

OIT (Order Independent Transparency, 顺序无关透明)

This file is a document to explain how to do the Order Independent Transparency.

Copyright (C) 2019 YuqiaoZhang

This program is free software: you can redistribute it and/or modify it under the terms of the GNU Lesser General Public License as published by the Free Software Foundation, either version 3 of the License, or (at your option) any later version.

This program is distributed in the hope that it will be useful, but WITHOUT ANY WARRANTY; without even the implied warranty of MERCHANTABILITY or FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the GNU Lesser General Public License for more details.

You should have received a copy of the GNU Lesser General Public License along with this program. If not, see <https://www.gnu.org/licenses/>

Alpha 通道

Porter 在 1984 年提出了 Alpha 通道(1.[Porter 1984]), 目前在实时渲染中已被广泛地用于模拟物体的透明效果。

我们设对应到同一个像素 (Pixel) 的一系列片元 (Fragment) 的颜色、Alpha、深度为三元组 $[C_i A_i Z_i]$, 该像素最终的颜色 $C_{\text{Final}} = \sum_i \left(\left(\prod_{Z_j \text{ Nearer } Z_i} (1 - A_j) \right) A_i C_i \right)$ // 其中, $V(Z_i) = \prod_{Z_j \text{ Nearer } Z_i} (1 - A_j)$ 又被称为可见性函数, 即 $C_{\text{Final}} = \sum_i (V(Z_i) A_i C_i)$ 。

值得注意的是, 在物理含义上, Alpha 模拟的是局部覆盖 (Partial Coverage) 而非透射率 (Transmittance)。

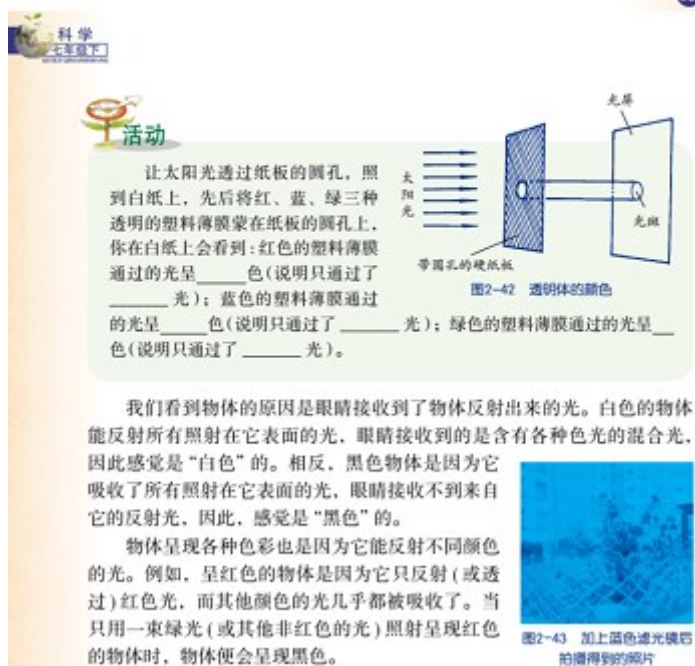
Alpha 的含义是片元覆盖的面积占像素面积的比例 (这也是我们用标量 float 而非向量 RGB 来表示 Alpha 的原因; 这种情况在一些文献中被称作波长无关的 (Wavelength-Independent))。比如, 我们透过一条蓝色的真丝围巾观察一块红色的砖, 我们看到砖的颜色大体为蓝色和红色“相加”; 真丝围巾的纤维本身是不透明的, 只是真丝围巾的纤维之间存在着间隙, 我们通过这些间隙看到了红色的砖, 即真丝围巾“局部覆盖”了砖。

而透射率是波长相关的 (Wavelength-Dependent); 比如, 我们透过一块蓝色的塑料薄膜观察一块红色的砖, 我们看到的砖的颜色大体为黑色 (即蓝色和红色“相乘”); 红色的砖只反射红色的光, 而蓝色的塑料薄膜只允许蓝色的光通过, 红色的砖的反射光全部会被蓝色的塑料薄膜吸收, 即呈现出黑色 (参考文献: [《科学七年级下册》(ISBN: 9787553603162) / 第 2 章对环境的感觉 / 第 4 节光的颜色 / 物体的颜色]); 如果需要模拟透射率相关的效果, 那么我们应当使用参与介质 (Participating Media) (2.[Yusor 2013]、3.[Hoobler 2016]) 相关的技术。

物体的颜色

我们周围是一个五彩缤纷的世界。你也许会思考这样一个问题：物体为什么会五颜六色？

63



图来自：[《科学七年级下册》(ISBN: 9787553603162) /第2章对环境的感觉/第4节光的颜色/物体的颜色]

根据 Alpha 的含义，不难理解可见性函数 $V(z_i) = \prod_{z_j \text{ Nearer } z_i} (1 - A_j)$ ，即只有比当前片元“更近”(Nearer)的片元才会局部覆盖当前片元。(一些文献中将可见性函数 $V(z_i)$ 称作透射率 $T(z_i)$ ，在严格意义上是错误的。)

顺序性透明

在实时渲染中，比较常见的做法是将几何体排序后用 Over/Under 操作 (1.[Porter 1984]、4. [Dunn 2014]) 以递归的方式求解 C_{Final} ：

1.OpaquePass 绘制不透明物体，得到 BackgroundColor 和 BackgroundDepth。

2.TransparencyPass 将 BackgroundDepth 用于深度测试(关闭深度写入)将透明物体从后往前/从前往后排序后用 Over/Under 操作以递归的方式求解 C_{Final} 。

Over 操作

将几何体从后往前排序后用 Over 操作以递归的方式求解 C_{Final}

$C_{\text{Final}_0} = \text{BackgroundColor}$

$C_{\text{Final}_n} = (A_n C_n) + (1 - A_n) C_{\text{Final}_{n-1}}$

Under 操作

将几何体从前往后排序后用 Under 操作以递归的方式求解 C_{Final}

$C_{\text{Final}_0} = 0$

$$A_{Total_0} = 1$$

$$C_{Final_n} = A_{Total_n-1}(A_n C_n) + C_{Final_n-1}$$

$$A_{Total_n} = A_{Total_n-1}(1 - A_n) // A_{Total} \text{ 即可见性函数 } V(Z_i)$$

OpaquePass 得到的图像将在最后以 $A = 1, C = \text{BackgroundColor}$ 的形式合成上去

在严格意义上，只有将片元从后往前/从前往后排序，才能保证 Over/Under 操作的正确性。而在实时渲染中，排序的粒度是基于物体而非基于片元；如果物体内部存在穿插，那么片元的顺序将不符合从后往前/从前往后，从而导致 Over/Under 操作的结果存在错误。因此，人们不得不探索 OIT 算法来解决这个问题。

//注：实际上，从前往后/从后往前的顺序还会导致相同材质的物体无法合批，从而导致状态切换过多，对性能造成不利影响。

深度剥离（Depth Peeling）

深度剥离（5.[Everitt 2001]）是一种比较古老的在实时渲染中被实际应用的 OIT 算法。

Render Pass

1.OpaquePas

绘制不透明物体，得到 BackgroundColor 和 BackgroundDepth。

2.NearestLayerPass

将 Depth 初始化为 BackgroundDepth 开启深度测试和深度写入 将透明物体按<材质,从前往后>排序后绘制得到 NearestLayerColor 和 NearestLayerDepth 并用 Under 操作将 NearestLayerColor 合成到 C_{Final}

3.SecondNearestLayerPass

将 Depth 初始化为 BackgroundDepth 开启深度测试和深度写入 将 NearestLayerDepth 绑定到片元着色器的纹理单元并在片元着色器中显式 Discard 掉 Depth NearerOrEqual NearestLayerDepth 的片元 将透明物体按<材质,从前往后>排序后绘制得到 SecondNearestLayerColor 和 SecondNearestLayerDepth 并用 Under 操作将 SecondNearestLayerColor 合成到 C_{Final}

4.ThirdNearestLayerPass

将 Depth 初始化为 BackgroundDepth 开启深度测试和深度写入 将 SecondNearestLayerDepth 绑定到片元着色器的纹理单元 以此类推...

