

Grammatiche e Linguaggi Liberi dal Contesto [CFL]

Wed, 12 Oct

Reversal

Data una **stringa** w , la sua **reversal** (indicata con w^r), è la sua inversa

Palindroma

Una **stringa** è detta **palindroma** se è uguale alla sua **reversal**

Sun, 16 Oct

Linguaggi Liberi dal Contesto - *Context Free*

I linguaggi **context free** sono definiti **ricorsivamente**.

Prendiamo d'esempio il linguaggio formato dalle stringhe palindrome dell'alfabeto Σ .

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

$$L_{\text{pal}} = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w^r\}$$

$$0110 \in L_{\text{pal}}$$

$$11011 \in L_{\text{pal}}$$

$$\varepsilon \in L_{\text{pal}}$$

La struttura del linguaggio L_{pal} è definita **ricorsivamente** (o **induttivamente**) in questo modo:

Base dell'Induzione

$$\varepsilon, 0, 1 \in L_{\text{pal}}$$

Passo di Induzione

se $w \in L_{\text{pal}}$ allora

- $0w0 \in L_{\text{pal}}$
- $1w1 \in L_{\text{pal}}$

Grammatica

Una **grammatica** è una quadrupla

$$G = (V, T, P, S)$$

dove

- V è l'insieme delle **variabili**
- T è l'insieme dei **simboli terminali**
- P è l'insieme delle **regole di produzione**
- $S \in V$ è lo **start symbol**

* * *

Definiamo le **regole di produzione** della grammatica del linguaggio L_{pal} .

1. $S \rightarrow \epsilon$
2. $S \rightarrow 0$
3. $S \rightarrow 1$
4. $S \rightarrow 0S0$
5. $S \rightarrow 1S1$

▼ $P = \{ S \rightarrow \epsilon, S \rightarrow 0, S \rightarrow 1, S \rightarrow 0S0, S \rightarrow 1S1 \}$
oppure $P = \{ S \rightarrow \epsilon \mid 0 \mid 1 \mid 0S0 \mid 1S1 \}$

* * *

Per **derivare** una **stringa appartenente** al linguaggio L_{pal} , prendiamo una **variabile** S e applichiamo le **regole di produzione**.

Applichiamo la **4**.

$S \Rightarrow 0S0$

Nella grammatica context free, gli 0 sono valori terminali che non vengono ulteriormente alterati.

La stringa così derivata ancora **non** appartiene al linguaggio L_{pal} in quanto contiene un simbolo di variabile S non appartenente al linguaggio.

Applichiamo la **5**.

$0S0 \Rightarrow 01S10$

Applichiamo la **4**.

$01S10 \Rightarrow 010S010$

Applichiamo la **3**.

$010S010 \Rightarrow 0101010$

* * *

Una regola di produzione **context free** è del tipo:

$A \rightarrow \gamma$, con $A \in V$ e $\gamma \in (V \cup T)^*$

dove A è una variabile qualsiasi e γ è una sequenza di simboli terminali o non terminali.

* * *

| Esempio di Grammatica: Parentesi Bilanciate

Definiamo la grammatica.

$G = \{ \{ s \}, \{ (,) \}, P, S \}$

Definiamo le regole di produzione.

$P = \{ S \rightarrow SS \mid (S) \mid \epsilon \}$

Esempi di stringhe che appartengono al linguaggio.

$() \in L$

$\varepsilon \in L$

$()() \in L$

$(()) \in L$

$(())() \in L$

Deriviamo una stringa.

$S \Rightarrow \mathbf{SS} \Rightarrow (S)\mathbf{S} \Rightarrow (S)(\mathbf{S}) \Rightarrow (\mathbf{S})() \Rightarrow ((\mathbf{S}))() \Rightarrow (())()$

In grassetto si evidenzia quale delle variabili si è deciso di sostituire tramite una regola di produzione