
OPTIQUE ONDULATOIRE

PHY2303P

Author Brandon Lin

Contents

1	Propriétés Ondulatoires de la Lumière	3
1.1	Modèle scalaire de la lumière	3
1.2	Propagation et déphasage	4
1.3	Surfaces d'ondes	4
1.4	Autres phénomènes affectant le signal optique	5
2	Interférences Lumineuses	6
2.1	Superposition de deux ondes cohérentes	6
2.2	Cohérence temporelle	7
2.3	Conclusion	7
3	Division de front d'onde	8
3.1	Trous de Young	8
3.2	Variations sur l'expérience des trous de Young	8
3.3	Interférences à N ondes - Réseaux	9
4	Division d'Amplitude : Interféromètre de Michelson	11
4.1	Généralités	11
4.2	Utilisation en lame d'air	11
4.3	Utilisation en coin d'air	12
5	Interférences En Lumière Non Monochromatique - Spectroscopie Interférentielle	14
5.1	Spectres de sources	14
5.2	Interférences à deux ondes en lumière monochromatique	15
5.3	Spectroscopie à réseau	17
5.4	Couleurs interférentielles	18
6	Diffraction	19
6.1	Principe de Huygens-Fresnel	19
6.2	Diffraction de Fraunhofer	19
6.3	Notions d'optique de Fourier	23

1 Propriétés Ondulatoires de la Lumière

1.1 Modèle scalaire de la lumière

Le signal lumineux $s(M, t)$

- Formule

$$s(M, t)$$

- Superposition

$$s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t)$$

Le modèle scalaire permet d'expliquer :

- L'optique géométrique
- Les interférences
- La diffraction

Intensité ou Éclairement

- Puissance lumineuse

$$\langle dP(M, t) \rangle = \langle K s^2(M, t) dS \rangle$$

- Formule par la définition

$$I(M) = 2 \langle s^2(M, t) \rangle$$

- Unité : W.m^{-2}

Onde lumineuse monochromatique

- Forme générale : *Amplitude optique, Phase retard*

$$s(M, t) = a(M) \cos(\omega t - \varphi(M))$$

- $\omega, T, f, \lambda_0, \lambda, k_0, k$
- Notation complexe

$$\underline{s}(M, t) = a(M) \exp j(\omega t - \varphi(M))$$

$$\underline{A}(M, t) = a(M) \exp j(-\varphi(M))$$

- Éclairement d'une onde monochromatique

$$I = a^2(M) = \underline{s}(M, t) \underline{s}^*(M, t) = |\underline{s}(M, t)|^2 = |\underline{A}(M, t)|^2$$

1.2 Propagation et déphasage

Chemin optique (SM)

- Formule

$$(SM) = c \times \tau_{SM}$$

- Cas d'un milieu uniforme

$$n = \frac{c}{v} \implies (SM) = c \times \frac{SM}{v} = nSM$$

- Expression générale

$$(SM) = \int_{\Gamma} n(P) dl_P$$

Déphasage par propagation

- Relation générale φ_{SM}

$$s(M, t) = \gamma s(S, t - \tau_{SM})$$

$$a(M) \cos(\omega t - \varphi(M)) = \gamma a(S) \cos(\omega(t - \tau_{SM}) - \varphi(S))$$

$$\varphi(M) = \varphi(S) + \omega \tau_{SM} \text{ et } a(M) = \gamma a(S)$$

$$\varphi(M) = \varphi(S) + k_0(SM)$$

- Cas particulières : en phase, en opposition de phase

1.3 Surfaces d'ondes

Surface d'onde ou Surface équiphasé

- Définition : $(SM) = \text{cte}$
- Cas d'une source ponctuelle : $(SM) = n \times SM$, sphères centrées sur la source
- **Théorème de Malus** : Après un nombre quelconque de réflexions et de réfractions, les rayons lumineux issus d'une source ponctuelle sont orthogonaux aux surfaces d'ondes.
- Exemple : l'onde subit une réflexion sur un miroir plan.