... // N 个 Pass 可以剥离得到 N 个最近的层，应用程序可以根据自身的需求选择 Pass 的个数

N+2.CompositePass

最后用 Under 操作将 OpaquePass 得到的 BackgroundColor 合成到 C_{Final}

//注：深度剥离本身并不依赖于片元的顺序，之所以将透明物体从前往后排序是为了充分发挥硬件的 EarlyDepthTest 来提升性能

在理论上，深度剥离也可以从远到近剥离各层，并用 Over 操作合成到 C_{Final} 。只不过，在 Under 操作中，如果应用程序选择的 Pass 个数过低，不能剥离得到所有的层，那么最远处的若干层会被忽略；由于 A_{Total} （即可见性函数 $V(Z_i)$ ）是单调递减的，最远处的若干层对 C_{Final} 的贡献是较低的，产生的误差也是较低的。这也是深度剥离采用 Under 操作而非 Over 操作的原因。

综合评价

显然，深度剥离有一个显著的缺陷——Pass 个数过多——在效率上存在着比较严重的问题；因此在被提出以后的数十年间并没有流行起来。

随机透明（Stochastic Transparency）

可见性函数 $V(z_i) = \prod_{Z_j \text{ Nearer } z_i} (1 - A_j)$ 的求解依赖于片元的顺序，导致了 $C_{\text{Final}} = \sum_i (V(z_i) A_i C_i)$ 的求解依赖于片元的顺序。基于这个事实，Enderton 在 2010 年提出了随机透明：随机透明基于概率论的原理，利用硬件的 MSAA 特性进行随机抽样，给出了一种顺序无关的求解可见性函数 $V(Z_i)$ 的方式，以达到以顺序无关的方式求解 C_{Final} 的目的（6.[Enderton 2010]）。

随机深度（Stochastic Depth）

我们假设：通过设置 `gl_SampleMask[]/SV_Coverage` 的值，以确保片元 $[C_i A_i Z_i]$ 在生成采样点 $[Z_i]$ 时，每个采样点被覆盖的概率为 A_i ；开启深度测试和深度写入，以确保较近的片元生成的采样点一定覆盖较远的片元生成的采样点；不同片元生成采样点时，每个采样点被覆盖的概率相互独立（Uncorrelated）；那么在最终生成的 Depth 图像中，对任意采样点 $[Z_s]$ ，满足 $Z_i \text{ NearerOrEqual } Z_s$ 的概率即为可见性函数 $V(z_i) = \prod_{Z_j \text{ Nearer } z_i} (1 - A_j)$ 。

可以根据概率论的相关知识证明：满足 $Z_i \text{ NearerOrEqual } Z_s$ 即采样点 $[Z_s]$ 被片元 $[C_i A_i Z_i]$ 或被比片元 $[C_i A_i Z_i]$ 更远的片元覆盖，即采样点 $[Z_s]$ 不被比片元 $[C_i A_i Z_i]$ 更近的片元 $[C_j A_j Z_j]$ 覆盖，由于采样点 $[Z_s]$ 不被比片元 $[C_i A_i Z_i]$ 更近的片元 $[C_j A_j Z_j]$ 覆盖的概率为 $1 - A_j$ ，且概率之间相互独立，最终的概率为各概率相乘，即 $\prod_{Z_j \text{ Nearer } z_i} (1 - A_j)$ 。

我们设，在 MSAA 中，1 个片元对应的采样点个数为 S ，满足 $Z_i \text{ NearerOrEqual } Z_s$ 的采样点的个数为 $\text{Count}(Z_i)$ ， $\text{SV}(Z_i) = \text{Count}(Z_i) / S$ ；不难证明 $\text{SV}(Z_i)$ 的数学期望为 $V(Z_i)$ ， $\text{Count}(Z_i)$ 可以通过纹理采样得到，可以用 $\text{SV}(Z_i)$ 近似地表示可见性函数 $V(Z_i)$ 。

Alpha 校正（Alpha Correction）

不难证明： $\sum_i (V(Z_i) A_i) = 1 - \prod_i (1 - A_i)$

不妨设 $A_0 = 0.4 \ A_1 = 0.7 \ A_2 = 0.6$ ，我们有：

$$\begin{aligned} \text{左边} &= 0.4 + (1 - 0.4) \times 0.7 + (1 - 0.4) \times (1 - 0.7) \times 0.6 \\ &= 0.4 + (1 - 0.4) \times 0.7 + (1 - 0.4) \times (1 - 0.7) \times 0.6 + (1 - 0.4) \times (1 - 0.7) \times (1 - 0.6) - (1 - 0.4) \times (1 - 0.7) \times (1 - 0.6) \\ &= 0.4 + (1 - 0.4) \times 0.7 + (1 - 0.4) \times (1 - 0.7) \times 0.6 + (1 - 0.4) \times (1 - 0.7) \times (1 - 0.6) - (1 - 0.4) \times (1 - 0.7) \times (1 - 0.6) \\ &= 0.4 + (1 - 0.4) \times 0.7 + (1 - 0.4) \times (1 - 0.7) \times (0.6 + 1 - 0.6) - (1 - 0.4) \times (1 - 0.7) \times (1 - 0.6) \\ &= 0.4 + (1 - 0.4) \times 0.7 + (1 - 0.4) \times (1 - 0.7) - (1 - 0.4) \times (1 - 0.7) \times (1 - 0.6) \\ &= 0.4 + (1 - 0.4) \times (0.7 + 1 - 0.7) - (1 - 0.4) \times (1 - 0.7) \times (1 - 0.6) \\ &= 0.4 + (1 - 0.4) - (1 - 0.4) \times (1 - 0.7) \times (1 - 0.6) \\ &= 1 - (1 - 0.4) \times (1 - 0.7) \times (1 - 0.6) = \text{右边} \end{aligned}$$

不难证明： $\sum_i (\text{SV}(z_i) A_i)$ 的数学期望为 $\sum_i (V(z_i) A_i)$ 即 $1 - \prod_i (1 - A_i)$

