$. daddy_code \\$

Rasmus Hammar

Table of contents

1	Allmänt					
	1.1	Paket	& inläsning av data	3		
	1.2		oel			
	1.3	Vektor	r	5		
	1.4		frame			
	1.5	Matris	5	10		
	1.6	Lista ($(den\ riktiga\ listan)\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .$	11		
	1.7		ndra funktioner			
	1.8	Kontro	ollstrukturer	13		
		1.8.1	Loop	14		
		1.8.2	If-else	14		
	1.9	Plottin	ng	15		
2	Stats					
		2.0.1	Tolkning av p-värde	16		
		2.0.2	Rapportera test	16		
		2.0.3	Formel notation	16		
		2.0.4	Beslutsschema	18		
	2.1	Binom	nial fördelning	22		
	2.2	Skillna	ad mellan grupper	23		
		2.2.1	T-test	23		
		2.2.2	ANOVA	28		
	2.3	Kontin	nuerliga samband	36		
		2.3.1	Samvariation/korrelation	36		
		2.3.2	Regression	38		
	2.4	Fördel	lning av frekvens data	42		
		2.4.1	Chi-square (X^2 -test)			
		2.4.2	Fisher's exact (icke parametrisk)			

3	Matte			
	3.1 Differentialekvationer	48		
4	KvantBio			
	4.1 Lotka-Volterra byte-predator modell	51		

1 Allmänt

Lite allmänna funktioner som är bra att kunna.

1.1 Paket & inläsning av data

För att installera ett paket.

```
# För att installera paketet som heter palmerpenguins
install.packages("palmerpenguins")

# Stats
install.packages("MKinfer")
install.packages("lmboot")
install.packages("boot.pval")

# Matte
install.packages("pracma")
install.packages("expm")
install.packages("deSolve")

# KvantBio
install.packages("plotrix")
install.packages("scales")
```

För att använda funktioner i ett paket måste man ladda in paketet i R genom library()

```
# Exempel data
library(palmerpenguins)

# Stats
library(MKinfer)
library(lmboot)
library(boot.pval)

# Matte
library(pracma)
library(expm)
library(deSolve)
```

```
# KvantBio
library(plotrix)
library(scales)
```

För att läsa in data från t.ex. en .csv eller .txt fil. Öppna filen och identifiera vilka symboler som **sep**arerar kolumner samt används som **dec**imaltecken.

För att titta på data kan man använda

```
# View(penguins) # Öppnar som separat flik
head(penguins, # Printar de första n raderna
n = 3)
```

```
# A tibble: 3 x 8
 species island
                    bill_length_mm bill_depth_mm flipper_length_mm body_mass_g
          <fct>
  <fct>
                             <dbl>
                                            <dbl>
                                                              <int>
                                                                           <int>
1 Adelie Torgersen
                              39.1
                                             18.7
                                                                181
                                                                            3750
2 Adelie Torgersen
                              39.5
                                             17.4
                                                                 186
                                                                            3800
                              40.3
                                                                 195
                                                                            3250
3 Adelie Torgersen
                                             18
# i 2 more variables: sex <fct>, year <int>
```

```
tail(penguins, # Printar de sista n raderna
n = 3)
```

```
2 Chinstrap Dream 50.8 19 210 4100
3 Chinstrap Dream 50.2 18.7 198 3775
# i 2 more variables: sex <fct>, year <int>
```

För att skapa olika datastrukturer

1.2 Variabel

```
var_1 <- "Text/character string" # Någonting inuti "" är text
var_2 <- 25 # Nummer, för decimaltal 25.99
var_3 <- TRUE # Boolean, kan bara vara TRUE (T) eller FALSE (F)
var_4 <- NA # Not Available (NA), inte samma som "NA" (text string)!
var_5 <- NULL # Ingenting, tenderar att radera saker!</pre>
```

1.3 Vektor

```
vec_1 <- c() # Skapar en tom vektor
vec_1 <- c(36, 56, 48) # Skapa en vektor med tre värden
vec_1[4] <- 25 # Sätta in ett värde i index plats 4
vec_1 # Printa innehållet av variablen (vektorn)</pre>
```

[1] 36 56 48 25

```
vec_1[2] # Printa innehållet i index 2
vec_1[c(1,3)] # Printa index 1 och 3
```

Vektorer kan innehålla namn och indexeras med namn

```
vec_2 <- c(element_1 = 99, element_2 = 100, element_3 = 101)
vec_2["element_4"] <- 102 # Sätt in ett värde med namn
vec_2</pre>
```

```
element_1 element_2 element_3 element_4
99 100 101 102
```

```
vec_2["element_2"]

vec_2[c("element_1", "element_3")]
```

1.4 Data frame

```
df <- data.frame( # Skapa en dataframe med kolumn_namn = vektor
  vec_1, # Kolumn 1, vec_1 från tidigare
  letters = LETTERS[1:4] # Kolumn 2, lite bokstäver
)
df</pre>
```

Man kan lägga till kolumner med \$

```
df$col_3 <- vec_2 # Kolumn 3
df</pre>
```

Andra sätt att lägga till kolumner är med namn

```
df["col4"] <- letters[1:4]
df

vec_1 letters col_3 col4
1  36  A  99  a</pre>
```

```
2 56 B 100 b
3 48 C 101 c
4 25 D 102 d
```

En kolumn kan användas med \$ vilket ger en vektor (viktig distinktion vid vissa andra tillfällen).

```
df$letters # Ger en vektor, samma som med df[["letters]]
```

Eller med indexering/namn, N.B. enkla [] ger ett subset, alltså en mindre del av samma objekt typ

```
df[3] # Ger en data frame med enbart kolumn 3
df["col4"] # Ger en data frame med kolumn "col4"
```

medan dubbla [[]] ger objektet inuti

```
df[[1]] # Ger det "mindre objektet inuti", alltså en vektor i detta fall
```

Enkla [] kan indexeras med rader och kolumner samtidigt

```
df[2] # Kolumn 2 (en data frame med en kolumn)
df[3,2] # Rad 3, kolumn 2 (en vektor av längd ett)
df[,2] # Alla rader, kolumn 2 (en vektor)
df[3,] # Rad 3, alla kolumner (en data frame med en rad)
```

På tal om subsetting, för att ta ett subset av en data frame kan man filtrera rader baserat på ett kriterium

```
penguins_chin <- penguins[penguins$species == "Chinstrap", ]

# Utan komma läses det som att du vill filtrera kolumner! '==' är det

→ matematiska 'lika med' (eftersom '=' är samma som '<-')

head(penguins_chin, 3)
```

A tibble: 3 x 8

```
species
            island bill_length_mm bill_depth_mm flipper_length_mm body_mass_g
  <fct>
            <fct>
                              <dbl>
                                             <dbl>
                                                                <int>
                                                                             <int>
1 Chinstrap Dream
                              46.5
                                             17.9
                                                                  192
                                                                              3500
2 Chinstrap Dream
                              50
                                             19.5
                                                                  196
                                                                             3900
3 Chinstrap Dream
                                                                  193
                              51.3
                                             19.2
                                                                              3650
```

i 2 more variables: sex <fct>, year <int>

```
penguins_heavy <- penguins[penguins$body_mass_g > 3500, ]
head(penguins_heavy, 3)
```

```
# A tibble: 3 x 8
  species island
                    bill_length_mm bill_depth_mm flipper_length_mm body_mass_g
  <fct>
          <fct>
                              <dbl>
                                             <dbl>
                                                                <int>
                                                                             <int>
                               39.1
1 Adelie Torgersen
                                              18.7
                                                                  181
                                                                              3750
2 Adelie Torgersen
                               39.5
                                              17.4
                                                                              3800
                                                                  186
3 <NA>
          <NA>
                                                                   NA
                                              NA
                                                                               NA
# i 2 more variables: sex <fct>, year <int>
```

Man kan även göra detta för att få en kolumn filtrerad/subset baserad på en annan kolumn.

