\pi^2 r^2 f \quad | \quad \Gamma = \text{Zirkulation in } \frac{m^2}{s}$$

$$v = \text{Anströmgeschwindigkeit Fluid in } \frac{m}{s}$$

$$v_{Zyl} = \text{Umfangsgeschwindigkeit Zylinder in } \frac{m}{s}$$

$$f = \text{Drehzahl Zylinder in } \frac{1}{s} = Hz$$



Kutta-Joukowski

Proportionalität des dynamischen Auftriebs zur Zirkulation

$$F_A = \rho l v \Gamma$$

$$F_A = \text{Auftriebskraft in } N$$

$$\rho = \text{Dichte Fluid in } \frac{kg}{m^3}$$

$$l = \text{Länge Zylinder in } m$$

$$v = \text{Anströmgeschwindigkeit Fluid in } \frac{m}{s}$$

$$\Gamma = \text{Zirkulation in } \frac{m^2}{s}$$

2 Wärmelehre

2.1 Einführung Wärmelehre

2.1.1 Definitionen der Wärmelehre

- **Wärme(-energie) Q :** eine Form der Energie, welche dem Gesetz der Energieerhaltung unterliegt und welche aufgrund einer Temperaturdifferenz übertragen wird. Die Wärme fliesst stets von der höheren zur tieferen Temperatur. $[Q] = \text{Joule, Kalorie}$
- **Temperatur:** ein Mass für die Bewegungsenergie der Moleküle eines Körpers oder Fluids
- **Tripelpunkt:** Punkt, an welchem feste, flüssige und gasförmige Phasen im Gleichgewicht sind. Ist die Temperatur unter dem Tripelpunkt geht ein Stoff direkt vom festen in den gasförmigen Zustand über ohne flüssig zu werden.
- **Kritische Temperatur:** Temperatur, oberhalb welcher die Verflüssigung eines Gases auch bei noch so hohem Druck nicht mehr möglich ist
- **Siedepunkt:** Gleichgewichtstemperatur zwischen Wasser und Dampf bei einem Luftdruck von 101 325 Pa
- **Eispunkt:** Gleichgewichtstemperatur zwischen Eis und luftgesättigtem Wasser bei einem Luftdruck von 101 325 Pa
- **Stoffmenge n :** Die Stoffmenge n gibt indirekt die Teilchenzahl (Atome, Moleküle, Ionen etc.) einer Stoffportion an. So enthält ein Mol ($n = 1\text{mol}$) $6.022 \cdot 10^{23}$ Teilchen. Weiter ist n definiert durch die Anzahl Teilchen $[N]$ und die Avogadro-Konstante $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$.
Es gilt: $n = \frac{N}{N_A}; [n] = \text{mol}$ (SI-Einheit)
- **Avogadrokonstante N_A :** Anzahl Atome/Moleküle, welche in der Stoffmenge von 1 Mol enthalten sind.
 $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}; [N_A] = \text{mol}^{-1}$
- **Extensive Größen:** hängen von der Substanzmenge ab (z.B. Volumen, Stoffmenge)
- **Intensive Größen:** sind von der Substanzmenge unabhängig (z.B. Temperatur)
- **Spezifische Größen:** sind extensive Größen pro Stoffmenge (z.B. Volumen/mol)
- **Offenes System:** System mit Energie- und Materieaustausch
- **Geschlossenes System:** System mit Energie-, aber ohne Materieaustausch
- **Abgeschlossenes System:** System ohne Energie- und ohne Materieaustausch
- **Adiabatisch:** System mit Arbeitsaustausch (Zustandsänderung), aber ohne Wärme- und ohne Materieaustausch
- **Isobar:** konstanter Druck
- **Isochor:** konstantes Volumen
- **Isotherm:** konstante Temperatur
- **Homogenes System:** System, das an allen Stellen die gleichen Eigenschaften hat
- **Heterogenes System:** System, das aus Bereichen mit verschiedenen Eigenschaften besteht, wobei sich dies an Grenzflächen abrupt ändern.
- **Phase:** Phase ist ein physikalisch und chemisch homogener Bereich in einem heterogenen System
- **Aggregatzustand:** Unterschiedliche Zustände eines Stoffes, die sich durch bloße Änderungen von Temperatur oder Druck ineinander umwandeln können.
- **Dispersion:** Eine aus zwei oder mehreren Phasen bestehende Mischung, bei der eine Substanz in einer anderen in feinster Form verteilt ist

