

# Порождение признаков с помощью локально-аппроксимирующих моделей\*

Максим Христоролюбов, В. В. Стрижов, Александра Гальцева,  
Данил Сайранов

khristolyubov.me@phystech.edu

<sup>1</sup>Московский физико-технический институт

В работе решается задача классификации временных рядов акселерометра. Классификация производится в пространстве признаков, описывающих классифицируемые объекты (моменты времени). Признаки порождаются с помощью локально-аппроксимирующих моделей. Предлагается выделить квазипериодические сегменты для каждого классифицируемого момента времени. В качестве признаков для классификации использовать параметры локально-аппроксимирующих моделей, обученных на этих сегментах. Исследуется вопрос информативности порожденных признаков и возможность классификации типа активности владельца прибора или его физических параметров.

**Ключевые слова:** *временной ряд; классификация; сегментация временного ряда; локально-аппроксимирующая модель, порождение признаков*

## 1 Введение

В статье изучается задача классификации движений человека по временным рядам. Исследуется возможность выделения признаков моментов времени, которые могут быть использованы для определения личности или физических параметров субъектов данных в дополнении к их деятельности. Классификация временных рядов находит широкое применение в сфере здравоохранения.

Временные ряды являются объектами сложной структуры, требующие предварительной обработки и представления их в удобном для классификации виде. Необходимо отобрать исходный временной ряд в пространство признаков. Например, в [1] временной ряд аппроксимируется моделью авторегрессии, а признаками являются ее параметры. В качестве аппроксимирующей модели используется модель сингулярного спектра, а признаками являются собственные числа траекторной матрицы. В [2] временные ряды разбиваются на сегменты фиксированной длины, на которых строится локально-аппроксимирующая модель. Для аппроксимации используется линейная модель, модель авторегрессии и коэффициенты преобразования Фурье. В [3] предлагается использовать в качестве сегментов интервалы между локальными максимумами временного ряда. Более общий подход к способу сегментации посредством нахождения главных компонент траекторной матрицы, рассмотрен в [6]. В [8] сравниваются между собой перечисленные выше подходы.

Метод кластеризации точек, соответствующих участкам разной деятельности, с помощью методов главных компонент (SSA, алгоритм гусеница [12]) рассмотрен в [11]. На участках, содержащих точки одного кластера, применяются описанные выше методы. Другим подходом к классификации точек временного ряда на основе нейросетей рассмотрены в [9] и [13].

В работе исследуется оптимальное признаковое описание временных моментов ряда. Предлагается построить набор локально-аппроксимирующих моделей и выбрать наиболее адекватные. Производится построение пространства описаний элементарных движений.

\*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проекты № 00-00-00000 и 00-00-00001.



Заданы выборка объектов сложной структуры и ответов  $\mathfrak{D} = \{(\mathbf{x}_i, y_i)\}_{i=1}^m$ . Задача состоит в нахождении функции  $f$ , минимизирующие суммарные потери на выборке  $\mathfrak{D}$ , при заданной функции потерь  $\mathcal{L} : (\mathbb{X}, F, Y) \rightarrow R$ ,  $\mathcal{L}(f(\mathbf{x}_i), y_i)$ , характеризующая ошибку классификации функции  $f \in F$  на элементе  $\mathbf{x}_i$ .

Пусть

$$w : \mathbb{X} \rightarrow W = \mathbb{R}^n$$

— процедура построения признакового описания сегмента. Тогда  $W$  — пространство признаков, в котором производится классификация временных рядов.

