

.daddy_code

Rasmus Hammar

Table of contents

1	Allmänt	3
1.1	Paket & inläsning av data	3
1.2	Variabel	5
1.3	Vektor	5
1.4	Data frame	6
1.5	Matris	11
1.6	Lista (den riktiga listan)	13
1.7	Lite andra funktioner	14
1.8	Kontrollstrukturer	16
1.8.1	Loop	16
1.8.2	If-else	17
1.9	Plotting	17
2	Stats	18
2.0.1	Tolkning av p-värde	18
2.0.2	Rapportera test	18
2.0.3	Formel notation	18
2.0.4	Beslutsschema	20
2.1	Binomial fördelning	24
2.2	Skillnad mellan grupper	25
2.2.1	T-test	25
2.2.2	ANOVA	30
2.3	Samvariation/korrelation	38
2.3.1	Krav/antaganden	38
2.3.2	Pearson korrelation	38
2.3.3	Spearman (icke parametrisk)	40
2.4	Regression	40
2.4.1	Krav/antaganden	40
2.4.2	Linjär regression	41

2.4.3	Bootstrap	42
2.4.4	Predict	43
3	Matte	45
3.1	Lösa differentialekvationer	45
4	KvantBio	48
4.1	Lotka-Volterra byte-predator modell	48

1 Allmänt

Lite allmänna funktioner som är bra att kunna.

1.1 Paket & inläsning av data

För att installera ett paket.

```
# För att installera paketet som heter palmerpenguins
install.packages("palmerpenguins")

# Stats
install.packages("MKinfer")
install.packages("lmboot")
install.packages("boot.pval")

# Matte
install.packages("pracma")
install.packages("expm")
install.packages("deSolve")

# KvantBio
install.packages("plotrix")
install.packages("scales")
```

För att använda funktioner i ett paket måste man ladda in paketet i R genom `library()`

```
# Exempel data
library(palmerpenguins)

# Stats
library(MKinfer)
library(lmboot)
library(boot.pval)

# Matte
library(pracma)
library(expm)
library(deSolve)
```

```
# KvantBio
library(plotrix)
library(scales)
```

För att läsa in data från t.ex. en .csv eller .txt fil. Öppna filen och identifiera vilka symboler som **separerar** kolumner samt används som **decimaltecken**.

```
file.choose() # Returnerar vägen till filen man väljer, hitta fönstret
↳ med alt + tab.

my_data <- read.table(
  file = file.choose(), # Välj fil interaktivt, alt. filens sökväg som
  ↳ en text string
  header = TRUE, # Om det finns namn på kolumnerna
  sep = ",", # Här används ett kommatecken för att skilja på kolumner
  dec = "." # Här används en punkt som decimaltecken
)
```

För att titta på data kan man använda

```
# View(penguins) # Öppnar som separat flik
head(penguins, # Printar de första 4 raderna
      n = 4)
```

```
# A tibble: 4 x 8
  species island    bill_length_mm bill_depth_mm flipper_length_mm body_mass_g
  <fct>   <fct>          <dbl>         <dbl>           <int>         <int>
1 Adelie Torgersen      39.1           18.7             181           3750
2 Adelie Torgersen      39.5           17.4             186           3800
3 Adelie Torgersen      40.3            18             195           3250
4 Adelie Torgersen      NA              NA              NA              NA
# i 2 more variables: sex <fct>, year <int>
```

```
tail(penguins, # Printar de sista 4 raderna
      n = 4)
```

```
# A tibble: 4 x 8
  species island    bill_length_mm bill_depth_mm flipper_length_mm body_mass_g
  <fct>   <fct>          <dbl>         <dbl>           <int>         <int>
```

1	Chinstrap Dream	43.5	18.1	202	3400
2	Chinstrap Dream	49.6	18.2	193	3775
3	Chinstrap Dream	50.8	19	210	4100
4	Chinstrap Dream	50.2	18.7	198	3775

i 2 more variables: sex <fct>, year <int>

För att skapa olika datastrukturer

1.2 Variabel

```
var_1 <- "Text/character string" # Någonting inuti "" är text
var_2 <- 25 # Nummer, för decimaltal 25.99
var_3 <- TRUE # Boolean, kan bara vara TRUE (T) eller FALSE (F)
var_4 <- NA # Not Available (NA), inte samma som "NA" (text string)!
var_5 <- NULL # Ingenting, tenderar att radera saker!
```

1.3 Vektor

```
vec_1 <- c() # Skapar en tom vektor
vec_1 <- c(36, 56, 48) # Skapa en vektor med tre värden
vec_1[4] <- 25 # Sätta in ett värde i index plats 4
vec_1 # Printa innehållet av variablen (vektorn)
```

```
[1] 36 56 48 25
```

```
vec_1[2] # Printa innehållet i index 2
```

```
[1] 56
```

```
vec_1[c(1,3)] # Printa index 1 och 3
```

```
[1] 36 48
```

Vektorer kan innehålla namn och indexeras med namn

```
vec_2 <- c(element_1 = 99, element_2 = 100, element_3 = 101)
vec_2["element_4"] <- 102 # Sätt in ett värde med namn
vec_2
```

```
element_1 element_2 element_3 element_4
      99       100       101       102
```

```
vec_2["element_2"]
```

```
element_2
      100
```

```
vec_2[c("element_1", "element_3")]
```

```
element_1 element_3
      99       101
```

1.4 Data frame

```
df <- data.frame( # Skapa en dataframe med kolumn_namn = vektor
  vec_1, # Kolumn 1, vec_1 från tidigare
  letters = LETTERS[1:4] # Kolumn 2, lite bokstäver
)
df
```

```
vec_1 letters
1    36      A
2    56      B
3    48      C
4    25      D
```

Man kan lägga till kolumner med \$

```
df$col_3 <- vec_2 # Kolumn 3
df
```

	vec_1	letters	col_3
1	36	A	99
2	56	B	100
3	48	C	101
4	25	D	102

Andra sätt att lägga till kolumner är med namn

```
df["col4"] <- letters[1:4]
df
```

	vec_1	letters	col_3	col4
1	36	A	99	a
2	56	B	100	b
3	48	C	101	c
4	25	D	102	d

En kolumn kan användas med \$

```
df$letters # Ger en vektor, samma som med df[["letters"]]
```

```
[1] "A" "B" "C" "D"
```

Eller med indexering/namn, N.B. enkla [] ger ett subset = en mindre del av samma objekt typ

```
df[3] # Ger en data frame med enbart kolumn 3
```

	col_3
1	99
2	100
3	101
4	102

```
df["col4"] # Ger en data frame med kolumn "col4"
```

```
col4
1    a
2    b
3    c
4    d
```

medan dubbla `[[]]` ger objektet inuti

```
df[[1]] # Ger det "mindre objektet inuti", alltså en vektor i detta fall
```

```
[1] 36 56 48 25
```

Enkla `[]` kan indexeras med rader och kolumner samtidigt

```
df[2] # Kolumn 2 (en data frame med en kolumn)
```

```
letters
1    A
2    B
3    C
4    D
```

```
df[3,2] # Rad 3, kolumn 2 (en vektor av längd ett)
```

```
[1] "C"
```

```
df[,2] # Alla rader, kolumn 2 (en vektor)
```

```
[1] "A" "B" "C" "D"
```

```
df[3, ] # Rad 3, alla kolumner (en data frame med en rad)
```

```
vec_1 letters col_3 col4
3    48      C   101    c
```

På tal om subsetting, för att ta ett subset av en data frame kan man filtrera rader baserat på ett kriterium


```
penguins_chin <- penguins[penguins$species == "Chinstrap", ]
# Utan komma läses det som att du vill filtrera kolumner! '==' är det
  ↳ matematiska 'lika med' (eftersom '=' är samma som '<-' )
head(penguins_chin)
```

```
# A tibble: 6 x 8
  species island bill_length_mm bill_depth_mm flipper_length_mm body_mass_g
  <fct>    <fct>          <dbl>          <dbl>          <int>          <int>
1 Chinstrap Dream          46.5            17.9            192            3500
2 Chinstrap Dream          50             19.5            196            3900
3 Chinstrap Dream          51.3            19.2            193            3650
4 Chinstrap Dream          45.4            18.7            188            3525
5 Chinstrap Dream          52.7            19.8            197            3725
6 Chinstrap Dream          45.2            17.8            198            3950
# i 2 more variables: sex <fct>, year <int>
```

```
penguins_heavy <- penguins[penguins$body_mass_g > 3500, ]
head(penguins_heavy)
```

```
# A tibble: 6 x 8
  species island bill_length_mm bill_depth_mm flipper_length_mm body_mass_g
  <fct>    <fct>          <dbl>          <dbl>          <int>          <int>
1 Adelie Torgersen          39.1            18.7            181            3750
2 Adelie Torgersen          39.5            17.4            186            3800
3 <NA>    <NA>                NA             NA             NA             NA
4 Adelie Torgersen          39.3            20.6            190            3650
5 Adelie Torgersen          38.9            17.8            181            3625
6 Adelie Torgersen          39.2            19.6            195            4675
# i 2 more variables: sex <fct>, year <int>
```

Man kan även göra detta för att få en kolumn filtrerad/subset baserad på en annan kolumn.

```
penguins_chin_weight <- penguins$body_mass_g[penguins$species ==
  ↳ "Chinstrap", ]
```

