ALG - 11/12/23 DIJKSTRA

$G = (V, E)$ $\quad w : E \to \mathbb{R}^+$ $\quad s \in V$

$\forall v \in V \quad \delta(v) =$ PESO MIN CAMMINO DA v A s

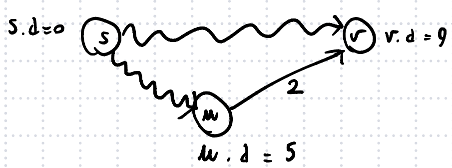
SI COSTRUISCE ALBERO CAMMINI MINIMI CON RADICE s

$G' = (V', E')$ $\quad V' \subseteq V$ $\quad E' \subseteq E$ t.c.

1) V' VERTICI RAGGIUNGIBILI DA s
2) G' ALBERO CON RADICE s
3) $\forall v \in V'$ L'UNICO CAMMINO (s, v) IN G' E' MINIMO

RILASSAMENTO

$\forall v \in V \quad v.d =$ UPPERBOUND CAMMINO MINIMO $\delta(v) \leq v.d$



$\longrightarrow$ RELAX

$v.d > u.d + w(u, v)$

$\rightarrow v.d = u.d + w(u, v)$

$v.\pi = u$

DIJ (G, w, s)

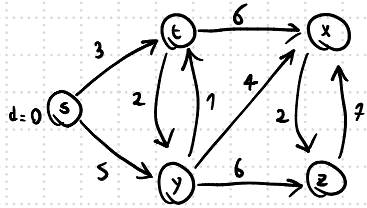
INIT.
```
FOR v IN V
    v.d = ∞
    v.π = NIL
s.d = 0

V' = ∅
Q = V  (QUEUE)

WHILE Q ≠ ∅
    u = EXTRACT-MIN (Q)
    V' = V' ∪ {u}

    FOR v IN ADJ[u]
        RELAX (u, v, w)
```

$Q = \overset{0}{s}\ \overset{\infty}{t}\ \overset{\infty}{x}\ \overset{\infty}{y}\ \overset{\infty}{z}$



I RELAX (s, t, w) → t.d = 3 ...

$Q = \overset{3}{t}\ \overset{5}{y}\ \overset{\infty}{x}\ \overset{\infty}{z}$

II RELAX (t, x, w) ...

$Q = \overset{5}{y}\ \overset{9}{x}\ \overset{\infty}{z}$

III RELAX (y, ...

$Q = \overset{9}{x}\ \overset{11}{z}$

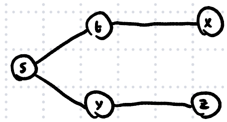
IV RELAX (x, z, w) $\overset{11}{z.d} > \overset{9}{x.d} + \overset{2}{w(x,z)}$?

→ z.d = 11

$Q = \overset{11}{z}$

V RELAX (z, x, w)

$Q = \emptyset$



ALG - 12/12/23   DIMOSTRAZIONE

DIMOSTRARE CHE $v.d = \delta(v)$ AL TERMINE

I DIM. CHE SE $v.d = \delta(v)$ A UN i-ESIMO STEP, ALLORA NON CAMBIA FINO AL TERMINE

→ RELAX FALLISCE SEMPRE PER $\delta(v)$

II DIM. QUANDO SI ESTRAE v DA Q $v.d = \delta(v)$

→ $i = 1$ $v_i = s$ $s.d = 0 = \delta(s)$ T BASE

$i = k$ ASSUMO T $\forall_{i=1}^{k-1}$ PASSO

1. $v_k.d \leq v_j.d$ CON $j \in \{k+1, \ldots, n\}$

2. SE MIN PATH DA s A v_k HA VERTICI SOLO IN $R = \{v_1 \ldots v_{k-1}\} \Rightarrow v_k.d = \delta(v_k)$

SE P.A. $v_k.d > \delta(v_k)$ PRENDO $u \in R$

$\to \; = \delta(u) + w(u, v_k) = u.d + w(u, v_k) < v_k.d$

IMPOSSIBILE PERCHÉ v_k GIÀ RILASSATO

③ SE MIN PATH DA s A v_k HA VERTICI ANCHE IN $V \setminus R$

$$\underbrace{s \rightsquigarrow v_p}_{R} \to \underset{\notin R}{v_q} \rightsquigarrow v_k$$

ASSUMIAMO $v_k.d > \delta(v_k)$

$v_p.d = \delta(v_p)$ PER HP IND. E $v_q.d = \delta(v_q)$
PERCHÉ v_q RILASSATO $\to v_q.d = \delta(v_p) + w(v_p, v_q) = \delta(v_q)$

E QUINDI $v_q.d = \delta(v_q) < \delta(v_k) < v_k.d$

IMPOSSIBILE PERCHÉ v_k VIENE ESTRATTO PRIMA DI v_q