Пусть  $b$  — алгоритм многоклассовой классификации:

$$b : W \rightarrow Y \quad (3)$$

Тогда  $f$  ищется в среди композиций вида

$$f = b \circ w$$

Для любого  $w$  можно найти оптимальное значение вектора  $\hat{\mu}$  параметров классификатора  $b(w(x), \mu)$ , минимизирующего функционал качества:

$$\hat{\mu} = \arg \min_{\mu} \tilde{Q}(b \circ w, \mathfrak{D}) \quad (4)$$

Оптимальный метод обучения для конкретного способа задания пространства признаков  $w$  и выбранной модели классификации, определяется по скользящему контролю

$$\hat{f}_w = \arg \min_w \widehat{CV}(f_w, \mathfrak{D}),$$

где  $\widehat{CV}(f, \mathfrak{D})$  — внешний контроль качества метода обучения  $f$ ,  $\mathfrak{D} = \mathfrak{L} \sqcup \mathfrak{E}$ :

$$\widehat{CV}(f, \mathfrak{D}) = \frac{1}{r} \sum_{k=1}^r Q(f^*(\mathfrak{L}), \mathfrak{E}) \quad (5)$$

В качестве функционала качества используется

$$Q(f, \mathfrak{L}) = \frac{1}{|\mathfrak{L}|} \sum_{(\mathbf{x}, y) \in \mathfrak{L}} |\{(\mathbf{x}, y) \in \mathfrak{L} | f(\mathbf{x}) = y\}|,$$

а в оценке точности классификации объектов класса  $c \in Y$  используется модифицированный функционал качества

$$Q_c(f, \mathfrak{L}) = \frac{1}{|\mathfrak{L}|} \sum_{(\mathbf{x}, y) \in \mathfrak{L}} \frac{|\{(\mathbf{x}, y) \in \mathfrak{L} | f(\mathbf{x}) = y = c\}|}{|\{(\mathbf{x}, y) \in \mathfrak{L} | y = c\}|}$$

### 3 Порождение признаков

Модель  $\hat{\mathbf{x}}(\mathbf{v})$ , с помощью которой производится порождение признаков временных сегментов, называется локально-аппроксимирующей моделью, в силу локальности рассматриваемого сегмента (2) временного ряда (1). В качестве признакового описания сегмента предлагается использовать вектор параметров  $\mathbf{w}$  модели  $\hat{\mathbf{x}}(\mathbf{v})$ :

$$\mathbf{w}(\mathbf{x}) = \arg \min_{\mathbf{v}} \|\hat{\mathbf{x}}(\mathbf{v}) - \mathbf{x}\|_2,$$

Для порождения признакового описания  $\tilde{\mathbf{w}}$  для  $L$ -мерного временного ряда последовательно применяется операция порождения признаков к каждому одномерному ряду, и все полученные векторы признаков  $\mathbf{w}_l$  объединяются:

$$\tilde{\mathbf{w}} = [\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_L],$$

60 где , это операция конкатенации,  $\mathbf{w} \in W$ ,  $\tilde{\mathbf{w}} \in W^L$

### 61 3.1 Авторегрессия

Модель авторегрессии AR(2T) предсказывает следующее значение сегмента (2) как линейную комбинацию  $2T$  предыдущих:

$$\hat{x}^{(k)} = w_0 + \sum_{j=1}^{2T} w_j x^{(k-j)}.$$

Для нахождения оптимального вектора параметров  $\mathbf{w}$  решается задача минимизации:

$$\mathbf{w}(\mathbf{x}) = \arg \min_{\mathbf{w}} (\|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|_2^2 = \arg \min_{\mathbf{w}} \|\mathbf{x} - \mathbf{X}\mathbf{w}\|_2^2 = (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \mathbf{x},$$

62 где  $\mathbf{X}$  — матрица Ганкеля:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x^{(1)} & x^{(2)} & \dots & x^{(T)} \\ x^{(2)} & x^{(3)} & \dots & x^{(T+1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x^{(2T+1)} & x^{(2T+2)} & \dots & x^{(3T)} \end{pmatrix}.$$

### 63 3.2 Анализ сингулярного спектра

Рассмотрим модель SSA порождения данных. Поставим в соответствие временному сегменту  $\mathbf{x}$  его траекторную матрицу  $\mathbf{X}$  (1). Ее сингулярное разложение

$$\mathbf{X}^\top \mathbf{X} = \mathbf{V} \mathbf{H} \mathbf{V}^\top, \quad \mathbf{H} = \text{diag}(h_1, \dots, h_T).$$

64  $h_1 \dots h_T$  — собственные числа матрицы  $\mathbf{X}^\top \mathbf{X}$ . Первые десять собственных чисел берется в  
65 качестве нового признакового описания  $\mathbf{w} = [h_1, \dots, h_{10}]$ .

