Aufgabe 06.1

Indexmengen:
- Tage der Woche $D = \{1,2,3,4,5\}$
- Stunden am Tag $I = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

Variablen:
- $k_{id}, s_{id}, g_{id} \in \{0,1\}$: Logische Variablen ob in Stunde $i \in I$ am Tag $d \in D$ Kaffee, Grüner oder Schwarzer Tee getrunken wurde

$k_{22} = 1 \Rightarrow$ In Stunde 2 am Dienstag hat Maxime Kaffee konsumiert.

- $m_{id} \in \mathbb{Z}$ Müdigkeits level in Stunde i am Tag d

0. $k_{id} + s_{id} + g_{id} \leq 1 \quad \forall i \in I, d \in D$

1. Müdigkeitslevel Montags in erster Arbeitsstunde ist 10:

$$m_{11} = 10$$

3. Maxime hat nur 30€/Woche zur Verfügung:

3.1 Kumulativer Konsum in der Woche:

$$\sum_{d \in D} \sum_{i \in I} k_{id} + s_{id} + g_{id}$$

3.2 Füge Kosten hinzu

$$\underbrace{\sum_{d \in D} \sum_{i \in I} 3k_{id} + 2s_{id} + 1g_{id}}_{\text{Gesamtkosten / Woche}} \leq 30$$

4. Müdigkeits level muss positiv sein

$$m_{id} \geq 0 \quad \forall i \in I \quad \forall d \in D$$

$$\sum_{i \in I} m_{id} \geq 0 \quad \forall d \in D$$ Falsch

5. Muss eines der Getränke trinken sobald Müdigkeitslevel ≥ 18

$m_{id} \leq 20 \quad \forall i \in I \quad \forall d \in D$ weil wenn sie nichts trinkt steigt Müdigkeit um 2

6. Mindestens einem Tag kein Kaffee

$K_d \in \{0,1\}$ Gibt an ob Maxime an Tag d Kaffee trinkt

$$8K_d \geq \sum_{i \in I} k_{id} \quad \forall d \in D$$

$$\sum_{d \in D} k_d \leq 4$$

7. Min dumme aller Müdigkeitslevel aller Arbeitsstunden

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{d \in D} m_{id}$$

2. Müdigkeitslevel zum beginn jedes Tages außer Montag hängt davon ab ob wir in den letzten Stunden des vorherigen Tags was getrunken haben.

=> führe $C_d \in \{0, 1\}$ ein ob an Tag d in den letzten 3 Stunden etwas getrunken wurde

2.1 Konsum der letzten 3 Stunden

$$\sum_{i=6}^{8} k_{id} + s_{id} + g_{id} \quad \forall d \in D$$

Weil ein Getränk pro Stunde Maximal kann der Konsum der letzten 3 Stunden maxima 3 sein

2.2 C_d hinzufügen

$$3C_d \geq \underbrace{\sum_{i=6}^{8} k_{id} + s_{id} + g_{id}}_{1} \quad \forall d \in D$$

$\Rightarrow C_d = 1$

$$m_{1d} = \underbrace{10 + 3C_{d-1}}_{13 \text{ oder } 10} \quad \forall d \in 2, \dots, 5$$

wenn wir was trinken haben wir die +2 nicht

$$m_{id} = m_{(i-1)d} + 2 - (11+2)k_{id} - (7+2)s_{id} - (5+2)g_{id} \quad \forall d \quad \forall i = 2, \dots, 8$$

Aufgabe 6.2

Indexmenge:

- Aufgaben $A = \{1, \dots, 20\}$
- Seiten $S = \{1, \dots, 12\}$

Variablen

- $x_{as} \in \{0,1\}$ Aufgabe $a \in A$ steht aus Seite $s \in S$
- $d_a \in \mathbb{N} \hat{=}$ dauer von Aufgabe a (geschätzt)
- $t_a \in \{0,1\}$ = Typ der Aufgabe MC oder Rechnen
- $k_a \in \{1, \dots, 10\}$ = Komplexität von $a \in A$

1) Pro Seite $s \in S$ der Klausur darf höchstens eine Aufgabe stehen

$$\sum_{a \in A} x_{as} \le 1 \qquad \forall s \in S \quad \longleftrightarrow \quad \sum_{s \in S} \sum_{a \in A} x_{as} \le \cancel{12} \quad \cancel{11} \;\cdots\cdots\; 1$$