Alpha 校正可以认为是对 $SV(Z_i)$ 进行归一化 (Normalize)，即假定 $\frac{SV(Z_i)}{\sum_i (SV(Z_i)A_i)} = \frac{V(Z_i)}{\sum_i (V(Z_i)A_i)}$ ，从而得到 $V(Z_i) =$

$$SV(Z_i) \frac{\sum_i (V(Z_i)A_i)}{\sum_i (SV(Z_i)A_i)} = SV(Z_i) \frac{1 - \prod_i (1 - A_i)}{\sum_i (SV(Z_i)A_i)}$$

Render Pass

1. OpaquePass

绘制不透明物体，得到 BackgroundColor 和 BackgroundDepth

2. StochasticDepthPass

将 Depth 初始化为 BackgroundDepth 开启 MSAA 开启深度测试 (NearerOrEqual) 和深度写入 用伪随机函数基于片元 $[C_i A_i Z_i]$ 的 A_i 生成 $gl_SampleMask[]/SV_Coverage$ 的值 将透明物体按<材质,从前往后>排序后绘制得到 StochasticDepth //注：随机透明本身并不依赖于片元的顺序，之所以从前往后排序是为了充分发挥硬件的 EarlyDepthTest 来提升性能

值得注意的是：

1. StochasticDepthPass 开启的 MSAA 是用于随机抽样的，随机透明本身并不要求除 StochasticDepthPass 以外的 Pass 开启 MSAA；如果应用程序有空间性反走样 (Spatial AntiAliasing) 的需求，那么可以在除 StochasticDepthPass 以外的 Pass 开启 MSAA (当然，也可以使用其它的空间性反走样算法 (比如：FXAA))；除 StochasticDepthPass 以外的 Pass 用于空间反走样的 MSAA 和 StochasticDepthPass 用于随机抽样的 MSAA 没有任何关系，比如：允许在用于空间反走样的 MSAA 是 4X 的同时，用于随机抽样的 MSAA 为 8X。

2. 为了确保采样点被片元覆盖的概率相互独立，必须用伪随机函数基于片元 $[C_i A_i Z_i]$ 的 A_i 生成 $gl_SampleMask[]/SV_Coverage$ 的值，而不得使用硬件的 AlphaToCoverage 特性。

3. 在 AccumulatePass 中计算 $SV(Z_i)$ 时， Z_i 为着色点的深度；为了保持一致，应当在片元着色器中将着色点的深度写入到 $gl_FragDepth/SV_Depth$ (在默认情况下，采样点而非着色点的深度会被写入到最终生成的 Depth 图像中)。

4. 由于硬件的限制，MSAA 最多为 8X，即 1 个片元对应的采样点的个数最多为 8；在论文原文中，作者提出可以使用多个 Pass 来模拟更多的采样点 (6. [Enderton 2010])，但是出于效率的原因，实际应用中往往只使用 1 个 Pass。

3. AccumulateAndTotalAlphaPass

将 Depth 初始化为 BackgroundDepth 开启深度测试关闭深度写入 将 StochasticDepth 绑定到片元着色器的纹理单元并在片元着色器采样纹理得到 $SV(Z_i)$ 开启 MRT 和 SeparateBlend/IndependentBlend 将透明物体按材质排序后绘制得到 $StochasticColor = \sum_i (SV(Z_i)A_iC_i)$ 、 $CorrectAlphaTotal = \prod_i (1 - A_i)$ 、 $StochasticTotalAlpha = \sum_i (SV(Z_i)A_i)$ //注：由于关闭深度写入，透明物体的前后顺序不再对绘制的性能产生影响，只按材质排序；AlphaTotal 和 TotalAlpha 之间的关系为： $TotalAlpha = 1 - AlphaTotal$ ，术语“TotalAlpha”来自随机透明 (6. [Enderton 2010])，术语“AlphaTotal”来自 Under 操作 (1. [Porter 1984]、4. [Dunn 2014])；StochasticTotalAlpha 只有在启用 Alpha 校正时才会被用到 (理论上，在没有启用 Alpha 校正时，可以省 1 个 RT)

注：在论文原文中，AccumulatePass 和 TotalAlphaPass 是 2 个分离的 Pass (6. [Enderton 2010])；但实际上，完全可以将它们合并到同一个 Pass；这种情况的出现可能是由于 SeparateBlend/IndependentBlend 在论文发表时并没有被硬件广泛支持。

4. CompositePass

在没有启用 Alpha 校正时，透明物体对 C_{Final} 的总贡献为： $TransparentColor = \sum_i (SV(Z_i)A_iC_i) = StochasticColor$

在启用 Alpha 校正时，透明物体对 C_{Final} 的总贡献为： $TransparentColor =$

$$\begin{cases} \left(\sum_i \left(\left(SV(Z_i) \frac{1 - \prod_i (1 - A_i)}{\sum_i (SV(Z_i)A_i)} \right) A_i C_i \right) \right) // \sum_i (SV(Z_i)A_i) > 0 \\ 0 // \sum_i (SV(Z_i)A_i) = 0 \end{cases} = \begin{cases} \left(\sum_i (SV(Z_i)A_iC_i) \right) \frac{1 - \prod_i (1 - A_i)}{\sum_i (SV(Z_i)A_i)} // \sum_i (SV(Z_i)A_i) > 0 \\ 0 // \sum_i (SV(Z_i)A_i) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{StochasticColor} \frac{1 - \text{CorrectAlphaTotal}}{\text{StochasticTotalAlpha}} & // \text{StochasticTotalAlpha} > 0 \\ 0 & // \text{StochasticTotalAlpha} = 0 \end{cases} \quad // \text{注: 显然, 不透明物体的 StochasticTotalAlpha 为}$$

0; 但是, 由于采样点是随机生成的, 透明物体的 StochasticTotalAlpha 也可能为 0

随后, 基于 CorrectAlphaTotal 用 Under 操作将 OpaquePass 得到的 BackgroundColor 合成到 C_{Final}

Tile/On-Chip Memory

随机透明在本质上是比较适合移动 GPU 的。

在传统的桌面 GPU 上, 随机透明的性能瓶颈在于 MSAA, 1 个片元对应于 S 个采样点的 MSAA 会使带宽的开销增加 S 倍。

然而在移动 GPU 上, 这个问题得到了有效的解决, 可以将开启 MSAA 的图像保存在 Tile/On-Chip Memory 中, 并在 RenderPass 结束后丢弃, 并不会与主存进行通信, 从而将带宽开销降低到几乎为零。次世代的 API 允许应用程序显式地对此进行设置: 使用 `VK_IMAGE_USAGE_TRANSIENT_ATTACHMENT_BIT(Vulkan)`/`MTLStorageModeMemoryless(Metal)` 可以将图像的存储模式显式地设置为 Tile/On-Chip Memory (在 RenderPass 结束后丢弃, 并不会写回主存); 不过在片元着色器 (Fragment Shader) 中, 使用该存储模式的图像不再被允许用传统的 TextureUnit 来读取, 而必须用 Subpass Input (Vulkan) / `[color(m)] Attribute (Metal)` 来读取。传统的 API 并不允许将图像的存储模式显式地设置为 Tile/On-Chip Memory, 但是可以用 `FramebufferFetch/PixelLocalStorage (OpenGL)` 进行暗示 (16.[Bjorge 2014])。