Error in penguins $body_mass_g[penguins\\species == "Chinstrap",]: incorrect number of dimensions$

Det blir en error därför att nu försöker man ta både rader och kolumner (2 dimensioner) på en kolumn (kolumn/vektor har bara 1 dimension) därför att \$ ger en vektor. Om vi istället provar utan extra kommatecken för att ange rader & kolumner samtidigt fungerar det (ger en vektor). Alternativt ange kolumnen med namn istället för med \$ (ger en mindre data frame).

[1] 3500 3900 3650 3525 3725 3950

```
# A tibble: 6 x 1 body_mass_g
```

```
<int>
1 3500
2 3900
3 3650
4 3525
5 3725
6 3950
```

Vi kan även bli av med NA på ett kontrollerat sätt med den här metoden. Om man vill se till att vikt och näbblängd inte har NA kan man använda funtionen in.na() och operatorn!.

```
is.na(NA) # Kolla om NA är NA
[1] TRUE
  !is.na(NA) # ! negerar ett TRUE/FALSE uttryck
[1] FALSE
  vec_NA \leftarrow c(NA, 50)
  is.na(vec_NA) # Kolla vilka element som är NA
[1]
    TRUE FALSE
  !is.na(vec_NA)
[1] FALSE TRUE
  # Alla rader där kolumnen body_mass_g inte är NA och alla kolumner
  penguins_no_NA <- penguins[!is.na(penguins$body_mass_g), ]</pre>
  # Alla rader där kolumnen bill_length_mm inte är NA och alla kolumner
  penguins_no_NA <- penguins_no_NA[!is.na(penguins_no_NA$bill_length_mm),</pre>
   → ]
  # Tabell med antal rader & kolumner
```

```
data.frame(
  rows = c(penguins = nrow(penguins), no_NA = nrow(penguins_no_NA)),
  columns = c(penguins = ncol(penguins), no_NA = ncol(penguins_no_NA))
)

rows columns
```

penguins 344 8 no_NA 342 8

1.5 Matris

Vi kan skapa matriser med rbind() (går även att använda cbind() men då placeras vektorerna vertikalt från det övre vänstra hörnet, istället för horisontellt). Med rbind() blir matrisen som den ser ut när man skriver den.

```
rbind( # en "character matrix"
   c("a", "b"),
   c("c", "d")
    [,1] [,2]
[1,] "a" "b"
[2,] "c" "d"
  cbind( # skillnaden med cbind()
   c("a", "b"),
   c("c", "d")
    [,1] [,2]
[1,] "a" "c"
[2,] "b" "d"
  M <- rbind( # Skapar en matris radvis med namnqivna rader och kolumner
   r1 = c(col1 = 0.90, col2 = 0, col3 = 0, col4 = 0, col5 = 0.45),
                   0, 0.45, 0,
   r2 = c(
                                              Ο,
   r3 = c(
                   0,
                          0.23, 0.45,
                                          0,
                                                            0),
```

```
r4 = c(
                    Ο,
                               0,
                                      0.23,
                                                0.45,
                                                                 0),
    r5 = c(
                     0,
                                                              0.20)
                               0,
                                         0,
                                                 0.23,
  )
  Μ
   col1 col2 col3 col4 col5
r1 0.9 0.00 0.00 0.00 0.45
r2 0.0 0.45 0.00 0.00 0.00
r3 0.0 0.23 0.45 0.00 0.00
r4 0.0 0.00 0.23 0.45 0.00
r5 0.0 0.00 0.00 0.23 0.20
```

För matris matte se Matte sektionen.

Matriser kan indexeras ungefär på samma sätt som data frames.

```
M[3, 2]
M[3:5, 2:3]
M[c(3,5), c(2,3)]
M[c("r3","r5"), c("col2","col3")]
```

1.6 Lista (den riktiga listan)

I en vektor **måste** alla element vara av samma typ (numerisk/text osv.) och i en data frame **måste** alla kolumner (som är vektorer) vara lika långa.

Listor kan ha olika typer av objekt i sig och brukar användas för att bunta ihop olika objekt man vill hålla tillsammans. Till exempel är output från t.test() en lista.

```
my_list <- list() # En tom lista
my_list$df_1 <- df # Lägg till en data frame med $
my_list[[2]] <- var_2 # Lägg till en variabel med index, N.B. [[]]
my_list[["plats_3"]] <- vec_2 # Lägg till en vektor med namn, N.B. [[]]
my_list</pre>
```

```
3
     48
              С
                   101
                          С
              D
                   102
     25
                          d
[[2]]
[1] 25
$plats_3
element_1 element_2 element_3 element_4
       99
                 100
                            101
                                      102
```

Och man få ut objekten i en lista på samma sätt.

1.7 Lite andra funktioner

Ett objekts typ heter "klass" och kan kollas med funktionen class()

```
class(var_1) # var_1 \( \text{ir text} \)
class(var_2) # var_2 \( \text{ir numerisk} \)
class(var_3) # var_3 \( \text{ir logical/boolean} \) (TRUE/FALSE)
class(vec_1) # vec_1 \( \text{ir numerisk vektor} \)
class(df) # df \( \text{ir en data frame} \)
class(M) # M \( \text{ir en matris} \)
class(my_list) # my_list \( \text{ir en lista} \)
```

För att se till att någonting skrivs i konsollfönstret används print()

```
print(var_1) # Tar enbart ett objekt! Se paste()
```

[1] "Text/character string"

För att skriva ihop text m.m. används paste(), den tar dock enbart enskilda element (inte vektor/data frame/list

[1] "Hello world Text/character string 55 101"

Notera att print() enbart accepterar ett objekt, därav den vanliga kombinationen print(paste(arg1, arg2)).

```
print(paste("Nu","klarar","vi","tentan!", sep = "! "))
```

[1] "Nu! klarar! vi! tentan!"

Kolla längden på saker med

```
length(vec_1) # Längden på en vektor
length(penguins) # Längden på en data frame är antalet kolumner
nrow(penguins) # För antalet rader i en data frame
ncol(penguins) # Antalet columner på en data frame
```

Få en vektor med namnen på kolumner

"vear"

Få alla unika element i en vektor

[7] "sex"

```
unique(penguins$species)
```

```
[1] Adelie Gentoo Chinstrap
Levels: Adelie Chinstrap Gentoo
```

1.8 Kontrollstrukturer

Kontrollstrukturer är några speciella funktioner som möjliggör mer kontroll över vilka rader med kod som ska köras.

