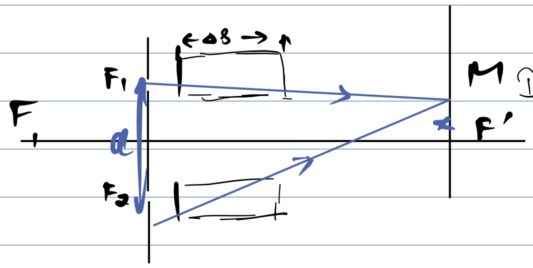
4TD5 Brenton 3.4.

Exercice 3-3 : Mesure de l'indice de l'air

On réalise une expérience de trous de Young en intercalant deux tubes, T_1 et T_2 au départ remplis d'air. La source émet une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,577\mu$m. Les tubes font 0,2 m de longueur. Lorsque les deux tubes sont pleins d'air on observe une frange brillante en F'.

1. On fait le vide dans T_1. Dans quel sens se déplacent les franges ?
2. Pendant le pompage, 101 franges brillantes défilent en F' et lorsque la pression dans T_1 est quasi - nulle, on observe une frange noire en F'. En déduire l'indice de réfraction n de l'air.

1.



① $\delta_{2/1}(M) = (F_2M) - (F_1M)$

$$= n_{air}\left(D^2 + \left(\frac{a}{2}+x\right)^2\right)^{1/2}$$

$$- \left[n_{air}\left(D^2 + \left(\frac{a}{2}-x\right)^2\right) + (1-n_{air})\Delta s\right]$$

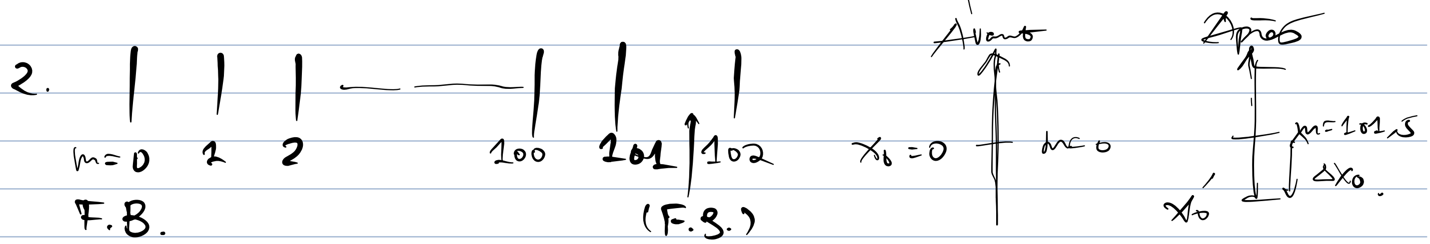
$$= n_{air}\frac{ax}{D} + (n_{air}-1)\Delta s$$

② $\delta_{2/1}(M) = m\lambda_0$ (F.B.)

①=② Cela implique que $\boxed{x_m = \frac{[m\lambda_0 - (n_{air}-1)\Delta s]D}{n_{air}\, a}}$

Quand $m=0$, $x_0 = \frac{D(1-n_{air})\Delta s}{n_{air}\, a} < 0$

2.



Avant du pompage, $x_0 = 0$.

Après le pompage, $x_0' = \frac{D(1-n_{air})\Delta s}{n_{air}\, a}$

Donc, on a $\Delta x_0 = x_0' - x_0 = -101,5\lambda_0$

$$n_{air} = \frac{\Delta x_0}{\Delta s}\lambda + 1$$

(AN) $= 1,00029\cancel{2828}$

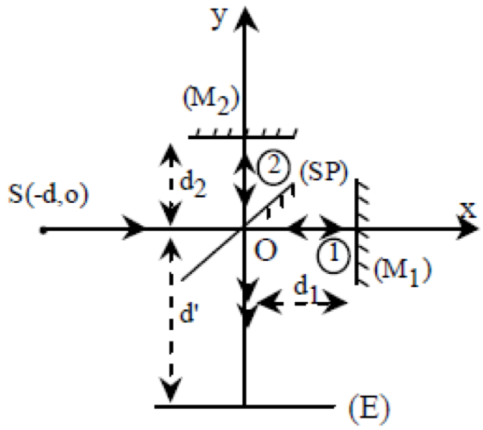
Exercice 4-8 : Interféromètre de Michelson utilisé avec une source ponctuelle

On considère l'interféromètre de Michelson représenté sur la figure.

(SP) est une surface semi réfléchissante qui réfléchit 50 % de l'intensité lumineuse (émise par S, source ponctuelle monochromatique) vers le miroir (M_2), le reste étant transmis vers (M_1). Après réflexion sur (M_1), 50 % du faisceau 1 est réfléchi vers l'écran (E). Après réflexion sur (M_2), 50 % du faisceau 2 est transmis vers (E). On observe sur l'écran la superposition de 1 et 2.