Stigmatisme et chemin optique

- Le chemin optique qui relie deux points conjugués est indépendant du rayon considéré.
- Exemple : Lentille avec épaisseur

Ondes sphériques

- Phase de l'OSPM, cas div et conv
- *Vecteur d'onde*, définition
- Amplitude d'une OSPM : (Cas $\mathcal{P}(r) = \mathcal{P}(O)$)
- Expression dans un milieu homogène :

$$\underline{s}(M, t) = \frac{\alpha}{r} \exp j(\omega t - kr)$$

Ondes Planes

- Expression générale :

$$\underline{s}(M, t) = a \times \exp j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{OM})$$

1.4 Autres phénomènes affectant le signal optique

Absorption : Changement d'amplitude

- Formule

$$s(M, t) = \gamma_{NM} \times s \left(N, t - \frac{(NM)}{c} \right) \text{ avec } \gamma_{NM} = \exp(-\alpha \times NM)$$

- Coefficient d'absorption γ_{NM} , dimension : inverse d'une longueur

Réflexion et transmission

- Déphasage :
 - Cas de $\varphi_{\text{sup}} = +\pi$
 - Cas de $\varphi_{\text{sup}} = +1/2\pi$
- Coefficient de réflexion \underline{r} , de transmission \underline{t}

$$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}, \quad t = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

- Coefficient de réflexion et de transmission en puissance R, T , relation

$$R = |r|^2, \quad T = \frac{n_2}{n_1} |t|^2, \quad R + T = 1$$

2 Interférences Lumineuses

2.1 Superposition de deux ondes cohérentes

On ne considère que les deux ondes parfaitement **monochromatiques**.

Éclairement résultant de deux ondes

- Formule de l'éclairement résultant
- *Terme d'interférences*

Cohérence ou incohérence

- *mutuellement incohérentes*
- Condition d'interférences

Interférences entre deux ondes monochromatiques cohérentes

- **Formule de Fresnel**
Donc, l'éclairement observé en un point dépend du déphasage des deux ondes en ce point.
- Cas : Deux ondes ont même éclairement, formule
- Interférences *constructives, destructives*
- *Ordre d'interférence*
 - Définition
 - Lien avec constructivité

Contraste

- Définition
- Dimension (sans unité)
- Cas : Ondes incohérentes et cohérentes
- Contraste maximale
- Condition d'observabilité du phénomène d'interférences

Interférences entre deux sources ponctuelles cohérentes dans un milieu uniforme

- Ondes *synchrones*
- Déphasage
- *Frange d'interférence*
 - *Franges brillantes*
 - *Franges sombres*
- Hyperboloïdes de révolution

Systèmes optiques stigmatiques et interférences

- Conclusion
- Exemple : Observation dans le plan focal

2.2 Cohérence temporelle

Modèle des trains d'ondes

- La phase de l'onde émise est aléatoire.
- *Temps de cohérence* τ_c
- *Longueur de cohérence* l_c
- *Élargissement spectral*

Interférences entre ondes issues d'une source unique

- Conclusion pour les sources distinctes
- *Division du front d'onde* (Trous d'Young)
- *Division d'amplitude* (Interféromètre de Michelson)
- *Différence de marche* $\delta_{2/1}$
- *Interférences constructives et destructives* : expressions
- Condition d'interférences : la différence de marche

2.3 Conclusion

Pour observer le phénomène d'interférences, il faut

3 Division de front d'onde

3.1 Trous de Young

Diffraction de la lumière par un trou

- Figure
- Expression de $\varphi(M)$

Expérience des trous de Young

- Schéma expérimental
- S, T_1, T_2, M
- a, D
- Expressions de $\delta_{2/1}(M)$ et $\Delta\varphi(M)$

Figure d'interférences

- invariance
- Positions (x) des franges brillantes et sombres
- *Interfrange* i
- L'éclairement I

3.2 Variations sur l'expérience des trous de Young

Observation à l'infini

- δ
- i

Déplacement de la source

- δ
- x_0
- i

Principe : Lorsque les éléments sont incohérents, leur éclairements s'ajoutent.

