



## FUNDAMENTOS FÍSICO-QUÍMICOS E MATEMÁTICOS DE UM MEMRISTOR

Nome Autor Apresentador<sup>\*1</sup>, Nome do Segundo Autor<sup>†1</sup>, Nome do Terceiro Autor<sup>‡1</sup> e Nome do Autor Orientador<sup>§2</sup>

<sup>1</sup>FEELT - Universidade Federal de Uberlândia

<sup>2</sup>FEELT - Professor Adjunto - Universidade Federal de Uberlândia

**Resumo** - Um estudo sobre o comportamento do quarto elemento de circuito fundamental idealizado por Leon Chua em 1971 e implementado primeiramente pela equipe da *HP Labs* liderada por R. Stanley Williams em 2008 é apresentado. Chamado de *memristor*, o novo elemento de circuito passivo de duplo terminal relaciona as variáveis de carga  $q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau$  e fluxo  $\varphi(t) = \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau$  e comporta-se como um resistor não-linear com memória. Sua propriedade peculiar advém da capacidade do material de manter seu último estado, e permite aplicações em diversos contextos, como em memórias ReRam e computação neuromórfica.

**Palavras-Chave** - Aplicações, Físico-Químico, Matemática, Memristor.

### PHYSICOCHEMICAL AND MATHEMATICAL FOUNDATIONS OF A MEMRISTOR

**Abstract** - A study of the behavior of the fourth fundamental circuit element devised by Leon Chua in 1971 and first implemented by the *HP Labs* team led by R. Stanley Williams in 2008 is presented. Called *memristor*, the new two-terminal passive circuit element lists the variables of charge  $q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau$  and flux  $\varphi(t) = \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau$  and behaves like a nonlinear resistor with memory. Its peculiar property comes from the material's ability to maintain its last state, and allows applications in various contexts, such as ReRam memories and neuromorphic computing.

**Keywords** - Applications, Mathematics, Memristor, Physicochemical.

### I. INTRODUÇÃO

A teoria de circuitos elétricos, há 150 anos, abrangia basicamente três componentes passivos fundamentais: o capacitor (1745), o resistor (1827) e o indutor (1831). No entanto, em

1971, o professor PhD da Universidade da Califórnia, Leon Chua, apresentou novas considerações a partir da análise das possíveis combinações entre as quatro variáveis fundamentais de circuitos: corrente elétrica  $i$ , tensão elétrica  $v$ , carga elétrica  $q$  e fluxo magnético  $\varphi$  – sendo as duas últimas descritas como integrais no tempo da corrente,  $q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau$ , e da tensão,  $\varphi(t) = \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau$ , respectivamente.

Chua observou que o capacitor é definido pela relação entre carga  $q(t)$  e tensão  $v(t)$  via  $q = Cdv$ . Similarmente, o resistor pela relação entre corrente  $i(t)$  e tensão  $v(t)$  via  $v = Rdi$ , e o indutor pela relação entre fluxo magnético  $\varphi(t)$  e corrente  $i(t)$  via  $d\varphi(t) = Ldi$ . Teria-se então que a combinação das quatro variáveis fundamentais de circuitos resultaria em somente três componentes fundamentais. Desse modo, baseando-se no argumento da simetria, o estudioso postulou que haveria um elemento de circuito faltante, capaz de associar a carga  $q(t)$  e o fluxo magnético  $\varphi(t)$ , o que o levou, em 1971, a publicar um artigo no qual idealiza o novo componente, definido pela relação  $d\varphi = Mdq$  e que denominou *memristor*, uma contração de *memory resistor* [1].

Portanto, considerado como o quarto elemento fundamental dos circuitos eletrônicos, ao lado do capacitor, resistor e indutor, o *memristor* destaca-se por apresentar uma propriedade peculiar, cuja explanação e abordagem teórica é tratada adiante. É definido, assim como um resistor, como um componente eletrônico passivo de duplo terminal, utilizado para limitar a corrente em um circuito e dissipar energia térmica, com o diferencial de que, para o *memristor*, essa limitação, chamada de resistência ou impedância, alterar-se conforme a quantidade de carga elétrica que flui em si e mantém o valor da última resistência obtida até a aplicação de nova carga.