2.1.2 Wärmeeinheiten

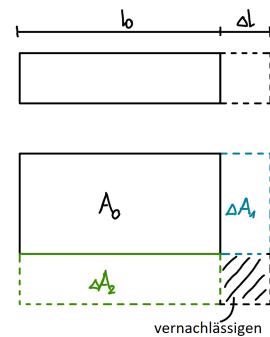
$$\begin{array}{ll} T_K = T_C + 273.15 & T_K = \text{Temperatur in K} \\ T_F = T_C \cdot 1.8 + 32 & T_F = \text{Temperatur in } {}^{\circ}\text{F} \\ & T_C = \text{Temperatur in } {}^{\circ}\text{C} \end{array}$$

2.2 Thermische Zustandsgleichungen

2.2.1 Wärmeausdehnung

2.2.1.1 Längen-, Flächen und Volumenausdehnung

Fest:	1D: $\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T$	$\alpha = \text{Längenausdehnungskoeffizient in } \frac{1}{K}$
	2D: $\Delta A = 2\alpha \cdot A_0 \cdot \Delta T$	$\gamma = \text{Volumenausdehnungskoeffizient in } \frac{1}{K} \text{ (für isotrope Mat.)}$
	3D: $\Delta V = \underbrace{3\alpha}_{\gamma} \cdot V_0 \cdot \Delta T$	$T = \text{Temperatur in K}$
Flüssig:	3D: $\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T$	
Gasförmig:	3D: $\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T$	



2.2.1.2 Thermische Spannung (Hooksches Gesetz)

Wird die thermische Ausdehnung behindert, treten mechanische Spannungen auf.

$$\begin{array}{ll} \sigma = E \frac{\Delta l}{l_0} = E\alpha\Delta T & \sigma = \text{thermische Spannung in } \frac{N}{m^2} \\ \epsilon = \frac{\Delta l}{l_0} & E = \text{Elastizitätsmodul in } \frac{N}{m^2} \\ & \alpha = \text{Längenausdehnungskoeffizient in } \frac{1}{K} \end{array}$$

2.2.2 Ideale Gase

2.2.2.1 Eigenschaften idealer Gase

- Die Moleküle sind Massenpunkte, d.h. sie haben eine Masse aber kein Volumen
- Es gibt keine intermolekularen Kräfte
- Die Gas-Temperatur ist weit höher als die kritische Temperatur

Bezeichnung:	isobare	isochore	isotherme
Bedingung:	$p = \text{konst}$	$V = \text{konst}$	$T = \text{konst}$
Formel:	$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$	$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$	$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$
Gesetz:	Gay-Lussac	Gay-Lussac	Boyle-Mariotte

2.2.2.2 Allgemeine Gasgleichung

Avogadrosches Gesetz: Ideale Gase bei gleichem Druck und gleicher Temperatur enthalten in gleichen Volumina die gleiche Anzahl Moleküle.

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

N = Anzahl Moleküle

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{konst}$$

k = Boltzmann-Konstante = $1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$

$$pV = NkT = n \underbrace{N_A k}_R T = \frac{m}{M} RT$$

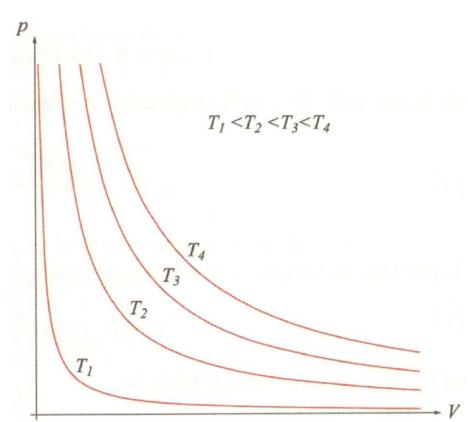
n = Anzahl Mole

N_A = Avogadro-Konstante = $6.022 \cdot 10^{23}$

R = Universelle Gaskonstante = $8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

m = Masse vom Gas in kg

M = Molmasse in kg



2.2.3 Gemische idealer Gase

2.2.3.1 Gesetz von Dalton

In einem Gasgemisch ist die Summe der Partialdrücke p_i gleich dem Gesamtdruck p .