Error in `penguins$body_mass_g[penguins$species == "Chinstrap",]` : incorrect number of dimensions

Det blir en error därför att nu försöker man ta både rader och kolumner (2 dimensioner) på en kolumn (kolumn/vektor har bara 1 dimension) därför att `$` ger en vektor. Om vi istället provar

utan extra kommatecken för att ange rader & kolumner samtidigt fungerar det (ger en vektor). Alternativt ange kolumnen med namn istället för med \$ (ger en mindre data frame).

```
# Utan extra kommatecken
penguins_chin_weight <- penguins$body_mass_g[penguins$species ==
  ↪ "Chinstrap"]
head(penguins_chin_weight)
```

```
[1] 3500 3900 3650 3525 3725 3950
```

```
# Ange kolumnen med namn
penguins_chin_weight <- penguins[penguins$species == "Chinstrap",
  ↪ "body_mass_g"]
head(penguins_chin_weight)
```

```
# A tibble: 6 x 1
  body_mass_g
    <int>
1       3500
2       3900
3       3650
4       3525
5       3725
6       3950
```

Vi kan även bli av med NA på ett kontrollerat sätt med den här metoden. Om man vill se till att vikt och näbblängd inte har NA kan man använda funktionen `is.na()` och operatoren `!`.

```
is.na(NA) # Kolla om NA är NA
```

```
[1] TRUE
```

```
!is.na(NA) # ! negeterar ett TRUE/FALSE uttryck
```

```
[1] FALSE
```

```
vec_NA <- c(NA, 50)
is.na(vec_NA) # Kolla vilka element som är NA
```

```
[1] TRUE FALSE
```

```
!is.na(vec_NA)
```

```
[1] FALSE TRUE
```

```
# Alla rader där kolumnen body_mass_g inte är NA och alla kolumner
penguins_no_NA <- penguins[!is.na(penguins$body_mass_g), ]
# Alla rader där kolumnen bill_length_mm inte är NA och alla kolumner
penguins_no_NA <- penguins_no_NA[!is.na(penguins_no_NA$bill_length_mm),
↵ ]
data.frame(
  rows = c(penguins = nrow(penguins), no_NA = nrow(penguins_no_NA)),
  columns = c(penguins = ncol(penguins), no_NA = ncol(penguins_no_NA))
)
```

	rows	columns
penguins	344	8
no_NA	342	8

1.5 Matris

Vi kan skapa matriser med `rbind()` (går även att använda `cbind()` men då placeras vektorerna vertikalt från det övre vänstra hörnet, istället för horisontellt). Med `rbind()` blir matrisen som den ser ut när man skriver den.

```
rbind( # en "character matrix"
  c("a", "b"),
  c("c", "d")
)
```

```
      [,1] [,2]
[1,] "a"  "b"
[2,] "c"  "d"
```

```
cbind( # skillnaden med cbind()
  c("a", "b"),
  c("c", "d")
)
```

```
      [,1] [,2]
[1,] "a"  "c"
[2,] "b"  "d"
```

```
M <- rbind( # Skapar en matris radvis med namngivna rader och kolumner
  r1 = c(col1 = 0.90, col2 = 0, col3 = 0, col4 = 0, col5 = 0.45),
  r2 = c(          0,    0.45,      0,      0,      0),
  r3 = c(          0,    0.23,    0.45,      0,      0),
  r4 = c(          0,      0,    0.23,    0.45,      0),
  r5 = c(          0,      0,      0,    0.23,    0.20)
)
M
```

```
      col1 col2 col3 col4 col5
r1  0.9 0.00 0.00 0.00 0.45
r2  0.0 0.45 0.00 0.00 0.00
r3  0.0 0.23 0.45 0.00 0.00
r4  0.0 0.00 0.23 0.45 0.00
r5  0.0 0.00 0.00 0.23 0.20
```

För matris matte se [Matte](#) sektionen.

Matriser kan indexerar ungefär på samma sätt som data frames.

```
M[3, 2]
```

```
[1] 0.23
```

```
M[3:5, 2:3]
```

```
      col2 col3
r3 0.23 0.45
r4 0.00 0.23
r5 0.00 0.00
```

```
M[c(3,5), c(2,3)]
```

```
      col2 col3  
r3 0.23 0.45  
r5 0.00 0.00
```

```
M[c("r3","r5"), c("col2","col3")]
```

```
      col2 col3  
r3 0.23 0.45  
r5 0.00 0.00
```

1.6 Lista (den riktiga listan)

I en vektor **måste** alla element vara av samma typ (numerisk/text osv.) och i en data frame **måste** alla kolumner (som är vektorer) vara lika långa.

Listor kan ha olika typer av objekt i sig och brukar användas för att bunta ihop olika objekt man vill hålla tillsammans. Till exempel är output från `t.test()` en lista.

```
my_list <- list() # En tom lista  
my_list$df_1 <- df # Lägg till en data frame med $  
my_list[[2]] <- var_2 # Lägg till en variabel med index, N.B. [[]]  
my_list[["plats_3"]] <- vec_2 # Lägg till en vektor med namn, N.B. [[]]  
my_list
```

```
$df_1  
  vec_1 letters col_3 col4  
1    36      A    99    a  
2    56      B   100    b  
3    48      C   101    c  
4    25      D   102    d
```

```
[[2]]  
[1] 25
```

```
$plats_3  
element_1 element_2 element_3 element_4  
      99      100      101      102
```

1.7 Lite andra funktioner

Ett objekts typ heter "klass" och kan kollas med funktionen `class()`

```
class(var_1) # var_1 är text
class(var_2) # var_2 är numerisk
class(var_3) # var_3 är logical/boolean (TRUE/FALSE)
class(vec_1) # vec_1 är numerisk vektor
class(df) # df är en data frame
class(M) # M är en matris
class(my_list) # my_list är en lista
```

För att se till att någonting skrivs i konsolfönstret används `print()`

```
print(var_1) # Tar enbart ett objekt! Se paste()
```

```
[1] "Text/character string"
```

För att skriva ihop text m.m. används `paste()`, den tar dock enbart enskilda element (inte vektor/data frame/list)

```
message <- paste(
  "Hello", "world", var_1, 55, vec_2[3], # Alla objekt man vill skriva
  ↪ ihop
  sep = " " # Separator att infoga mellan varje objekt, här ett
  ↪ mellanslag
)
print(message)
```

```
[1] "Hello world Text/character string 55 101"
```

Notera att `print()` enbart accepterar ett objekt, därav den vanliga kombinationen `print(paste(arg1, arg2))`.

```
print(paste("Nu", "klarar", "vi", "tentan!", sep = "! "))
```

```
[1] "Nu! klarar! vi! tentan!"
```

Kolla längden på saker med

```
length(vec_1) # Längden på en vektor
```

```
[1] 4
```

```
length(penguins) # Längden på en data frame är antalet kolumner
```

```
[1] 8
```

```
nrow(penguins) # För antalet rader i en data frame
```

```
[1] 344
```

```
ncol(penguins) # Antalet columner på en data frame
```

```
[1] 8
```

Få en vektor med namnen på kolumner

```
colnames(penguins)
```

```
[1] "species"          "island"            "bill_length_mm"  
[4] "bill_depth_mm"    "flipper_length_mm" "body_mass_g"  
[7] "sex"              "year"
```

Få alla unika element i en vektor

```
unique(penguins$species)
```

```
[1] Adelie    Gentoo    Chinstrap  
Levels: Adelie Chinstrap Gentoo
```

1.8 Kontrollstrukturer

Kontrollstrukturer är några speciella funktioner som möjliggör mer kontroll över vilka rader med kod som ska köras.

1.8.1 Loop

För att köra några rader kod flera gånger används loopar. Detta är exempel på for-loop.

```
vector <- c("Nu", "klaras", "vi", "tentan!")  
for (variable in vector) {  
  print(variable)  
}
```

```
[1] "Nu"  
[1] "klaras"  
[1] "vi"  
[1] "tentan!"
```

```
for (i in 1:4) {  
  print(paste(i, ":", vector[i]))  
}
```

```
[1] "1 : Nu"  
[1] "2 : klaras"  
[1] "3 : vi"  
[1] "4 : tentan!"
```

```
n <- c()  
n[1] <- 55  
for (i in 1:5) {  
  n[i+1] <- i  
}  
n
```

```
[1] 55 1 2 3 4 5
```


1.8.2 If-else

För att köra vissa rader enbart om ett visst kriterium uppfylls används if-else kombination. Resultatet av att "köra koden" i parantesen ska bli TRUE för att köra den följande koden.

```
if ("Tenta!" == "Tenta!") { # Bli TRUE
  print(TRUE)
} else {
  print(FALSE)
}
```

[1] TRUE

```
if (5^2 < 100) { # Bli TRUE
  print("Smaller")
} else {
  print("Bigger")
}
```

[1] "Smaller"

```
if (50^2 < 100) { # Bli FALSE
  print("Smaller")
} else {
  print("Bigger")
}
```

[1] "Bigger"

1.9 Plotting

Error plot med plotCI()

2 Stats

2.0.1 Tolkning av p-värde

Drivna över bristningsgränsen av kursen har en student blivit galen och vandrar, med slö blick, vilset i stadsskogen. Studenten betraktar ett träd. Hur högt är trädet? Vilsen betraktar studenten ett annat träd och stapplar vidare. Vad är sannolikheten att genomsnittshöjden på de träd studenten slumpmässigt observerar skiljer sig från genomsnittshöjden på alla träd i stadsskogen? Kanske de skiljer sig från träden i fjällen?