Vulkan

在 Vulkan 中, 1 个 RenderPass 由若干个 SubPass 组成, RenderPass 中的不同 Attachment 的 MSAA 设置并不要求相同, 但是同一 SubPass 引用的所有 ColorAttachment 和 DepthStencilAttachment 的 MSAA 设置应当相同 (即与调用 DrawCall 时所绑定的 PipelineState 中的 MultisampleState 相同)。

随机透明可以在 1 个 RenderPass 中实现, 具体如下: //假设应用程序并没有开启 MSAA 用于空间反走样

RenderPass:

Attachment:

- 0.BackGroupColor
- 1.BackGroupDepth
- 2.StochasticDepth (MSAA)
- 3.StochasticColor
- 4.CorrectAlphaTotal
- 5.StochasticTotalAlpha
- 6.FinalColor

SubPass:

0.OpaquePass:

ColorAttachment: 0.BackGroupColor

DepthStencilAttachment: 1.BackGroupDepth

1.__CopyPass__Mentioned_In_StochasticDepthPass_Above__: //Rasterization MSAA

InputAttachment: 1.BackGroupDepth

ColorAttachment: 2.StochasticDepth (MSAA)

2.StochasticDepthPass: //Rasterization MSAA

DepthStencilAttachment: 2.StochasticDepth (MSAA)

3.AccumulateAndTotalAlphaPass:

```

    InputAttachment: 2.StochasticDepth (MSAA)
    ColorAttachment: 3.StochasticColor 4.CorrectAlphaTotal 5.StochasticTotalAlpha
    DepthStencilAttachment: 1.BackGroupDepth
4.CompositePass:
    InputAttachment: 0.BackGroupColor 3.StochasticColor 4.CorrectAlphaTotal 5.StochasticTotalAlpha
    ColorAttachment: 6.FinalColor
Dependency:
0.SrcSubPass:0 -> DstSubPass:1
    //DepthStencilAttachment->InputAttachment: 1.BackGroupDepth
1.SrcSubPass:1 -> DstSubPass:2
    //ColorAttachment->DepthStencilAttachment: 2.StochasticDepth (MSAA)
2.SrcSubPass:2 -> DstSubPass:3
    //DepthStencilAttachment->InputAttachment: 2.StochasticDepth (MSAA)
3.SrcSubPass:3 -> DstSubPass:4
    //ColorAttachment->InputAttachment: 0.BackGroupColor //SubPassDependencyChain: 0->1->2->3->4
    //ColorAttachment->InputAttachment: 3.StochasticColor
    //ColorAttachment->InputAttachment: 4.CorrectAlphaTotal
    //ColorAttachment->InputAttachment: 5.StochasticTotalAlpha

```

Metal

Metal 在 API 层面并没有 InputAttachment 的概念，而是通过 [color(m)]Attribute 允许在片元着色器中读取 ColorAttachment；但是，这样的设计存在着缺陷：[color(m)] Attribute 只允许读取 ColorAttachment，而不允许读取 DepthAttachment，需要增加 1 个额外的 ColorAttachment 并将 Depth 写入到该 ColorAttachment 中（17.[Apple]）。

并且，Metal 在开启 MSAA 时，通过 [color(m)]Attribute 读取 ColorAttachment 会导致片元着色器对每个采样点执行一次，得到 ColorAttachment 在该采样点处的值，从而导致无法求解 SV(Zi)（因为一次在片元着色器的执行中，我们无法得到所有采样点的数据，而只能得到某一个采样点的数据）；因此，硬件的 MSAA 不可用，我们只能尝试用多个 ColorAttachment 来模拟 MSAA，考虑到 ColorAttachment 的存在着个数上限（A7->4 个 A8,A9,A10,A11->8 个）和大小上限（A7->128 位 A8,A9,A10->256 位 A11->512 位），最多可以模拟 20X MSAA；由于没有开启硬件的 MSAA，硬件的深度测试不可用（DepthAttachment 中只有 1 个采样点），只能在片元着色器中基于可编程融合以软件的方式模拟 MSAA 的深度测试和深度写入，硬件会保证该 RMW 操作的原子性（下文在介绍 K-Buffer 时会对可编程融合的具体细节进行介绍）。

随机透明在 Metal 中也可以在 1 个 RenderPass 中实现，具体如下： //假设应用程序并没有开启 MSAA 用于空间反走样

RenderPassDescriptor:

ColorAttachment:

```

0.FinalColor          //Load:Clear //Store:Store    //Format:R10G10B10A2_UNORM //HDR10
1.StochasticDepth0123 //Load:Clear //Store:DontCare //Format:R16G16B16A16_FLOAT
2.StochasticDepth4567 //Load:Clear //Store:DontCare //Format:R16G16B16A16_FLOAT
3.StochasticDepth89AB //Load:Clear //Store:DontCare //Format:R16G16B16A16_FLOAT
4.StochasticDepthCDEF //Load:Clear //Store:DontCare //Format:R16G16B16A16_FLOAT
5.StochasticColor      //Load:Clear //Store:DontCare //Format:R10G10B10A2_UNORM //HDR10
6.CorrectAlphaTotal    //Load:Clear //Store:DontCare //Format:R8_UNORM
7.StochasticTotalAlpha //Load:Clear //Store:DontCare //Format:R16_FLOAT //R8 的精度不够

```

//注：可以将[color(6)]和[color(7)]合并到同一个 ColorAttachment 后，再增加一个 StochasticDepthGHIJ，即可

模拟 20X MSAA。

DepthAttachment:

Depth //Load:Clear //Store:DontCare

RenderCommandEncoder:

0.OpaquePass:

BackgroundColor->Color[0]

BackgroundDepth->Depth

1.StochasticDepthPass:

//复用 Depth 中的 BackgroundDepth，开启深度测试，关闭深度写入；同时开启[[early_fragment_tests]]，使用硬件的深度测试剔除掉比“Background”更远的片元

...->SampleMask

Read: color[1]/color[2]/color[3]/color[4]->...

Modify: ...

Write: ...->color[1]/color[2]/color[3]/color[4]

2.AccumulateAndTotalAlphaPass:

//复用 Depth 中的 BackgroundDepth

color[1]/color[2]/color[3]/color[4]->SV(Z_i)

...->Color[5]

...->Color[6]

...->Color[7]

3.CompositePass:

Color[5]->...

Color[6]->...

Color[7]->...