$$p \cdot V = p(V_1 + V_2) = V(p_1 + p_2)$$

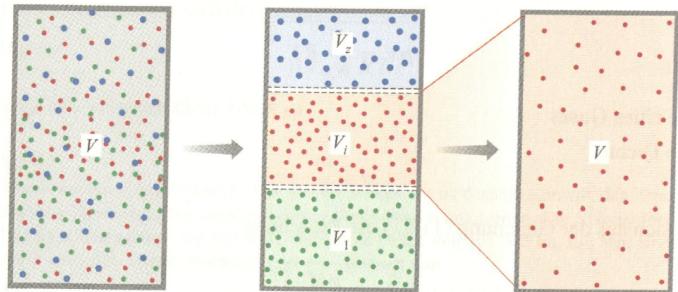
p_i = Partialdruck in Pa

$$p = \sum p_i$$

p = Gesamtdruck in Pa

V_i = Teilvolumen in m^3

V = Gesamtvolume in m^3



2.2.4 Reale Gase

2.2.4.1 Eigenschaften realer Gase

- Die Moleküle haben ein Eigenvolumen
- Es treten intermolekularen Kräfte auf

2.2.4.2 Allgemeine Van der Waals'sche Zustandsgleichung

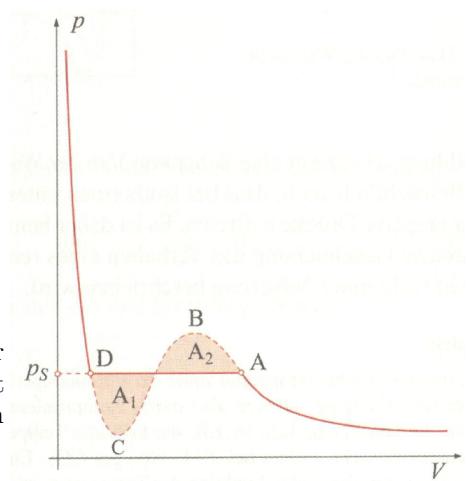
$$p = \frac{nRT}{V - nb} - \frac{n^2a}{V^2}$$

n = Anzahl Mole

R = allgemeine Gaskonstante = $8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

a, b = Van-der-Waals-Konstanten

Achtung: Das zwischen den Punkten A und D beschriebene Verhalten der Van der Waals'schen Zustandsgleichung ist unrealistisch. In der Realität bleibt der Druck zwischen den Punkten A und D konstant. Die Materie geht dabei vom gasförmigen in den flüssigen Zustand über.



2.3 Kinetische Gastheorie

2.3.1 Gasdruck

Die mittlere kinetische Energie der Moleküle ist proportional zur absoluten Temperatur.

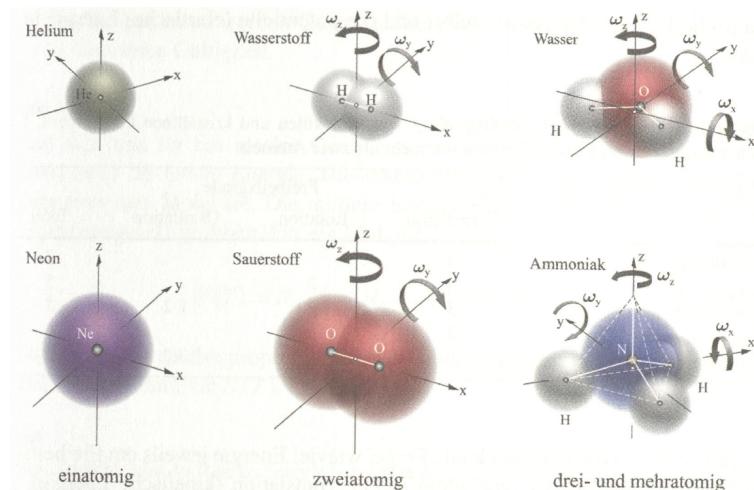
$$\overline{E_{kin}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2}kT \quad \left| \begin{array}{l} \overline{E_{kin}} = \text{Mittlere kinetische Energie der Moleküle in } J \\ k = \text{Boltzmannkonstante} = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K} \end{array} \right.$$

