PH2303P – Optique ondulatoire
Programme de colles - semaine 4

Chapitre 1 – Propriétés ondulatoires de la lumière

1. Modèle scalaire de la lumière

Signal lumineux : fonction scalaire $s(M,t)$ (représentant une composante de champ électrique)

Superposition : si deux ondes lumineuses arrivent au même point, $s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)$

Onde monochromatique (OM) : $\boxed{s(M,t) = a(M)\cos(\omega t - \varphi(M))}$ avec $a(M)$ l'amplitude (réelle), $\varphi(M)$ le retard de phase

représentation complexe $\underline{s}(M,t) = \underline{A}(M)e^{j\omega t}$ avec l'amplitude complexe $\boxed{\underline{A}(M) = a(M)e^{-j\varphi(M)}}$

si deux ondes lumineuses arrivent au même point, $\underline{A}(M) = \underline{A}_1(M) + \underline{A}_2(M)$

Paramètres : fréquence $f = \dfrac{\omega}{2\pi}$, longueur d'onde dans le vide $\boxed{\lambda_0 = \dfrac{c}{f} = \dfrac{2\pi c}{\omega}}$, pulsation spatiale dans le vide $\boxed{k_0 = \dfrac{\omega}{c} = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}}$

Lumière visible : $400 \text{ nm} < \lambda_0 < 800 \text{ nm}$ (du violet au rouge) ; $8\cdot 10^{14} \text{ Hz} > f > 4\cdot 10^{14} \text{ Hz}$

Éclairement (ou intensité) : puissance surfacique moyenne sur le temps de réponse τ du détecteur

$$I(M) = \left\langle \frac{\mathrm{d}P(M,t)}{\mathrm{d}\sigma} \right\rangle = K\langle s(M,t)^2 \rangle \text{, on choisit } K = 2 \text{ unités SI pour simplifier}$$

Pour une OM : $\boxed{I(M) = a(M)^2 = |\underline{A}(M)|^2 = \underline{A}(M)\,\underline{A}(M)^*}$

2. Propagation et déphasage

Trajet de la lumière entre un point source S et un point quelconque M : rayon lumineux défini par l'optique géométrique

Chemin optique entre S et M : $\boxed{(SM) = c\,\tau_{SM}}$ où τ_{SM} est le temps de propagation de S à M et c la célérité dans le vide

Vitesse de propagation (célérité) dans un milieu quelconque : $v = \dfrac{c}{n}$ avec n (> 1) l'indice (de réfraction)

Chemin optique dans un milieu homogène (rayon rectiligne) : $\boxed{(SM) = n\,SM}$ (valable aussi pour deux points quelconques)

Chemin optique lors d'un changement de milieu homogène (réfraction en A) : $(SM) = (SA) + (AM) = n_1 SA + n_2 AM$

Chemin optique dans le cas général : $(SM) = \int_{S\to M} n(P)\,\mathrm{d}\ell$

Pour trois points A, B, C sur un même rayon, dans cet ordre : $\boxed{(ABC) = (AB) + (BC)}$

Retard de phase en M : $\boxed{\varphi(M) = \varphi(S) + k_0(SM) = \varphi(S) + \dfrac{2\pi}{\lambda_0}(SM)}$

donc entre deux points M et N sur un même rayon, dans cet ordre : $\varphi(M) = \varphi(N) + k_0(NM)$

Dans un milieu homogène : $\lambda = \dfrac{\lambda_0}{n}$, $k = n k_0$, $\varphi(M) = \varphi(N) + k\,NM$

Cas particuliers : M et N *en phase*, $\varphi(M) = \varphi(N) + 2m\pi$ (m entier), $(NM) = m\lambda_0$, $NM = m\lambda$ en milieu homogène

M et N *en opposition de phase*, $\varphi(M) = \varphi(N) + (2m+1)\pi$, $(NM) = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0$

Surface d'onde : $\boxed{\varphi(M) = \text{constante}}$, donc pour une source S ponctuelle $\boxed{(SM) = \text{constante}}$

Théorème de Malus: Après un nombre quelconque de réflexions et de réfractions, les rayons lumineux issus d'une source ponctuelle sont orthogonaux aux surfaces d'onde.

Stigmatisme et chemin optique: Entre deux points conjugués A et A', le chemin optique (AA') est le même sur tous les rayons.

