

文章编号:1004-3918(2023)05-0774-07

基于人工势场法的无人机局部航迹重规划

聂晶鑫¹, 王翼虎², 陈明鹏³

(1. 中铁第一勘察设计院集团有限公司, 西安 710043; 2. 兰州交通大学 自动化与电气工程学院, 兰州 730070;
3. 中国铁路青藏集团有限公司, 西宁 810006)

摘要: 无人机飞行中受复杂环境的影响,在预设航线飞行时容易遇到突发障碍物,这要求无人机及时避障并重新设计轨迹。为实现无人机在飞行过程中主动避障并平滑地返回预设航迹,提出了一种改进人工势场法的局部航迹重规划方法。在引力场函数中加入线势场,使无人机避障后在线势场力的作用下重回原预设航线。通过在斥力场函数中加入无人机与目标点的决策因子,解决无人机在临界点震荡,无法到达预设目标位置的问题。通过引入动态力,解决无人机原地停滞,局部极小值问题。研究在二维环境下进行了 Matlab 仿真验证,试验结果表明,改进的人工势场法能够实现主动避障和无人机局部航迹的重规划。

关键词: 无人机; 航迹重规划; 人工势场; 主动避障

中图分类号: TP 273+.2 **文献标识码:** A

Local Track Re-planning of Unmanned Aerial Vehicles Based on the Artificial Potential Field Method

NIE Jingxin¹, WANG Yihu², CHEN Mingpeng³

(1. China Railway First Survey and Design Institute Group Company Co. Ltd., Xi'an 710043, China;
2. School of Automation and Electrical Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China;
3. China Railway Qinghai-Tibet Group Co. Ltd., Xining 810006, China)

Abstract: Unmanned aerial vehicles (UAVs) are susceptible to unexpected obstacles when flying in complex environments along pre-set routes. This requires UAVs to avoid obstacles in a timely manner and redesign the trajectory. To achieve active obstacle avoidance and smooth return to the pre-set trajectory of UAV during flight, a local trajectory re-planning method based on an improved artificial potential field (APF) method is proposed. A linear potential field is added to the gravitational field function so that the UAV can return to the original pre-set route under the action of the linear potential field after avoiding obstacles. The problem that UAV cannot reach the pre-set target position due to its oscillation at critical points is solved by adding a decision factor between the UAV and the target point to the repulsive field function. The problem of UAV stagnation and local minima is solved by introducing dynamic forces. Matlab simulations are conducted in a two-dimensional environment, and the experimental results show that the improved APF method can achieve active obstacle avoidance and local trajectory re-planning for UAVs.

Key words: drone; re-planning of the track; artificial potential field; active obstacle avoidance

在无人机实际巡航过程中,可能会遇到突发障碍,若不及时进行避障和航迹重规划,将会导致巡航任务失败^[1-4]。因此,实时地避障和航迹重规划对于保证无人机巡航任务的顺利完成至关重要。人工势场法是比较常见的局部航迹规划方法之一,其优势是对控制要求低、计算效率高、鲁棒性较好、航迹规划较为平滑^[5-7]。

收稿日期: 2023-02-14

基金项目: 中国铁建重大专项(18-A02); 中铁第一勘察设计院科研课题(17-35)

作者简介: 聂晶鑫(1982-),男,高级工程师,硕士,主要从事接触网设计和无人机关键技术研究

基于无人机的人工势场法通过将无人机与障碍物看作带电粒子, 将无人机与目标之间的势能由引力场表示, 无人机与障碍物之间的势能由斥力场表示, 根据粒子间的引力和斥力, 计算无人机受到的合力, 从而实现无人机的避障和路径规划^[8].