2.3.2 Äquipartitionsgesetz

$$\overline{E} = \frac{f}{2}kT \quad \left| \begin{array}{l} \overline{E} = \text{Gesamte mittlere Energie des Moleküls} \\ \text{in } J \end{array} \right.$$

$$f = \text{Anzahl Freiheitsgrade des Moleküls}$$

$$k = \text{Boltzmannkonstante} = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$$



Form:	Freiheitsgrade			
	Translation	Rotation	Oszillation	Total
Punktförmig	3	0	0	3
starre Hantel	3	2	0	5
schwingende Hantel	3	2	$1 \cdot 2$	7
mehratomig starr	3	3	0	6
Kristall	0	0	$3 \cdot 2$	6

2.3.3 Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung

2.3.3.1 Wahrscheinlichste Geschwindigkeit

$$v_0 = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

v_0 = Wahrscheinlichste Geschwindigkeit in $\frac{m}{s}$
 k = Boltzmannkonstante = $1.381 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$

2.3.3.2 Mittlere Geschwindigkeit

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

\bar{v} = Mittlere Geschwindigkeit in $\frac{m}{s}$
 k = Boltzmannkonstante = $1.381 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$

2.3.3.3 Mittlere quadratische Geschwindigkeit

$$u = \sqrt{\bar{v}^2}$$

\bar{v} = Mittlere Geschwindigkeit in $\frac{m}{s}$

$$u = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

u = mittlere quadratische Geschwindigkeit in $\frac{m}{s}$
 k = Boltzmannkonstante = $1.381 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$

2.3.4 Kinematik des Gases

2.3.4.1 Mittlere freie Weglänge

$$\bar{l} = \frac{1}{\sqrt{2n\pi d^2}}$$

\bar{l} = mittlere freie Weglänge in m
 d = Molekül-Durchmesser in m
 n = Anzahl Moleküle pro Volumeneinheit

2.3.5 Transportvorgänge

2.3.5.1 Viskosität

$$\eta = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{l} \rho$$

η = Viskosität in $Pa \cdot s = \frac{N \cdot s}{m^2}$
 \bar{v} = Mittlere Geschwindigkeit in $\frac{m}{s}$
 \bar{l} = mittlere freie Weglänge in m
 ρ = Dichte Fluid in $\frac{kg}{m^3}$

2.4 Wärme

2.4.1 Erster Hauptsatz der Thermodynamik

1. Die Innere Energie U ist die gesamte in einem System enthaltene Energie.
2. Die Zunahme der inneren Energie eines thermodynamischen Systems ist gleich der Summe der von aussen zugeführten Arbeit und der von aussen zugeführten Wärme

$$dU = \delta W + \delta Q$$

U = Innere Energie in J

$$Q_{Ab} = Q_{Zu}$$

W = Arbeit in J

Q = Wärme in J

Q_{Ab} = Abgegebene Wärme in J

Q_{Zu} = Zugeführte Wärme in J

2.4.2 Spezifische und molare Wärmekapazität

$$c = \frac{C}{m}$$

c = spezifische Wärmekapazität in $\frac{J}{kg \cdot K}$

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$$

C = Wärmekapazität in $\frac{J}{K}$

$$C_m = \frac{c}{n} = \frac{M \cdot C}{m} = M \cdot c$$

C_m = molare Wärmekapazität in $\frac{J}{mol \cdot K}$

Q = Wärme in J

n = Stoffmenge = Anzahl Mol

M = Molmasse in kg

2.4.3 Verbrennungsenergie

$$H_f = \frac{Q}{m}$$

H_f = Heizwert in $\frac{J}{kg}$

$$H_g = \frac{Q}{V}$$

H_G = Brennwert in $\frac{J}{m^3}$

Q = Wärme in J

2.4.4 Mischtemperatur

$$T_{end} = \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot T_2}{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2}$$