1.8.1 Loop

För att köra några rader kod flera gånger används loopar. Detta är exempel på for-loop.

```
vector <- c("Nu", "klarar", "vi", "tentan!")</pre>
  for (variable in vector) {
    print(variable)
  }
[1] "Nu"
[1] "klarar"
[1] "vi"
[1] "tentan!"
  for (i in 1:4) {
    print(paste(i, ":", vector[i]))
[1] "1 : Nu"
[1] "2 : klarar"
[1] "3 : vi"
[1] "4 : tentan!"
  n \leftarrow c()
  n[1] < -55
  for (i in 1:5) {
    n[i+1] <- i
  n
```

1.8.2 If-else

[1] 55 1 2 3 4 5

För att köra vissa rader enbart om ett visst kriterium uppfylls används if-else kombination. Resultatet av att "köra koden" i parantesen ska bli TRUE för att köra den följande koden.

```
if ("Tenta!" == "Tenta!") { # Blir TRUE
  print(TRUE)
} else {
  print(FALSE)
}
```

[1] TRUE

```
if (5^2 < 100) { # Blir TRUE
  print("Smaller")
} else {
  print("Bigger")
}</pre>
```

[1] "Smaller"

```
if (50^2 < 100) { # Blir FALSE
  print("Smaller")
} else {
  print("Bigger")
}</pre>
```

[1] "Bigger"

1.9 Plotting

Error plot med plotCI()

2 Stats

2.0.1 Tolkning av p-värde

Drivna över bristningsgränsen av kursen har en student blivit galen och vandrar, med slö blick, vilset i stadsskogen. Studenten betraktar ett träd. Hur högt är trädet? Vilsen betraktar studenten ett annat träd och stapplar vidare. Vad är sannolikheten att genomsnittshöjden på de träd studenten slumpmässigt observerar skiljer sig från genomsnittshöjden på alla träd i stadsskogen? Kanske de skiljer sig från träden i fjällen?

- $\mathbf{H_0} = \text{Ingen skillnad mellan medelvärden}$
- $\mathbf{H}_1 = \text{Skillnad}$ mellan medelvärden

p-värdet är sannolikheten att en stackars vilsen student slumpmässigt skulle betrakta dessa träd och konstatera att deras höjd skiljer sig från resten av skogens (alltså acceptera $\mathbf{H_1}$), när det i verkligheten inte finns någon skillnad mellan observerade och skogens medelvärden (alltså om $\mathbf{H_0}$ är sann).

- Om p-värde > alfa, alltså p > 0.05, säger vi att det inte finns en skillnad (acceptera \mathbf{H}_0).
- Om p-värde < alfa, alltså p < 0.05, säger vi att det finns en skillnad (acceptera \mathbf{H}_1).

2.0.2 Rapportera test

Rapportera alltid testets namn, statistiken (t.ex. t-/F-värdet), frihetsgrader och p-värde, samt en mening som ger slutsatsen/tolkningen av testet. Andra relevanta saker kan också inkluderas, såsom konfidens intervall.

Exempel: Förklarande mening ([testets namn], t([frihetsgrader]) = [värdet], p = [värdet]).

Det fanns en skillnad mellan Grupp 1 och den förväntade vikten (mu = 3000 g) enligt internet (One sample t-test, t(150) = 18.776, p < 2.2e-16).

Tips från coachen, gör detta snyggare än jag...

2.0.3 Formel notation

Många av funktionerna för de statistiska testen kan, eller måste, ges en formel. Formler har följande komponenter:

- Respons, en kontinuerlig variabel vi vill förutspå, värdet på y-axeln
- Faktor, en kategorisk variabel vilken delar in Respons i grupper (för regression är detta en kontinuerlig variabel som direkt orsakar Respons)

- '~', skiljer Respons från Faktor, alltså ger Vänster- och Högerled (Respons ~ Faktor)
- '+', adderar en ytterligare Faktor (Respons ~ Faktor_1 + Faktor_2)
- '*', adderar en ytterligare Faktor och interaktionen (Respons ~ Faktor_1 * Faktor_2)
- ':', adderar enbart interaktionen (Respons ~ Faktor_1:Faktor_2)

Beslutsträd statistik



Blå box – gå vidare i trädet
Grön box – gå vidare till ANOVOR
Lila box – gå vidare till analys av samband
Röd box – du har nått ditt test
Svart box – testet tas inte upp på denna kurs

Figure 1: Stats flowchart 1

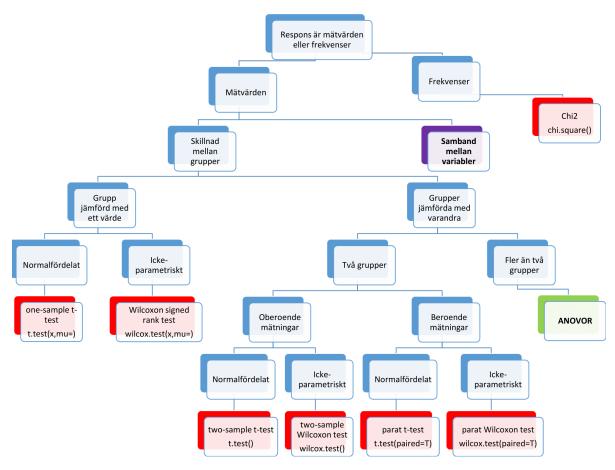


Figure 2: Stats flowchart 2

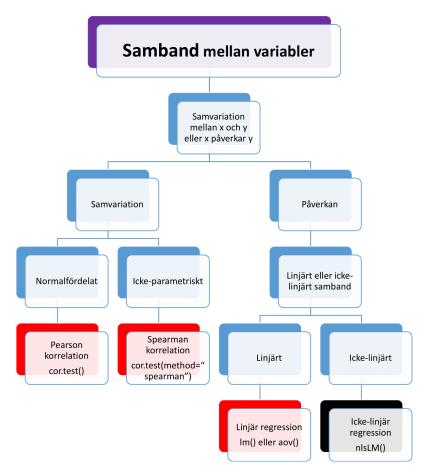


Figure 3: Stats flowchart 3

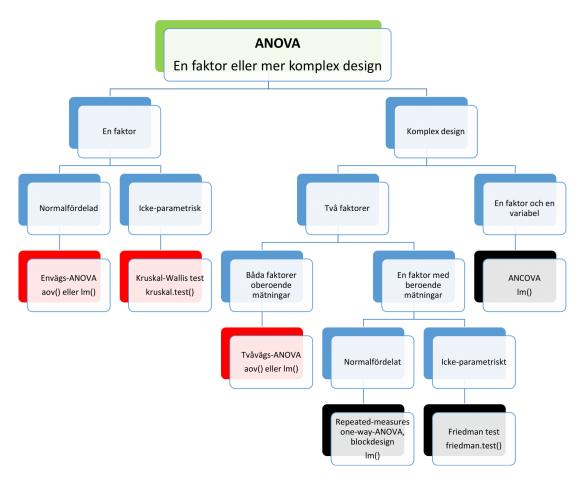


Figure 4: Stats flowchart 4

2.1 Binomial fördelning

Min binomiala studie:

- 20 försök
- varje försök är Ja/Nej
- $\bullet~37~\%$ sannolikhet för Ja för varje oberoende försök

För att beräkna sannolikheten för utfall med binomial fördelning används dbinom() för att beräkna sannolikheten för exakt x antal gynsamma utfall,

```
f5 <- dbinom(
    x = 5, # Exakt antal 'Ja'
    size = 20, # Totalt antal försök
    prob = 0.37 # Sannolikheten för försöket
)
print(paste("Sannolikhet att exakt fem av 20 försök blir 'Ja':", f5))</pre>
```

[1] "Sannolikhet att exakt fem av 20 försök blir 'Ja': 0.10508981363014"

Dessa sannolikheter kan adderas.

```
f6 <- dbinom(
    x = 6, # Exakt 6st Ja
    size = 20,
    prob = 0.37
)
print(paste("p att exakt 5-6st av 20 försök blir 'Ja':", (f5+f6)))</pre>
```