Fente incohérente éclairée

- $dI_0 =$
- $dI =$
- $I = \iint dI$
- $f = \text{sinc}$
- I_0, L_b
- Le paramètre de *visibilité* v
- Inversion de contraste
- Contraste γ

Fentes de Young

- Idée

3.3 Interférences à N ondes - Réseaux

Dispositif

- *Pas du réseau* : a , relation avec N
- **Configuration de Fraunhofer**
- Figure

Caractéristiques générales de l'éclairement

- $\Delta\varphi$ entre deux ondes adjacentes
- Maxima principaux
- **Relation des réseaux**, indépendance
- *Ordre de diffraction* m

Éclairement

- Amplitude résultante
- Éclairement maximal
- Éclairement en dehors des maxima, $\underline{A}_{\text{tot}}, \underline{I}_{\text{tot}}$

Conséquences

- *Dérivation* D_m
- Nombre d'ordres m observables
- Dérivation minimale, dD_m/di

4 Division d'Amplitude : Interféromètre de Michelson

4.1 Généralités

Structure de l'interféromètre

- Figure
- *Bras de l'interféromètre*
- Degrés de liberté : *Chariotage*, Orientation

Interféromètre idéal et réelle

- Différence de marche
- *Lame compensatrice*
- **Contact optique**

4.2 Utilisation en lame d'air

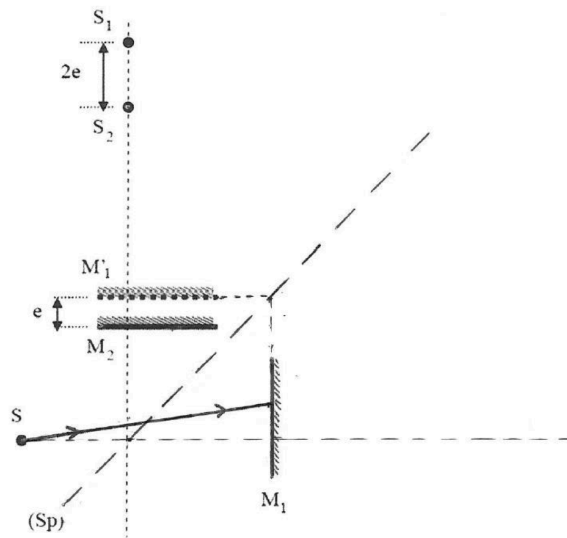


Figure 1: Lame d'air

Localisation

- Condition d'observation

Figure d'interférences

- $i =$
- $\delta =$
- Franges d'égale inclinaison
- $\rho =$
- Éclairement
- Évolution de l'éclairement vers le contact optique

Élargissement de la source et localisation

- Conclusion

4.3 Utilisation en coin d'air

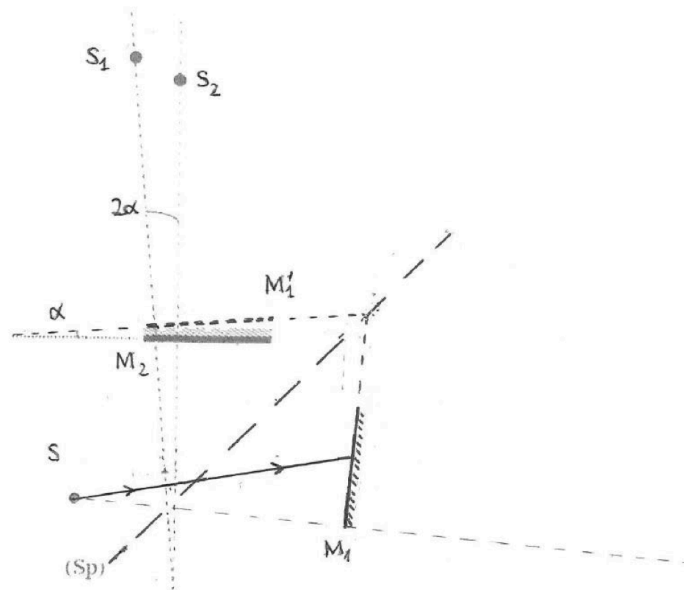


Figure 2: Coin d'air

Localisation

- Les interférences sont localisées :

Figure d'interférences

- Incidence normale, $\delta =$
- Incidence quasi normale, $\delta =$
- **Frange d'égale épaisseur**
- Position des franges brillantes $y =$
- $i =$