T_{end} = Mischtemperatur in K

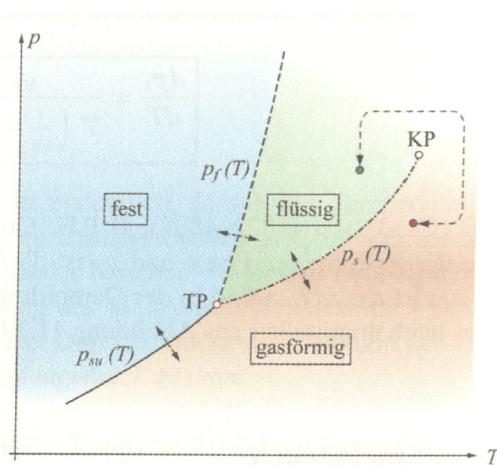
c_i = spezifische Wärmekapazität in $\frac{J}{kg \cdot K}$

2.5 Phasen und Phasenübergänge

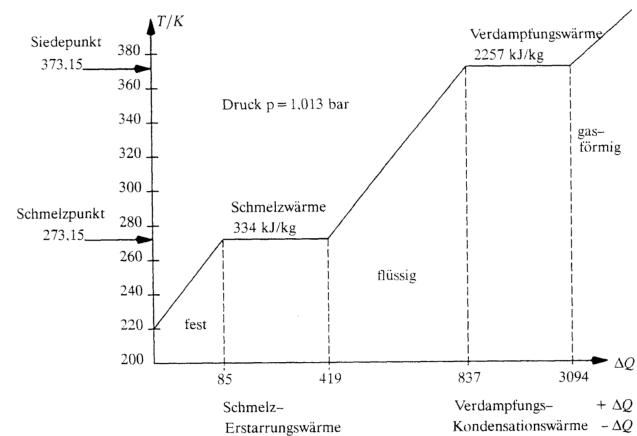
2.5.1 Phasenübergänge

$$\begin{aligned} q_f &= \frac{Q_f}{m} & q_f &= \text{spezifische Schmelzwärme in } \frac{J}{kg} \\ q_s &= \frac{Q_s}{m} & q_s &= \text{spezifische Verdampfungswärme in } \frac{J}{kg} \\ Q_f &= \text{Schmelzwärme in } J \\ Q_s &= \text{Verdampfungswärme in } J \end{aligned}$$

2.5.2 Phasendiagramm



2.5.3 Phasenübergangsdiagramm



TP = Tripelpunkt

KP = Krititische Temperatur

(für Begriffserklärung siehe Kap. 2.1.1 Definitionen der Wärmelehre)

2.5.4 Luftfeuchtigkeit

2.5.4.1 Formeln von Magnus

$$\vartheta \geq 0^\circ C: \quad p_s = p_{s0} \cdot 10^{\frac{7.5\vartheta}{\vartheta+237}}$$

ϑ = Temperatur in $^\circ C$

$$\vartheta \leq 0^\circ C: \quad p_s = p_{s0} \cdot 10^{\frac{9.5\vartheta}{\vartheta+265.5}}$$

ϑ_d = Taupunkts-Temperatur in $^\circ C$

$$p_s \geq 6.107 \text{ hPa}: \quad \vartheta = \frac{237 \cdot \log(\frac{p_s}{6.107})}{7.5 - \log(\frac{p_s}{6.107})}$$

p_s = Sättigungsdruck in hPa

$$p_s \leq 6.107 \text{ hPa}: \quad \vartheta = \frac{265.5 \cdot \log(\frac{p_s}{6.107})}{9.5 - \log(\frac{p_s}{6.107})}$$

p_{s0} = Dampfdruck in hPa ($= 6.107$ bei $0^\circ C$)

$$\vartheta_d = \frac{237 \cdot (\log(f_r) + \frac{7.5 \cdot \vartheta}{\vartheta+237})}{7.5 - (\log(f_r) + \frac{7.5 \cdot \vartheta}{\vartheta+237})}$$

f_r = relative Luftfeuchtigkeit (dimensionslos)

2.6 Wärmetransport

2.6.1 Wärmeleitung

2.6.1.1 Fouriersches Gesetz der Wärmeleitung (Stationär (Zeitunabhängig))

$$j = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

j = Wärmestromdichte in $\frac{W}{m^2}$
 λ = Wärmeleitfähigkeit in $\frac{W}{m \cdot K}$
 x = Distanz in x-Richtung in m

