
Estruturas de Dados

Tabelas Hash

Baseado no material dos Profs:
Carlos F. S. Costa
Rodolfo Pereira

Prof. Nilton Luiz Queiroz Jr.

Pesquisa

- Alguns métodos de pesquisa em vetor são baseados na comparação da chave pesquisada com as chaves armazenadas;
 - Busca sequencial;
 - Vetor não ordenado;
 - Pior caso custo $O(n)$;
 - Busca binária;
 - Vetor ordenado;
 - Pior caso custo $O(\log_2 n)$;
- Porém, o acesso a um elemento do vetor é feito em tempo constante;
- Existe uma maneira organizar os dados para que possa se recuperar a informação em tempo constante?
 - $O(1)$;

Tabelas Hash

- Dado uma chave, podemos aplicar uma função que transforme a chave em um índice válido para o vetor;
 - Essa função é chamada de função Hash (ou função de dispersão);
- As tabelas Hash são um tipo de estrutura criado para o armazenamento de informações e são:
 - Simples de implementar;
 - Intuitivas para se organizar grandes quantidades de dados;

Tabelas Hash

- A maneira que as tabelas são estruturadas visa, principalmente, permitir armazenar e procurar em grandes quantidades de dados;
- A ideia central é dividir o universo de informações em subconjuntos mais facilmente gerenciáveis;
 - Em outras palavras, dividimos um conjunto de dados C em um número finito de partes $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ tais que:
 - $C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup \dots \cup C_n = C$
 - $C_i \cap C_j = \emptyset \ \forall i, j \in [1, n]$

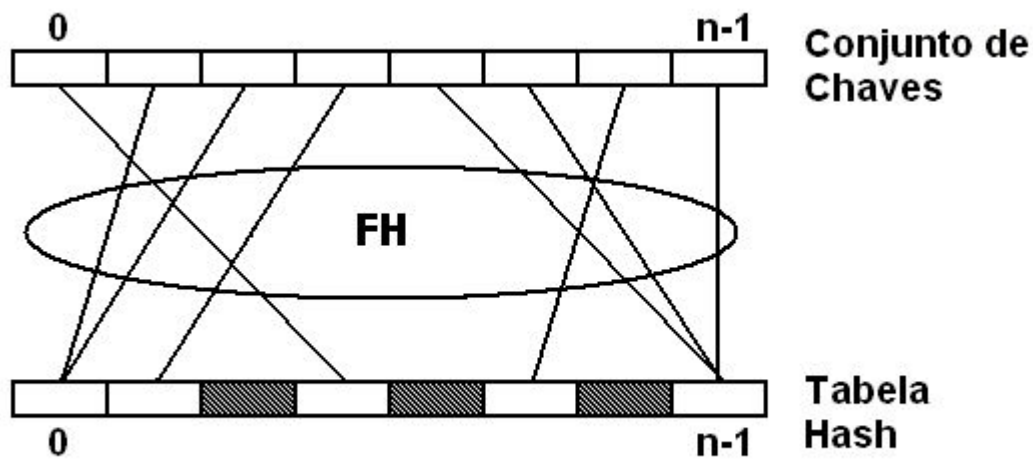
Tabelas Hash

- Alguns conceitos fundamentais para o estudo de Hashs:
 - Tabela Hash: Estrutura que permite o acesso aos subconjuntos;
 - Função Hash: Função que realiza um mapeamento entre os valores de chaves e as entradas na tabela;
- Os registros armazenados em uma tabela hash são diretamente endereçados a partir de uma função hash;

Funções Hash

- As funções Hash tem como objetivo mapear elementos em uma tabela Hash, porém, dois elementos podem ser levados ao mesmo lugar da tabela!
- Quando dois elementos tentam ocupar o mesmo lugar na tabela temos uma **colisão** entre eles;
- Dessa maneira, ao implementar uma tabela hash deve-se tratar as colisões;

Funções Hash



Tabelas Hash

- A pesquisa por meio de funções hash é feita em duas etapas:
 - Computar o valor da função de transformação (também conhecida por função hashing), a qual transforma a chave de pesquisa em um endereço da tabela;
 - Considerando que duas ou mais chaves podem ser transformadas em um mesmo endereço de tabela, é necessário existir um método para lidar com colisões.