- H_0 = Ingen skillnad mellan medelvärden
- H_1 = Skillnad mellan medelvärden

p-värdet är sannolikheten att en stackars vilsen student slumpmässigt skulle betrakta dessa träd och konstatera att deras höjd skiljer sig från resten av skogens (alltså acceptera H_1), när det i verkligheten inte finns någon skillnad mellan observerade och skogens medelvärden (alltså om H_0 är sann).

- Om p-värde $>$ alfa, alltså $p > 0.05$, säger vi att det inte finns en skillnad (acceptera H_0).
- Om p-värde $<$ alfa, alltså $p < 0.05$, säger vi att det finns en skillnad (acceptera H_1).

2.0.2 Rapportera test

Rapportera alltid testets namn, statistiken (t.ex. t-/F-värdet), frihetsgrader och p-värde, samt en mening som ger slutsatsen/tolkningen av testet. Andra relevanta saker kan också inkluderas, såsom konfidens intervall.

Exempel: Förklarande mening ([testets namn], t([frihetsgrader]) = [värdet], $p =$ [värdet]).

Det fanns en skillnad mellan Grupp 1 och den förväntade vikten ($\mu = 3000$ g) enligt internet (One sample t-test, $t(150) = 18.776$, $p < 2.2e-16$).

Tips från coachen, gör detta snyggare än jag...

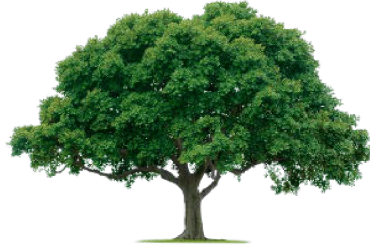
2.0.3 Formel notation

Många av funktionerna för de statistiska testen kan, eller måste, ges en formel. Formler har följande komponenter:

- *Respons*, en kontinuerlig variabel vi vill förutspå, värdet på y-axeln
- *Faktor*, en kategorisk variabel vilken delar in *Respons* i grupper (för regression är detta en kontinuerlig variabel som direkt orsakar *Respons*)

- ‘~’, skiljer *Respons* från *Faktor*, alltså ger Vänster- och Högerled (`Respons ~ Faktor`)
- ‘+’, adderar en ytterligare *Faktor* (`Respons ~ Faktor_1 + Faktor_2`)
- ‘*’, adderar en ytterligare *Faktor* **och** interaktionen (`Respons ~ Faktor_1 * Faktor_2`
)
- ‘:’, adderar enbart interaktionen (`Respons ~ Faktor_1:Faktor_2`)