### 66 3.3 Дискретное преобразование Фурье

К временному сегменту применяется дискретное преобразование Фурье:

$$w_k = \sum_{n=1}^T x^{(k)} e^{-\frac{2\pi i}{T} kn},$$

67 или же в матричном виде  $\mathbf{w} = \mathbf{Z}\mathbf{x}$ , где матрица  $\mathbf{Z}$ :

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} e^{-\frac{2\pi i}{T}} & e^{-\frac{2\pi i}{T} \cdot 2} & \dots & e^{-\frac{2\pi i}{T} \cdot T} \\ e^{-\frac{2\pi i}{T} \cdot 2} & e^{-\frac{2\pi i}{T} \cdot 4} & \dots & e^{-\frac{2\pi i}{T} \cdot 2 \cdot T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-\frac{2\pi i}{T} \cdot 3T} & e^{-\frac{2\pi i}{T} \cdot 3T \cdot 2} & \vdots & e^{-\frac{2\pi i}{T} \cdot 3T \cdot T} \end{pmatrix}.$$

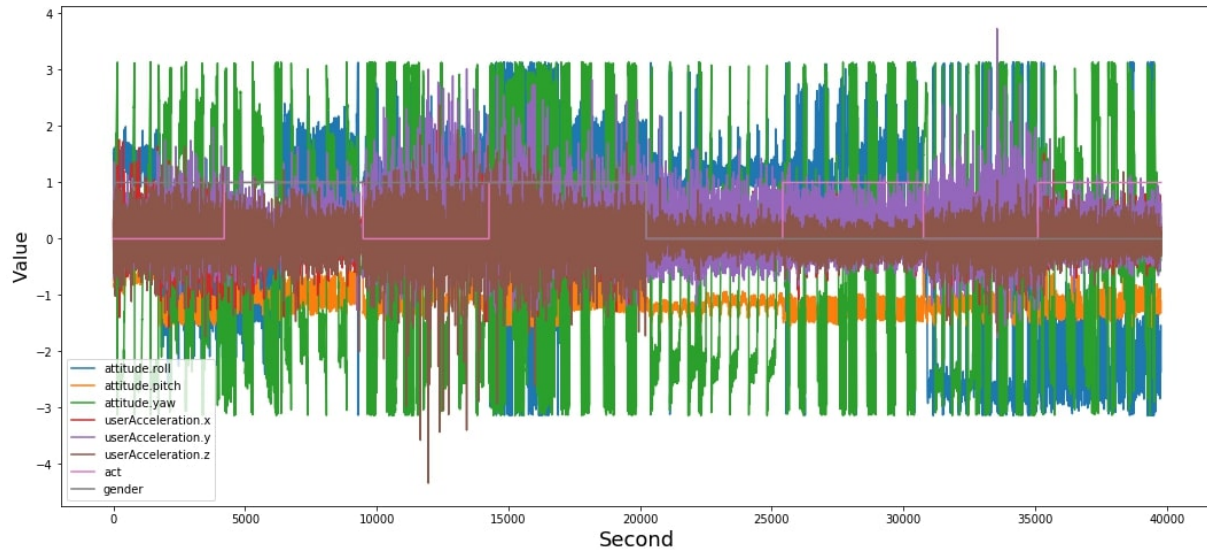
68 В качестве признаков  $\mathbf{w}$  берутся первые  $T$  коэффициентов Фурье.

## 4 Вычислительный эксперимент

В качестве вычислительного эксперимента решаются две задачи: классификация типов активности человека и классификация пола человека.