2.6.2 Wärmeleitungsgleichung (Instationär (Zeitabhängig))

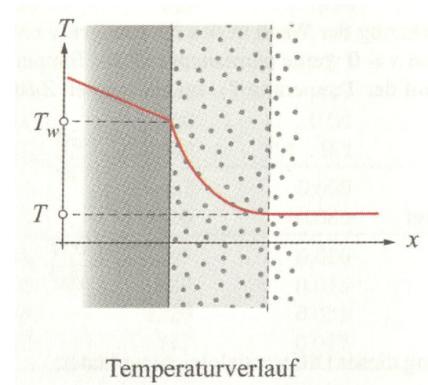
$$\frac{\partial T}{\partial t} = \underbrace{\frac{\lambda}{\rho c}}_a \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

λ = Wärmeleitfähigkeit in $\frac{W}{m \cdot K}$
 x = Distanz in x-Richtung in m
 ρ = Materialdichte in kg/m^3
 c = spezifische Wärmekapazität in $\frac{J}{kg \cdot K}$
 a = Temperaturleitfähigkeit in $\frac{m^2}{s}$

2.6.3 Wärmeübergang

$$j = \alpha(T_w - T)$$

j = Wärmestromdichte in $\frac{W}{m^2}$
 α = Wärmeübergangszahl in $\frac{W}{m^2 \cdot K}$
 T_w = Temperatur an der Wand in K
 T = Umgebungstemperatur in K



2.6.3.1 Typische Wärmeübergangszahlen für Gebäude

an	α in $\frac{W}{m^2 \cdot K}$
Wandflächen	
innen	8
außen	20
Böden und Decken	
Wärmestrom nach oben	8
Wärmestrom nach unten	6

2.6.4 Wärmedurchgang

2.6.4.1 Wärmedurchgang durch ebene (mehrschichtige) Wand

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \sum_s \frac{d_s}{\lambda_s} + \frac{1}{\alpha_a}}$$

$$j = k \Delta T$$

$$P = k \cdot A \cdot \Delta T$$

k = k-Wert, Wärmedurchgangszahl in $\frac{W}{m^2 \cdot K}$

α_i = Wärmeübergangszahl innen in $\frac{W}{m^2 \cdot K}$

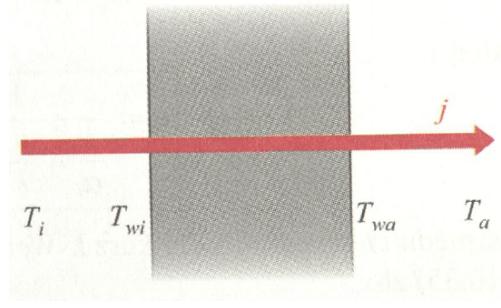
α_a = Wärmeübergangszahl aussen in $\frac{W}{m^2 \cdot K}$

d_s = Wandstärke Schicht s in m

λ_s = Wärmeleitfähigkeit Schicht s in $\frac{W}{m \cdot K}$

j = Wärmestromdichte in $\frac{W}{m^2}$

P = Wärmeleistung in W



2.6.4.2 Wärmedurchgang durch kreiszylindrische (mehrschichtige) Wand

$$k_a = \frac{1}{r_a} \cdot \frac{1}{\frac{1}{r_i \alpha_i} + \sum_s \frac{1}{\lambda_s} \ln(\frac{r_{sa}}{r_{si}}) + \frac{1}{r_a \alpha_a}}$$

k_a = k-Wert, Wärmedurchgangszahl in $\frac{W}{m^2 \cdot K}$

r_i = Innenradius in m

r_a = Außenradius in m

r_{si} = Innenradius Schicht s in m

r_{sa} = Außenradius Schicht s in m

α_i = Wärmeübergangszahl innen in $\frac{W}{m^2 \cdot K}$

α_a = Wärmeübergangszahl aussen in $\frac{W}{m^2 \cdot K}$

λ_s = Wärmeleitfähigkeit Schicht s in $\frac{W}{m \cdot K}$

2.6.5 Wärmebedarf eines Gebäudes

$$Q_{tot} = Q_W + Q_L$$

Q_{tot} = totale Wärme in J

$$Q_W = A \cdot k \cdot t \cdot \Delta T$$

Q_W = Wärmefluss durch alle Wände in J

$$Q_L = c_l \cdot \rho_l \cdot \frac{V}{t} \Delta T$$

Q_L = Wärmefluss durch Lüftung in J

$$Q = (\sum_w A_w k_w + \rho \cdot c_l \cdot \frac{V}{t}) G$$

A = Wandfläche in m^2

j = Wärmestromdichte in $\frac{W}{m^2}$

k_a = k-Wert, Wärmedurchgangszahl in $\frac{W}{m^2 \cdot K}$

c_l = spezifische Wärmekapazität in $\frac{J}{kg \cdot K}$

ρ_l = Luftdichte in $\frac{kg}{m^3}$

V = Raumvolumen in m^3

t = Dauer des Luftwechsels in s (Bsp. 2-facher Luftwechsel pro Stunde = $\frac{3600s}{2}$)