Beslutsträd statistik



Blå box – gå vidare i trädet

Grön box – gå vidare till ANOVOR

Lila box – gå vidare till analys av samband

Röd box – du har nått ditt test

Svart box – testet tas inte upp på denna kurs

Figure 1: Stats flowchart 1

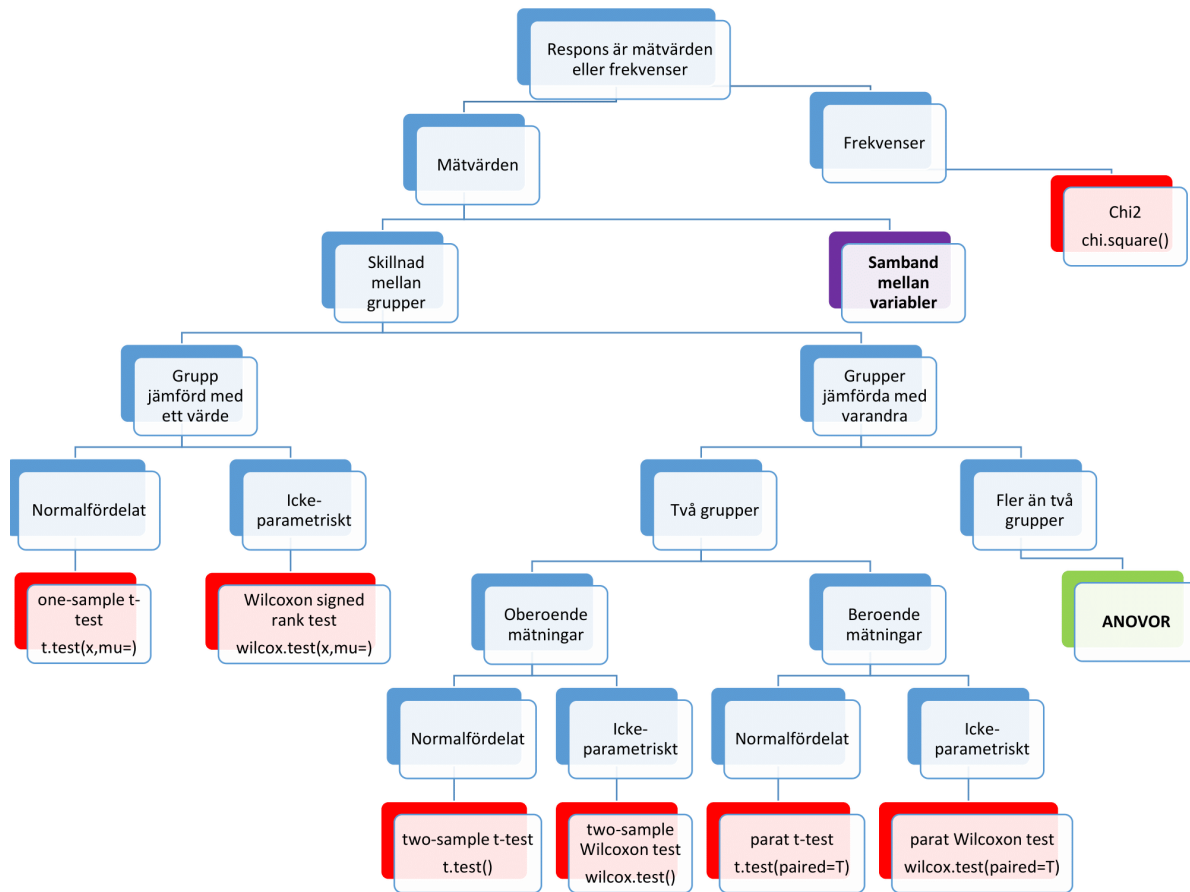


Figure 2: Stats flowchart 2

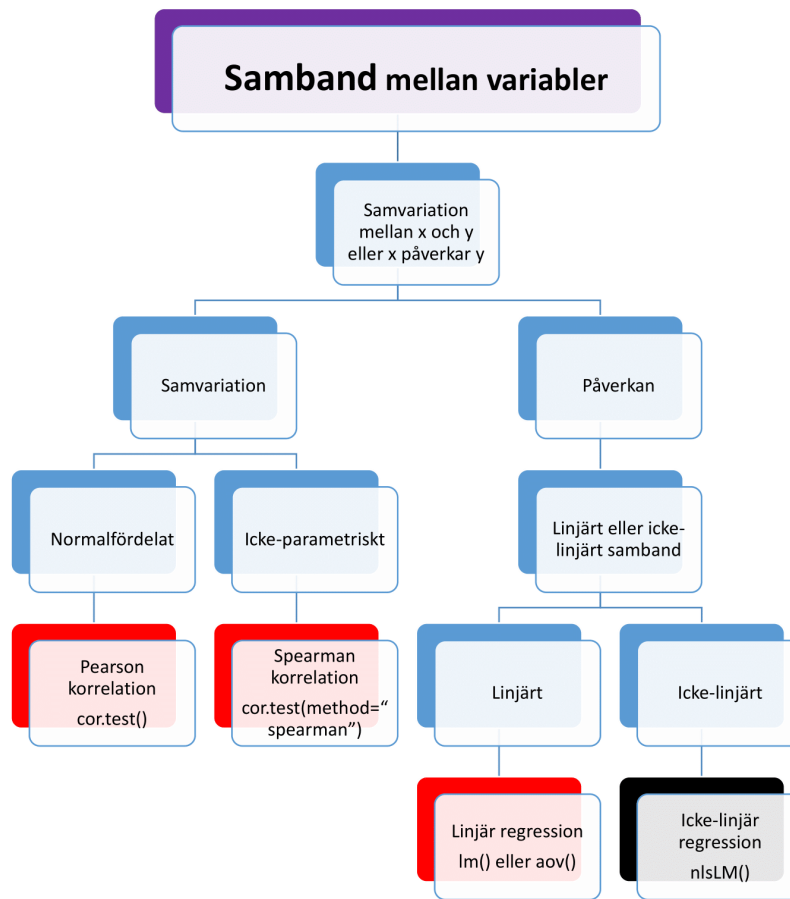


Figure 3: Stats flowchart 3

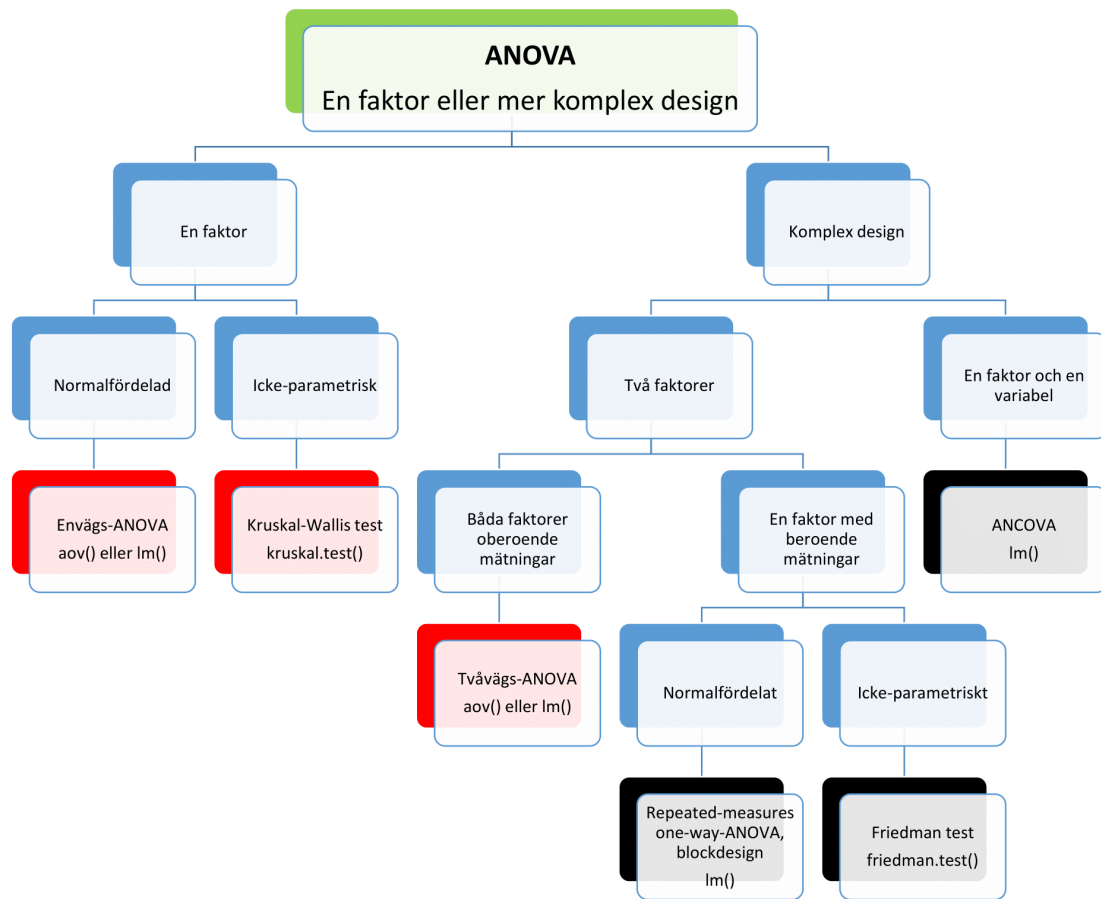


Figure 4: Stats flowchart 4

2.1 Binomial fördelning

Min binomiala studie:

- 20 försök
- varje försök är Ja/Nej
- 37 % sannolikhet för Ja för varje oberoende försök

För att beräkna sannolikheten för utfall med binomial fördelning används `dbinom()` för att beräkna sannolikheten för exakt x antal gynnsamma utfall,

```
f5 <- dbinom(  
  x = 5, # Exakt antal 'Ja'  
  size = 20, # Totalt antal försök  
  prob = 0.37 # Sannolikheten för försöket  
)  
print(paste("Sannolikhet att exakt fem av 20 försök blir 'Ja':", f5))
```

```
[1] "Sannolikhet att exakt fem av 20 försök blir 'Ja': 0.10508981363014"
```

Dessa sannolikheter kan adderas.

```
f6 <- dbinom(  
  x = 6, # Exakt 6st Ja  
  size = 20,  
  prob = 0.37  
)  
print(paste("p att exakt 5-6st av 20 försök blir 'Ja':", (f5+f6)))
```

```
[1] "p att exakt 5-6st av 20 försök blir 'Ja': 0.259388349515663"
```

eller `1 - pbinom()` för att beräkna sannolikheten för alla utfall **över** det man anger.

```
f15_20 <- (1 - pbinom(  
  q = 14, # utfall över det angivna  
  size = 20,  
  prob = 0.37  
))  
print(paste("p att få 15 eller fler 'Ja':", f15_20))
```



```
[1] "p att få 15 eller fler 'Ja': 0.000621595787321794"
```

Enbart `pbinom()` ger den motsatta sannolikheten (alltså 0-14 Ja) vilket är komplement till 15-20 Ja. Använd `lower.tail = FALSE` för att få 15-20 Ja istället.

```
f15_20_igen <- pbinom(  
  q = 14,  
  size = 20,  
  prob = 0.37,  
  lower.tail = FALSE # Istället för 1 - pbinom()  
)  
print(paste("p att få 15 eller fler 'Ja':",f15_20_igen))
```

```
[1] "p att få 15 eller fler 'Ja': 0.000621595787321803"
```

2.2 Skillnad mellan grupper

2.2.1 T-test

2.2.1.1 Krav/antaganden

- Data på intervall eller kvotskala (kontinuerlig)
- Normalfördelad (parametrisk) inom varje grupp
- Lika varians (homogen varians, ej för Welch t-test)
- Inga outliers

2.2.1.2 Ensidigt

För att testa om en grupp med kontinuerlig data skiljer sig från ett känt eller teoretiskt väntevärde.

```
grupp_1 <- penguins$body_mass_g[penguins$species == "Adelie"]  
  
t.test(  
  x = grupp_1, # En vektor  
  mu = 3000    # Väntevärdet vi hittade på internet  
)
```

One Sample t-test

```
data:  grupp_1
t = 18.776, df = 150, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true mean is not equal to 3000
95 percent confidence interval:
 3626.926 3774.398
sample estimates:
mean of x
 3700.662
```

2.2.1.2.1 Resultat:

Det fanns en skillnad mellan Grupp 1 och den förväntade vikten enligt internet (One sample t-test, $t(150) = 18.776$, $p < 2.2e-16$).

2.2.1.3 Tvåsidigt

För att testa om det finns en skillnad mellan två grupper av kontinuerlig data.

```
grupp_1 <- penguins$body_mass_g[penguins$species == "Adelie"]
grupp_2 <- penguins$body_mass_g[penguins$species == "Gentoo"]

t.test(
  x = grupp_1, # En vektor
  y = grupp_2, # En annan vektor
)
```

Welch Two Sample t-test

```
data:  grupp_1 and grupp_2
t = -23.386, df = 249.64, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -1491.183 -1259.525
sample estimates:
mean of x mean of y
 3700.662  5076.016
```

Alternativt sätt att skriva koden är med formel.

```

peng_groups <- penguins[ which(penguins$species == "Adelie" |
  ↪ penguins$species == "Gentoo"), ]

t.test( # Respons = mätdata & Faktor = två olika arter (alltså två
  ↪ grupper)
  body_mass_g ~ species,
  data = peng_groups
)

```

Welch Two Sample t-test

```

data:  body_mass_g by species
t = -23.386, df = 249.64, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true difference in means between group Adelie and group Gentoo is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -1491.183 -1259.525
sample estimates:
mean in group Adelie mean in group Gentoo
      3700.662      5076.016

```

2.2.1.3.1 Resultat:

Det fanns en skillnad mellan Grupp 1 och Grupp 2 (Welch two sample t-test, $t(249.64) = -23.386$, $p < 2.2e-16$).

2.2.1.4 Paired/beroende

First rule of Crayfish Fight Club is you do not talk about Crayfish Fight Club.

Vi studerar kräftor och vill undersöka vilken effekt storleken på klorna har på vilken kräfta som vinner strider om resurser. För att göra detta snorklar vi någonstans tropiskt och letar efter kräftor som slåss. Efter några månader "hårt arbete" har vi samlat ihop följande data. Varje rad är storleken på klorna i cm med vinnare och förlorare i respektive kolumn.

```

crayfish_fight_club <- data.frame(
  winner = c(86, 84, 75, 93, 102, 87, 88, 91, 87, 74),
  loser = c( 70, 79, 68, 85,  90, 89, 91, 82, 80, 69)
)
head(crayfish_fight_club)

```

	winner	loser
1	86	70
2	84	79
3	75	68
4	93	85
5	102	90
6	87	89

Alltså består varje rad av mätningar på två individer där grupperingen är **beroende** på vem de jämförs med, och därför gör vi ett parat t-test. (Det känns inte rimligt att jämföra vinnaren på rad tre (75 cm) med förloraren på rad fyra (85 cm) eftersom de inte stred med varandra, vilket är vad vi hade gjort om vi behandlat data som oberoende, alltså `paired = FALSE`.)

```
t.test(
  crayfish_fight_club$winner,
  crayfish_fight_club$loser,
  paired = TRUE
)
```

Paired t-test

```
data:  crayfish_fight_club$winner and crayfish_fight_club$loser
t = 3.5266, df = 9, p-value = 0.006448
alternative hypothesis: true mean difference is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 2.29474 10.50526
sample estimates:
mean difference
      6.4
```

2.2.1.4.1 Resultat:

Paired t-test, $t(9) = 3.5266$, $p = 0.006448$, Signifikant.