...->TransparentColor

...->CorrectAlphaTotal

Color[0]->BackgroundColor

...-> Color[0]

综合评价

由于移动 GPU 上的 MSAA 是高效的，随机透明在本质上是比较适合移动 GPU 的。我们可以使用次世代 API 充分挖掘移动 GPU 的相关优势。但是，由于 Metal 在设计上的缺陷，导致我们不得不在片元着色器中基于`可编程融合`以软件的方式模拟 MSAA 的深度测试和深度写入；不过，Metal 却又允许我们在一个几何体 Pass 中模拟最多 20X 的 MSAA。（当然，在 Metal 上像桌面 GPU 那样使用多个 RenderPass 绘制并不会产生这些问题；但是，很有可能会导致开启 MSAA 的图像被从 Tile/On-Chip Memory 中写回主存，产生大量的带宽开销）

移动 GPU 擅长片元处理而不擅长几何处理（10.[Harris 2019]），随机透明的一个缺陷在于：随机透明需要 2 个几何体 Pass（StochasticDepthPass 和 AccumulateAndTotalAlphaPass），这可能会使几何带宽成为性能的瓶颈。

Demo

Demo 地址：<https://gitee.com/YuqiaoZhang/StochasticTransparency>。该 Demo 改编自 NVIDIA SDK11 Samples 中的 StochasticTransparency（9.[Bavoil 2011]），在 NVIDIA 提供的原始代码中，存在着 3 个比较严重的问题：

1.我在前文中指出：“随机透明本身并不要求除 StochasticDepthPass 以外的 Pass 开启 MSAA”；在 NVIDIA 提供的原始代码中，所有 Pass 都使用了相同的 MSAA 设置，导致随机透明的帧率反而低于深度剥离（个人测试的结果是：修正该问题后，帧率从 670 提升至 1170（用于对比的深度剥离为 1070））。

2.我在前文中指出：“论文原文中的 2 个分离的 Pass（AccumulatePass 和 TotalAlphaPass）应当合并到同一个 Pass”；

NVIDIA 提供的原始代码并没有这么做（个人测试的结果是：修正该问题后，帧率从 1170 提升至 1370）。

3.我在前文中指出：“在 AccumulatePass 中计算 $SV(Z_i)$ 时， Z_i 为着色点的深度；为了保持一致，在 StochasticDepthPass 中应当在片元着色器中将着色点的深度写入到 `gl_FragDepth/SV_Depth`”；NVIDIA 提供的原始代码并没有这么做，导致在求解 $SV(Z_i)$ 时， $Z_i \text{ Equal } Z_s$ 几乎不可能成立，产生较大的误差；不过 Alpha 校正可以很好地修正这个误差，在效果上并没有产生太大的影响。

K-Buffer

在 Porter 提出 Alpha 通道的同一年，Carpenter 提出了 A-Buffer：在 A-Buffer 中，每个像素对应于一个链表，存放对应到该像素的所有片元；基于深度对链表中的片元排序后，用 Over/Under 操作即可得到 C_{Final} （11.[Carpenter 1984]）。虽然，目前的硬件在理论上已经可以通过 UAV（Direct3D）和原子操作实现 A-Buffer，但是，由于实现的过程极其繁琐（编程是一门艺术，A-Buffer 的实现极不优雅）且效率低下（主要是链表的地址不连续导致缓存命中率下降），几乎不存在 A-Buffer 的实际应用。

在 2007 年，Bavoil 在 A-Buffer 的基础上进行了改进，将每个像素对应的片元个数限定为 K 个，提出了更具有实用价值的 K-Buffer（12.[Bavoil 2007]）。

RMW 操作

在生成 K-Buffer 的 Pass 中，在每个片元生成时会进行以下 RMW（Read Modify Write，读取-修改-写入）操作：

1.Read：读取当前片元所对应的像素所对应的 K 个片元。

2.Modify：结合当前片元，对读取得到的 K 个片元进行修改。//在 OIT 算法中，一般是将当前片元插入到这 K 个片元中得到 K+1 个片元，并找出两个“最接近”的片元进行融合，再次得到 K 个片元

3.Write：将修改后的 K 个片元写入当前片元所对应的像素。

对目前的硬件而言，只要在片元着色器中访问 `StorageImage(OpenGL/Vulkan)/UAV(Direct3D)`，就可以做到每个像素对应于 K 个片元并且在每个片元生成时对这 K 个片元进行 RMW 操作。但是，事情远远没有这么简单，一般而言，对应于同一像素的不同片元的 RMW 操作必须“互斥”才能保证最终结果的正确性。

在桌面 GPU 上，对应于同一像素的不同片元的 RMW 操作的“竞态条件（Race Condition）”显得尤其显著。

不妨回忆，在顺序性透明中，我们将物体从前往后/从前往后排序，并依次调用 Draw Call，这意味应用程序调用 Draw Call 的顺序隐含着某种依赖关系。但是，GPU 的设计者往往希望尽可能地提升并行度以充分挖掘 GPU 的性能；在实际中，GPU 仍并行地处理这些 Draw Call，只不过会在某个同步点进行同步，使最终结果满足应用程序所期望的依赖关系。

在桌面 GPU（Sort Last Fragment）上，这个同步点发生在片元着色器之后 Alpha 融合之前的 Reorder Buffer（13.[Ragan-Kelley 2011]）中，也就是说，即使在 Draw Call 顺序上存在着依赖关系的片元，在 GPU 中也是并行处理的（即存在竞态条件），更不用说在同一个 Draw Call 中（即在应用层不存在任何期望的依赖关系）的片元。

Bavoil 在 2007 年提出 K-Buffer 时，同时提出了两种硬件上的设计——片元调度（Fragment Schedule）和可编程融合（Programmable Blending）——来解决对应于同一像素的不同片元的 RMW 操作存在竞态条件的问题（12.[Bavoil 2007]）。目前，这两种设计都已经在实际中被硬件广泛支持。

片元调度（Fragment Scheduling）

片 元 调 度 对 应 于 目 前 的 RasterOrderView(Direct3D)/

FragmentShaderInterlock(OpenGL/Vulkan)/RasterOrderGroup(Metal) (14.[D 2015]、15.[D 2017])，往往适用于桌面 GPU。

使用片元调度实现 K-Buffer 的片元着色器的代码大致如下：

```
Do Shade //这部分代码并不需要互斥
```

```
//Enter Critical Section //进入临界区
#if RasterOrderView(Direct3D)
Read From ROV
#elif FragmentShaderInterlock(OpenGL/Vulkan)
beginInvocationInterlockARB
#elif RasterOrderGroup(Metal)
Read From ROG
#endif
```

```
Do K-Buffer RMW //这部分代码处于临界区保护内
```

```
//Leave Critical Section //离开临界区
#if RasterOrderView(Direct3D)
Write To ROV
#elif FragmentShaderInterlock(OpenGL/Vulkan)
endInvocationInterlockARB
#elif RasterOrderGroup(Metal)
Write To ROG
#endif
```

//注：在理论上，对 ROV/ROG 读写的内容并不重要，读写 ROV/ROG 只是为了进入/离开临界区（从这一点上，OpenGL/Vulkan 的设计更为优雅）；“Do K-Buffer RMW”已经处于临界区的保护之中，不再有读写 ROV/ROG 的必要，K-Buffer 的存储只需要使用常规的 UAV(Direct3D) / StorageImage(OpenGL/Vulkan)即可（14.[D 2017]）。

可编程融合（Programmable Blending）

可编程融合对应于目前的 FrameBufferFetch(OpenGL)/[color(m)]Attribute(Metal)（16.[Bjorge 2014]、17.[Apple]），往往适用于移动 GPU。