Effet d'un chariotage

- $e_y =$
- $y_m =$
- Conclusion

Visulation Pratique

- $i_{\text{ecran}} =$

Application

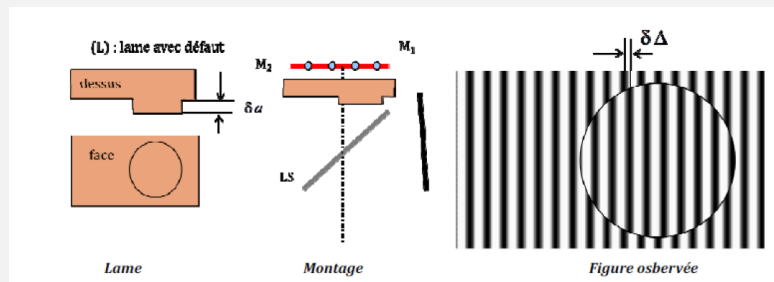


Figure 3: Visualisation de défaut

- $\delta = 0$
- Δ/i

5 Interférences En Lumière Non Monochromatique - Spectroscopie Interférentielle

5.1 Spectres de sources

- Cas idéal : Ondes monochromatique
- Cas réel : Superposition d'ondes monochromatiques

Paramètres descriptifs d'une source monochromatique

- Pulsation ω
- Longueur d'onde $\lambda =$
- Vecteur d'onde spatial $k =$
- Fréquence $f =$
- Nombre d'onde $\sigma =$

Sources à spectre discret

Considérée comme la superposition d'un ensemble discret de sources parfaitement monochromatiques.

Sources réelles à spectre continu

- Densité spectrale de puissance $B_\omega(\omega)$ ou $B_\lambda(\lambda)$

$$dP =$$
$$P_{[\omega_1, \omega_2]} = \int_{\omega_1}^{\omega_2}$$

- Unités
- Changement de paramètre : $B_\lambda(\lambda)$
- $B_f(f)$, $B_\sigma(\sigma)$, $B_k(k)$

Largeur spectrale

- $\Delta\omega \in$
- $\Delta\lambda \in$
- Relation entre $\Delta\omega$ et $\Delta\lambda$

Filtre coloré

Effets

Approximation monochromatique

- Condition
- $B_{\omega, \max}$

5.2 Interférences à deux ondes en lumière monochromatique

Doublet spectral

- La source est composée de deux sources
- Pour deux ondes non cohérentes, les éclairissements s'ajoutent, car ils n'interfèrent pas.
- Avec

$$- \Delta\omega$$

$$- \omega_m$$

On obtient

$$I(\delta) = I_1(\delta) + I_2(\delta) \\ =$$

- Périodicités
- Courbes enveloppes I_+ et I_-
- I_{\max} et I_{\min}
- γ

Source de spectre continu

- Avec K constante, chaque intervalle $[\omega, \omega + d\omega]$ donne un éclaircissement d'interférences monochromatique :

$$dI =$$

$$I(\delta) = 2K \int_0^\infty$$

- **Transformée de Fourier** en cosinus : Passage de $B_\omega(\omega)$ à $I(\delta)$.
- Cas d'une source de densité spectrale rectangulaire, c'est-à-dire, $B(\omega) =$

$$I(\delta) =$$

- Si on admet que le spectre est relativement étroit :

- I_{\max} et I_{\min}
- γ

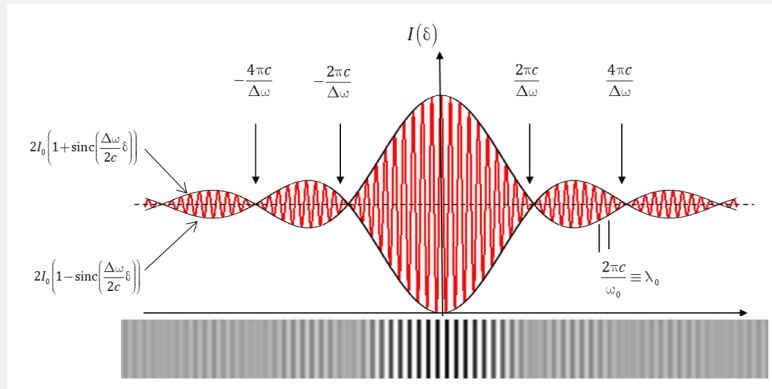


Figure 4: Interférogramme pour un spectre rectangulaire

Cas d'une source de spectre quelconque de largeur spectrale

- Les interférences ne sont visible que si
- Le nombre de franges visibles est

$$N =$$

Description spectrale et modèle des trains d'ondes

- $|\delta| \leq$
- $l_c =$

Conséquence et applications

Trous de Young

- $|x| <$
- **Spectre cannelé** : Intensité nulle. Les longueurs d'onde vérifient :

$$\lambda_m =$$

Tomographie par cohérence optique (OCT)

