

Fourier- und Laplacetransformation

Eigenschaften und Rechenregeln

Wo nicht anders angegeben, sind a , t_0 , ω_0 beliebige reelle und a_1 , a_2 beliebige komplexe Zahlen.

	Fouriertransformation	Laplacetransformation (f ist kausal)
Transformation	$f(t) \circ \bullet F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$	$f(t) \circ \bullet F(s) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-st} dt$
Rücktransf.	$F(\omega) \bullet \circ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega$	$F(s) \bullet \circ \frac{1}{2\pi j} \int_{x-j\cdot\infty}^{x+j\cdot\infty} F(s) \cdot e^{st} ds$ bzw. Tabelle
Linearität	$a_1 \cdot f_1(t) + a_2 \cdot f_2(t)$ $\circ \bullet a_1 \cdot F_1(\omega) + a_2 \cdot F_2(\omega)$	$a_1 \cdot f_1(t) + a_2 \cdot f_2(t)$ $\circ \bullet a_1 \cdot F_1(s) + a_2 \cdot F_2(s)$
Verschiebung	$f(t - t_0) \circ \bullet e^{-j\omega t_0} \cdot F(\omega)$	$\sigma(t - t_0) \cdot f(t - t_0) \circ \bullet e^{-st_0} \cdot F(s)$ für $t_0 > 0$
Modulation	$F(\omega - \omega_0) \bullet \circ e^{j\omega_0 t} \cdot f(t)$	
Dämpfung		$f(t) \cdot e^{at} \circ \bullet F(s - a)$
Streckung	$f(a \cdot t) \circ \bullet \frac{1}{ a } \cdot F\left(\frac{\omega}{a}\right)$ für $a \neq 0$	$f(a \cdot t) \circ \bullet \frac{1}{a} \cdot F\left(\frac{s}{a}\right)$ für $a > 0$
Differentiation	$f'(t) \circ \bullet j\omega \cdot F(\omega)$ $f''(t) \circ \bullet -\omega^2 \cdot F(\omega)$ $f'''(t) \circ \bullet -j\omega^3 \cdot F(\omega)$ \vdots $f^{(n)}(t) \circ \bullet (j\omega)^n \cdot F(\omega)$	$f'(t) \circ \bullet s \cdot F(s) - f(0+)$ $f''(t) \circ \bullet s^2 \cdot F(s) - s \cdot f(0+) - f'(0+)$ $f'''(t) \circ \bullet s^3 \cdot F(s) - s^2 \cdot f(0+) - s \cdot f'(0+) - f''(0+)$ \vdots $f^{(n)}(t) \circ \bullet s^n F(s) - s^{n-1} f(0+) - \dots - s f^{(n-2)}(0+) - f^{(n-1)}(0+)$
Integration		$\int_0^t f(u) du \circ \bullet \frac{1}{s} \cdot F(s)$
Faltungsprodukt	$(f * g)(t) \circ \bullet F(\omega) \cdot G(\omega)$	$(f * g)(t) \circ \bullet F(s) \cdot G(s)$

Einige wichtige Korrespondenzpaare der Laplacetransformation

$\sigma(t) \circ \bullet \frac{1}{s}$	$\sigma(t) \cdot \cos(\omega t) \circ \bullet \frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$\sigma(t) \cdot t^n \circ \bullet \frac{n!}{s^{n+1}}$	$\sigma(t) \cdot \sin(\omega t) \circ \bullet \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\sigma(t) \cdot e^{at} \circ \bullet \frac{1}{s - a}$	$\delta(t) \circ \bullet 1(s)$