G = Heizgradtage in $K \cdot d$ (=Kelvin mal Tage)

2.7 Zustandsänderungen

2.7.1 Reversible und irreversible Prozesse

2.7.1.1 Reversible Prozesse

Ein reversibler Prozess kann umgekehrt durchlaufen werden, wobei der Ausgangszustand wieder erreicht wird, ohne dass in der Umgebung irgendwelche Änderung zurückbleiben.

2.7.1.2 Irreversible Prozesse

Ein irreversibler Prozess kann nicht umgekehrt durchlaufen werden, ohne dass in der Umgebung irgendwelche Änderungen zurückbleiben.

2.8 Kreisprozesse und Zweiter Hauptsatz

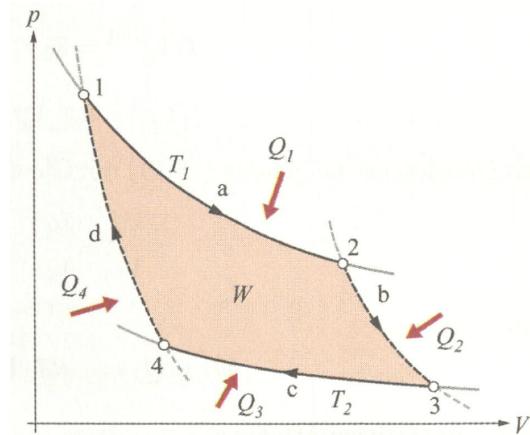
2.8.1 Kreisprozess von Carnot

2.8.1.1 Carnot-Wirkungsgrad (Wärmekraftmaschine)

$$\eta_C = \frac{T_1 - T_2}{T_1} < 1 \quad \left| \begin{array}{l} \eta_C = \text{Carnot-Wirkungsgrad (einheitslos)} \end{array} \right.$$

2.8.1.2 Inverser Carnot-Wirkungsgrad (Wärmepumpe)

$$\eta_{iC} = \frac{1}{\eta_C} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} > 1 \quad \left| \begin{array}{l} \eta_{iC} = \text{Inverser Carnot-Wirkungsgrad (einheitslos)} \end{array} \right.$$



1. isotherme Expansion bei der Temperatur T_1
2. adiabatische Expansion
3. isotherme Kompression bei der Temperatur T_2
4. adiabatische Kompression

3 Konstanten

3.1 Dichte

Feststoffe	ρ in $\frac{kg}{dm^3}$
Aluminium	2.7
Blei	11.34
Eis (0 °C)	0.917
Eisen	6.6...7.4
Gold	19.29
Holz trocken	0.4...0.8
Kupfer	8.9
Flüssigkeiten (@ 20 °C)	ρ in $\frac{kg}{dm^3}$
Aceton	0.79
Heizöl	0.95...1.08
Wasser	0.998
Gase (@ 0 °C und Normaldruck)	ρ in $\frac{kg}{m^3}$
Helium	0.178
Luft	1.292
Sauerstoff	1.428
Wasserstoff	0.089

3.2 Spezifische Wärmekapazität

Feststoffe (@ 20 °C)	c in $\frac{kJ}{kg \cdot K}$
Aluminium	0.896
Blei	0.129
Eis (0 °C)	2.1
Eisen	0.452
Gold	0.129
Holz trocken	ca. 1.5
Kupfer	0.382
Flüssigkeiten (@ 20 °C)	c in $\frac{kJ}{kg \cdot K}$
Aceton	2.16
Wasser	4.182
Gase (@ 20 °C)	c in $\frac{kJ}{kg \cdot K}$
Wasserdampf (@ 100 °C)	1.87
Helium	5.23
Luft	1.005
Sauerstoff	0.917
Wasserstoff	14.32