Условия измерения данных: данные — это измерения акселерометра и гироскопа, встроенных в мобильное устройство iPhone 6s, хранящегося в переднем кармане брюк участника. Временные ряды содержат значения ускорения человека и углы ориентацию телефона для каждой из трёх осей — всего шесть временных рядов. Частота дискретизации составляет 50 Гц. Метками классов служат: подъем по лестнице вверх, спуск по лестнице вниз, ходьба, бег трусцой, сидение, лежание. Данные собраны с 24 участников, для каждого из которых известны рост, вес, возраст и пол. Данные собирались в условиях проведения эксперимента: участникам выдавали телефон и просили выполнять одно из шести действий в течении двух минут <https://github.com/mmalekzadeh/motion-sense>.

Для эксперимента берется шесть временных рядов в 39000 временных моментов (780 секунд). Данные снимаются с четырех человек (двое мужчин и две женщины), которые выполняют подъем или спуск по лестнице (два типа деятельности).



Производится классификация не всех моментов времени, а только каждый десятый момент времени (пять в секунду), а класс остальных моментов времени определяется классом ближайшего классифицированного момента времени.. Это позволяет уменьшить размер выборки для классификации с 39000 точек до 3900, если классифицировать каждую десятую точку.

На соответствующих моментах времени сегментах строятся локально-аппроксимирующие модели, чьи параметры используются в качестве признаков. Сравниваются информативность признаков, порожденных моделью авторегрессии (с 50 членами), коэффициенты ряда Фурье (100 для каждого ряда), 10 сингулярных числа SSA разложения.

Отбор оптимальных признаков производится методом Sequential Backward Floating Selection [15] для выбранной модели классификации.

Для классификации используются две модели (3).

1) Логистическая регрессия [16] с  $l_2$  регуляризацией, для которой  $\tilde{Q}$  в (4) задается выражением:

$$\tilde{Q}(\mathbf{w}, \mathcal{D}) = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{w} + \sum_{i=1}^{|\mathcal{D}|} \ln(1 + \exp(-y_i(\mathbf{X}_i^T \mathbf{w} + \mathbf{c}))).$$

2) C-Support Vector Classification [17], минимизирующий функцию:

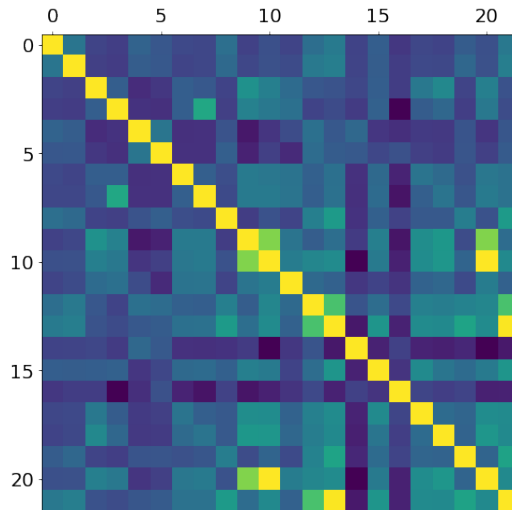
$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}, b, \zeta} \quad & \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{w} + C \sum_{i=1}^n \zeta_i, \\ \text{subject to} \quad & y_i(\mathbf{w}^T \varphi(\mathbf{x}_i) + b) \geq 1 - \zeta_i, \\ & \zeta_i \geq 0, i = 1, \dots, n, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \varphi(\mathbf{x}_i)^T \varphi(\mathbf{x}_j)$  — ядро.

Отдельно решаются задачи классификации активности и пола человека. После этого для проверки наличия причинно-следственной зависимости между активностью и полом производится обучения на расширенной матрице признаков: сначала решается одна задача классификации, а потом полученный вектор решения используется как признак для решения второй задачи.