2.2.1.5 Wilcoxon-test (icke parametriskt)

För när data inte uppfyller krav för t-test eller vi vill titta på skillnader i median.

```
wilcox.test( # Motsvarar vanligt t-test för två grupper
  grupp_1,
  grupp_2
```

```

)

wilcox.test( # Med formel
  body_mass_g ~ species,
  data = peng_groups
)

wilcox.test( # Motsvarar parat t-test för beroende data
  crayfish_fight_club$winner,
  crayfish_fight_club$loser,
  paired = TRUE
)

```

Warning in wilcox.test.default(crayfish_fight_club\$winner,
crayfish_fight_club\$loser, : cannot compute exact p-value with ties

Wilcoxon signed rank test with continuity correction

data: crayfish_fight_club\$winner and crayfish_fight_club\$loser
V = 52, p-value = 0.01431
alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0

2.2.1.5.1 Resultat:

Ingen skillnad.

För denna kurs, ignorera Warning: cannot compute exact p-value with ties. Det betyder att det finns två av samma mätvärde vilket inte går att rangordna. (Om data är c(25, 26, 26, 27) är det (1,2,3,4) eller (1,3,2,4)?)

2.2.1.6 Bootstrap (icke parametriskt)

För när data inte uppfyller krav för t-test men vi behöver ett konfidensintervall. Resurskrävande, alltså om du har mycket data tar det längre tid att köra funktionen. Ekvivalent med Wilcoxon men ger konfidensintervall.

```

boot.t.test( # Med två vektorer
  grupp_1,
  grupp_2
)

```

Bootstrap Welch Two Sample t-test

```
data:  grupp_1 and grupp_2
bootstrap p-value < 2.2e-16
bootstrap difference of means (SE) = -1374.693 (58.54423)
95 percent bootstrap percentile confidence interval:
-1488.487 -1258.445
```

Results without bootstrap:

```
t = -23.386, df = 249.64, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
-1491.183 -1259.525
sample estimates:
mean of x mean of y
3700.662  5076.016
```

```
boot.t.test( # Med formel
  body_mass_g ~ species,
  data = peng_groups
)
boot.t.test( # Paired/beroende data
  crayfish_fight_club$winner,
  crayfish_fight_club$loser,
  paired = TRUE
)
```

2.2.2 ANOVA

ANOVA undersöker skillnad mellan många grupper och faktorernas effekt på respons variabeln (liknande regression där kontinuerlig variabel kausalt påverkar respons).

2.2.2.1 Krav/antaganden

Anova är nästan samma som t-test,

- Data på intervall eller kvotskala (kontinuerlig)
- Normalfördelad (parametrisk) inom varje grupp (**Bootstrap**)
- Lika varians (homogen varians, ej för Welch t-test)

- Inga outliers
- **Oberoende data** (vi kör inte parat/beroende i denna kurs)
- **Förutsätter lika varians mellan grupper**
- Kan hantera fler än två grupper samt fler än en faktor

2.2.2.2 Envägs ANOVA

Envägs ANOVA innebär att vi använder en faktor (med flera grupper). Hur hittar man enkelt faktorer och grupper i ett dataset? En faktor är en kolumn med grupper. I `penguins` data frame är `penguins$species` en kolumn med grupper, alltså en faktor.

```
unique(penguins$species) # Unika element i kolumnen,
```

```
[1] Adelie    Gentoo    Chinstrap
Levels: Adelie Chinstrap Gentoo
```

```
# alltså, faktorn 'species' har grupperna 'Adelie', 'Gentoo',
↪ 'Chinstrap'
```

ANOVA med funktionen `aov()`, `summary()` och `TukeyHSD()`.

```
anova_aov <- aov( # Skapa modell
  body_mass_g ~ species,
  data = penguins
)
summary(anova_aov) # Kolla om det fanns en skillnad mellan någon av
↪ grupperna
```

```

              Df    Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
species        2 146864214 73432107   343.6 <2e-16 ***
Residuals    339  72443483   213698
---
```

```
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
2 observations deleted due to missingness
```

```
TukeyHSD(anova_aov) # Kolla mellan vilka grupper det fanns en skillnad
```

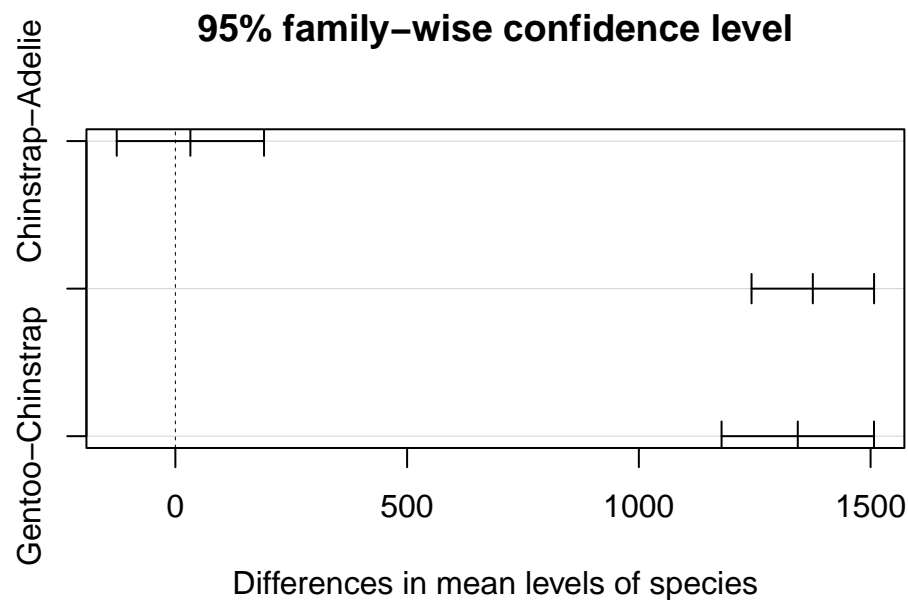
Tukey multiple comparisons of means
95% family-wise confidence level

```
Fit: aov(formula = body_mass_g ~ species, data = penguins)
```

```
$species
```

	diff	lwr	upr	p adj
Chinstrap-Adelie	32.42598	-126.5002	191.3522	0.8806666
Gentoo-Adelie	1375.35401	1243.1786	1507.5294	0.0000000
Gentoo-Chinstrap	1342.92802	1178.4810	1507.3750	0.0000000

```
plot(TukeyHSD(anova_aov)) # Plot
```



ANOVA med funktionen `lm()`, `anova()` och `summary()`. Detta ger problem med att göra post-hoc test (`TukeyHSD()`) för att hitta mellan vilka grupper skillnaden finns. Fördelen skulle vara att få ett intercept och möjligen bygga en matematisk modell.

```
anova_lm <- lm( # Skapa modell
  body_mass_g ~ species,
  data = penguins
```



```
)
anova(anova_lm) # Kolla om det fanns en skillnad mellan någon av
↳ grupperna
```

Analysis of Variance Table

```
Response: body_mass_g
          Df      Sum Sq  Mean Sq F value    Pr(>F)
species    2 146864214 73432107   343.63 < 2.2e-16 ***
Residuals 339  72443483   213698
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
summary(anova_lm) # Kolla mellan vilka grupper det fanns en skillnad
```

```
Call:
lm(formula = body_mass_g ~ species, data = penguins)
```

```
Residuals:
      Min       1Q   Median       3Q      Max
-1126.02  -333.09   -33.09   316.91  1223.98
```

```
Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)    3700.66     37.62   98.37  <2e-16 ***
speciesChinstrap    32.43     67.51    0.48   0.631
speciesGentoo    1375.35     56.15   24.50  <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
Residual standard error: 462.3 on 339 degrees of freedom
(2 observations deleted due to missingness)
Multiple R-squared:  0.6697,    Adjusted R-squared:  0.6677
F-statistic: 343.6 on 2 and 339 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

2.2.2.3 Tvåvägs ANOVA

Samma som envägs ANOVA men med två faktorer. Se [Formel notation](#).

```
anova2_aov <- aov( # Skapa modell
  body_mass_g ~ species * sex,
  data = penguins
)
summary(anova2_aov) # Kolla om det fanns en skillnad mellan någon av
↳ grupperna
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
species	2	145190219	72595110	758.358	< 2e-16 ***
sex	1	37090262	37090262	387.460	< 2e-16 ***
species:sex	2	1676557	838278	8.757	0.000197 ***
Residuals	327	31302628	95727		

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

11 observations deleted due to missingness

```
TukeyHSD(anova2_aov) # Kolla mellan vilka grupper det fanns en skillnad
```

Tukey multiple comparisons of means
95% family-wise confidence level

```
Fit: aov(formula = body_mass_g ~ species * sex, data = penguins)
```

\$species

	diff	lwr	upr	p adj
Chinstrap-Adelie	26.92385	-80.0258	133.8735	0.8241288
Gentoo-Adelie	1386.27259	1296.3070	1476.2382	0.0000000
Gentoo-Chinstrap	1359.34874	1248.6108	1470.0866	0.0000000

