

PHY1302P - Structure de la matière - DM

⚠ À rendre sous format PDF et soumettre via Moodle avant le lundi 23 mai 2022 à 23h55.

⚠ Ce DM ne sera pas noté. C'est OK si vous ne faites qu'une partie des questions.

⚠ Les plagiat et fraudes seront pénalisés.

⚠ L'important c'est d'aller chercher, de réfléchir, de pratiquer les méthodes et techniques, et non pas de trouver juste la bonne réponse.

Exercice 1 : Spectre d'émission de l'hydrogène et étude quantique (extrait du DS 2021, cf. Ch1, Ch2)

Le spectre d'émission de l'atome d'hydrogène est constitué de plusieurs raies, regroupées en séries : Lyman, Balmer, Paschen, Brackett, Pfund, Humphreys, etc.

• Introduction théorique

En supposant le noyau de l'atome d'hydrogène immobile, la théorie quantique permet de montrer que l'énergie des niveaux électroniques de l'atome d'hydrogène est quantifiée : $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$, où $E_0 = \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2}$ et n est le nombre quantique principal.

La série de Balmer correspond à la désexcitation de l'électron d'un niveau d'énergie E_p ($p > 2$) vers le niveau d'énergie E_2 ($n = 2$).

1. Calculer la valeur de l'énergie E_0 . Donner le résultat en électron-volts et avec 3 chiffres significatifs.
2. Sur un diagramme d'énergie, représenter les trois premiers niveaux d'énergie et y indiquer les transitions possibles. Calculer le nombre d'onde $\sigma_{\min} = \frac{1}{\lambda_{\max}}$ correspondant à la transition la moins énergétique.
3. Déterminer l'expression théorique du nombre d'onde $\sigma_{2,p} = \frac{1}{\lambda_{2,p}}$ en fonction de E_0 , h , c , et p , valable pour toute raie de la série de Balmer. Le nombre d'onde $\sigma_{2,p}$ est-il croissant (augmente) ou décroissant (diminue) avec p ? Calculer la valeur théorique de la constante $\frac{E_0}{h c}$.

• Une première étude expérimentale

Un expérimentateur obtient le spectre d'une lampe à vapeur d'eau H_2O (g). En particulier, ce spectre contient quatre raies pour l'atome d'hydrogène (naturel) dans la série de Balmer : H_α , H_β , H_γ , et H_δ .

4. Que signifient « λ » et « nm » sur l'axe des abscisses (axe horizontal)? Quel est le domaine du spectre électromagnétique associé à cette étude?
5. Proposer une méthode qui montre que l'expression théorique du nombre d'onde $\sigma_{2,p}$ est vérifiée expérimentalement d'après la figure 1.

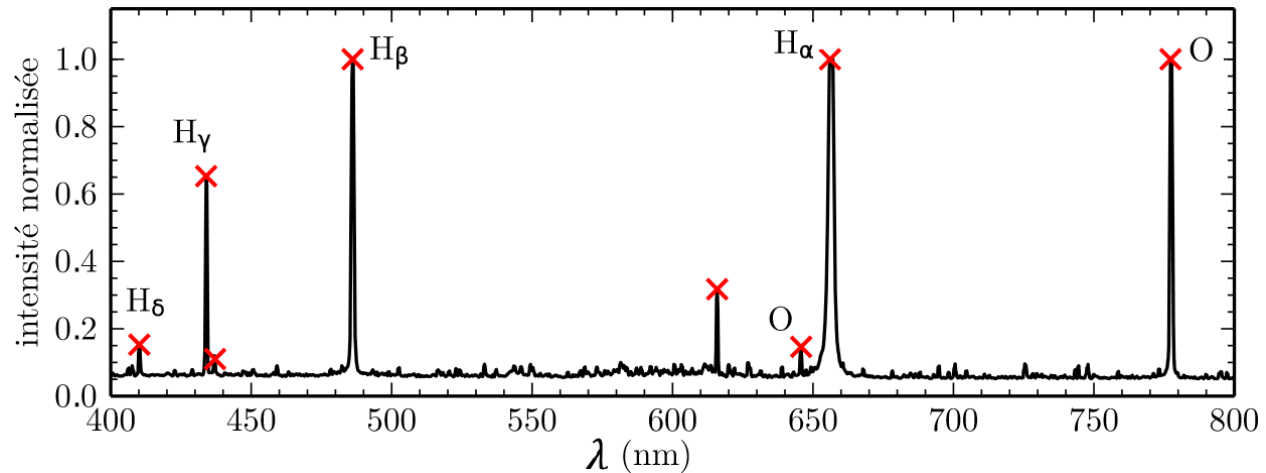


FIGURE 1 – Quelques radiations émises par une lampe à vapeur d'eau

• Une seconde étude expérimentale - existence du déplacement isotopique

En réalité, chaque isotope naturel de l'hydrogène a son propre spectre d'émission. Par exemple, le protium ^1H (noté P) et le deutérium ^2H (noté D) ont des spectres légèrement différents.

Les résultats expérimentaux d'une étude isotopique sont donnés dans le tableau ci-dessous.

	raie δ	raie γ	raie β	raie α
transition	de $p = 6$ à $n = 2$	de $p = 5$ à $n = 2$	de $p = 4$ à $n = 2$	de $p = 3$ à $n = 2$
λ_P (nm)	410.07	433.94	486.01	656.11
λ_D (nm)	409.96	433.82	485.88	655.93

Pour vérifier théoriquement ces valeurs expérimentales, le modèle quantique doit être amélioré : en réalité, le noyau n'est pas immobile, mais c'est le centre de masse du système {noyau + électron} qui est immobile.