传统人工势场法进行无人机的航迹重规划时, 存在以下几个问题: 一是在接近目标地时, 无人机受到的合力为斥力, 使无人机无法到达目标地^[9-11]; 二是无人机在某些情况下, 所受合力为零, 导致无人机停滞或在一个区域内徘徊; 三是重规划目标点选择困难, 无人机在进行局部航迹重规划时, 需要确定一个局部目标点, 实际重规划时无人机只能得到局部的环境信息, 其局部目标点也可能在障碍范围内, 使得规划失败^[12-14]. 针对以上问题, 本研究拟对传统的人工势场法进行改进, 实现无人机的主动避障和航迹重新规划.

1 改进人工势场法

人工势场包括引力场和斥力场^[15-16], 在人工势场法中, 目标点会产生持续的引力场, 覆盖整个规划空间, 对无人机产生引力作用^[17-18]. 障碍物会产生斥力场, 使得无人机远离障碍物, 斥力场的作用范围在障碍物周围一定距离内. 根据无人机受到的引力和斥力的合力, 确定下一步的规划方向^[19-20], 无人机在此过程中的受力情况如图1所示.

人工势场法在位置 q 处对应的引力场、斥力场、合力场函数分别为:

$$U_{\text{att}}(q) = \frac{1}{2} \zeta \rho^2(q, q_g), \quad (1)$$

$$U_{\text{rep}}^i(q) = \begin{cases} \frac{1}{2} \eta \left(\frac{1}{\rho(q, q_o^i)} - \frac{1}{\rho_0} \right), & \rho(q, q_o^i) \leq \rho_0, \\ 0, & \rho(q, q_o^i) > \rho_0. \end{cases} \quad (2)$$

$$U(q) = U_{\text{att}}(q) + \sum_{i=1}^n U_{\text{rep}}^i(q). \quad (3)$$

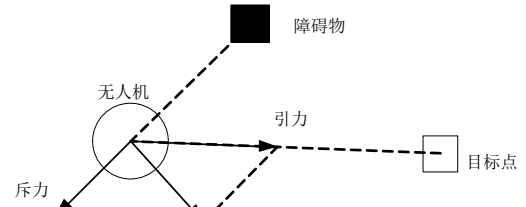


图1 人工势场法受力示意图

Fig.1 Schematic diagram of the force exerted on the artificial potential field method

其中: ζ 为引力增益系数; q 为无人机所在位置; q_g 为无人机要到达的目标点, $\rho(q, q_g)$ 为无人机所在点与目标点间的距离; η 为斥力增益系数, q_o^i 为第 i 个障碍物点, $\rho(q, q_o^i)$ 为无人机与障碍物点 i 之间的距离, ρ_0 为障碍物对无人机的斥力作用边界距离, 当无人机与障碍物的距离小于 ρ_0 时, 会受到斥力的作用.

以上势场对应的引力、斥力与合力为对应势场的负梯度, 公式如下:

$$\mathbf{F}_{\text{att}}(q) = -\nabla U_{\text{att}}(q) = -\zeta \rho(q, q_g) \cdot \mathbf{e}_{q_g}, \quad (4)$$

$$\mathbf{F}_{\text{rep}}^i(q) = -\nabla U_{\text{rep}}^i(q) \begin{cases} \eta \left(\frac{1}{\rho(q, q_o^i)} - \frac{1}{\rho_0} \right) \frac{1}{\rho^2(q, q_o^i)} \cdot \mathbf{e}_{q_o^i}, & \rho(q, q_o^i) \leq \rho_0, \\ 0, & \rho(q, q_o^i) > \rho_0. \end{cases} \quad (5)$$

$$\mathbf{F}_{\text{sum}}(q) = \mathbf{F}(q) + \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_{\text{rep}}^i. \quad (6)$$

其中: \mathbf{e}_{q_g} 为单位方向向量, 方向为由 q 位置指向目标点 q_g ; $\mathbf{e}_{q_o^i}$ 方向为由障碍物 i 位置指向 q ; n 为障碍物的数量.

1.1 改进引力场函数

为了保障无人机在主动避障后能够在线引力的作用下返回原规划航线, 本研究通过改进引力场函数, 引入预定航迹对无人机的线引力, 这样在局部重规划时不用再进行局部目标点的选择.