[1] "p att exakt 5-6st av 20 försök blir 'Ja': 0.259388349515663"

eller 1 - pbinom() för att beräkna sannolikheten för alla utfall över det man anger.

```
f15_20 <- (1 - pbinom(
    q = 14, # utfall över det angivna
    size = 20,
    prob = 0.37
))
print(paste("p att få 15 eller fler 'Ja':",f15_20))</pre>
```

```
[1] "p att få 15 eller fler 'Ja': 0.000621595787321794"
```

Enbart pbinom() ger den motsatta sannolikheten (alltså 0-14 Ja) vilket är kompliment till 15-20 Ja. Använd lower.tail = FALSE för att få 15-20 Ja istället.

```
f15_20_igen <- pbinom(
   q = 14,
   size = 20,
   prob = 0.37,
   lower.tail = FALSE # Istället för 1 - pbinom()
)
print(paste("p att få 15 eller fler 'Ja':",f15_20_igen))</pre>
```

[1] "p att få 15 eller fler 'Ja': 0.000621595787321803"

2.2 Skillnad mellan grupper

2.2.1 T-test

2.2.1.1 Krav/antaganden

- Data på intervall eller kvotskala (kontinuerlig)
- Normalfördelad (parametrisk) inom varje grupp
- Lika varians (homogen varians, ej för Welch t-test)
- Inga outliers

2.2.1.2 Ensidigt

För att testa om en grupp med kontinuerlig data skiljer sig från ett känt eller teoretiskt väntevärde.

```
grupp_1 <- penguins$body_mass_g[penguins$species == "Adelie"]

t.test(
    x = grupp_1, # En vektor
    mu = 3000  # Väntevärdet vi hittade på internet
)</pre>
```

```
One Sample t-test

data: grupp_1
t = 18.776, df = 150, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true mean is not equal to 3000
95 percent confidence interval:
3626.926 3774.398
sample estimates:
mean of x
3700.662
```

2.2.1.2.1 Resultat:

Det fanns en skillnad mellan Grupp 1 och den förväntade vikten enligt internet (One sample t-test, t(150) = 18.776, p < 2.2e-16).

2.2.1.3 Tvåsidigt

För att testa om det finns en skillnad mellan två grupper av kontinuerlig data.

```
grupp_1 <- penguins$body_mass_g[penguins$species == "Adelie"]
grupp_2 <- penguins$body_mass_g[penguins$species == "Gentoo"]

t.test(
    x = grupp_1, # En vektor
    y = grupp_2, # En annan vektor
)

Welch Two Sample t-test

data: grupp_1 and grupp_2
t = -23.386, df = 249.64, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
    -1491.183 -1259.525
sample estimates:
mean of x mean of y
3700.662 5076.016</pre>
```

Alternativt sätt att skriva koden är med formel.

```
peng_groups <- penguins[ which(penguins$species == "Adelie" |</pre>

→ penguins$species == "Gentoo"), ]
  t.test( # Respons = mätdata & Faktor = två olika arter (alltså två
   → grupper)
    body_mass_g ~ species,
    data = peng_groups
    Welch Two Sample t-test
data: body_mass_g by species
t = -23.386, df = 249.64, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true difference in means between group Adelie and group Gentoo is no
95 percent confidence interval:
-1491.183 -1259.525
sample estimates:
mean in group Adelie mean in group Gentoo
            3700.662
                                 5076.016
```

2.2.1.3.1 Resultat:

Det fanns en skillnad mellan Grupp 1 och Grupp 2 (Welch two sample t-test, t(249.64) = -23.386, p < 2.2e-16).

2.2.1.4 Paired/beroende

First rule of Crayfish Fight Club is you do not talk about Crayfish Fight Club.

Vi studerar kräftor och vill undersöka vilken effekt storleken på klorna har på vilken kräfta som vinner strider om resurser. För att göra detta snorklar vi någonstans tropiskt och letar efter kräftor som slåss. Efter några månader "hårt arbete" har vi samlat ihop följande data. Varje rad är storleken på klorna i cm med vinnare och förlorare i respektive kolumn.

```
crayfish_fight_club <- data.frame(
  winner = c(86, 84, 75, 93, 102, 87, 88, 91, 87, 74),
  loser = c( 70, 79, 68, 85, 90, 89, 91, 82, 80, 69)
)
head(crayfish_fight_club)</pre>
```

```
winner loser
       86
              70
1
2
       84
              79
3
       75
              68
4
       93
              85
5
     102
              90
      87
              89
```

Alltså består varje rad av mätningar på två individer där grupperingen är **beroende** på vem de jämförs med, och därför gör vi ett parat t-test. (Det känns inte rimligt att jämföra vinnaren på rad tre (75 cm) med förloraren på rad fyra (85 cm) eftersom de inte stred med varandra, vilket är vad vi hade gjort om vi behandlat data som oberoende, alltså **paired** = **FALSE**.)

```
t.test(
    crayfish_fight_club$winner,
    crayfish_fight_club$loser,
    paired = TRUE
)

Paired t-test

data: crayfish_fight_club$winner and crayfish_fight_club$loser
t = 3.5266, df = 9, p-value = 0.006448
alternative hypothesis: true mean difference is not equal to 0
95 percent confidence interval:
    2.29474 10.50526
sample estimates:
mean difference
    6.4
```

2.2.1.4.1 Resultat:

Paired t-test, t(9) = 3.5266, p = 0.006448, Signifikant.

2.2.1.5 Wilcox-test (icke parametriskt)

För när data inte uppfyller krav för t-test eller vi vill titta på skillnader i median.

```
wilcox.test( # Motsvarar vanligt t-test för två grupper
  grupp_1,
  grupp_2
```

```
wilcox.test( # Med formel
  body_mass_g ~ species,
  data = peng_groups
)

wilcox.test( # Motsvarar parat t-test för beroende data
  crayfish_fight_club$winner,
  crayfish_fight_club$loser,
  paired = TRUE
)
```

Warning in wilcox.test.default(crayfish_fight_club\$winner, crayfish_fight_club\$loser, : cannot compute exact p-value with ties

Wilcoxon signed rank test with continuity correction

```
data: crayfish_fight_club$winner and crayfish_fight_club$loser
V = 52, p-value = 0.01431
alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
```

2.2.1.5.1 Resultat:

Ingen skillnad.

För denna kurs, ignorera Warning: cannot compute exact p-value with ties. Det betyder att det finns två av samma mätvärde vilket inte går att rangordna. (Om data är c(25, 26, 26, 27) är det (1,2,3,4) eller (1,3,2,4)?)

2.2.1.6 Bootstrap (icke parametriskt)

För när data inte uppfyller krav för t-test men vi behöver ett konfidensintervall. Resurskrävande, alltså om du har mycket data tar det längre tid att köra funktionen. Ekvivalent med Wilcoxon men ger konfidensintervall.

```
boot.t.test( # Med två vektorer
  grupp_1,
  grupp_2
)
```

```
Bootstrap Welch Two Sample t-test
data: grupp_1 and grupp_2
bootstrap p-value < 2.2e-16
bootstrap difference of means (SE) = -1375.765 (58.52118)
95 percent bootstrap percentile confidence interval:
 -1491.279 -1259.504
Results without bootstrap:
t = -23.386, df = 249.64, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -1491.183 -1259.525
sample estimates:
mean of x mean of y
 3700.662 5076.016
  boot.t.test( # Med formel
    body_mass_g ~ species,
    data = peng_groups
  boot.t.test( # Paired/beroende data
    crayfish_fight_club$winner,
    crayfish_fight_club$loser,
    paired = TRUE
```

2.2.2 ANOVA

ANOVA undersöker skillnad mellan många grupper och faktorernas effekt på respons variabeln (liknande regression där kontinuerlig variabel kausalt påverkar respons).

