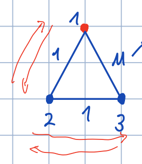
Aufgabe 10.1

C1: $|x+y| \leq |x| + |y|$

(a)



$M > 2$

$\Rightarrow$ es kann nicht optimal sein Kante $(\overset{i}{1},\overset{j}{3})$ zu benutzen

(b) selber Graph, 2 doppelt besucht erfüllt Dreiecksungleichung nicht

c) $G(\overset{\text{Knoten}}{V},\overset{\text{Kanten}}{E})$

$x_{ij}^{k} \in \{0,1\}$ $\quad i,j \in V$: Kante von Stadt/Ziel i nach j wird benutzt (k Lieferwagen k)

c_{ij} : Kosten für x_{ij}

1. Jeder Knoten einmal besucht: (beide Lieferwagen besuchen gemeinsam einmal)

$$\sum_{k=1}^{2} \sum_{i \neq j} x_{ij}^{k} = 1 \quad \forall j \in V \setminus \{1\} \qquad \boxed{\cancel{\sum_{i \neq j} x_{ij}^{k} = 1 \quad \forall j \in V \setminus \{1\} \quad \forall k \in \{1,2\}}}$$

2. Jeder Knoten muss einmal verlassen werden

$$\sum_{i \neq j} x_{ij}^{k} = \sum_{i \neq j} x_{ji}^{k} \quad \forall j \in V \quad \forall k \in \{1,2\}$$

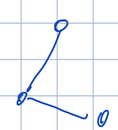
3. Beide Lieferwagen fahren:

$$\sum_{i,j \in V, i \neq j} x_{ij}^{k} \geq 1 \quad \forall k \in \{1,2\}$$

4 Keine Subtouren fahren: (SEC Constraint)

$$\sum_{i,j \in U, i \neq j} x_{ij}^{k} \leq |U| - 1 \quad \forall U \subseteq V \setminus \{1\} \quad \forall k \in \{1,2\}$$

Anzahl Kanten $\leq$ |Knoten -1| in Teilgraph



5. Basis /1 wird nicht während der Touren besucht sondern einmal am Anfang und einmal am Ende $= 2$

$$\sum_{k=1}^{2} \sum_{i \neq 1} x_{i1}^{k} = 2$$

6. Kosten minimieren:

$$\min \sum_{i,j \in V, i \neq j} c_{ij} (x_{ij}^{1} + x_{ij}^{2})$$

Aufgabe 10.2

A,B,C,D,E,F,G,H Entfernungen d_{ij} zwischen $i,j \in N$ $d_{ii} = 0$

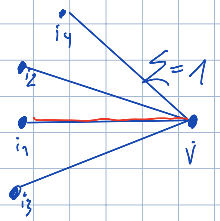
$x_{ii} = 0$ immer

ZF: $\min \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} d_{ij} x_{ij} \hat{=} \sum_{i,j \in V} d_{ij} x_{ij}$

Standard TSP Constraints:

An jedem Standort muss genau einmal angekommen werden

$$\sum_{i \in N} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in N \setminus \{H\} \quad \text{(fixieren eine Stadt)}$$



Jeder Standort muss einmal verlassen werden:

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \setminus \{H\}$$

An Knoten H beginnen so viele Touren wie enden / maximal 2mal pro Woche

$$\sum_{i \in N \setminus \{H\}} x_{iH} - \sum_{j \in N \setminus \{H\}} x_{Hj} = 0$$

Max 2:

$$\sum_{i \in N \setminus \{H\}} x_{iH} \le 2$$

SEC: $\sum_{\{i,j\} \in U^{-H}} x_{ij} \le |U^{-H}| - 1 \quad \forall U^{-H} \subseteq \boxed{N \setminus \{H\}}$ mit $2 \le |U^{-H}| \le |N| - 1$

c) Dann genau TSP aus Vorlesung:

$$\sum_{i \in N \setminus \{H\}} x_{iH} = 1 \qquad \left(\sum_{i,j \in U} x_{ij} \le |U| - 1 \quad \forall U \subseteq N \quad \text{mit } 2 \le |U| \le |N| - 1 \right)$$

$$\sum_{j \in N \setminus \{H\}} x_{Hj} = 1$$

(P) $\min 4x_1 - 5x_2 + 3x_3$

$x_1 + x_3 = 5$

$x_1 - x_2 \ge 6$

$x_1 + x_2 - x_3 \le -4$

$x_1 \in \mathbb{R}^1_{\ge 0}$

$x_2 \in \mathbb{R}^1_{\ge 0}$

$x_3 \in \mathbb{R} \quad \Rightarrow \quad x_3 := x_3^+ - x_3^- \quad x_3^+ \ge 0, \; x_3^- \ge 0$

$\Rightarrow$ $\min 4x_1 - 5x_2 + 3x_3^+ - 3x_3^-$

$-20 \qquad -20$

$x_3^- = 20$

$x_3^- \ge 0$