在改进人工势场函数中, 引力场函数是一次函数, 它保证了无人机到目标点间受到的引力为固定不变的值, 避免了在距离目标点较远时引力过大的问题. 但对于线引力场来说, 产生的引力最好也是固定的. 然而, 一次函数在目标点或航线处是不连续的, 这会对线引力场产生较大影响, 无人机在回到预定航线时可能需要继续规划, 因为航线上的引力场不连续, 会影响无人机航迹规划. 因此, 本研究采用分段的形式改进

了线引力场函数,在航线附近采用无人机到航线距离的二次函数,在较远距离采用线距离的一次函数。最终改进的目标点的引力场函数和线引力场函数如式(7)和式(8)所示:

$$U_{\text{att_goal}} = \zeta \rho(q, q_g), \quad (7)$$

$$U_{\text{att_line}} = \begin{cases} \frac{1}{2} \lambda \rho^2(q, q_{\text{line}}), & \rho(q, q_{\text{line}}) \leq d_{\text{line}}, \\ d_{\text{line}} \lambda \rho(q, q_{\text{line}}) - \frac{1}{2} \lambda d_{\text{line}}^2, & \rho(q, q_{\text{line}}) > d_{\text{line}}. \end{cases} \quad (8)$$

改进的合引力场函数如式(9)所示:

$$U_{\text{att}} = U_{\text{att_goal}} + U_{\text{att_line}}. \quad (9)$$

其中: λ 为线引力增益系数, $\rho(q, q_{\text{line}})$ 为无人机到预设航线的最小距离, d_{line} 为线势场距离阈值,当无人机到航线距离小于该阈值,线势场函数为二次函数,在航线处势场连续可导,当无人机到航线距离大于该阈值,线势场函数为一次函数,使得线引力为固定值,改进方案解决了线引力场中不连续函数的问题,提高了无人机航迹规划的效果。

图2为以(50, 50)为目标点,以一条经过点(0, 0)和(50, 50)的平滑B样条曲线为预设航线的引力势场图。可以看到,其目标点处的引力势场值最低,并随着到目标点的距离增大而增大,且由于线势场的加入,其势场整体上是曲线为中心、两边平滑凸起的槽状势场。

改进的引力场函数对应的引力公式如下所示:

$$\mathbf{F}_{\text{att}} = \mathbf{F}_{\text{att_goal}} + \mathbf{F}_{\text{att_line}}, \quad (10)$$

$$\mathbf{F}_{\text{att_goal}} = -\nabla U_{\text{att_goal}} = \zeta \cdot \mathbf{e}_{q_g}, \quad (11)$$

$$\mathbf{F}_{\text{att_line}} = -\nabla U_{\text{att_line}} = \begin{cases} \lambda \rho(q, q_{\text{line}}) \cdot \mathbf{e}_{q_l}, & \rho(q, q_{\text{line}}) \leq d_{\text{line}}, \\ d_{\text{goal}} \lambda \cdot \mathbf{e}_{q_l}, & \rho(q, q_{\text{line}}) > d_{\text{line}}. \end{cases} \quad (12)$$

其中: \mathbf{e}_{q_l} 为方向向量,方向由无人机所在位置 q 指向预设航迹方向。

在改进的引力场计算时,需要计算无人机到航线的最短距离 $\rho(q, q_{\text{line}})$,即点到不规则曲线的距离。本研究采用一种快速的数值求解方法——分割逼近法,其求解步骤如下:

对于一个给定点 $p_k(x_k, y_k, z_k)$ 到一条复杂B样条曲线 $r(u)$ 的最短距离,分割逼近法的计算步骤如下:

1) 计算 $p_k(x_k, y_k, z_k)$ 到曲线 $r(u)$ 所有特征顶点的距离 d_i 。

2) 求出其最小值 $e_k = \min(d_i)$,则最小距离必落在 e_k 对应点两侧的曲线段 $r_{k-1}(u)$ 和 $r_k(u)$ 上,如图3所示。