Les interférences ne sont visibles que si

5.3 Spectroscopie à réseau

Principe et pouvoir dispersif

- Rappel : **Relation des réseaux** :

$$a \times (\sin \theta_m - \sin_i) = m\lambda_0$$

- **Pouvoir dispersif** : Définition et à partir de la relation des réseaux :

$$P_{d,m} =$$

- Pour maximiser $P_{d,m}$, on peut :
- Pour ne se superposent les lumières des différentes ordres (**Chevauchement des ordres**), on doit avoir :

$$m <$$

Pouvoir de résolution

- L'intensité tombe à zéros, lorsque $\varphi =$
- Pour l'obtenir, il faut $\delta\theta =$
- Pour pouvoir séparer deux longueurs d'ondes distantes, il faut que $\delta\theta <$
- En résumé :

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} >$$

- Conclusion : Pouvoir séparer des longueurs d'ondes proches, il est nécessaire de :

5.4 Couleurs interférentielles

Lame à faces parallèles en incidence normale

- Déphasage entre les deux ondes réfléchies
- Des longueurs d'ondes λ_m pour lesquelles l'intensité réfléchie est nulle

6 Diffraction

6.1 Principe de Huygens-Fresnel

Principe de Huygens-Fresnel

- Contribution de Huyghens (1678)
- Formulation de Fresnel (1818)

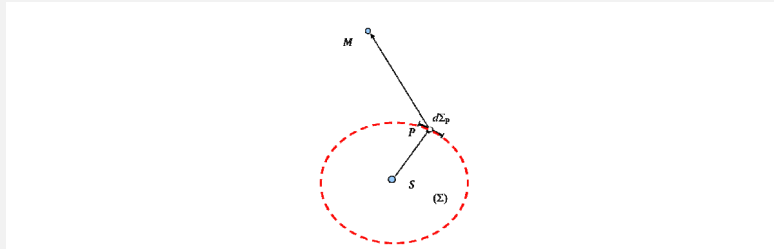


Figure 5: Formulation de Fresnel

- $d\Sigma_P$
- Signal observé en M est
- En notant \underline{A}_{SPM} l'amplitude d'une onde issue de S , allant jusqu'à M en passant par P :

$$\underline{A}_{\text{diff}}(M) =$$

6.2 Diffraction de Fraunhofer

Résultat utile :

$$\int_{x_0-a/2}^{x_0+a/2} \exp(jkx) dx =$$

Configuration de Fraunhofer

Configuration :

Direction d'observation

Direction d'observation :