2.2.2.1 Krav/antaganden

Anova är nästan samma som t-test,

- Data på intervall eller kvotskala (kontinuerlig)
- Normalfördelad (parametrisk) inom varje grupp (Bootstrap)
- Lika varians (homogen varians, ej för Welch t-test)

- Inga outliers
- Oberoende data (vi kör inte parat/beroende i denna kurs)
- Förutsätter lika varians mellan grupper
- Kan hantera fler än två grupper samt fler än en faktor

2.2.2.2 Envägs ANOVA

Envägs ANOVA innebär att vi använder en faktor (med flera grupper). Hur hittar man enkelt faktorer och grupper i ett dataset? En faktor är en kolumn med grupper. I penguins data frame är penguins\$species en kolumn med grupper, alltså en faktor.

```
unique(penguins$species) # Unika element i kolumnen,
[1] Adelie
              Gentoo
                        Chinstrap
Levels: Adelie Chinstrap Gentoo
  # alltså, faktorn 'species' har grupperna 'Adelie', 'Gentoo',

→ 'Chinstrap'

ANOVA med funktionen aov(), summary() och TukeyHSD().
  anova_aov <- aov( # Skapa modell
    body_mass_g ~ species,
    data = penguins
  summary(anova_aov) # Kolla om det fanns en skillnad mellan någon av
     grupperna
                   Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
              2 146864214 73432107
                                     343.6 <2e-16 ***
species
Residuals
            339 72443483
                            213698
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
2 observations deleted due to missingness
  TukeyHSD(anova_aov) # Kolla mellan vilka grupper det fanns en skillnad
```

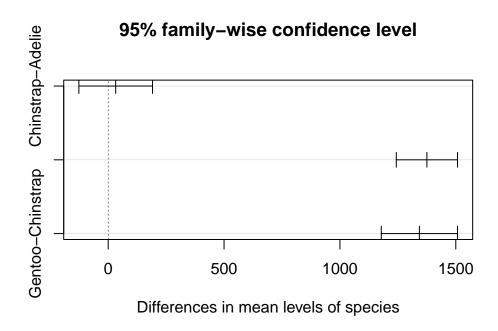
```
Tukey multiple comparisons of means 95% family-wise confidence level
```

```
Fit: aov(formula = body_mass_g ~ species, data = penguins)
```

\$species

```
diff lwr upr p adj
Chinstrap-Adelie 32.42598 -126.5002 191.3522 0.8806666
Gentoo-Adelie 1375.35401 1243.1786 1507.5294 0.0000000
Gentoo-Chinstrap 1342.92802 1178.4810 1507.3750 0.0000000
```

```
plot(TukeyHSD(anova_aov)) # Plot
```



ANOVA med funktionen lm(), anova() och summary(). Detta ger problem med att göra posthoc test (TukeyHSD()) för att hitta mellan vilka grupper skillnaden finns. Fördelen skulle vara att få ett intercept och möjligen bygga en matematisk modell.

```
anova_lm <- lm( # Skapa modell
  body_mass_g ~ species,
  data = penguins</pre>
```

```
anova(anova lm) # Kolla om det fanns en skillnad mellan någon av

→ grupperna

Analysis of Variance Table
Response: body_mass_g
                Sum Sq Mean Sq F value
           2 146864214 73432107 343.63 < 2.2e-16 ***
species
Residuals 339 72443483
                         213698
Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
  summary(anova_lm) # Kolla mellan vilka grupper det fanns en skillnad
Call:
lm(formula = body_mass_g ~ species, data = penguins)
Residuals:
    Min
              1Q
                   Median
                                ЗQ
                                        Max
-1126.02 -333.09 -33.09
                            316.91 1223.98
Coefficients:
                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)
                 3700.66
                              37.62
                                      98.37 <2e-16 ***
speciesChinstrap
                   32.43
                              67.51
                                       0.48
                                              0.631
                 1375.35
                              56.15
                                      24.50
speciesGentoo
                                             <2e-16 ***
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 462.3 on 339 degrees of freedom
  (2 observations deleted due to missingness)
Multiple R-squared: 0.6697,
                               Adjusted R-squared: 0.6677
F-statistic: 343.6 on 2 and 339 DF, p-value: < 2.2e-16
```

2.2.2.3 Tvåvägs ANOVA

Samma som envägs ANOVA men med två faktorer. Se Formel notation.

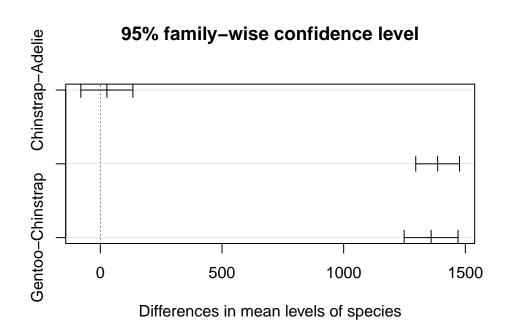
```
anova2_aov <- aov( # Skapa modell</pre>
    body_mass_g ~ species * sex,
    data = penguins
  summary(anova2_aov) # Kolla om det fanns en skillnad mellan någon av

→ grupperna

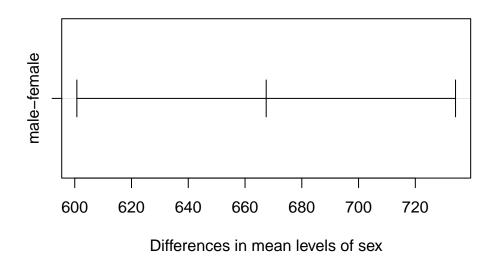
                   Sum Sq Mean Sq F value
             Df
                                             Pr(>F)
              2 145190219 72595110 758.358 < 2e-16 ***
species
              1 37090262 37090262 387.460 < 2e-16 ***
sex
                                     8.757 0.000197 ***
species:sex
              2
                  1676557
                            838278
Residuals
            327 31302628
                             95727
                0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Signif. codes:
11 observations deleted due to missingness
  TukeyHSD(anova2_aov) # Kolla mellan vilka grupper det fanns en skillnad
  Tukey multiple comparisons of means
    95% family-wise confidence level
Fit: aov(formula = body_mass_g ~ species * sex, data = penguins)
$species
                       diff
                                  lwr
                                            upr
                                                    p adj
                   26.92385 -80.0258 133.8735 0.8241288
Chinstrap-Adelie
Gentoo-Adelie
                 1386.27259 1296.3070 1476.2382 0.0000000
Gentoo-Chinstrap 1359.34874 1248.6108 1470.0866 0.0000000
$sex
                diff
                          lwr
                                   upr p adj
male-female 667.4577 600.7462 734.1692
$`species:sex`
                                     diff
                                                lwr
                                                          upr
                                                                   p adj
Chinstrap:female-Adelie:female
                                 158.3703 -25.7874 342.5279 0.1376213
Gentoo:female-Adelie:female
                                1310.9058 1154.8934 1466.9181 0.0000000
Adelie:male-Adelie:female
                                 674.6575 527.8486 821.4664 0.0000000
Chinstrap:male-Adelie:female
                                 570.1350 385.9773 754.2926 0.0000000
Gentoo:male-Adelie:female
                                2116.0004 1962.1408 2269.8601 0.0000000
```

```
Gentoo:female-Chinstrap:female 1152.5355
                                           960.9603 1344.1107 0.0000000
Adelie:male-Chinstrap:female
                                 516.2873
                                           332.1296
                                                     700.4449 0.0000000
Chinstrap:male-Chinstrap:female 411.7647
                                           196.6479
                                                     626.8815 0.0000012
Gentoo:male-Chinstrap:female
                                1957.6302 1767.8040 2147.4564 0.0000000
Adelie:male-Gentoo:female
                                -636.2482 -792.2606 -480.2359 0.0000000
Chinstrap:male-Gentoo:female
                                -740.7708 -932.3460 -549.1956 0.0000000
Gentoo:male-Gentoo:female
                                 805.0947
                                           642.4300
                                                     967.7594 0.0000000
Chinstrap:male-Adelie:male
                                -104.5226 -288.6802
                                                      79.6351 0.5812048
Gentoo:male-Adelie:male
                                1441.3429 1287.4832 1595.2026 0.0000000
Gentoo:male-Chinstrap:male
                                1545.8655 1356.0392 1735.6917 0.0000000
```