Onde plane (OP) : surfaces d'onde planes et parallèles entre elles, rayons rectilignes de direction $\vec{u}$ (vecteur unitaire)

$$s(M,t) = a\cos\left(\omega t - \vec{k}\cdot\overrightarrow{OM}\right) \text{ avec } \vec{k} = k\vec{u} \text{ (vecteur d'onde) si origine des phases en } O$$

Onde sphérique (OS) : les surfaces d'onde sont des sphères ou portions de sphères (de centre O)

$$s(M,t) = \frac{C}{r}\cos\left(\omega t - \vec{k}\cdot\overrightarrow{OM}\right) \text{ avec } \vec{k} = +k\,\overrightarrow{e_r} \text{ (divergente) ou } \vec{k} = -k\,\overrightarrow{e_r} \text{ (convergente)}$$

3. Autres phénomènes affectant le signal lumineux

Déphasages particuliers (discontinuités de π) :

réflexion sur un dioptre avec $n_1 < n_2$; réflexion sur un miroir métallique ; passage par un point de convergence

Absorption : pour une onde plane, $s(N,t) = \gamma_{MN}\,a(M)\cos\left(\omega t - \vec{k}\cdot\overrightarrow{ON}\right)$

pour une onde sphérique, $s(N,t) = \gamma_{MN}\dfrac{C(M)}{r}\cos\left(\omega t - \vec{k}\cdot\overrightarrow{ON}\right)$

avec γ_{MN} le facteur d'absorption, $\gamma_{MN} = \exp(-\alpha\,NM)$ dans un milieu homogène

Chapitre 2 – Interférences lumineuses

1. Superposition de deux ondes cohérentes

Éclairement résultant de deux ondes : $I(M) = I_1(M) + I_2(M) + \underbrace{4\langle s_1(M,t)s_2(M,t)\rangle}_{T(M)}$, $T(M)$ terme d'interférences

Ondes lumineuses *(mutuellement) cohérentes* : $T(M) \neq 0$, $I(M) \neq I_1(M) + I_2(M)$, *interférences* (les ondes *interfèrent*)

Ondes lumineuses *(mutuellement) incohérentes* : $T(M) = 0, \forall M$, $I(M) = I_1(M) + I_2(M)$, pas d'interférences

(cas de deux ondes de fréquences différentes)

Formule de Fresnel pour les interférences entre deux OM cohérentes : $\boxed{I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\left(\delta\varphi_{2/1}(M)\right)}$

(démonstration à partir des valeurs moyennes ou avec la notation complexe)

soit pour deux ondes de même intensité $I(M) = 2I_1\left[1 + \cos\left(\delta\varphi_{2/1}(M)\right)\right]$

États d'interférences remarquables :

pour $\delta\varphi_{2/1}(M) = 2m\pi$, $I(M) = I_{\text{max}} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = \left(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}\right)^2$ $[= 4I_1$ si $I_1 = I_2]$, interférences *constructives*

pour $\delta\varphi_{2/1}(M) = (2m+1)\pi$, $I(M) = I_{\text{min}} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} = \left(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}\right)^2$ $[= 0$ si $I_1 = I_2]$, interférences *destructives*

Ordre d'interférences : $p(M) = \dfrac{\delta\varphi_{2/1}(M)}{2\pi}$

Frange d'interférences : ensemble de points *M* tels que $p(M) = \text{constante}$ (courbe sur un écran)

franges *brillantes* pour I_{max}, ordre $p(M) = m$ entier

franges *sombres* pour I_{min}, ordre $p(M) = m + \frac{1}{2}$ demi-entier

Contraste : $\boxed{\gamma = \dfrac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}}}$, nombre compris entre 0 et 1 (ou entre 0 % et 100 %)

$\gamma = \dfrac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$ pour deux OM, $\gamma = 1$ pour $I_1 = I_2$, $\gamma = 0$ pour $I_1 = 0$ ou $I_2 = 0$

Cas de deux sources ponctuelles cohérentes dans un milieu uniforme : franges d'équation $S_2M - S_1M = \text{cte}$

dans l'espace, ce sont des hyperboloïdes de révolution, de foyers S_1 et S_2

sur un écran plan orthogonal à $[S_1S_2]$, on observe des franges circulaires concentriques

sur un écran plan parallèle à $[S_1S_2]$, franges hyperboliques, pratiquement rectilignes au voisinage du centre

Déphasage identique en deux points conjugués *M* et M' : $\varphi_{2/1}(M) = \varphi_{2/1}(M')$

2. Cohérence temporelle des sources réelles

Modèle des trains d'ondes : variation aléatoire de la phase entre un train d'ondes et le suivant

Temps de cohérence τ_c : durée moyenne d'un train d'ondes

Longueur de cohérence $\ell_c = c\tau_c$: ordre de grandeur de la longueur d'un train d'onde dans l'espace, le long d'un rayon

Deux sources distinctes sont incohérentes : pas d'interférences. Pour qu'on puisse voir des interférences, les rayons arrivant en un point *M* doivent provenir d'une *même source* par des chemins différents.

Division de front d'onde : deux rayons *différents* issus de *S* interfèrent en *M*. *Division d'amplitude :* un *même* rayon issu de *S* se sépare en deux rayons par réflexion/réfraction sur un dioptre, puis ceux-ci interfèrent en *M*.

Différence de marche en *M* : $\boxed{\delta_{2/1}(M) = (SM)_2 - (SM)_1}$

Déphasage en *M* : $\boxed{\varphi_{2/1}(M) = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}\delta_{2/1}(M) + \varphi_{\text{autre}}}$ (pour φ_{autre}, ajouter ou enlever π pour chaque phénomène particulier)

Il faut que $\delta_{2/1}(M) < \ell_c$ pour que des interférences soient visibles.