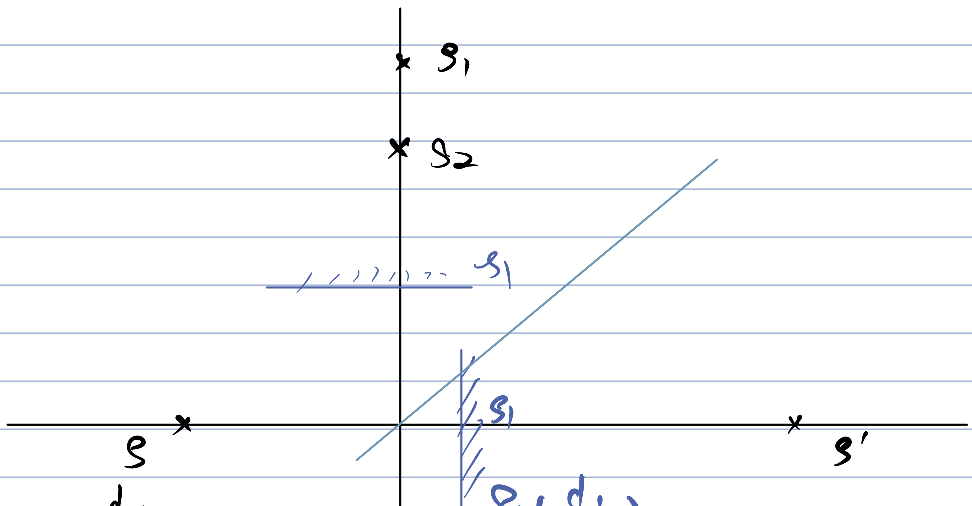
Pour les applications numériques, on prend :
$d_1 = 5$ cm, $d_1 - d_2 = 0,9495$ mm, $d = 20$ cm, $d' = 1$ m, $\lambda = 633$ nm.

1. Montrer que ce dispositif donne de S deux images S_1 et S_2 situées sur l'axe Oy dont on précisera les positions. Décrire les interférences observées sur l'écran.
   Quel nombre maximum de franges brillantes pourrait-on en principe observer dans l'espace ? Que se passe-t-il si $d_1 = d_2$?



2. Sur (E), on observe des anneaux alternativement brillants et sombres centrés sur le point O' (intersection de Oy avec (E)). Calculer l'ordre d'interférence p_0 en O'. Comment varie l'ordre d'interférence lorsqu'on s'éloigne de O' ?
3. On considère le point $M\,(x, -d', z)$ sur (E). On pose $D = 2d_1 + d + d'$et $S_1S_2 = a$. On suppose que $a, x, z \ll D$. Calculer la différence de marche $S_1M - S_2M$ et montrer que le rayon de l'anneau brillant d'ordre p est : $r_p = D\sqrt{2\left(1 - \frac{p}{p_0}\right)}$.
4. On suppose qu'en O' se trouve une frange brillante. Quel est alors le rayon du premier anneau brillant ? Que se passe-t-il si $d_1 - d_2 \to 0$?

1.



$S\begin{pmatrix} -d \\ 0 \end{pmatrix}$

S' sym de S/M_1 $\quad S''$ × $\quad S'\begin{pmatrix} (d+d_1)\times 2 - d \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2d_1 + d \\ 0 \end{pmatrix}$

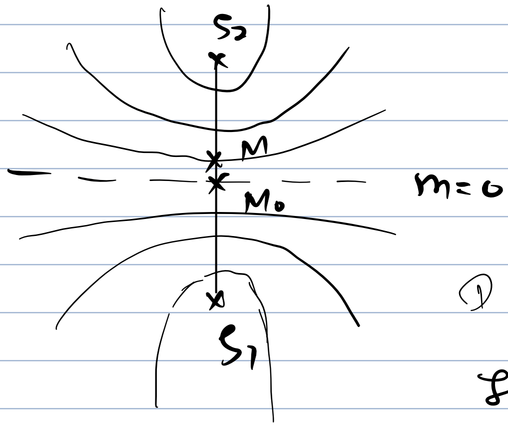
S_2 sym de S'/S_p $\quad S_1\begin{pmatrix} 0 \\ 2d_1+d \end{pmatrix}$

S'' sym de S/S_p $\quad S''\begin{pmatrix} 0 \\ d \end{pmatrix}$

S_2 sym de S''/M_1 $\quad S_2\left(\overset{0}{2(d+d_2)-d}\right) = \left(\overset{0}{2d_2+d}\right)$

Les 2 images S_1 et S_2 sont situées sur l'axe Oy.

S_1 et S_2 sont distantes de $(-2d_2)+d+2d_1+d = 2(-d_2+d_1)$



$$\delta_{2/1}(M) = (S_2M) - (S_1M)$$
$$= n_{air}\left[S_2M - S_1M\right]$$
$$= \cancel{S_2M_0} - MM_0 - \cancel{S_1M_0} - M_0M$$

① $\delta_{1/2}(M) = 2MM_0$

Sur le segment $[S_1S_2]$ la distance maximale de MM_0 est de $S_1S_2/2$.

② $\delta_{1/2}(M) = m\lambda_0$ (F.B.)