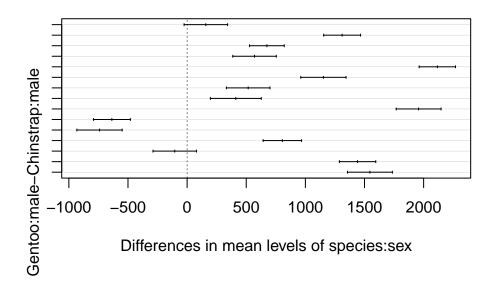
plot(TukeyHSD(anova2_aov)) # Plot



95% family-wise confidence level



95% family-wise confidence level



2.2.2.4 Kruskal-Wallis (icke parametrisk)

Icke parametrisk variant av envägs ANOVA

```
kruskal.test(
  body_mass_g ~ species,
  data = penguins
)
```

Kruskal-Wallis rank sum test

```
data: body_mass_g by species
Kruskal-Wallis chi-squared = 217.6, df = 2, p-value < 2.2e-16</pre>
```

Detta är utanför kursen! För att hitta mellan vilka grupper skillnaden finns (post-hoc). Kan inte hantera NA och har krashat R...

```
pairwise.wilcox.test(
    x = penguins$body_mass_g, # Vektor med mätdata
    g = penguins$species, #
    p.adjust.method = "holm"
)
```

Pairwise comparisons using Wilcoxon rank sum test with continuity correction

data: penguins\$body_mass_g and penguins\$species

```
Adelie Chinstrap
Chinstrap 0.49 -
Gentoo <2e-16 <2e-16
```

P value adjustment method: holm

2.2.2.5 Bootstrap (icke parametriskt)

Om någon av grupperna inte är normalfördelade kan man använda bootstrap. Alla grupper ska fortfarande ha samma varians.

ANOVA.boot() kan inte hantera NA, så se till att filtrera data frame.

```
# Subset to remove NA
peng_boot <- penguins[!is.na(penguins$body_mass_g), ]
peng_boot <- peng_boot[!is.na(peng_boot$species), ]
peng_boot <- peng_boot[!is.na(peng_boot$sex), ]</pre>
```

```
anova_boot <- ANOVA.boot(
  body_mass_g ~ species * sex,
  data = peng_boot
)
anova_boot[c("terms","df","p-values")]

$terms
[1] "species " "sex " "species:sex" "Residuals "
$df
[1] 2 1 2 327

$`p-values`
[1] 0 0 0</pre>
```

Detta är inte särskillt nice output format så vi undviker helst att använda ANOVA.boot().

2.3 Kontinuerliga samband

2.3.1 Samvariation/korrelation

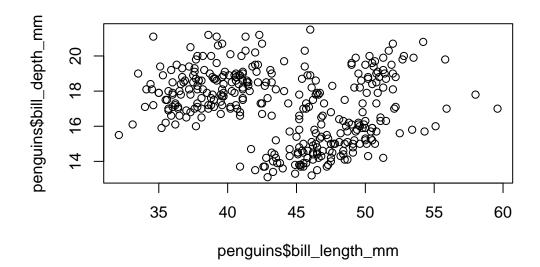
När två kontinuerliga variabler ökar/minskar tillsammans (positiv korrelation) eller i motsatt riktning (negativ korrelation), möjligtvis till följd av en gemensam tredje (dold) variabel.

2.3.1.1 Krav/antaganden

- Två kontinuerliga variabler/mätdata
- Linjärt samband (kan göras linjär genom transformation om nödvändigt)

2.3.1.2 Pearson korrelation

```
plot( # Kolla alltid data
  penguins$bill_length_mm,
  penguins$bill_depth_mm
)
```



```
cor.test(
  penguins$bill_length_mm,
  penguins$bill_depth_mm
)
```

Pearson's product-moment correlation

```
data: penguins$bill_length_mm and penguins$bill_depth_mm
t = -4.4591, df = 340, p-value = 1.12e-05
alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
95 percent confidence interval:
    -0.3328072 -0.1323004
sample estimates:
        cor
-0.2350529
```

p-värdet tolkas som vanligt, cor är r^2 -värdet som beskriver styrka och riktning av korrelationen.

2.3.1.3 Spearman (icke parametrisk)

```
cor.test(
  penguins$bill_length_mm,
  penguins$bill_depth_mm,
  method = "spearman" # Specificera spearman
)
```

Warning in cor.test.default(penguins\$bill_length_mm, penguins\$bill_depth_mm, : Cannot compute exact p-value with ties

Spearman's rank correlation rho

För denna kurs, ignorera Warning: cannot compute exact p-value with ties. Det betyder att det finns två av samma mätvärde vilket inte går att rangordna. (Om data är c(25, 26, 26, 27) är det (1,2,3,4) eller (1,3,2,4)?)

2.3.2 Regression

Regression används då en kontinuerlig variabel kausalt orsakar en annan kontinuerlig variabel.

2.3.2.1 Krav/antaganden

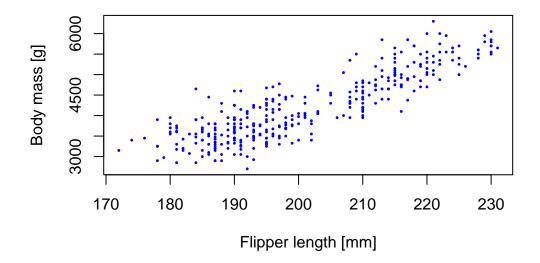
- Linjärt samband
- Normalfördelad (parametrisk)
- Lika varians

2.3.2.2 Linjär regression

Skapas med en formel liknande för ANOVA.

Med det högst biologiska antagandet att längre fenor orsakar högre kroppsvikt (genom att pingvinerna simmar fortare och därmed kan äta mer, säger vi) enligt en linjär trend, väljer vi att göra linjär regression.

```
plot( # Scatterplot för att kolla sambandet
  penguins$flipper_length_mm,
  penguins$body_mass_g,
  pch = 16,
  cex = 0.4,
  col = "blue",
  xlab = "Flipper length [mm]",
  ylab = "Body mass [g]"
)
```



```
mass_by_flipper <- lm( # Skapa model
  body_mass_g ~ flipper_length_mm,
  data = penguins
)</pre>
```

```
summary(mass_by_flipper)
Call:
lm(formula = body_mass_g ~ flipper_length_mm, data = penguins)
Residuals:
    Min
              1Q
                   Median
                                3Q
                                       Max
-1058.80 -259.27 -26.88 247.33 1288.69
Coefficients:
                 Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)
               -5780.831
                             305.815 -18.90
                                              <2e-16 ***
flipper_length_mm
                    49.686
                                1.518 32.72
                                               <2e-16 ***
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Residual standard error: 394.3 on 340 degrees of freedom (2 observations deleted due to missingness)

Multiple R-squared: 0.759, Adjusted R-squared: 0.7583

F-statistic: 1071 on 1 and 340 DF, p-value: < 2.2e-16

2.3.2.3 Bootstrap

Alternativt med lm() och sedan boot_summary().