Avec ce nouveau modèle, l'énergie du niveau fondamental de l'isotope i est $E_0 = \frac{\mu_i e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^2}$, avec $\mu_i = \frac{m_e M_i}{m_e + M_i}$ la masse réduite du système {noyau i + électron} où M_i est la masse du noyau de l'isotope i .

6. Déterminer l'expression du rapport $d = \frac{\sigma_D - \sigma_P}{\sigma_P}$ en fonction des masses m_e , M_P , et M_D .

7. En faisant certaines hypothèses qu'il faut expliciter, montrer que l'expression précédente se simplifie : $d = \frac{m_e}{2 m_{\text{nu}}}$.
Faire l'application numérique. Donner le résultat avec 2 chiffres significatifs.

8. Montrer que le résultat précédent permet d'expliquer qualitativement que les raies de l'isotope D sont toutes déplacées vers le bleu par rapport à celles de l'isotope P.

9. Proposer une méthode qui montre que l'expression théorique du rapport $d = \frac{\sigma_D - \sigma_P}{\sigma_P}$ est vérifiée expérimentalement (voir les valeurs expérimentales dans le tableau).

Exercice 2 : Autour de l'uranium (extrait de l'examen final 2021, cf. Ch4)

L'uranium est l'élément chimique de numéro atomique 92, de symbole U. Il fait partie de la famille des actinides.

• Radioactivité naturelle et datation

L'uranium est un métal lourd radioactif (émetteur α) de période très longue.

1. Écrire l'équation bilan de la désintégration α de l'uranium 238.
2. À l'instant t , la population de noyaux radioactifs identiques est $N(t)$. Donner la relation entre la constante radioactive λ , la durée élémentaire dt , la population $N(t+dt)$, et la population $N(t)$. Montrer alors que l'évolution de $N(t)$ est gouvernée par l'équation différentielle $\frac{dN}{dt}(t) + \lambda N(t) = 0$.
3. Établir le lien entre λ et $T_{1/2}$, la durée de demi-vie (période radioactive).
4. Calculer numériquement les valeurs des constantes radioactives λ_{238} et λ_{235} des noyaux respectifs d'uranium 238 et 235. Commenter. Est-ce que l'abondance d'uranium 235 augmente ou diminue au cours du temps ?
5. Au moment de la formation de la Terre, les quantités des deux isotopes sont supposées égales. Utiliser les abondances naturelles actuelles de ces deux isotopes pour en déduire l'âge de la Terre.

• Fission et énergie nucléaire

L'isotope 235 de l'uranium est le seul isotope fissile naturel. Dans les réacteurs nucléaires, la production d'énergie repose sur la fission de cet isotope. Lorsqu'un neutron heurte un noyau d'uranium 235, un des modes de fission possible conduit à la formation d'un noyau de cérium ${}^{146}_{58}\text{Ce}$, d'un noyau de sélénium ${}^{85}_{34}\text{Se}$, et à un nombre n de neutrons.

6. Écrire l'équation complète de cette réaction nucléaire, et donner les valeurs de n et Z .
7. Calculer la variation de masse Δm qui accompagne la fission d'un noyau d'uranium 235. Donner le résultat en unité de masse atomique (u).
8. Pour une mole d'uranium 235, calculer l'énergie ΔE libérée par cette réaction de fission. Donner le résultat en joule (J).

La fission de l'uranium 235 produit aussi le césium 137 (${}^{137}_{55}\text{Cs}$) qui est un émetteur radioactif β^- . Le noyau de baryum Ba issu de cette désintégration se trouve dans un état d'énergie excité, puis passe dans son état fondamental.

9. Écrire l'équation bilan de la désintégration β^- du césium 137.
10. Quel type de rayonnement émet le noyau de baryum ? Comment se protéger contre ce rayonnement ?

Données

- Constante de Planck : $h = 6.626\,070\,15 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
- Vitesse de la lumière dans le vide : $c = 299\,792\,458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- Charge élémentaire : $e = 1.602\,176\,634 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- Définition de l'électron-volt : $1 \text{ eV} = 1.602\,176\,634 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
- Permittivité diélectrique du vide : $\epsilon_0 = 8.854\,187\,82 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$
- Masse de l'électron : $m_e = 9.109\,39 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
- Masse du proton : $m_p = 1.672\,62 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- Masse du neutron : $m_n = 1.674\,93 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- Masse moyenne d'un nucléon : $m_{nu} = 1.673\,78 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- Extrait de la famille des actinides : $_{89}\text{Ac}$, $_{90}\text{Th}$, $_{91}\text{Pa}$, $_{92}\text{U}$, $_{93}\text{Np}$, $_{94}\text{Pu}$
- Constante d'Avogadro : $N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Unité de masse atomique : $1 \text{ u} = 1,6606 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- Abondances naturelles et périodes radioactives de deux isotopes de l'uranium :

	Uranium 235	Uranium 238
abondance naturelle (%)	0,72 %	99,28 %
période radioactive (années)	$703,8 \cdot 10^6$	$4,468 \cdot 10^9$

- Masses des noyaux :

$m(^{235}\text{U}) = 234.9935 \text{ u}$
$m(^{146}\text{Ce}) = 145.8782 \text{ u}$
$m(^{85}\text{Se}) = 84.9033 \text{ u}$