\$sex

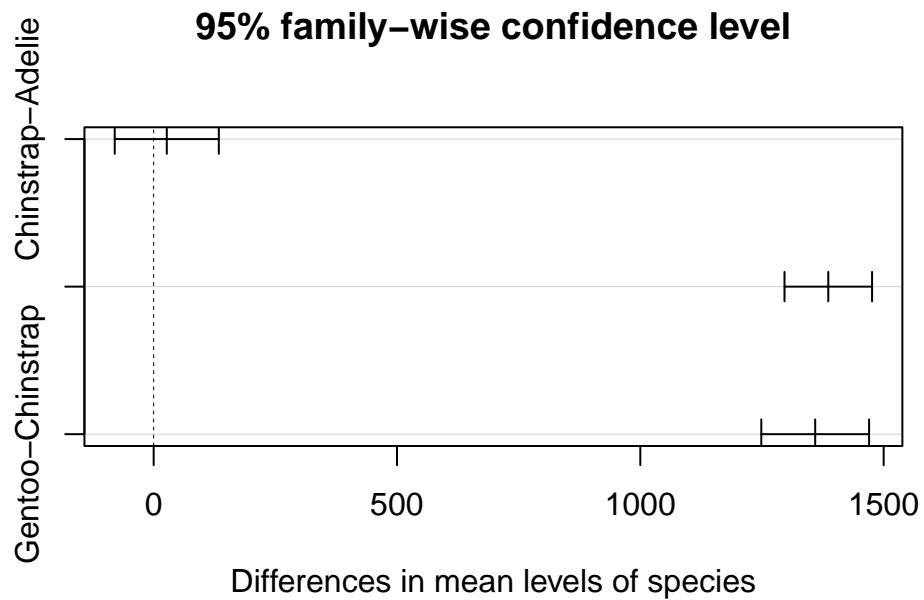
	diff	lwr	upr	p adj
male-female	667.4577	600.7462	734.1692	0

\$`species:sex`

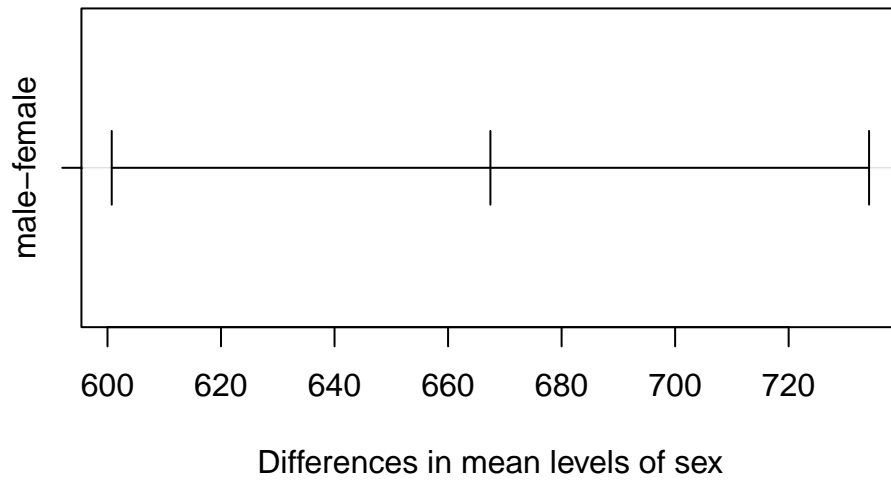
	diff	lwr	upr	p adj
Chinstrap:female-Adelie:female	158.3703	-25.7874	342.5279	0.1376213
Gentoo:female-Adelie:female	1310.9058	1154.8934	1466.9181	0.0000000
Adelie:male-Adelie:female	674.6575	527.8486	821.4664	0.0000000
Chinstrap:male-Adelie:female	570.1350	385.9773	754.2926	0.0000000
Gentoo:male-Adelie:female	2116.0004	1962.1408	2269.8601	0.0000000

Gentoo:female-Chinstrap:female	1152.5355	960.9603	1344.1107	0.0000000
Adelie:male-Chinstrap:female	516.2873	332.1296	700.4449	0.0000000
Chinstrap:male-Chinstrap:female	411.7647	196.6479	626.8815	0.0000012
Gentoo:male-Chinstrap:female	1957.6302	1767.8040	2147.4564	0.0000000
Adelie:male-Gentoo:female	-636.2482	-792.2606	-480.2359	0.0000000
Chinstrap:male-Gentoo:female	-740.7708	-932.3460	-549.1956	0.0000000
Gentoo:male-Gentoo:female	805.0947	642.4300	967.7594	0.0000000
Chinstrap:male-Adelie:male	-104.5226	-288.6802	79.6351	0.5812048
Gentoo:male-Adelie:male	1441.3429	1287.4832	1595.2026	0.0000000
Gentoo:male-Chinstrap:male	1545.8655	1356.0392	1735.6917	0.0000000

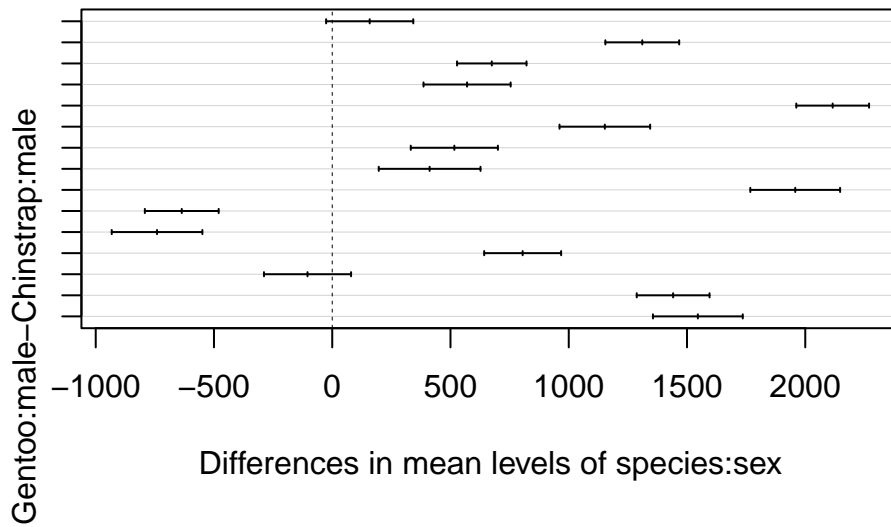
```
plot(TukeyHSD(anova2_aov)) # Plot
```



95% family-wise confidence level



95% family-wise confidence level



2.2.2.4 Kruskal-Wallis (icke parametrisk)

Icke parametrisk variant av **envägs** ANOVA

```
kruskal.test(
  body_mass_g ~ species,
  data = penguins
)
```

Kruskal-Wallis rank sum test

data: body_mass_g by species
 Kruskal-Wallis chi-squared = 217.6, df = 2, p-value < 2.2e-16

Detta är utanför kursen! För att hitta mellan vilka grupper skillnaden finns (post-hoc).
 Kan inte hantera NA och har kraschat R...

```
pairwise.wilcox.test(
  x = penguins$body_mass_g, # Vektor med mätdata
  g = penguins$species,     #
  p.adjust.method = "holm"
)
```

Pairwise comparisons using Wilcoxon rank sum test with continuity correction

data: penguins\$body_mass_g and penguins\$species

	Adelie	Chinstrap
Chinstrap	0.49	-
Gentoo	<2e-16	<2e-16

P value adjustment method: holm

2.2.2.5 Bootstrap (icke parametriskt)

Om någon av grupperna inte är normalfördelade kan man använda bootstrap. Alla grupper ska fortfarande ha samma varians.

ANOVA.boot() kan inte hantera NA, så se till att filtrera data frame.

```
# Subset to remove NA
peng_boot <- penguins[!is.na(penguins$body_mass_g), ]
peng_boot <- peng_boot[!is.na(peng_boot$species), ]
peng_boot <- peng_boot[!is.na(peng_boot$sex), ]
```

```
anova_boot <- ANOVA.boot(
  body_mass_g ~ species * sex,
  data = peng_boot
)
anova_boot[c("terms", "df", "p-values")]
```

```
$terms
[1] "species" "sex" "species:sex" "Residuals"

$df
[1] 2 1 2 327

$`p-values`
[1] 0 0 0
```

Detta är inte särskilt nice output format så vi undviker helst att använda `ANOVA.boot()`.

2.3 Samvariation/korrelation

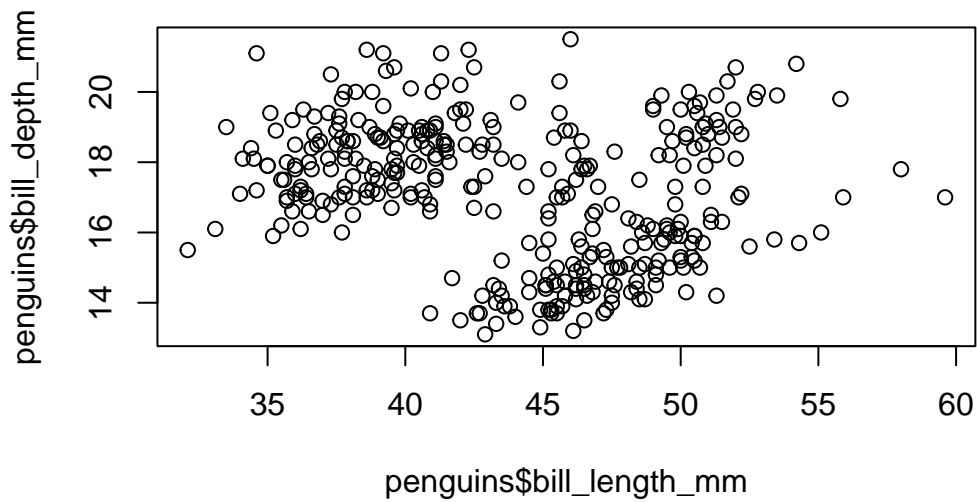
När två kontinuerliga variabler ökar/minskar tillsammans (positiv korrelation) eller i motsatt riktning (negativ korrelation), möjligtvis till följd av en gemensam tredje (dold) variabel.