① = ② $\Rightarrow$ $2MM_0 = m\lambda_0$

$$2\left(\frac{S_1S_2}{2}\right) = m_{max}\lambda_0 = 2(d_1-d_2)$$

$$\boxed{m_{max} = \frac{2(d_1-d_2)}{\lambda_0}}$$

$$N_{F.B.} = 2\underbrace{\lfloor m_{max}\rfloor}_{(AN)\ 3000} + 1$$

$N_{FB} = 6001$ Franges Brillantes dans l'espace.

Si $d_1 = d_2$, $N_{F.B.} = 1$

2. Par définition, $p = \dfrac{\Delta\varphi_{2/1}(M)}{2\pi} = \dfrac{\delta_{2/1}(M)}{\lambda_0} = \boxed{\dfrac{2(d_1-d_2)}{\lambda_0} = p(O')}$

AN $\quad p(O') = 3000$ F.B.

3. $M(x, -d', z)$, $S_1(0, 2d_1+d, 0)$, $S_2(0, 2d_2+d, 0)$

$$\delta_{1/2}(M) = (S_1M) - (S_2M)$$
$$= \sqrt{x^2 + (-d'-2d_1-d)^2 + z^2} \; - \quad \text{De même façon}$$
$$= (x^2 + D^2 + z^2)^{1/2}$$
$$= D\left(1 + \frac{x}{D} + \left(\frac{z}{D}\right)^2\right)^{1/2}$$
$$= D\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{D^2}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{z^2}{D^2}\right)\right] - (D-a)\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{x}{D-a}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{z}{D-a}\right)^2\right]$$
$$= a - \frac{1}{2}\frac{a}{D(D-a)}(x^2+z^2)$$

$$\boxed{p = \frac{\delta_{1/2}(M)}{\lambda_0} = \frac{a}{\lambda_0} - \frac{1}{2\lambda_0}\frac{a}{D(D-a)}r^2}$$

Au centre O', frange brillante $r=0$ $p_0 = \frac{a}{\lambda_0}$

$$p_0 - p = \frac{1}{2}\frac{a r^2}{\lambda_0 D(D-a)}$$

$$\boxed{r^2 = \frac{2\lambda_0}{a} D(\underbrace{D-a}_{a \ll D})(p_0 - p) \simeq \frac{2D^2(p_0-p)}{p_0}}$$

4) En O', F.B.

le 1e anneau brillant est tel que $p_0 - p = 1$.

$$\boxed{r_1 = \sqrt{2}\, D \sqrt{\frac{1}{p_0}} = \sqrt{2}\, D \sqrt{\frac{\lambda_0}{a}}}$$

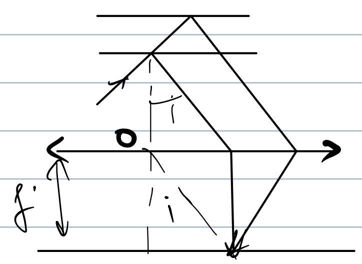
AN $r_1 \simeq 3{,}4\,cm$

Exercice 4-6 : Mesure de l'épaisseur d'une mince lame de verre

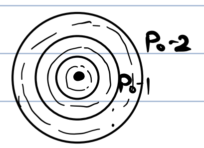
Un interféromètre de Michelson est réglé en lame d'air, éclairé par une source primaire étendue S monochromatique ($\lambda = 500\,\text{nm}$).

À partir de la situation où l'on est au contact optique, on déplace le miroir M_2 de 1 mm normalement à son plan.

1. Étudier les phénomènes d'interférences qui apparaissent au voisinage de l'incidence normale dans le plan focal d'une lentille convergente. Déterminer la phase au centre et l'ordre d'interférence du 2ème anneau sombre.
2. On place sur le bras du miroir M_1 une lame mince d'épaisseur $e = 7,5\mu$m et d'indice $n = 1,50$. Trouver la variation de l'ordre d'interférence au centre de la figure d'interférences. Quel est le rayon du premier cercle noir (la distance focale de la lentille est $f' = 1$ m).



Ecran



1) $e_{LA} = 1\,\text{mm}$ (épaisseur de lame d'air)

Au centre O', $i = 0$, $\cos i = 1$,

$$\delta_{2/1}(O') = 2e_{LA}\cos i = 2e_{LA}$$

$$p(O') = \frac{\Delta\varphi_{2/1}(O')}{2\pi} = \boxed{\frac{2e_{LA}}{\lambda_0} = p_0}$$

AN $p_0 = 4000$ (F.B.)

2. Par ajoute d'une lame d'épaisseur e dans le bras ① de l'IM.

$$\delta'_{2/1}(O') = \delta_{2/1}(O') - \underbrace{2}_{\text{aller + retour}}(n_{verre} - n_{air})e$$

$$\Delta p = \frac{\delta'_{2/1}(O') - \delta_{2/1}(O)}{\lambda_0} = \frac{-2(n-1)e}{\lambda_0}$$

AN $\Delta p = -15$, $\boxed{p' = 3985}$