2) Jede Aufgabe darf höchstens einmal in der Klausur stehen

$$\sum_{s \in S} x_{as} \le 1 \qquad \forall a \in A$$

4) Die Bearbeitungsdauer der Klausur darf 115 nicht überschreiten

$$\sum_{s \in S} \sum_{a \in A} x_{as} d_a \le 115$$

3) Die Gesamtkomplexität = Summe der Komplexitäten aller genommenen Aufgaben mindestens 40

$$\sum_{s \in S} \sum_{a \in A} x_{as} k_a \ge 40$$

5) Es dürfen keine 3 Aufgaben des gleichen Typs aufeinanderfolgen:

Für den 1,1,1 case $\displaystyle\sum_{s=r}^{r+2} \sum_{a \in A} x_{as} t_a \le 2 \qquad \forall r = \{1, \dots, (12-2)\}$

Für den 0,0,0 case $\displaystyle\sum_{s=r}^{r+2} \sum_{a \in A} x_{as} (1 - t_a) \le 2 \qquad \forall r$

0 0 0 = 3
1 1 1 = 3

erlaubt
1 1 0 = 2
1 0 1 = 2
0 0 1 = 1
0 1 1 = 2
0 1 0 = 1
1 0 0 = 1

6. Keine Leerseite zwischen den Aufgaben

$$\sum_{a\in A} x_{as} \geq \sum_{a\in A} x_{a(s+1)} \quad \forall s \in \{1, \dots, (k-1)\}$$

Wenn auf s keine steht dann muss auch auf s+1 $x_{a(s+1)} = 0$ sein

7. Wenn Klausur leichte Aufgabe ($k_a \leq 2$) dann muss sie auch schwere enthalten ($k_a \geq 8$)

7.1 Modelliere ob es Aufgabe $k_a \leq 2$: $y \in \{0,1\}$ $\exists$ Aufgabe mit $k_a \leq 2 \Rightarrow y = 1$

$$3 - \sum_{a\in A} x_{as} k_a \leq M_y \quad \forall s \in S$$

Fall: es gibt eine $\Leftrightarrow y = 1$

$$3 - \underbrace{\underbrace{\sum_{a\in A} x_{as} k_a}_{\leq 2}}_{>0} \leq M_y$$

$\Rightarrow y$ muss 1 sein weil sonst ist $M_y = 0$

Auch richtig:

$$3 - \sum_{a\in A} x_{as} k_a \leq 2y$$

Wieso brauchen wir M: müssen sicherstellen dass rechte Seite (mit y) immer größer = ist als linke Seite

z.B.: k_a ist der min wert 1

$3 - 1 \leq y \Rightarrow$ da y binär ist, falsch

$\Rightarrow M \geq 2$

7.2 $z_s \in \{0,1\}$ für $s \in S$ Aufgabe in der Klausur hat Komplexität $\leq 7 \Rightarrow z_s = 0$

$$8 z_s \leq \sum_{a\in A} x_{as} k_a \quad \forall s \in S$$

Wenn 7 dann muss $z_s \Rightarrow 0$
dann kann z_s nicht 1 sein

7.3 $$\sum_{s\in S} z_s \geq y$$

Wenn $y = 1$, dann muss auch $z_s = 1$

8. Bevorzugte Komplexität : 60
Bevorzugte Bearbeitungszeit : 95

$$\sum_{a \in A, s \in S} x_{as} k_a + \underline{\delta^k} = 60$$

$$\sum_{a \in A, s \in S} x_{as} d_a + \delta^d = 95$$

$$\Delta^k \geq \delta^k$$
$$\Delta^k \geq -\delta^k$$

$$\Delta^d \geq \delta^d$$
$$\Delta^d \geq -\delta^d$$

$$\min \quad 2\Delta^k + \Delta^d$$

doppelt so wichtig

Aufgabe Ü6.3 Tricks: XOR OR

I $x + y \leq 3$

II $2x + 5y \leq 12$

I OR II (genau eine der beiden oder beide gleichzeitig

$z \in \{0,1\}$

$$x + y - 3 \leq M z$$
$$2x + 5y - 12 \leq M(1-z)$$
$$z \in \{0,1\}$$

Fall: beide gelten nicht

$\underbrace{x + y - 3}_{>0} \leq M z \Rightarrow z = 1$

$\underbrace{2x + 5y - 12}_{>0} \leq M(1-z) \Rightarrow z = 0$