Funções Hash

- Existem diversas funções hash implementadas a literatura;
 - Uma função simples é o método da divisão:
 - Dada uma chave, obtém-se o resto da divisão da chave pelo tamanho do hash;
 - $f(k) = k \bmod m$;
 - Sendo k a chave do elemento que será inserido numa tabela contendo elementos das posições 0 à $m-1$;
 - Alguns autores trazem como $f(k) = (k \bmod m) + 1$;
 - Para implementar o método da divisão é necessário um cuidado:
 - O valor de m ;
 - Em geral escolhe-se m como sendo um número primo, **evitando** números primos obtidos por meio de $b^i \pm j$
 - Onde b é a base do conjunto de caracteres (128 para ASCII, por exemplo) i e j são pequenos inteiros;

Tabelas Hash

- Exemplo do método da divisão:
 - Usando o método da divisão para $m = 4$, esquematize uma tabela Hash T , inicialmente vazia, após a inserção dos elementos: 13, 27, 38, 40, 52, 64, 71, 88 e 90.
 - $T = \{13, 27, 38, 40, 52, 64, 71, 88, 90\}$
 - Como o tamanho da tabela é 4 teremos 4 subconjuntos;
 - Resultado:
 - $f(13) = 13 \bmod 4 = 1;$
 - $f(27) = 27 \bmod 4 = 3;$
 - $f(38) = 38 \bmod 4 = 2;$
 - $f(40) = 40 \bmod 4 = 0$
 - $f(52) = 52 \bmod 4 = 0;$
 - $f(64) = 64 \bmod 4 = 0$
 - $f(71) = 71 \bmod 4 = 3;$
 - $f(88) = 88 \bmod 4 = 0;$
 - $f(90) = 90 \bmod 4 = 2;$

$$T_0 = \{40, 52, 64, 88\}$$

$$T_1 = \{13\}$$

$$T_2 = \{38, 90\}$$

$$T_3 = \{27, 71\}$$

Colisões

- Como visto no exemplo anterior, podem ocorrer situações em que mais de um elemento precise ocupar o mesmo local no hash, ocorrendo então uma colisão;
- Assim, para tratar colisões existem duas filosofias de Hash:
 - Reespalhamento;
 - Listas ligadas;

Reespalhamento

- Tem um espaço fixo para inserir elementos;
- Usa-se uma função secundária sobre a chave;
 - Exemplo, se existir somente uma posição para cada subconjunto:
 - Se ocorrer uma colisão, tente fazer a inserção na posição $f(k) + 1$;
 - Caso ocorra uma colisão na posição $f(k) + 1$ tente inserção em $f(k) + 2$;
 - Prossiga até encontrar uma posição;

Exemplo

- Dada a função hash $f(x) = x \bmod 10$, mostre a tabela após a inserção dos valores 3, 13, 4, 14, 35, 79.

0	
1	
2	
3	3
4	13
5	4
6	14
7	35
8	
9	79

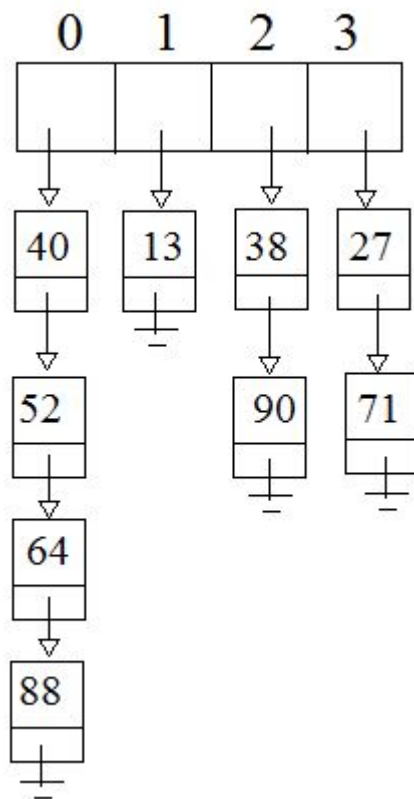
Lista ligada

- Usa-se uma lista ligada para tratar colisões;
- Quando ocorrem colisões os elementos deverão ser então armazenados na lista ligada que é “armazenada” pelo elemento do hash que seria o responsável por armazenar os dois elementos;
- Em hashes com lista ligada deve-se agir da seguinte maneira na pesquisa:
 - Calcular qual elemento de entrada do array é o ponteiro que “armazena” a estrutura;
 - Utiliza-se a técnica de busca adequada para a lista;

Exemplo

- Usando o método da divisão para $m = 4$, mostre a estrutura de uma tabela Hash T, inicialmente vazia, após a inserção dos elementos: 13, 27, 38, 40, 52, 64, 71, 88 e 90 nessa ordem.