$$\mathbf{u}_{\text{obs}} =$$

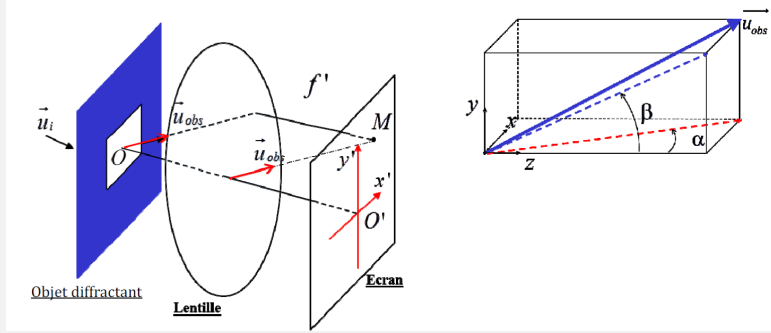


Figure 6: Direction d'observation

Cas d'une pupille plane

- En incidence normale, avec $\underline{a}_0 =$

$$\underline{A}_{\text{diff}}(M) =$$

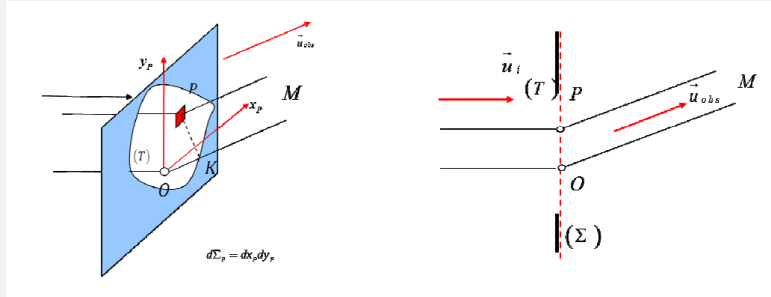


Figure 7: Diffraction par une pupille plane

- En incidence quelconque, soit $\mathbf{u}_i =$

$$\underline{A}_{\text{diff}}(M) =$$

- De plus, on ajoute un *objet de transparence variable* : $\underline{A}(P) =$
Enfin, on obtient l'expression général (en incidence normale) :

$$\underline{A}_{\text{diff}}(M) =$$

Fente rectangulaire éclairée par une onde plane

- Ouverture rectangulaire de largeur a et de hauteur b :

$$-\frac{a}{2} \leq x_P \leq \frac{a}{2}, \quad -\frac{b}{2} \leq y_P \leq \frac{b}{2}$$

- L'amplitude diffractée est :

$$A_{\text{diff}}(M) =$$

- Avec $I_0 =$

$$I_{\text{diff}}(M) =$$

- En incidence non normale
- L'ouverture est centrée en $(x_0, y_0) \neq (0, 0)$
- La lumière est principalement diffractée dans un secteur : $\Delta\alpha, \Delta\beta$ suffit

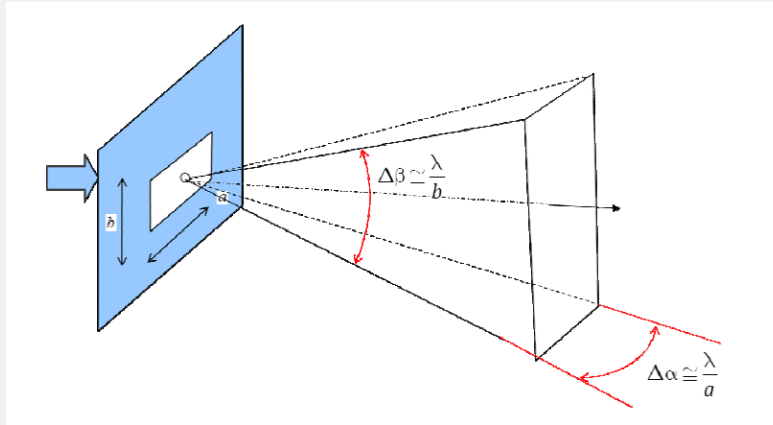


Figure 8: Secteur angulaire de diffraction

- Zéro d'éclairement sont les lignes : x', y' suffit
- L'optique géométrique est la limite de l'optique ondulatoire quand $\lambda \rightarrow 0$, en ce cas, un éclairement qui est nul presque partout, SAUF SUR LE POINT $x' = y' = 0$
- Diffraction par une fente très allongée, avec $K' =$

$$A_{\text{diff}}(M) =$$

résultat :

Ouverture Circulaire

- L'éclairement dans une direction θ est : (Hors programme)

$$I_{\text{diff}}(\theta) = I_0 \left(\frac{2J_1\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \theta\right)}{\frac{2\pi a}{\lambda} \theta} \right)^2$$

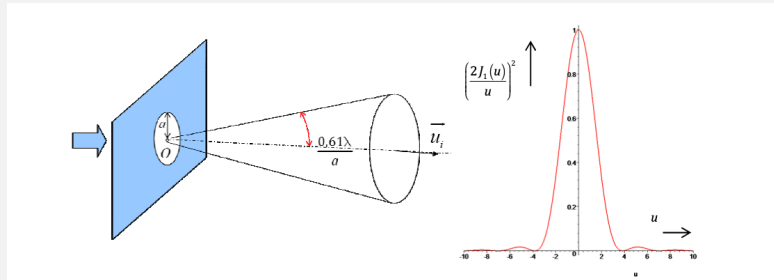


Figure 9: Éclairement pour une ouverture circulaire

- Le premier zéro d'éclairement est donné par : $\theta \cong$
- Le rayon de la **tache d'Airy** :

$$r_{\text{Airy}} =$$

- **Critère de Rayleigh** : L'angle de séparation limite vérifie :

$$\alpha_{\text{lim}} =$$

Diffraction par des fentes de Young

- Deux fentes de Young

– Amplitude

$$\underline{A}_{\text{diff}}(M) =$$

– Éclairement

$$I_{\text{diff}}(M) =$$

- Deux trous carrés distants :