3) 将曲线段 $r_{k-1}(u)$ 和 $r_k(u)$ 在其主方向进行四等分,求出这些等分点到 p_k 的距离,找出其中的最小距离 e_k^* ,则点到曲线的最小距离分布在 e_k^* 对应点的相邻区间内,如图4所示。

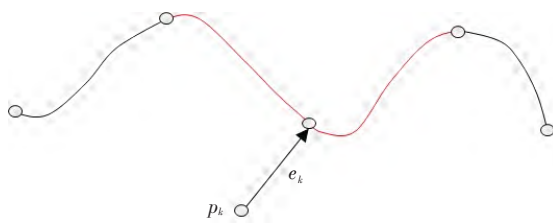


图3 点到曲线分段点的最小距离

Fig.3 Minimum distance from a point to a segmented curve

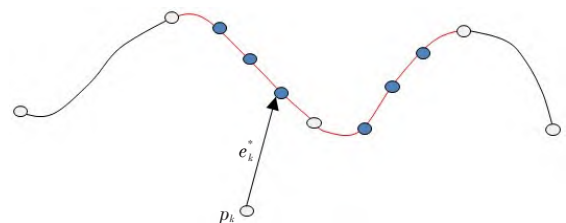


图4 分割相邻曲线段

Fig.4 Dividing adjacent curve segments

4) 计算相邻分割点间的距离, 如果小于计算精度, 则最终获得最短距离为 e_k^* , 若未达到计算精度则对 e_k^* 对应点的相邻区间再次进行分割.

5) 重复步骤4直至达到计算精度.

经试验, 该计算方法在进行到三、四次分割即可达到较高精度, 满足计算线势场的需求, 且其计算耗时短, 能够满足局部航迹规划的实时性要求.

1.2 改进斥力场函数

为解决无人机无法到达目标点的问题, 本研究通过改进的斥力场函数, 加入了目标点到无人机的决策因子; 为了提高其动态避障性能, 加入无人机对障碍物的相对速度信息; 在改进引力场函数中, 加入的线势场力能够引导无人机避障后回到预设航线, 但这会抵消部分斥力, 对避障本身产生了不利影响, 因此本研究加入动态调节比例系数, 以抵消线势场力的不利影响. 最终改进的斥力场函数如下:

$$U_{\text{rep}} = \begin{cases} \left[\frac{1}{2} \eta \left(\frac{1}{\rho(q, q_o)} - \frac{1}{\rho_0} \right)^2 \right] \rho^n(q, q_g) + \frac{1}{2} k_{\text{ov}} v_{\text{or}}^2 - \sigma \left(\frac{1}{2} k \rho^2(q, q_{\text{line}}) \right), \\ \rho(q, q_o) \leq \rho_0 \cap \rho(q, q_{\text{line}}) \leq d_{\text{line}}, \\ \left[\frac{1}{2} \eta \left(\frac{1}{\rho(q, q_o)} - \frac{1}{\rho_0} \right)^2 \right] \rho^n(q, q_g) + \frac{1}{2} k_{\text{ov}} v_{\text{or}}^2 - \sigma \left(d_{\text{line}} k \rho(q, q_{\text{line}}) - \frac{1}{2} k d_{\text{line}}^2 \right), \\ \rho(q, q_o) \leq \rho_0 \cap \rho(q, q_{\text{line}}) > d_{\text{line}}, \\ 0, \quad \rho(q, q_o) > \rho_0. \end{cases} \quad (13)$$

其中: k_{ov} 为相对速度增益系数; v_{or} 为无人机与障碍物相对速度; $\sigma = 1 - 2\rho(q, q_o)/\rho_0$ 为动态调节线势场力的比例系数, 使得线势场力在随着接近障碍物逐渐增大, 抵消线势场引力. 图5为在之前改进的引力势场上叠加改进斥力场后的势场图.