可编程融合允许在片元着色器中读取 ColorAttachment，对 ColorAttachment 进行 RMW 操作，硬件会保证对应于同一像素的不同片元对同一 ColorAttachment 的 RMW 操作的互斥性。我们只需要开启 MRT，就可以基于可编程融合实现 K-Buffer。比如，在 OIT 算法中，我们需要实现 1 个像素对应于 4 个片元[C A Z]构成的 K-Buffer，相关的片元着色器代码（基于 Metal）大致如下：

```
struct KBuffer_ColorAttachment
{
    //一般[[color(0)]]是用于存放 CFinal 的
    half4 C0A0[[color(1)]]; //R8G8B8A8_UNORM
    half4 C1A1[[color(2)]]; //R8G8B8A8_UNORM
    half4 C2A2[[color(3)]]; //R8G8B8A8_UNORM
    half4 C3A3[[color(4)]]; //R8G8B8A8_UNORM
}
```

```

    half4 Z0123[[color(5)]]; //R16G16B16A16_FLOAT
};

struct KBuffer_Local
{
    half4 CA[4]
    half Z[4]
};

fragment KBuffer_ColorAttachment KBufferPass_FragmentMain(..., KBuffer_ColorAttachment kbuffer_in)
{
    CA = Shade(...) //这部分代码并不需要互斥
    Z = ... //一般即 position.z

    KBuffer_Local kbuffer_local;

    //KBuffer Read 操作
    kbuffer_local.Z[0] = kbuffer_in.Z0123.r; //对 ColorAttachment 的 Read 操作会进入临界区
    kbuffer_local.Z[1] = kbuffer_in.Z0123.g;
    kbuffer_local.Z[2] = kbuffer_in.Z0123.b;
    kbuffer_local.Z[3] = kbuffer_in.Z0123.a;
    kbuffer_local.CA[0] = kbuffer_in.C0A0;
    kbuffer_local.CA[1] = kbuffer_in.C1A1;
    kbuffer_local.CA[2] = kbuffer_in.C2A2;
    kbuffer_local.CA[3] = kbuffer_in.C3A3;

    //KBuffer Modify 操作
    ... //根据应用程序的具体需求//这部分代码处于临界区保护内

    //KBuffer Write 操作
    KBuffer_ColorAttachment kbuffer_out;
    kbuffer_out.C0A0 = kbuffer_local.CA[0];
    kbuffer_out.C1A1 = kbuffer_local.CA[1];
    kbuffer_out.C2A2 = kbuffer_local.CA[2];
    kbuffer_out.C3A3 = kbuffer_local.CA[3];
    kbuffer_out.Z0123 = half4(kbuffer_local.Z[0], kbuffer_local.Z[1], kbuffer_local.Z[2], kbuffer_local.Z[3]); // 对
    ColorAttachment 的 Write 操作会离开临界区
    return kbuffer_out;
}

```

MLAB（Mult Layer Alpha Blending，多层 Alpha 融合）

Salvi 分别在 2010 年、2011 年、2014 年提出的 OIT 算法全都是基于 K-Buffer 实现的（18.[Salvi 2010]、19.[Salvi 2011]、20.[Salvi 2014]），我们选取最新的（即 2014 年）的 MLAB 进行介绍。

K-Buffer

MLAB 将 K-Buffer 中片元的格式定义为 $[A_i C_i 1 - A_i Z_i]$ 。

首先将 K-Buffer 中的片元全部初始化为 $C_i = 0, A_i = 0, Z_i = \text{无限远}$ （即 $[0 \ 1 \ \text{无限远}]$ ）的“空片元”。//在实际实现中，由于 Z_i 的取值在 0 到 1 之间，只需要保证比 Z_i 所有可能的取值都远即可。

在片元生成时，K-Buffer 的 Modify 操作会根据 Z_i 从近到远排序，将当前片元插入到合适的位置，得到 $K+1$ 个片元；再基于 Under 操作的规则，将最远的 2 个片元融合（ $[A_i C_i 1 - A_i Z_i]$ 和 $[A_{i+1} C_{i+1} 1 - A_{i+1} Z_{i+1}]$ 融合后得到 $[A_i C_i + (1 - A_i) A_{i+1} C_{i+1} (1 - A_i)(1 - A_{i+1}) Z_i]$ //注：这个融合规则兼容初始化产生的“空片元”，再次得到 K 个片元。//当之后插入的片元在两个被融合的片元之间时，会产生误差；根据 Salvi 的说法，融合最远的 2 个片元的误差是最小的，这可能与较远的片元对 C_{Final} 的贡献较低有一定关系（可见性函数 $V(Z_i)$ 是单调递减的，较远的片元的 $V(Z_i)$ 的值较低）。

最后，使用 Under 操作，基于 K-Buffer 中的 K 个片元，求出透明物体对 C_{Final} 的总贡献。

Render Pass

MLAB 涉及到的 RenderPass 如下：

1.OpaquePass

绘制不透明物体，得到 BackgroundColor 和 BackgroundDepth

2.KBufferPass

复用 OpaquePass 得到的 BackgroundDepth 开启深度测试关闭深度写入 用 Clear 操作将 K-Buffer 中的片元全部初始化 $[0 \ 1 \ \text{无限远}]$ 将透明物体按材质排序后绘制得到 K-Buffer //注：由于关闭深度写入，透明物体的前后顺序不再对绘制的性能产生影响，只按材质排序

3.CompositePass

用 Under 操作，基于 K-Buffer 中的 K 个片元，求出透明物体对 C_{Final} 的总贡献 TransparentColor 和 AlphaTotal 随后，基于 AlphaTotal 用 Under 操作将 OpaquePass 得到的 BackgroundColor 合成到 C_{Final}

Tile/On-Chip Memory

K-Buffer 在本质上是比较适合移动 GPU 的。

在传统的桌面 GPU 上，K-Buffer 会使带宽的开销增加 K 倍。

同样地，在移动 GPU 上，我们也可以用次世代 API 将 K-Buffer 保存在 Tile/On-Chip Memory 中，不与主存进行通信，从而将带宽开销降低到几乎为零。

Vulkan

由于 Vulkan 尚未支持 FrameBufferFetch，目前无法用 Vulkan 基于可编程融合实现 K-Buffer。

Metal

MLAB 在 Metal 中可以在 1 个 RenderPass 中实现，具体如下： //假设 K-Buffer 中的 K 值为 4

RenderPassDescriptor:

ColorAttachment:

```

0.FinalColor          //Load:Clear          //Store:Store    //Format:R10G10B10A2_UNORM
//HDR10
1.AC0_1SubA0          //Load:Clear //ClearValue:[ 0 0 0 1 ] //Store:DontCare //Format:R16G16B16A16_FLOAT
2.AC1_1SubA1          //Load:Clear //ClearValue:[ 0 0 0 1 ] //Store:DontCare //Format:R8G8B8A8_UNORM
//PixelStorage 的大小存在着上限 (A7->128 位 A8,A9,A10->256 位 A11->512 位); 由于可见性函数单调递减, 较远的
片元贡献较低, 优先考虑降低精度
3.AC2_1SubA2          //Load:Clear //ClearValue:[ 0 0 0 1 ] //Store:DontCare //Format:R8G8B8A8_UNORM
4.AC3_1SubA3          //Load:Clear //ClearValue:[ 0 0 0 1 ] //Store:DontCare //Format:R8G8B8A8_UNORM
5.Z0123               //Load:Clear //ClearValue:[ 无限远 无限远 无限远 无限远 ] //Store:DontCare
//Format:R16G16B16A16_FLOAT
DepthAttachment:
  Depth               //Load:Clear //Store:DontCare
RenderCommandEncoder:
0.OpaquePass:
  BackgroundColor->Color[0]
  BackgroundDepth->Depth
1.KBufferPass:
  Read: Color[1]/Color[2]/Color[3]/Color[4]/Color[5]->4 个 Fragment
  Modify: ...
  Write: 4 个 Fragment->Color[1]/Color[2]/Color[3]/Color[4]/Color[5]
  //复用 Depth 中的 BackgroundDepth
3.CompositePass:
  Color[1]/Color[2]/Color[3]/Color[4]/Color[5]->...
  ...->TransparentColor
  ...->AlphaTotal
  Color[0]->BackgroundColor
  ...->Color[0]

