

Integralrechnung

Stammfunktionen

$$f(x) = x^5$$
$$f'(x) = 5x^4$$

$$F(x) = \frac{1}{101}x^{101} = \frac{x^{101}}{101}$$
$$f(x) = x^{100}$$

Beobachtung: wenn $f'(x) = x^3$ gilt, dann könnte $f(x) = \frac{1}{4}x^4$ gelten, es könnte aber auch $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + 4$ oder $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + 367$ gelten.

Def: $F(x)$ heißt Stammfunktion von $f(x)$, falls $F'(x) = f(x)$ gilt.

Bemerkung: Wer F eine Stammfunktion von f ist, dann ist auch G mit $G(x) = F(x) + c$ für $c \in \mathbb{R}$ eine Stammfunktion von f .

Beweis:

$$G'(x) = F'(x) + 0$$
$$G'(x) = f(x)$$

Aufgabentypen

- Geben Sie 3 verschiedene Stammfunktionen von $f(x) = 5x^3 - 7x^2 + 8x + 4$ an!
- Geben Sie alle Stammfunktionen von f aus 1) an!
 $F(x) = \frac{5}{4}x^4 - \frac{7}{3}x^3 + 4x^2 + 4x + c; c \in \mathbb{R}$
- Geben die **die** Stammfunktion von f aus 1) an, für die $F(1) = 100$ gilt!

Integralrechnung

Eines der Ziele der Integralrechnung ist die exakte Berechnung von Flächen, die durch Funktionsgraphen umrandet werden. Die ersten Ideen dazu sind SEHR alt, so stammt die folgende Einschachtel-Idee schon aus der Antike, z.B. bei Archimedes (ca. 285 - 212) zu finden (Trapeze statt Rechtecke).

Formel

$$A = \int_0^1 x^2 \cdot dx = \left[\frac{1}{3}x^3 \right]_0^1 = \frac{1}{3} \cdot 1^3 - \frac{1}{3} \cdot 0^3 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

- Man muss die Stammfunktion (Aufleitung) der funktion hinter \int bekommen
- In diese setzt man die obere Integralzahl ein.
- Dann die untere.
- Dann substrahiert man das ergebnis des oberen Ergebnisses mit dem Ergebniss des unteren.