Exemplo



Vantagens das Tabelas Hash

- São simples e de fácil implementação;
- São eficientes para grande número de elementos;
 - Supondo um problema com cem mil elementos, poderíamos imaginar uma tabela hash com mil entradas, onde temos uma divisão de espaço de procura da ordem de $100000/1000$ de imediato;

Desvantagens da Tabela Hash

- Dependência da função Hash;
 - Para que o tempo de acesso seja mantido, a função hash deve distribuir os elementos de entrada de maneira igual;
 - A função deve distribuir os elementos maneira que cada subconjunto tenha sempre uma quantidade próxima dos demais;
 - Funções que não distribuem bem os elementos podem tornar os hash com eficiência próxima a estrutura de dados auxiliar usada;

Implementação

- A implementação de um hash pode ser feita sobre uma lista;
 - Seja ela simplesmente ou duplamente ligada, circular ou linear, com ou sem sentinela;
- Dessa maneira, a tabela será uma tabela de listas, e a função hash irá decidir em que lista deve-se operar;

Implementação

- A implementação a seguir leva em conta que já se tem implementada uma lista ligada que armazena os dados do tipo que será também armazenado na tabela hash;
- Serão implementadas as seguintes operações:
 - Inserção na tabela hash;
 - Remoção da tabela hash;
 - Busca na tabela hash;
- Além dessas 3 operações será necessária a implementação de uma função hash e também uma operação para inicializar a tabela;

Implementação

- Para as operações sobre listas assuma o seguinte:
 - inicializa_lista(l);
 - Inicializa a lista l;
 - buscar_valor_lista(l,ch,i);
 - Procura pelo elemento de chave ch na lista l:
 - Caso exista, i é alterado para o item de chave ch e a função retorna 1;
 - Caso contrário retorna 0;
 - insere_ultimo(l,i);
 - Procura pela chave do elemento i na lista l;
 - Caso não exista, insere i no final da lista l e a função retorna 1;
 - Caso contrário retorna 0;
 - remove_lista_chave(l,ch,i);
 - Procura pela chave do elemento ch na lista l;
 - Caso exista, i é alterado para o item de chave ch e a função retorna 1;
 - Caso contrário retorna 0;

Implementação

- Para implementarmos um hash, além dos tipos usados na lista, usa-se também as seguintes declarações de constantes e tipo:

```
#include "lista.h" // cabeçalho contendo todas as implementações de funções de listas  
#include <stdio.h>
```

```
#define TAM 13
```

```
struct tipo_hash{  
    struct tipo_lista tabela[TAM];  
};
```

Implementação

- Antes de começar a inserir e remover elementos na tabela é necessário inicializá-la;

```
void inicializa_hash(struct tipo_hash *h){  
    /*algoritmo*/  
}
```

Implementação

- Antes de começar a inserir e remover elementos na tabela é necessário inicializá-la;

```
void inicializa_hash(struct tipo_hash *h){  
    int i;  
    for(i=0;i<TAM;i++){  
        inicializa_lista(&h->tabela[i]);  
    }  
}
```


Implementação

- A função hash define em qual lista será armazenado cada elemento

```
int funcao_hash(int chave){  
    /*algoritmo*/  
}
```

Implementação

- A função hash define em qual lista será armazenado cada elemento

```
int funcao_hash(int chave){  
    return chave%TAM;  
}
```

Implementação

- A inserção em um hash requer a inserção em lista;
 - Cada elemento será armazenado na lista que é indexada pelo valor da função hash para sua chave;

```
int insere_hash(struct tipo_hash *h, struct tipo_item x){  
    /*algoritmo*/  
}
```

Implementação

- A inserção em um hash requer a inserção em lista;
 - Cada elemento será armazenado na lista que é indexada pelo valor da função hash para sua chave;

```
int insere_hash(struct tipo_hash *h, struct tipo_item x){  
    int idx = funcao_hash(x.chave);  
    return insere_ultimo(&h->tabela[idx],x);  
}
```

Implementação

- Busca

```
int buscar_hash(struct tipo_hash *h, int ch, struct tipo_item *x){  
    /*algoritmo*/  
}
```

Implementação

- Busca

```
int buscar_hash(struct tipo_hash *h, int ch, struct tipo_item *x){  
    int idx = funcao_hash(ch);  
    return buscar_valor_lista(&h->tabela[idx],ch,x);  
}
```

Implementação

- Remoção;

```
int remove_hash(struct tipo_hash *h, int ch, struct tipo_item *x){  
    /**/  
}
```

Implementação

- Remoção;

```
int remove_hash(struct tipo_hash *h, int ch, struct tipo_item *x){  
    int idx = funcao_hash(ch);  
    return remove_lista_chave(&h->tabela[idx],ch,x);  
}
```


Exercícios

1. Mostre o hash resultante após a inserção de cada elemento tratando colisões com listas ligadas, e tendo como função de hash a função:

$$f(k) = k \bmod 9;$$

1, 9, 12, 7, 3, 18

2. Faça o exercício 1 para um hash fechado que trata as colisões colocando o elemento na posição seguinte;
3. Implemente um subprograma que mostre o estado do hash, ou seja, qual o índice da lista e quais os valores armazenados nela;
OBS: Mantenha a modularidade dos arquivos, ou seja, se for usar funções para a lista, implemente-as no arquivo da lista.

Referências

ZIVIANI, N.; Projeto de Algoritmos com Implementações em Pascal e C, 3ª Edição, Livraria Pioneira Editora, 1996.