```

综合评价

由于移动 GPU 上的 K-Buffer 是高效的, MLAB 在本质上是比较适合移动 GPU 的。我们可以使用次世代 API 充分挖掘移动 GPU 的相关优势。但是, 由于 Vulkan 尚未支持 FrameBufferFetch, 目前无法用 Vulkan 基于可编程融合实现 K-Buffer。

相对于随机透明而言, MLAB 有一个明显的优势: 只需要一个几何体 Pass (KBufferPass), 这对不擅长几何处理 (10.[Harris 2019]) 的移动 GPU 而言是一个不错的福音。

Demo

Demo 地址: <https://gitee.com/YuqiaoZhang/MultiLayerAlphaBlending>。该 Demo 改编自 Metal Sample Code 中的 Order Independent Transparency with Imageblocks (21.[Imbrogno 2017])。在 Apple 提供的原始代码中, 用到了 A11 GPU (iPhone 8 以后) 中才具有的特性 Imageblock; 但是, PixelLocalStorage(OpenGL)/Imageblock(Metal)的本质是允许自定义 FrameBuffer 中像素的格式 (16.[Bjorge 2014]、21.[Imbrogno 2017]), 这与 K-Buffer 的本质 (为 RMW 操作构造临界区) 并没有任何关系; 于是我对 Demo 进行了修改, 使用[Color(m)]Attribute 实现了相关的功能, 在 iPhone 6 (A8 GPU) 上顺利运行, 粉碎了 Apple 企图忽悠我换 iPhone 新机型的阴谋!

//注: Metal 特性和 OpenGL 特性之间的对应关系为: [Color(m)]Attribute 对应于 FrameBufferFetch, 本质是用于

实现可编程融合：ImageBlock 对应于 PixelLocalStorage，本质是用于自定义像素格式。

权重融合（Weighted Blended）

可见性函数 $V(z_i) = \prod_{z_j \text{ Nearer } z_i} (1 - A_j)$ 的求解依赖于片元的顺序，导致了 $C_{\text{Final}} = \sum_i (V(z_i) A_i C_i)$ 的求解依赖于片元的顺序。同样是基于这个事实，McGuire 在 2013 年提出了权重融合：用一个预定义的权重函数 $W(\text{EyeSpace}Z_i, A_i)$ 作为可见性函数 $V(z_i)$ 的估计值，从而达到以顺序无关的方式求解 C_{Final} 的目的（22.[McGuire 2013]、4.[Dunn 2014]）。

权重函数

作者认为，只依赖于 $\text{EyeSpace}Z_i$ 的权重函数可能会导致 A_i 较低的“极近”的片元对 C_{Final} 产生过大的影响，权重函数应当同时依赖于 $\text{EyeSpace}Z_i$ 和 A_i 。同时，作者给出了三个建议的权重函数（经作者验证，当 $\text{EyeSpace}Z_i$ 的范围在 0.1 到 500 之间且 $\text{EyeSpace}Z_i$ 为 16 位浮点数时，效果良好）：

1. $W(\text{EyeSpace}Z_i, A_i) = \text{clamp}(10.0f / (0.00001f + \text{pow}(\text{EyeSpace}Z_i / 5.0f, 2.0f) + \text{pow}(\text{EyeSpace}Z_i / 200.0f, 6.0f)), 0.01f, 3000.0f) * A_i$
2. $W(\text{EyeSpace}Z_i, A_i) = \text{clamp}(10.0f / (0.00001f + \text{pow}(\text{EyeSpace}Z_i / 10.0f, 3.0f) + \text{pow}(\text{EyeSpace}Z_i / 200.0f, 6.0f)), 0.01f, 3000.0f) * A_i$
3. $W(\text{EyeSpace}Z_i, A_i) = \text{clamp}(0.03f / (0.00001f + \text{pow}(\text{EyeSpace}Z_i / 200.0f, 4.0f)), 0.01f, 3000.0f) * A_i$

//注：根据定义，可能性函数 $V(z_i)$ 不可能超过 1；但是，当片元“极近”时，权重函数的值却可能高达 3000，这可能是作者认为权重函数需要依赖于 A_i 的原因。

归一化

在讨论随机透明的 Alpha 校正时，我们已经证明过： $\sum_i (V(z_i) A_i) = 1 - \prod_i (1 - A_i)$

归一化即假定 $\frac{W(\text{EyeSpace}Z_i, A_i)}{\sum_i (W(\text{EyeSpace}Z_i, A_i) A_i)} = \frac{V(z_i)}{\sum_i (V(z_i) A_i)}$ ，从而得到 $V(z_i) = W(\text{EyeSpace}Z_i, A_i) \frac{\sum_i (V(z_i) A_i)}{\sum_i (W(\text{EyeSpace}Z_i, A_i) A_i)} =$
 $W(\text{EyeSpace}Z_i, A_i) \frac{1 - \prod_i (1 - A_i)}{\sum_i (W(\text{EyeSpace}Z_i, A_i) A_i)}$

Render Pass

1. OpaquePass

绘制不透明物体，得到 BackgroundColor 和 BackgroundDepth

2. AccumulateAndTotalAlphaPass

将 Depth 初始化为 BackgroundDepth 开启深度测试关闭深度写入 将透明物体按材质排序后绘制得到 $\text{WeightedColor} = \sum_i (W(\text{EyeSpace}Z_i, A_i) A_i C_i)$ 、 $\text{CorrectAlphaTotal} = \prod_i (1 - A_i)$ 、 $\text{WeightedTotalAlpha} = \sum_i (W(\text{EyeSpace}Z_i, A_i) A_i)$ //注：由于关闭深度写入，透明物体的前后顺序不再对绘制的性能产生影响，只按材质排序；AlphaTotal 和 TotalAlpha 之间的关系为： $\text{TotalAlpha} = 1 - \text{AlphaTotal}$ ，术语“TotalAlpha”来自随机透明（6.[Enderton

2010]), 术语"AlphaTotal"来自 Under 操作 (1.[Porter 1984]、4. [Dunn 2014])