2.3.1 Krav/antaganden

- Två kontinuerliga variabler/mätdata
- Linjärt samband (kan göras linjär genom transformation om nödvändigt)

2.3.2 Pearson korrelation

```
plot( # Kolla alltid data
  penguins$bill_length_mm,
  penguins$bill_depth_mm
)
```



```
cor.test(  
  penguins$bill_length_mm,  
  penguins$bill_depth_mm  
)
```

Pearson's product-moment correlation

```
data: penguins$bill_length_mm and penguins$bill_depth_mm  
t = -4.4591, df = 340, p-value = 1.12e-05  
alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0  
95 percent confidence interval:  
 -0.3328072 -0.1323004  
sample estimates:  
      cor  
-0.2350529
```

p-värdet tolkas som vanligt, cor är r^2 -värdet som beskriver styrka och riktning av korrelationen.

2.3.3 Spearman (icke parametrisk)

```
cor.test(  
  penguins$bill_length_mm,  
  penguins$bill_depth_mm,  
  method = "spearman" # Specificera spearman  
)
```

```
Warning in cor.test.default(penguins$bill_length_mm, penguins$bill_depth_mm, :  
Cannot compute exact p-value with ties
```

Spearman's rank correlation rho

```
data:  penguins$bill_length_mm and penguins$bill_depth_mm  
S = 8145268, p-value = 3.512e-05  
alternative hypothesis: true rho is not equal to 0  
sample estimates:  
      rho  
-0.2217492
```

För denna kurs, ignorera `Warning: cannot compute exact p-value with ties`. Det betyder att det finns två av samma mätvärde vilket inte går att rangordna. (Om data är `c(25, 26, 26, 27)` är det `(1,2,3,4)` eller `(1,3,2,4)`?)

2.4 Regression

Regression används då en kontinuerlig variabel kausalt orsakar en annan kontinuerlig variabel.

2.4.1 Krav/antaganden

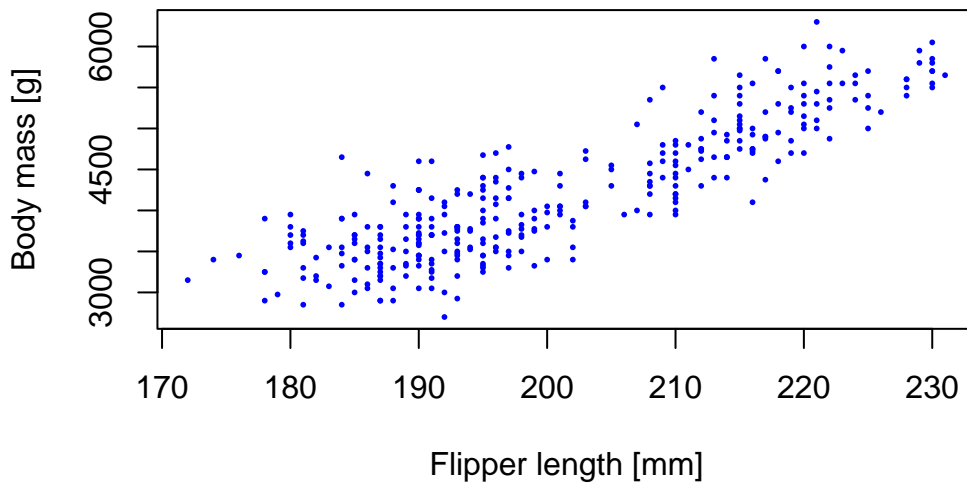
- Linjärt samband
- Normalfördelad (parametrisk)
- Lika varians

2.4.2 Linjär regression

Skapas med en formel liknande för ANOVA.

Med det högst biologiska antagandet att längre fenor orsakar högre kroppsvikt (genom att pingvinerna simmar fortare och därmed kan äta mer, säger vi) enligt en linjär trend, väljer vi att göra linjär regression.

```
plot( # Scatterplot för att kolla sambandet
      penguins$flipper_length_mm,
      penguins$body_mass_g,
      pch = 16,
      cex = 0.4,
      col = "blue",
      xlab = "Flipper length [mm]",
      ylab = "Body mass [g]"
    )
```



```
mass_by_flipper <- lm( # Skapa model
  body_mass_g ~ flipper_length_mm,
  data = penguins
)
```

```
)
summary(mass_by_flipper)
```

Call:

```
lm(formula = body_mass_g ~ flipper_length_mm, data = penguins)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-1058.80	-259.27	-26.88	247.33	1288.69

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-5780.831	305.815	-18.90	<2e-16 ***
flipper_length_mm	49.686	1.518	32.72	<2e-16 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 394.3 on 340 degrees of freedom

(2 observations deleted due to missingness)

Multiple R-squared: 0.759, Adjusted R-squared: 0.7583

F-statistic: 1071 on 1 and 340 DF, p-value: < 2.2e-16

2.4.3 Bootstrap

Alternativt med `lm()` och sedan `boot_summary()`.

```
boot.anova_lm <- lm( # Skapa model
  body_mass_g ~ species * sex,
  data = peng_boot )
boot_summary(boot.anova_lm)
```

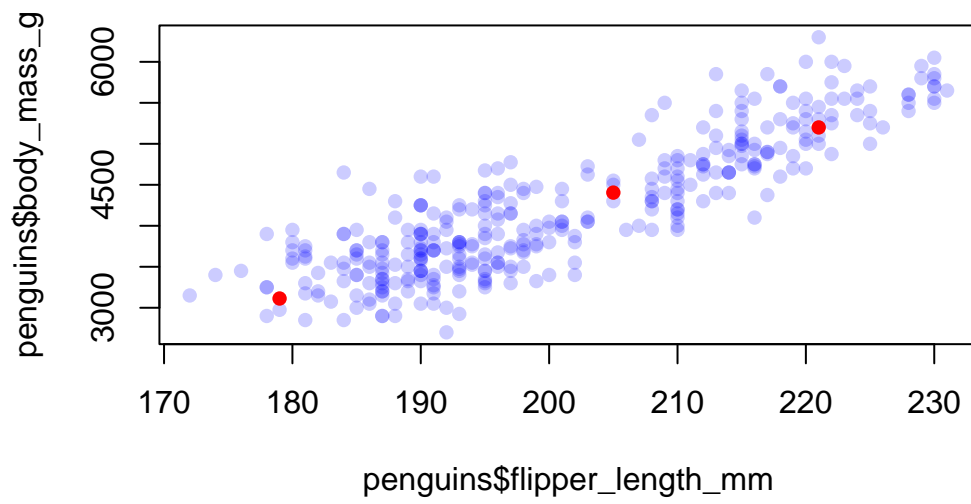
	Estimate	Lower.bound	Upper.bound	p.value
(Intercept)	3368.8356	3300.32977	3436.68556	0.000
speciesChinstrap	158.3703	28.12669	278.40635	0.017
speciesGentoo	1310.9058	1199.30364	1421.55327	0.000
sexmale	674.6575	579.10648	765.17232	0.000
speciesChinstrap:sexmale	-262.8928	-440.68147	-75.30815	0.009
speciesGentoo:sexmale	130.4372	-11.07177	279.76159	0.077

2.4.4 Predict

Om längden på fenorna orsakar kroppsmassa kan vi använda modellen för att förutse vikten på en pingvin baserat på fenornas längd.

Argumentet `newdata = data.frame()` måste innehålla samma kolumn namn som x-axeln och en vektor med de värden på x-axeln man vill förutspå y-värdet för.

```
# Data frame med nya värden att förutspå.  
# Måste ha en kolumn med samma namn som x-axeln i modellen!  
measured_flipper_length <- data.frame(  
  flipper_length_mm = c(205, 221, 179)  
)  
  
estimated_weight <- predict(  
  object = mass_by_flipper, # Modellen  
  newdata = measured_flipper_length) # nya x-värden  
  
plot(  
  penguins$flipper_length_mm,  
  penguins$body_mass_g,  
  
  pch = 16,  
  col = alpha("blue", 0.2)  
)  
points(  
  x = measured_flipper_length$flipper_length_mm,  
  y = estimated_weight,  
  
  pch = 16,  
  col = "red"  
)
```



```
chisq.test()  
fisher.test()
```

```
mean()  
sum()  
median()
```

```
aggregate()  
rowMeans()  
rowSums()
```

3 Matte

3.1 Lösa differentialekvationer

```
# Funktion med ekvationssystemet att lösa
DE_fun <- function(times, # Intervall
                    y,     # Begynnelsevärden
                    parms  # Andra värden
) {
  # variabler att använda (från parms)
  alfa <- parms["alfa"]
  beta <- parms["beta"]
  delta <- parms["delta"]
  gamma <- parms["gamma"]

  # Begynnelsevärden (från y)
  B <- y["B"]
  P <- y["P"]

  # Differentialekvationen att lösa numeriskt
  # (Minst 1 ekv. men sedan är det bara att lägga till fler ekv.
  # på var sin rad. Varje ekv. måste ha ett begynnelsevärde &
  # sedan returneras i result_vec)
  dB <- alfa * B - beta * B * P
  dP <- delta * B * P - gamma * P