改进斥力场函数对应的斥力函数如式(14)所示:

$$\mathbf{F}_{\text{rep}} = -\nabla U_{\text{rep}} \left\{ (q, q_o), (q, q_g), (q, q_{\text{line}}), v_{\text{or}} \right\} = \mathbf{F}_{\text{rep1}} + \mathbf{F}_{\text{rep2}} + \mathbf{F}_{\text{rep3}} + \mathbf{F}_{\text{rep4}}. \quad (14)$$

可知斥力由四部分组成, 如式(15)~式(18)所示.

$$\mathbf{F}_{\text{rep1}} = \eta \left(\frac{1}{\rho(q, q_o)} - \frac{1}{\rho_0} \right) \frac{\rho^n(q, q_g)}{\rho^2(q, q_o)} \mathbf{e}_{q_o}, \quad (15)$$

$$\mathbf{F}_{\text{rep2}} = \frac{n}{2} \eta \left(\frac{1}{\rho(q, q_o)} - \frac{1}{\rho_0} \right)^2 \rho^{n-1}(q, q_g) \mathbf{e}_{q_g}, \quad (16)$$

$$\mathbf{F}_{\text{rep3}} = k v_{\text{or}} \mathbf{e}_v, \quad (17)$$

$$\mathbf{F}_{\text{rep4}} = \begin{cases} \sigma k \rho(q, q_{\text{line}}) \mathbf{e}_{q_1}, & \rho(q, q_{\text{line}}) \leq d_{\text{line}}, \\ \sigma d_{\text{line}} k \mathbf{e}_{q_1}, & \rho(q, q_{\text{line}}) > d_{\text{line}}. \end{cases} \quad (18)$$

其中: \mathbf{F}_{rep1} 为斥力分量; \mathbf{F}_{rep2} 为引力分量; \mathbf{F}_{rep3} 为速度势场力; 方向向量 \mathbf{e}_v 为相对速度方向; \mathbf{F}_{rep4} 为线势场斥力; 方向向量 \mathbf{e}_{q_1} 为线势场引力的相反方向, 以抵消线势场引力. 当无人机即将到达目标位置时, 受到的引力随距离增大而增大, 斥力随距离增大相应减小, 有效解决无法到达目标位置的问题.

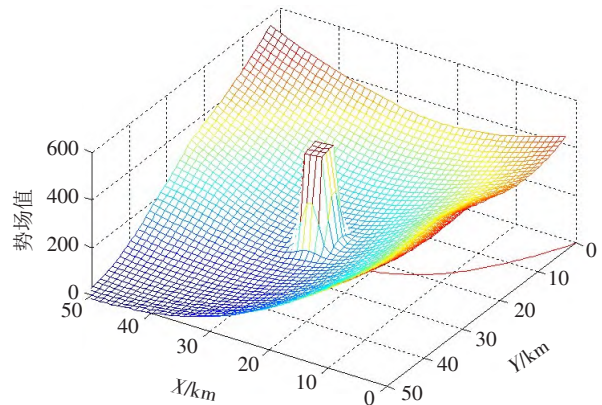


图5 叠加改进斥力场后的势场图

Fig.5 Potential field diagram after superimposing the improved repulsive field

1.3 局部极小值解决方法

采用人工势场法进行航迹规划时,存在无人机受到的斥力与引力相等,无人机所受合力为零(图6),将会导致无人机在原地停滞,陷入局部极小值无法进行下一步规划^[21]. 本文通过引入动态力解决这一难题. 为了使得新规划的航迹更为平滑,本研究在斥力和引力方向夹角 $\theta \in (\pi \pm \beta)$ 时,加入动态力, β 表示引力和斥力夹角阈值. 在实际中,由于引力与斥力完全反向的情况非常少,在两者接近反向时,无人机虽然不会完全陷入局部极小值,但是也会出现较大的振荡,为了避免这种情况,加入 β 能保证避障轨迹平滑.