**Таблица 1** Среднее и дисперсия доли верных классификаций

|               | mean(activity) | std(activity) | mean(gender) | std(gender) | Common feats |
|---------------|----------------|---------------|--------------|-------------|--------------|
| LogRegression | 0.908          | 0.147         | 0.952        | 0.152       | 1            |
| after adding  | 0.903          | 0.152         | 0.950        | 0.136       |              |
| SVC           | 0.934          | 0.097         | 0.971        | 0.074       | 1            |
| after adding  | 0.933          | 0.101         | 0.966        | 0.072       |              |



**Рис. 2** Корреляционная матрица оптимальных признаков

Первые 14 признаков — это оптимальные признаки для решения задачи классификации активности, последние 7 признаков — оптимальные в задаче классификации пола. Десятый признак — общий признак для обоих классификаторов, являющийся третьим сингулярным числом ряда, который характеризует угол поворота в вертикальной плоскости, параллельной направлению движения (pitch).

108 На этих 21 оптимальных признаках была решена задача классификации логистической  
109 регрессией. Сравним распределения параметров моделей задач классификации активности  
110 и пола человека.

**Таблица 2** Средние и дисперсии векторов параметров моделей классификации активности и пола

|           |       |       |       |       |       |       |      |      |       |       |      |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|-------|-------|------|
| mean(act) | -2.89 | -1.37 | 4.20  | 1.58  | -3.41 | -2.86 | 4.51 | 4.12 | -1.24 | 9.29  | 2.35 |
| std(act)  | 0.33  | 0.23  | 0.22  | 0.21  | 0.37  | 0.36  | 0.39 | 0.27 | 0.16  | 0.55  | 0.41 |
| mean(act) | 2.64  | -6.85 | -4.02 | 0.41  | 1.82  | -1.17 | 1.29 | 1.26 | -0.88 | -2.87 |      |
| std(act)  | 0.17  | 0.54  | 0.36  | 0.47  | 0.24  | 0.24  | 0.39 | 0.44 | 0.20  | 0.31  |      |
| mean(gen) | 1.66  | 0.41  | 1.28  | -1.62 | -1.19 | -1.47 | 1.61 | 2.17 | 0.71  | 1.37  | 3.70 |
| std(gen)  | 0.31  | 0.14  | 0.31  | 0.19  | 0.24  | 0.23  | 0.15 | 0.14 | 0.11  | 0.44  | 0.41 |
| mean(gen) | 0.23  | -3.98 | 8.82  | -7.39 | 3.64  | -4.78 | 3.17 | 3.53 | 1.36  | 7.65  |      |
| std(gen)  | 0.18  | 0.50  | 0.20  | 0.33  | 0.23  | 0.26  | 0.18 | 0.17 | 0.09  | 0.17  |      |

111 Расстояние Кульбака-Лейблера между распределениями параметров модели класси-  
112 фикации активности и модели классификации пола оказалось равным  $KL = 56.20$

## 113 5 Заключение

114 В данной статье исследовалась проблема классификации временных рядов.  
115 Каждый классифицируемый момент времени описывался параметрами локально-  
116 аппроксимирующих моделей.

117 Результаты показывают, что использование пола при определении типа деятельности  
118 не увеличивает точность модели логистической регрессии и не уменьшает дисперсию, а ис-  
119 пользование типа активности при определении пола незначительно уменьшает дисперсию.  
120 Количество ошибок модели C-Support Vector Classification и дисперсия не уменьшаются.

## 121 6 Дополнение

122 Алгоритм отбора Sequential Backward Floating Selection состоит из двух шагов:

123 1) Выбор признака  $w^- = \arg \max_{w^- \in w} \widehat{CV}(f, \mathcal{D}(w^k - w^-))$ , без которого модель классифи-  
124 кации, полученная на оставшихся признаках дает максимальное значение  $\widehat{CV}(f^*, \mathcal{D}(w^k -$   
125  $- w^-))$ , где  $\widehat{CV}$  это (5), и отбрасывание  $w^-$  из вектора признаков  $w^{k-1} = w^k - w^-$ .

126 2) Если существует признак  $w^+$ , добавив который, можно получить большее значение  
127 функции, чем она была на выборке с признаками, которые были до предыдущего шага  
128  $\max_f \widehat{CV}(f, \mathcal{D}(w^{k-1} + w^-)) < \max_f \widehat{CV}(f, \mathcal{D}(w^{k-1} + w^+))$ , то добавить этот признак к вектору  
129 признаков  $w^k = w^{k-1} + w^+$ .