  # Spara & returnera resultatet (ode() är lite speciell...)
  result_vec <- c( # Först som vektor
    dB,
    dP
  )
  result_list <- list(result_vec) # Sedan som lista
  return(result_list) #Returnera
}

# Vektor med alla tidssteg (t) att sätta in
DE_time_span <- seq(
  from = 0, # Början på intervall
  to = 30,  # Slut på intervall
  by = 0.1  # Steglängd
)
```

```

# Vektor med begynnelsevärden
# (enklast att namnge dem och sedan indexera med namnet i fun)
DE_init <- c(
  B = 200,
  P = 10
)

# Vektor med andra värden för formeln
# (enklast att namnge dem och sedan indexera med namnet i fun)
DE_params <- c(
  alfa = 2.5,
  beta = 0.15,
  delta = 0.02,
  gamma = 1.5
)

# Lösa ekvationerna numeriskt
DE_sol <- ode(
  y = DE_init,          # Begynnelsevärden
  times = DE_time_span, # Intervall
  func = DE_fun,        # Funktionen
  parms = DE_params,    # Andra värden
  method = "rk4"        # Runge-Kutta version 4
)

# Konvertera till data frame för att göra den lättare att hantera
DE_sol <- as.data.frame(DE_sol)

# Plotta dI respektive dS mot tid
plot( # Plot fönster & dI mot tid
  DE_sol$time,
  DE_sol$B,
  type = "l",

  col = "blue",

  xlab = "Time",
  ylab = "Värde på dIdt & dSdt",
  main = "Numerisk lösning för system av differentialekvationer"
)

```

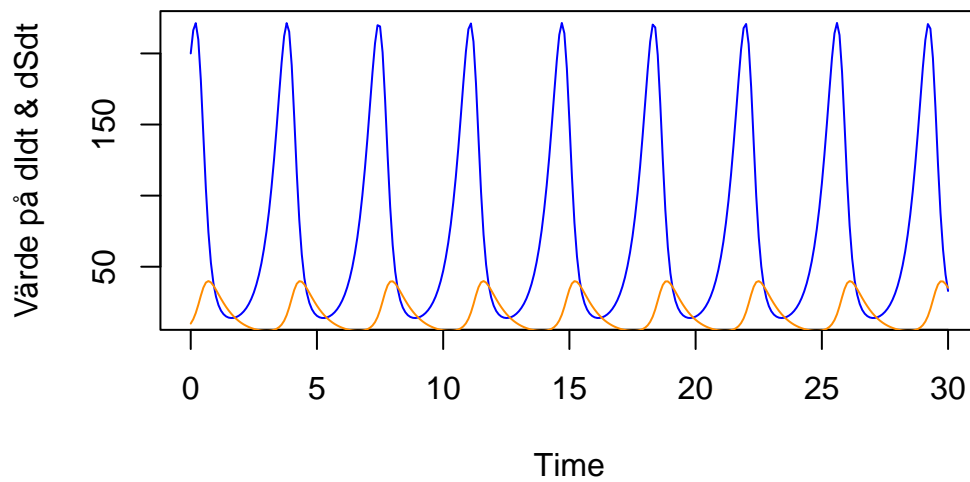
```

lines( # Lägg till dS mot tid
  DE_sol$time,
  DE_sol$P,

  col = "darkorange"
)

```

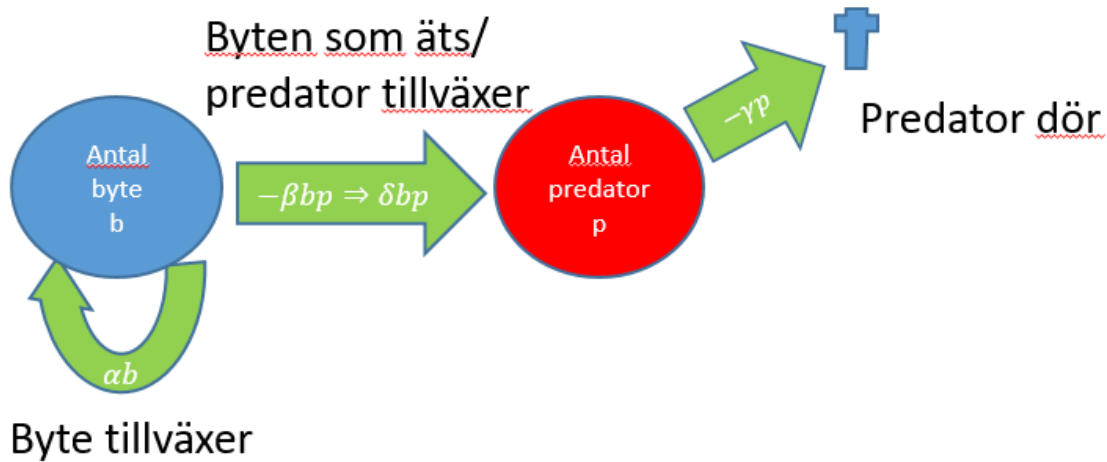
Numerisk lösning för system av differentialekvationer



4 KvantBio

4.1 Lotka-Volterra byte-predator modell

En specifik modell som bygger på att lösa ett ekvationssystem av differentialekvationer.



```
# Funktion med ekvationssystemet att lösa
LV_fun <- function(times, # Intervall
                    y,     # Begynnelsevärden
                    parms  # Andra värden
) {
  # variabler att använda (från parms)
  alfa <- parms["alfa"]
  beta <- parms["beta"]
  delta <- parms["delta"]
  gamma <- parms["gamma"]

  # Begynnelsevärden (från y)
  B <- y["B"]
  P <- y["P"]

  # Differentialekvationen att lösa numeriskt
  dBdt <- (alfa * B - beta * B * P)
  dPdt <- (delta * B * P - gamma * P)

  # Spara & returnera resultatet
```



```

    result_vec <- c(
      dBdt,
      dPdt
    )
    result_list <- list(result_vec)
    return(result_list)
  }

  # Vektor med alla tidssteg (t) att sätta in
  time_span_LV <- seq(
    0,
    30,
    by = 0.1
  )

  # Vektor med begynnelsevärden
  init_LV <- c(
    B = 200,
    P = 10
  )

  # Vektor med andra värden för formeln
  params_LV <- c(
    alfa = 2.5,      # Tillväxt byten
    beta = 0.15,    # Byten som äts
    delta = 0.02,   # Tillväxt predator
    gamma = 1.5     # Död predator
  )

  # Lösa ekvationerna numeriskt
  sol_LV <- ode(
    y = init_LV,          # Begynnelsevärden
    times = time_span_LV, # Intervall
    func = LV_fun,        # Funktionen
    parms = params_LV,    # Andra värden
    method = "rk4"        # Runge-Kutta version 4
  )
  sol_LV <- as.data.frame(sol_LV)

  # Plotta antal insekter [milljoner] respektive spindlar [tusen] mot tid

```

```

plot(
  sol_LV$time,
  sol_LV$B,
  type = "l",

  col = "blue",

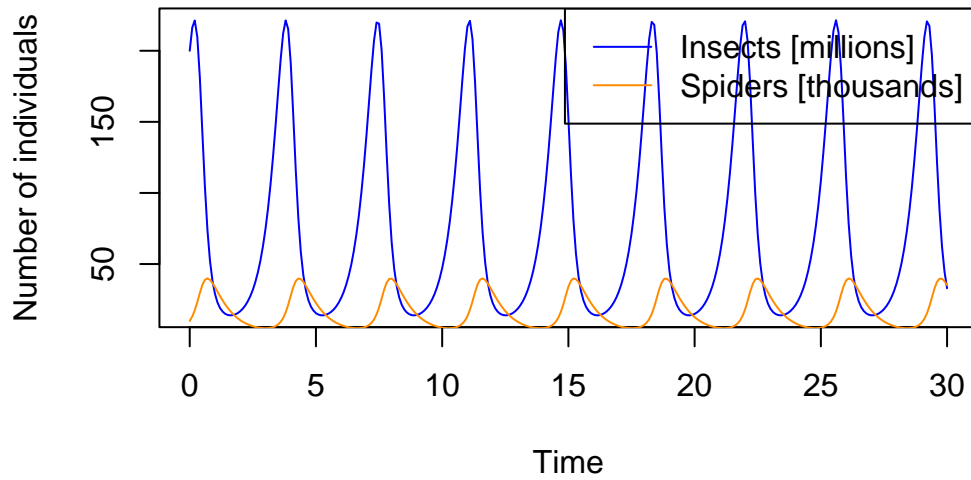
  xlab = "Time",
  ylab = "Number of individuals",
  main = "Lotka-Volterra model"
)
lines(
  sol_LV$time,
  sol_LV$P,

  col = "darkorange"
)
legend(
  "topright",
  legend = c("Insects [millions]",
             "Spiders [thousands]"),

  lty = c(1, 1),
  col = c("blue",
          "darkorange")
)

```

Lotka–Volterra model



```
# "Fasporträtt" (två pop. mot varandra där tiden blir att följa linjen)
plot(
  sol_LV$B,
  sol_LV$P,
  type = "l",

  col = "darkgreen",

  xlab = "Insects",
  ylab = "Spiders",
  main = "Fasporträtt"
)
```

Fasporträtt