加入动态力的大小定义如式(19),其方向为引力的垂直方向:

$$|F_{\text{nor}}| = \begin{cases} \kappa \cdot \left(1 - \frac{\rho(q - q_0)}{\rho_0}\right), & \rho(q - q_0) \leq \rho_0, \\ 0, & \rho(q - q_0) > \rho_0. \end{cases} \quad (19)$$

其中: κ 为调节系数,大小与前述的引力增益系数和斥力增益系数有关; $\rho(q - q_0)$ 为无人机与障碍物的距离; ρ_0 表示斥力作用范围. 当无人机所受斥力和引力方向的夹角 $\leq \theta$, 加入动态力,反之取消动态力. 当无人机接近障碍物时,动态力随之增大,可有效阻止无人机进入局部极值点或者振荡.

2 人工势场法航迹规划流程

本研究设计的改进人工势场法航迹重规划的具体实现步骤如下.

第一步: 基于改进的人工势场模型,初始化算法参数,确定引力、斥力、线引力的增益系数,确定斥力影响距离 ρ_0 , 根据速度及采样时间确定规划步长. 根据当前环境信息以及预设航线建立势场模型,设迭代次数为 $w=0$.

第二步: 获得无人机与目标点、障碍物以及预定航迹的距离,计算引力、斥力以及合力的大小及方向,获得水平方向的运行角度 θ , 垂直角度运动方向 φ .

第三步: 根据式(20)获得无人机航迹规划的下一步位置.

$$\begin{cases} x_{w+1} = x_w + R \cos \theta, \\ y_{w+1} = y_w + R \sin \theta, \\ z_{w+1} = z_w + R \sin \varphi. \end{cases} \quad (20)$$

第四步: 将得到的新节点设为当前点,更新 $w = w + 1$.

第五步: 设置算法终止条件,一是无人机与目标点的距离小于设定阈值;二是无人机与预设的全局航迹距离小于设定阈值,同时无新的突发障碍,满足以上之一可以终止.

第六步: 检测无人机状态,判断是否达到终止条件,如果达到终止条件则结束规划,如果未达到终止条件则返回第二步.

3 无人机航迹重规划对比实验

3.1 目标不可达实验

为验证本研究改进的人工势场法的有效性,分别采用传统势场法和改进势场法进行了无人机航迹重规划仿真实验. 实验中,规划航迹的起始点坐标为(0,0),目标点坐标为(10,10),设置多个障碍物,且在目标点旁设置障碍物,进行目标不可达问题的实验. 本实验不设置预定航线,故不计算线势场力,所以线势场引力增益系数 $\lambda = 0$,其他参数设置如表1所示.

表1 实验参数设置

Tab.1 Experimental parameter settings

参数	参数值
引力增益系数 ζ	100
斥力增益系数 η	40
相对速度增益系数 k_v	20
障碍物斥力影响范围 ρ_0	1.5
基本步长 R	0.2
最大迭代次数 J	100

图7为传统人工势场法的航迹规划,由图可知,无人机从初始位置出发后,在远离目标点的距离上,其避开了多个静态障碍物,航迹规划良好,并顺利地为目标点前进;但当无人机接近目标点时,由于目标点旁存在障碍物,此时无人机所受合力中斥力起到主导作用,使其始终在斥力的临界点震荡,无法到达目标点。

图8所示的重规划航迹,展示了改进的势场法在目标点附近存在障碍物时的运动状态。由图8可以看出,无人机到达有障碍物的目标点附近时,由于改进后的斥力场函数使得斥力在接近目标点时逐渐减小,使得无人机可以平滑地到达目标点,没有出现任何停顿。对比图7和图8,我们可以发现,改进后的人工势场法能够有效解决无人机无法抵达目标点的问题,成功实现无人机航迹的重规划。