3.3 Spezifische Schmelzwärme

Stoffe	q_f in $\frac{kJ}{kg}$
Aluminium	397
Blei	23
Eisen	277
Gold	65.7
Kupfer	205
Wasser	334

3.4 Spezifische Verdampfungswärme

Stoffe (@ Normaldruck)	q_s in $\frac{kJ}{kg}$
Aluminium	10900
Blei	8600
Eisen	6339
Gold	1650
Kupfer	4790
Wasser	2257

3.5 Kritische Temperatur

Stoffe	T_k in K
Wasserstoff	33.24
Helium	5.2
Stickstoff	126.2
Sauerstoff	154.58
Wasser	647.3
Methan	19.56
Butan	425.18
Kohlendioxid	304.3
Gold	7'850

4 Griechische Buchstaben

A	α	Alpha	I	ι	Iota	P	ϱ	ρ	Rho
B	β	Beta	K	\varkappa	κ	Kappa	Σ	σ	Sigma
Γ	γ	Gamma	Λ	λ		Lambda	T	τ	Tau
Δ	δ	Delta	M	μ		Mü	Υ	v	Ypsilon
E	ϵ	Epsilon	N	ν		Nü	Φ	φ	ϕ
Z	ζ	Zeta	Ξ	ξ		Xi	X	χ	Chi
H	η	Eta	O	o		Omkron	Ψ	ψ	Psi
Θ	ϑ	Theta	Π	π		Pi	Ω	ω	Omega

5 Periodensystem der Elemente

The diagram shows the periodic table of elements with various annotations:

- Color Coding:**
 - Metals:** Blue squares (e.g., Li, Be, Na, K, Ca, Sr, Ba, Cs, Fr, Rb, Ac).
 - Non-metals:** Green squares (e.g., H, He, N, O, F, Ne, S, Cl, Ar, Se, Br, Kr, Xe).
 - Noble Gases:** Yellow squares (He, Ne, Ar, Kr, Xe).
 - Halogenes:** Cyan squares (F, Cl, Br, I).
 - Edelgase:** Light blue squares (Ne, Ar, Kr, Xe).
 - Unbekannt:** Grey squares.
 - Übergangsmetalle:** Orange squares (Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Ru, Rh, Os, Ir, Pt).
 - Erdalkalimetalle:** Light orange squares (Sc, Y, La).
 - Alkalimetalle:** Pink squares (Li, Be, Na, K, Cs).
 - Nichtmetalle:** Light green squares (N, O, F, S, Cl, Br, I).
 - Halbmetalle:** Teal squares (P, As, Sb, Bi).
 - Lanthanide:** Yellow-orange squares (Ce, Pr, Nd, Pm, Sm, Eu, Gd, Tb, Dy, Ho, Er, Tm, Yb, Lu).
 - Actinoide:** Light brown squares (Ac, Th, Pa, U, Np, Pu, Am, Cm, Cf, Bk, Cf, Es, Fm, Md, No, Lr).
 - Kunststoffes Element:** Grey square (Kr).
 - natürliches Element:** Grey square (Ar).
- Period Groups:** The table is divided into groups by period (rows) and group (columns). Groups are labeled with numbers (e.g., 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18).
- Period Labels:** The periods are labeled at the bottom: **Periode**, **Periode 1**, **Periode 2**, **Periode 3**, **Periode 4**, **Periode 5**, **Periode 6**, **Periode 7**.
- Series Labels:** The series are labeled on the left: **schwarz= nicht radioaktiv**, **gelb= radioaktiv**, **Symbol**, **Ordnungszahl**, **Name**, **Atommasse**, **Elektronen pro Schale**.
- Annotations:**
 - Symbol:** Definition of symbols: schwarz=Feststoff, rot=Gas, blau=Flüssigkeit.
 - Ordnungszahl:** Definition of atomic number: Pt, Pt, Pt.
 - Name:** Definition of element name: Wasserstoff, Wasserstoff, Wasserstoff.
 - Atommasse:** Definition of atomic mass: Wasserstoff, Wasserstoff, Wasserstoff.
 - Elektronen pro Schale:** Definition of electron shell: Wasserstoff, Wasserstoff, Wasserstoff.

Quelle: wikipedia.org [22. Juli 2019]