```
boot.anova_lm <- lm( # Skapa model
  body_mass_g ~ species * sex,
  data = peng_boot )
boot_summary(boot.anova_lm)</pre>
```

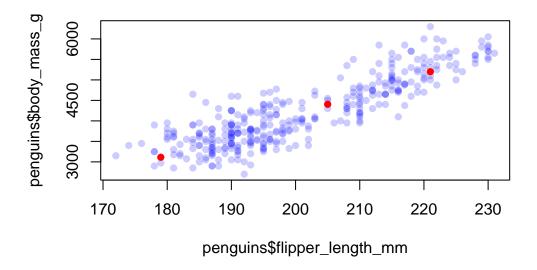
	Estimate	Lower.bound	Upper.bound	p.value
(Intercept)	3368.8356	3299.83521	3439.50123	0.000
speciesChinstrap	158.3703	28.39690	291.61709	0.011
speciesGentoo	1310.9058	1200.12907	1414.84167	0.000
sexmale	674.6575	579.14335	771.31597	0.000
<pre>speciesChinstrap:sexmale</pre>	-262.8928	-453.32242	-73.53564	0.001
speciesGentoo:sexmale	130.4372	-16.79862	284.99372	0.090

2.3.2.4 Predict

Om längden på fenorna orsakar kroppsmassa kan vi använda modellen för att förutse vikten på en pingvin baserat på fenornas längd.

Argumentet newdata = data.frame() måste innehålla samma kolumn namn som x-axeln och en vektor med de värden på x-axeln man vill förutspå y-värdet för.

```
# Data frame med nya värden att förutspå.
# Måste ha en kolumn med samma namn som x-axeln i modellen!
measured_flipper_length <- data.frame(</pre>
  flipper_length_mm = c(205, 221, 179)
estimated_weight <- predict(</pre>
  object = mass by flipper, # Modellen
  newdata = measured_flipper_length) # nya x-värden
plot(
  penguins $flipper_length_mm,
  penguins$body_mass_g,
 pch = 16,
  col = alpha("blue", 0.2)
points(
  x = measured_flipper_length$flipper_length_mm,
  y = estimated_weight,
  pch = 16,
  col = "red"
```



2.4 Fördelning av frekvens data

2.4.1 Chi-square (X²-test)

Det enda testet på kursen som hanterar frekvenser/räknedata. Principiellt behövs tre saker, en faktor med grupper som blir kolumner, en faktor med grupper som blir rader, individer/föremål att räkna.

Till ära av Tobbes doktorsavhandling används här data om Gemsbock och Red hartbeest och deras observerade fördelning på fyra områden.

```
FR CGA WMA NP Gemsbock 5 7 12 67 Red_hartbeest 6 8 54 13
```

2.4.1.1 Krav/antaganden

- Frekvens data (nominal skala)
- Väntevärdet/expected i varje cell ska vara minst 5 (Fishers exact test)

2.4.1.2 Anpassning

Kollar om en rad data "kan anpassas" efter en fördelning, vanligen lika många i varje kategori. Så om data ser ut såhär,

```
bockar["Gemsbock", , drop = FALSE] # Det extra ', drop = FALSE' gör att

→ vi behåller namnet på raden (som annars försvinner mystiskt när

→ matrisen har bara en rad).
```

```
FR CGA WMA NP Gemsbock 5 7 12 67
```

```
# Detta kan ignoreras och skulle då vara 'bockar["Gemsbock", ]'.

bockar_anpassning <- chisq.test(
   bockar["Gemsbock", ]
)
bockar_anpassning # Visa resultatet</pre>
```

Chi-squared test for given probabilities

```
data: bockar["Gemsbock", ]
X-squared = 115.9, df = 3, p-value < 2.2e-16</pre>
```

 $\verb|bockar_anpassning| \verb|sexpected| \# \textit{Visa väntevärden}|$

```
FR CGA WMA NP 22.75 22.75 22.75
```

Alternativt, anpassning mot en specifik fördelning.

```
bockar_anpassning <- chisq.test(
   bockar["Gemsbock", ],
   p = c(0.10, 0.15, 0.35, 0.40) # Totalt sa dessa bli 1
)
bockar_anpassning # Visa resultatet

Chi-squared test for given probabilities

data: bockar["Gemsbock", ]
X-squared = 43.182, df = 3, p-value = 2.251e-09

bockar_anpassning$expected # Visa väntevärden

FR CGA WMA NP
9.10 13.65 31.85 36.40</pre>
```

2.4.1.3 Oberoende

Testa slumpmässiga observationer från två olika faktorer samtidigt för att se om de kommer från samma fördelning. Innebär att alla kolumner och alla rader kan ha olika summor. Så om data ser ut såhär,

```
# Skapa ny kolumn med summan av varje rad
bockar_sums <- cbind(
   bockar,
   Row_sum = rowSums(bockar)
)
# Skapa ny rad med summan av varje kolumn
bockar_sums <- rbind(
   bockar_sums,
   Col_sum = colSums(bockar_sums)
)
bockar_sums</pre>
```

```
FR CGA WMA NP Row_sum
Gemsbock 5 7 12 67 91
Red_hartbeest 6 8 54 13 81
Col_sum 11 15 66 80 172
```

Varken alla rader eller alla kolumner har samma summor, alltså gör vi ett oberoende test.

2.4.1.4 Homogenitet

Testa slumpmässiga observationer från **en** faktor och kontrollera den andra. Innebär att **antingen** alla rader **eller** kolumner har samma summa (medan den andra varierar).

För detta behöver vi ny data. Ett stort företag vill undersöka om antalet vaccinerade anställda skiljer sig mellan avdelningarna. För att kontrollera för de olika avdelningarna slumpades 100 anställda från varje avdelning och frågade om de var vaccinerade eller inte.

```
uppsala_site <- rbind( # Data
    vaccinerad = c(RnD = 99, HR = 45, Lön = 63, IT = 76),
    ej_vaccinerade = c( 1, 55, 37, 24)
)

uppsala_site

RnD HR Lön IT
vaccinerad 99 45 63 76
ej_vaccinerade 1 55 37 24</pre>
```

Vi kan utforska företagets data lite mer genom att lägga till rad och kolumn summor.

```
# Skapa ny kolumn med summan av varje rad
  uppsala_sums <- cbind(</pre>
    uppsala_site,
    Row_sum = rowSums(uppsala_site)
  # Skapa ny rad med summan av varje kolumn
  uppsala_sums <- rbind(</pre>
    uppsala_sums,
    Col_sum = colSums(uppsala_sums)
  uppsala_sums
               RnD HR Lön IT Row_sum
                99 45 63 76
                                    283
vaccinerad
ej_vaccinerade 1 55 37
                             24
                                    117
Col_sum
               100 100 100 100
                                    400
Detta säger oss att den faktorn är kontrollerad, alltså gör vi ett Homogenitetstest.
  vaccin_homogen <- chisq.test(</pre>
    uppsala_site
  vaccin_homogen
    Pearson's Chi-squared test
data: uppsala_site
X-squared = 74.839, df = 3, p-value = 3.923e-16
  vaccin_homogen$expected
                                     IT
                 RnD
                         HR
                            Lön
               70.75 70.75 70.75 70.75
vaccinerad
```

ej_vaccinerade 29.25 29.25 29.25 29.25

2.4.2 Fisher's exact (icke parametrisk)

Ifall en eller flera celler med väntevärden/expected är < 5 kan man använda Fisher's exact test.