3.2 局部极值点试验

本节对局部极值点的改进进行实验,设规划航迹的起始点坐标为(0,0),目标点坐标为(10,10)。动态法向力基数 κ 设为40,引力斥力夹角阈值 β 为 10° ,其他参数沿用表1。

图9为传统势场法陷入局部极值点时航迹规划的结果,此时引力和斥力方向接近相反,无人机受到合力趋近于零,在临界点产生振荡,无法到达目标点。图10为改进势场法进入局部极值点时的规划结果,由于改进的人工势场法在引力和斥力方向接近相反时,加入了动态力,使得无人机平滑地避开了局部极值点,最终成功地到达目标点。改进的方法不仅可以避免陷入局部极值点,还能够使得航迹更加平滑和连续,提高了航迹规划的效果和稳定性。

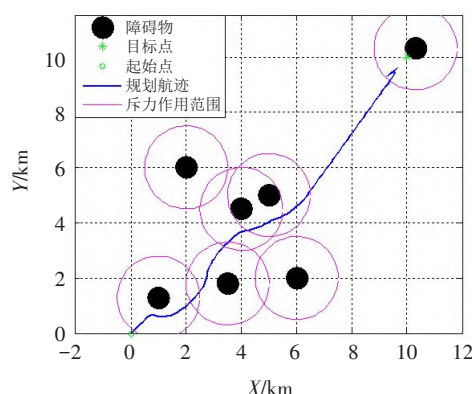


图7 传统势场法目标不可达实验

Fig.7 Experiment of unreachable goal in traditional potential field method

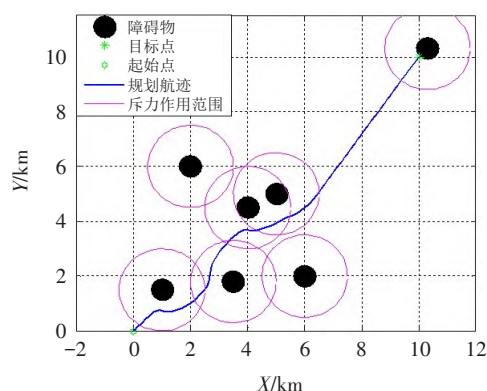


图8 改进势场法目标不可达实验

Fig.8 Experiment of unreachable goal in improved potential field method

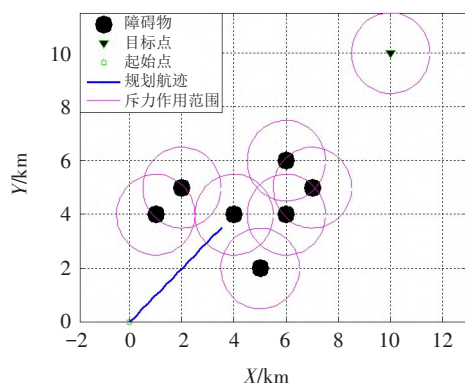


图9 传统势场法航迹规划

Fig.9 Trajectory planning by traditional potential field method

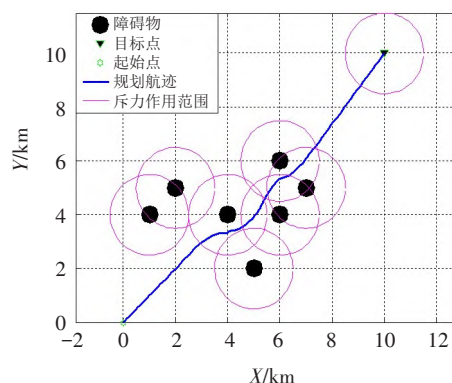


图10 改进势场法航迹规划

Fig.10 Trajectory planning by improved potential field method

4 总结

本文通过改进人工势场法,实现了无人机飞行的主动避障和局部航迹重规划。通过引入线势场力,使无人机避免寻找下一步路径规划点,在线势场力的作用下重回原预设航线;在斥力场函数中加入决策因子,