– Amplitude

$$\underline{A}_{\text{diff}}(M) =$$

– Éclairement

$$I_{\text{diff}}(M) =$$

- Généralisation

6.3 Notions d'optique de Fourier

Étude de la diffraction par des objets de transparence $\tau(x_P)$ quelconque.

Plan de Fourier

- *Plan de Fourier*, Schéma

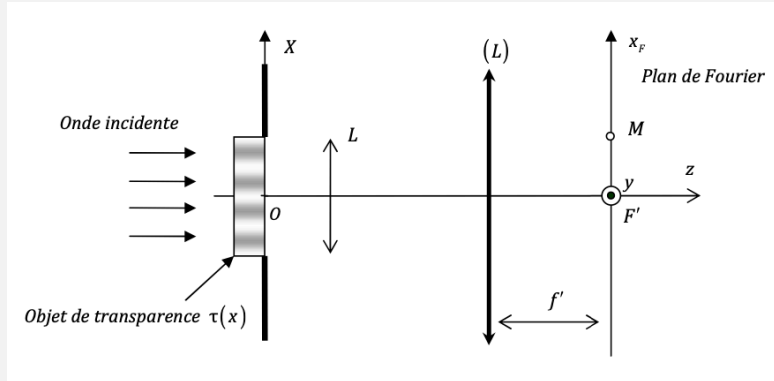


Figure 10: Plan de Fourier

- L'amplitude observée sur le *plan de Fourier*, cas $\tau(x) = \tau_0$:

$$\underline{A}_{\text{diff}}(M) =$$

- Conclusion

Diffraction par un objet de transparence sinusoïdale

- La transparence est donnée par : $\tau(x) =$
- *Fréquence spatiale* $\Sigma =$
- L'amplitude sur le plan de Fourier est :

$$\underline{A}_{\text{diff}}(M) =$$

- Conclusion : Chaque point x_F du plan de Fourier :

$$x_F =$$

Cas d'une structure périodique

- Pour un réseau de transmission périodique, la transformation de Fourier implique :

$$\tau(x_F) =$$

- L'amplitude dans le plan de Fourier est donc :

$$\underline{A}_{\text{diff}}(M) =$$

- On obtiendra une amplitude non nulle sur un ensemble de point équidistants :

$$x_{F,n} =$$

- Donc, les points brillants sont dans les directions

$$\theta_n =$$

Il s'agit bien sûr de la relation des réseaux :

$$a \times (\sin \theta_n - \sin i) = n\lambda$$

évaluée aux petits angles, en incidence normal $i = 0$, avec une période $a = \Lambda$

Montage $4f'$

- Schéma

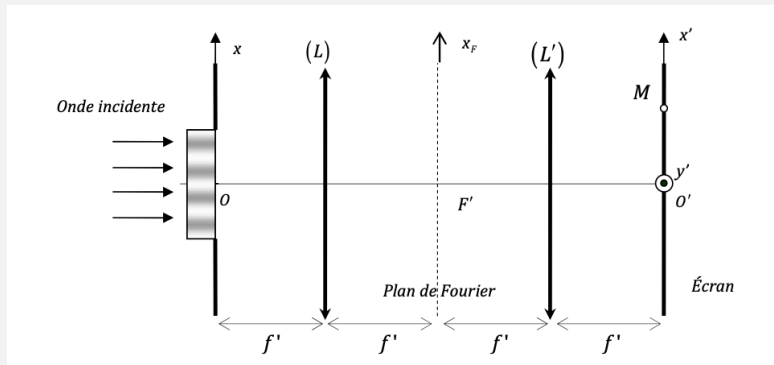


Figure 11: Montage $4f'$

- *Lentille de reconstruction*
- Objet de transmission uniforme
- Objet de transmission sinusoïdale
 - u_{S_1}, u_{S_2}
 - I
- Point décalé
- Schéma général : Décomposition + Reconstruction