```
vaccin_fisher <- fisher.test(
    uppsala_site
)

vaccin_fisher # Inga expected values

Fisher's Exact Test for Count Data

data: uppsala_site
p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: two.sided

mean()
sum()
median()
aggregate()
rowMeans()
rowSums()</pre>
```

3 Matte

3.1 Differentialekvationer

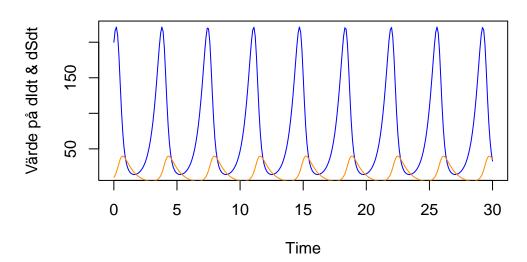
```
# Funktion med ekvationssystemet att lösa
DE_fun <- function(times, # Intervall</pre>
                           # Begynnelsevärden
                    у,
                    parms # Andra värden
) {
  # variabler att använda (från parms)
  alfa <- parms["alfa"]</pre>
  beta <- parms["beta"]</pre>
  delta <- parms["delta"]</pre>
  gamma <- parms["gamma"]</pre>
  # Begynnelsevärden (från y)
  B <- y["B"]
  P <- y["P"]
  # Differentialekvationen att lösa numeriskt
  # (Minst 1 ekv. men sedan är det bara att lägga till fler ekv.
      på var sin rad. Varje ekv. måste ha ett begynnelsevärde &
     sedan returneras i result vec)
  dB <- alfa * B - beta * B * P
  dP <- delta * B * P - gamma * P
  # Spara & returnera resultatet (ode() är lite speciell...)
  result_vec <- c( # Först som vektor</pre>
    dB,
    dΡ
  result_list <- list(result_vec) # Sedan som lista</pre>
  return(result_list) #Returnera
# Vektor med alla tidssteg (t) att sätta in
DE_time_span <- seq(</pre>
 from = 0, # Början på intervall
 to = 30, # Slut på intervall
 by = 0.1 # Steglängd
)
```

```
# Vektor med begynnelsevärden
# (enklast att namnge dem och sedan indexera med namnet i fun)
DE_init <- c(</pre>
 B = 200,
  P = 10
)
# Vektor med andra värden för formeln
# (enklast att namnge dem och sedan indexera med namnet i fun)
DE_params <- c(</pre>
  alfa = 2.5,
 beta = 0.15,
  delta = 0.02,
  gamma = 1.5
# Lösa ekvationerna numeriskt
DE_sol <- ode(</pre>
                        # Begynnelsevärden
  y = DE_init,
 times = DE_time_span, # Intervall
  func = DE_fun,
                        # Funktionen
  {\tt parms = DE\_params,} \qquad \textit{\# Andra v\"{a}rden}
  method = "rk4"
                         # Runge-Kutta version 4
# Konvertera till data frame för att göra den lättare att hantera
DE_sol <- as.data.frame(DE_sol)</pre>
# Plotta dI respektive dS mot tid
plot( # Plot fönster & dI mot tid
  DE_sol$time,
  DE_sol$B,
  type = "1",
  col = "blue",
  xlab = "Time",
  ylab = "Värde på dIdt & dSdt",
  main = "Numerisk lösning för system av differentialekvationer"
```

```
lines( # Lägg till dS mot tid
  DE_sol$time,
  DE_sol$P,

col = "darkorange"
)
```

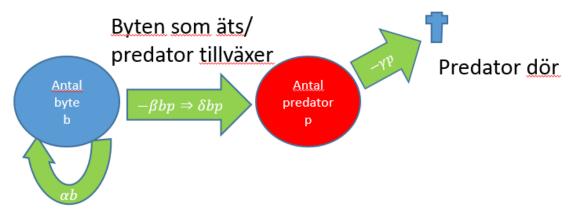
Numerisk lösning för system av differentialekvationer



4 KvantBio

4.1 Lotka-Volterra byte-predator modell

En specifik model som bygger på att lösa ett ekvationssystem av differentialekvationer.



Byte tillväxer

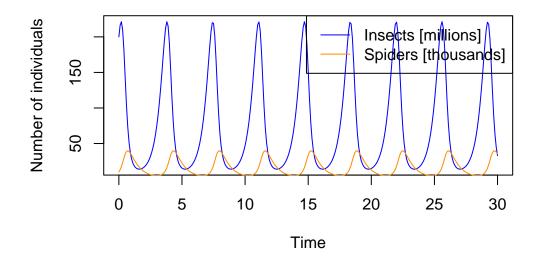
```
# Funktion med ekvationssystemet att lösa
LV_fun <- function(times, # Intervall
                     у,
                             # Begynnelsevärden
                     parms # Andra värden
) {
  # variabler att använda (från parms)
  alfa <- parms["alfa"]</pre>
  beta <- parms["beta"]</pre>
  delta <- parms["delta"]</pre>
  gamma <- parms["gamma"]</pre>
  # Begynnelsevärden (från y)
  B \leftarrow y["B"]
  P <- y["P"]
  # Differentialekvationen att lösa numeriskt
  dBdt <- (alfa * B - beta * B * P)
  dPdt \leftarrow (delta * B * P - gamma * P)
  # Spara & returnera resultatet
```

```
result_vec <- c(
    dBdt,
    dPdt
  result_list <- list(result_vec)</pre>
 return(result_list)
# Vektor med alla tidssteg (t) att sätta in
time_span_LV <- seq(</pre>
  0,
  30,
 by = 0.1
)
# Vektor med begynnelsevärden
init LV <- c(</pre>
 B = 200,
 P = 10
# Vektor med andra värden för formeln
params_LV <- c(</pre>
 alfa = 2.5, # Tillväxt byten
  beta = 0.15, # Byten som äts
  delta = 0.02, # Tillväxt predator
  gamma = 1.5 # Död predator
)
# Lösa ekvationerna numeriskt
sol LV <- ode(
 y = init LV,
                         # Begynnelsevärden
 times = time_span_LV, # Intervall
 tunc = LV_fun,  # Funktionen
parms = params_LV,  # Andra värden
method = """"

 method = "rk4"
                         # Runge-Kutta version 4
)
sol_LV <- as.data.frame(sol_LV)</pre>
# Plotta antal insekter [milljoner] respektive spindlar [tusen] mot tid
```

```
plot(
  sol_LV$time,
  sol_LV$B,
 type = "1",
 col = "blue",
  xlab = "Time",
 ylab = "Number of individuals",
  main = "Lotka-Volterra model"
lines(
 sol_LV$time,
  sol_LV$P,
 col = "darkorange"
)
legend(
  "topright",
  legend = c("Insects [millions]",
             "Spiders [thousands]"),
 lty = c(1, 1),
 col = c("blue",
          "darkorange")
)
```

Lotka-Volterra model



```
# "Fasporträtt" (två pop. mot varandra där tiden blir att följa linjen)
plot(
    sol_LV$B,
    sol_LV$P,
    type = "1",

col = "darkgreen",

xlab = "Insects",
    ylab = "Spiders",
    main = "Fasporträtt"
)
```

Fasporträtt