解决了无人机在飞行过程中因为障碍物导致无法到达目标点的难题;加入动态力解决了无人机在飞行过程中陷入的局部极值点、航迹无法规划的难题。通过在二维环境下进行仿真验证,试验结果表明,改进的人工势场算法能够实现无人机局部航迹的重规划,可以在无人机巡航中使用。

参考文献:

- [1] ZHANG B, TANG L, DECASTRO J, et al. A recursive receding horizon planning for unmanned vehicles[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(5): 2912-2920.
- [2] 牟诗璇. 动态环境下的无人机避碰技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2019.
- [3] 李紫君. 基于大数据的寻位最优路径的分析与研究[D]. 北京: 华北电力大学, 2017.
- [4] 刘畅, 谢文俊, 张鹏, 等. 多重威胁下的无人机自主避障航迹规划[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2020, 52(4): 119-126.
- [5] 周世博. 基于改进的A*算法和人工势场法的轮式机器人路径规划研究[D]. 太原: 太原理工大学, 2021.
- [6] 陈冠星, 张志安, 黄学功, 等. 改进人工势场法在未知环境中的路径规划研究[J]. 机械与电子, 2021, 39(5): 74-80.
- [7] 陈亚青, 张智豪, 李哲. 无人机避障方法研究进展[J]. 自动化技术与应用, 2020, 39(12): 1-6.
- [8] KHATIB O. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots[J]. The International Journal of Robotics Research, 1986, 5(1): 90-98.
- [9] 石志刚, 梅松, 邵毅帆, 等. 基于人工势场法的移动机器人路径规划研究现状与展望[J]. 中国农机化学报, 2021, 42(12): 182-188.
- [10] 兰玉彬, 王林琳, 张亚莉. 农用无人机避障技术的应用现状及展望[J]. 农业工程学报, 2018, 34(9): 104-113.
- [11] 李廷珍, 招启军, 张夏阳, 等. 基于改进人工势场法的无人直升机三维航迹规划[J]. 飞行力学, 2022, 40(1): 69-75.
- [12] CEZARY K. Self-adaptive asymmetrical artificial potential field approach dedicated to the problem of position tracking by nonholonomic UAVs in windy environments[J]. Acta Mechanica et Automatica, 2021, 15(1): 37-46.
- [13] RAHMAN M A, AZAD M. To escape local minimum problem for multi-agent path planning using improved artificial potential field-based regression search method[C]. Proceedings of the 2017 International Conference on Information Technology, Singapore: ACM Press, 2017.
- [14] 苗东东, 吕品, 王庆, 等. 基于改进人工势场法电力巡检无人机航迹规划[J]. 计算机与数字工程, 2021, 49(11): 2260-2265.
- [15] 巫茜, 曾青, 罗金彪, 等. 改进人工势场法在无人机路径规划中的应用研究[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2022, 36(3): 144-151.
- [16] 韩尧, 李少华. 基于改进人工势场法的无人机航迹规划[J]. 系统工程与电子技术, 2021, 43(11): 3305-3311.
- [17] 陈博琛, 唐文兵, 黄鸿云, 等. 基于改进人工势场的未知障碍物无人机编队避障[J]. 计算机科学, 2022, 49(S1): 686-693.
- [18] 杨萌, 王玥. 基于改进人工势场法的无人机避让航迹规划[J]. 导航与控制, 2019, 18(1): 76-83, 104.
- [19] 卢艳军, 李月茹. 基于改进人工势场法的四旋翼飞行器航迹规划[J]. 火力与指挥控制, 2018, 43(11): 119-122, 127.
- [20] 郭一聪, 刘小雄, 章卫国, 等. 基于改进势场法的无人机三维路径规划方法[J]. 西北工业大学学报, 2020, 38(5): 977-986.
- [21] 丁京祯. 旅游景区动态游览线路规划算法研究[D]. 武汉: 华中师范大学, 2018.

(编辑 张继学)