3.CompositePass

$$\text{透明物体对 } C_{\text{Final}} \text{ 的总贡献为: } \text{TransparentColor} = \sum_i \left(\left(W(\text{EyeSpace}Z_i A_i) \frac{1 - \prod_i (1 - A_i)}{\sum_i (W(\text{EyeSpace}Z_i A_i) A_i)} \right) A_i C_i \right) =$$
$$(\sum_i (W(\text{EyeSpace}Z_i A_i) A_i C_i)) \frac{1 - \prod_i (1 - A_i)}{\sum_i (W(\text{EyeSpace}Z_i A_i) A_i)} = \text{WeightedColor} \frac{1 - \text{CorrectAlphaTotal}}{\text{WeightedTotalAlpha}}$$

随后, 基于 CorrectAlphaTotal 用 Under 操作将 OpaquePass 得到的 BackgroundColor 合成到 C_{Final}

综合评价

权重融合用预定义的权重函数 $W(\text{EyeSpace}Z_i A_i)$ 近似地表示可见性函数 $V(Z_i)$, 省去了求解可见性函数 $V(Z_i)$ 的过程, 在某种程度上可以认为是随机透明的简化版(省去了 StochasticDepthPass)。当然, 权重融合的误差也是最大的, 在理论上, 权重函数 $W(\text{EyeSpace}Z_i A_i)$ 和真实的可见性函数 $V(Z_i)$ 之间并没有任何关系。

Demo

Demo 地址: <https://gitee.com/YugiaoZhang/WeightedBlendedOIT>。该 Demo 改编自 NVIDIA GameWorks Vulkan and OpenGL Samples 中的 Weighted Blended Order-independent Transparency (23.[NVIDIA])。权重融合是所有 OIT 算法中最简单的, 我也并没有对 Demo 作任何实质性的修改。

参考文献

- [Porter 1984] Thomas Porter, Tom Duff. "Compositing Digital Images." SIGGRAPH 1984.
<https://keithp.com/~keithp/porterduff/p253-porter.pdf>
- [Yusor 2013] Egor Yusor. "Practical Implementation of Light Scattering Effects Using Epipolar Sampling and 1D Min/Max Binary Trees." GDC 2013.
<https://software.intel.com/en-us/blogs/2013/03/18/gtd-light-scattering-sample-updated>
<https://software.intel.com/en-us/blogs/2013/06/26/outdoor-light-scattering-sample>
<https://software.intel.com/en-us/blogs/2013/09/19/otdoor-light-scattering-sample-update>
- [Hoobler 2016] Nathan Hoobler. "Fast, Flexible, Physically-Based Volumetric Light Scattering." GDC 2016.
<http://developer.nvidia.com/VolumetricLighting>
- [Dunn 2014] Alex Dunn. "Transparency (or Translucency) Rendering." NVIDIA GameWorks Blog 2014.
<https://developer.nvidia.com/content/transparency-or-translucency-rendering>
- [Everitt 2001] Cass Everitt. "Interactive Order-Independent Transparency." NVIDIA WhitePaper 2001.
https://www.nvidia.com/object/Interactive_Order_Transparency.html
- [Enderton 2010] Eric Enderton, Erik Sintorn, Peter Shirley, David Luebke. "Stochastic Transparency." I3D 2010.
<https://research.nvidia.com/publication/stochastic-transparency>

- 7.[Laine 2011] Samuli Laine, Tero Karras. "Stratified Sampling for Stochastic Transparency." EGSR 2011.
<https://research.nvidia.com/publication/stratified-sampling-stochastic-transparency>
- 8.[McGuire 2011] Morgan McGuire, Eric Enderton. "Colored Stochastic Shadow Maps". I3D 2011.
<http://research.nvidia.com/publication/colored-stochastic-shadow-maps>
- 9.[Bavoil 2011] Louis Bavoil, Eric Enderton. "Constant-Memory Order-Independent Transparency Techniques." NVIDIA SDK11 Samples / StochasticTransparency 2011.
<https://developer.nvidia.com/dx11-samples>
- 10.[Harris 2019] Pete Harris. "Arm Mali GPUs Best Practices Developer Guide." ARM Developer 2019.
<https://developer.arm.com/solutions/graphics/developer-guides/mali-gpu-best-practices>
- 11.[Carpenter 1984] Loren Carpenter. "The A-buffer, an Antialiased Hidden Surface Method." SIGGRAPH 1984.
<https://dl.acm.org/citation.cfm?id=80858>
- 12.[Bavoil 2007] Louis Bavoil, Steven Callahan, Aaron Lefohn, Joao Comba, Claudio Silva. "Multi-Fragment Effects on the GPU using the k-Buffer." I3D 2007.
<https://i3dsymposium.github.io/2007/papers.html>
- 13.[Ragan-Kelley 2011] Jonathan Ragan-Kelley, Jaakko Lehtinen, Jiawen Chen, Michael Doggett, Frédo Durand. "Decoupled Sampling for Graphics Pipelines." ACM TOG 2011.
<http://people.csail.mit.edu/jrk/decoupledSampling/ds.pdf>
- 14.[D 2015] Leigh D. "Rasterizer Order Views 101: a Primer." Intel Developer Zone 2015.
<https://software.intel.com/en-us/gamedev/articles/rasterizer-order-views-101-a-primer>
- 15.[D 2017] Leigh D. "Order-Independent Transparency Approximation with Raster Order Views (Update 2017)." Intel Developer Zone 2017.
<https://software.intel.com/en-us/articles/oit-approximation-with-pixel-synchronization-update-2014>
- 16.[Bjorge 2014] Marius Bjorge, Sam Martin, Sandeep Kakarlapudi, Jan-Harald Fredriksen. "Efficient Rendering with Tile Local Storage." SIGGRAPH 2014.
<https://community.arm.com/developer/tools-software/graphics/b/blog/posts/efficient-rendering-with-tile-local-storage>
- 17.[Apple] Metal Sample Code / Deferred Lighting
https://developer.apple.com/documentation/metal/deferred_lighting
- 18.[Salvi 2010] Marco Salvi, Kiril Vidimce, Andrew Lauritzen, Aaron Lefohn. "Adaptive Volumetric Shadow Maps." EGSR 2010.
<https://software.intel.com/en-us/articles/adaptive-volumetric-shadow-maps>
- 19.[Salvi 2011] Marco Salvi, Jefferson Montgomery, Aaron Lefohn. "Adaptive Transparency." High Performance Graphics 2011.
<https://software.intel.com/en-us/articles/adaptive-transparency-hpg-2011>
- 20.[Salvi 2014] Marco Salvi, Karthik Vaidyanathan. "Multi-layer Alpha Blending." I3D 2014.
<https://software.intel.com/en-us/articles/multi-layer-alpha-blending>
- 21.[Imbrogno 2017] Michael Imbrogno. "Metal 2 on A11 – Imageblocks." Apple Developer 2017.

<https://developer.apple.com/videos/play/tech-talks/603>

22.[McGuire 2013] Morgan McGuire, Louis Bavoil. "Weighted Blended Order-Independent Transparency. " JCGT 2013.
<http://jcgt.org/published/0002/02/09/>

23.[NVIDIA] NVIDIA GameWorks Vulkan and OpenGL Samples / Weighted Blended Order-independent Transparency
<https://github.com/NVIDIAGameWorks/GraphicsSamples/tree/master/samples/gl4-kepler/WeightedBlendedOIT>