130 Эти шаги повторяются, пока не останется  $K$  оптимальных признаков, то есть пока не  
131 будет достигнуто равенство  $K$  [khrishtolyubov.me@phystech.edu](mailto:khrishtolyubov.me@phystech.edu)

## 133 References

- 134 [1] N. P. Ivkin, M. P. Kuznetsov. 2015. Time series classification algorithm using combined feature  
135 description. . *Machine Learning and Data Analysis* (11):1471–1483.
- 136 [2] V. V. Strijov, M. E. Karasikov. 2016. Feature-based time-series classification *Informatics*  
137 doi: <http://dx.doi.org/10.3114/S187007708007>.

- 
- [3] D.A. Anikeev, G.O. Penkin, V.V. Strijov. 2018. Local approximation models for human physical activity classification // *Informatics* doi: <http://dx.doi.org/10.14357/19922264190106>.
  - [4] V.V. Strijov, R.V. Isachenko. 2016. Metric learning in multiclass time series classification problem. *Informatics and Applications* (10(2)):48–57.
  - [5] V.V. Strijov, Andrew Zadayanchuk, Maria Popova. 2016. Selection of optimal physical activity classification model using measurements of accelerometer. *Information Technologies* (22(4)):313–318.
  - [6] Strijov V.V., Motrenko A.P.. 2016. Extracting fundamental periods to segment human motion time series. *Journal of Biomedical and Health Informatics* 20(6):1466 – 1476.
  - [7] Strijov V.V., Ignatov A. 2015. Human activity recognition using quasiperiodic time series collected from a single triaxial accelerometer. *Multimedia Tools and Applications* pages 1–14.
  - [8] Isachenko R.V., Bochkarev .., Zharikov I.N., Strijov V.V. 2018. Feature Generation for Physical Activity Classification. *Artificial Intelligence and Decision Making* 3 : 20-27.
  - [9] Dafne van Kuppevelt, Joe Heywood, Mark Hamer, Séverine Sabia, Emla Fitzsimons, Vincent van Hees. 2019. Segmenting accelerometer data from daily life with unsupervised machine learning. *PLOS ONE* doi: <http://dx.doi.org/10.5255/UKDA-SN-8156-3>.
  - [10] Andrea Mannini, Angelo Maria Sabatini. 2010. Machine Learning Methods for Classifying Human Physical Activity from On-Body Accelerometers *PubMed* doi: <http://dx.doi.org/10.3390/s100201154>.
  - [11] Grabovoy A.V., Strijov V.V. 2020. Quasiperiodic time series clustering for human activity recognition *Lobachevskii Journal of Mathematics*
  - [12] D.L. Danilov and A.A. Zhiglovsky. 1997. *Main components of time series: method "Gesensitsa"(St. Petersburg)*
  - [13] Y.G. Cinar and H. Mirisae. 2018. Period-aware content attention RNNs for time series forecasting with missing values *Neurocomputing* 312, 177–186
  - [14] Malekzadeh, Mohammad and Clegg, Richard G. and Cavallaro, Andrea and Haddadi, Hamed. 2019. *Mobile Sensor Data Anonymization* pages 49–58. Proceedings of the International Conference on Internet of Things Design and Implementation doi: <http://dx.doi.org/10.1145/3302505.3310068>.
  - [15] Petr Somol, Jana, Novovicova, Pavel Pudil. 2010. Efficient Feature Subset Selection and Subset Size Optimization doi: <http://dx.doi.org/10.5772/9356>.
  - [16] Joanne Peng, Kuk Lida Lee, Gary M. Ingersoll. 2002. An Introduction to Logistic Regression Analysis and Reporting doi: <http://dx.doi.org/10.1080/00220670209598786>.
  - [17] Quanzhong Liu, Chihau Chen, Yang Zhang, Zhengguo Hu. 2011. Feature selection for support vector machines with RBF kernel doi: <http://dx.doi.org/10.1007/s10462-011-9205-2>.

*Received*