Apesar da proposta teórica do *memristor* ter sido apresentada por Chua em 1971, sua primeira implementação prática ocorreu apenas em 2008, nos *Laboratórios da Hewlett-Packard (HP)*, graças à equipe liderada pelo físico-químico Dr. Richard Stanley Williams, que desenvolveu em escala nanométrica linhas de memristores com base no dióxido de titânio ( $TiO_2$ ) [2]. A demora deve-se, principalmente, à dificuldade

\*apresentador@ufu.br

†segundoautor@ufu.br

‡terceiroautor@ufu.br

§orientador@ufu.br

em encontrar materiais capazes de conferir a propriedade de reter memória ao dispositivo eletrônico e que satisfizessem a base teórica apresentada por Chua [1]. Dessa forma, o componente recentemente sintetizado contém a propriedade da não-volatilidade, que, aliada a possibilidade de ser trabalhado em escala nanométrica, o torna promissor em aplicações e garante sua contribuição na validação da Lei de Moore.

Pissardini [3] atenta para aplicações de *memelementos* na elaboração de novas arquiteturas computacionais, que, corroborado pelos ideais da Arquitetura de Von Neumann, são capazes de realizar tarefas específicas. Essa abordagem tem sido conhecida como *memcomputação*. Prezioso et al. [4] propõe que existem também aplicações de memristores e de *memelementos* nas chamadas redes neurais, as quais são sistemas que se baseiam em princípios de Inteligência Artificial, podendo aprender e reconhecer padrões, e que podem ser aprimoradas com o uso da memresistência devido ao caráter de não-volatilidade dos memristores. Dong et al. [5], em seu artigo acerca de circuitos lógicos, analisam a importância de memristores para otimizar seu funcionamento, devido à característica não linear que possuem.

Sob essa perspectiva, a temática deste artigo basear-se-á na descrição detalhada desse novo componente, nos âmbitos físico, químico e matemático, com intuito de compreender como o mecanismo interno converge para as propriedades impostas, por Chua, a um dispositivo *memristor*. É de interesse ainda discutir acerca das aplicabilidades do dispositivo, para assim poder expor o impacto de sua descoberta na teoria de circuitos e importância para o crescimento tecnológico.

Na Seção 1 são apresentadas as características estruturais, físico-químicas, de um *memristor*, com ênfase para o modelo da *HP Labs*. Para, na Seção III, analisá-lo matematicamente e, assim, provar a natureza de suas propriedades e peculiaridades a partir do equacionamento e disposição de gráficos. Além disso, a Seção IV apresenta simulações computacionais no ambiente *MATLAB* que exemplificam suas características marcantes. Finalmente, na Seção V, é explicitada algumas de suas aplicações e recentes estudos.

## II. CARACTERÍSTICAS ESTRUTURAIS DE UM MEMRISTOR

Dispositivos de resistência variável baseados em óxidos possuem vasta aplicabilidade, devido à capacidade de reter memória, pois admitem características de alta velocidade, alta densidade e operação em baixa energia, assim como a não-volatilidade. Desse modo, os materiais óxidos são ideais para implementar o conceito de um *memristor*, sendo recentemente utilizados para esse fim os óxidos de titânio e tântalo ( $TiO_x$ ,  $TaO_x$ ) [6].

Para analisar o funcionamento de um memristor, é interessante compreender o dispositivo *crossbarlatch*, estudado em 2006 pela *HP Labs*, que posteriormente passou a ser conhecido como o próprio memristor. O *crossbarlatch* era uma espécie de sanduíche, possuindo partes externas constituídas por Platina (*Pt*), com espessura cerca de 3 nanômetros, e uma camada intermediária isolante subdividida em duas partes, uma formada de óxido de titânio ( $TiO_2$ ), conhecida como parte

pura ou não dopada, e outra pela mesma substância porém deficiente em oxigênio ( $TiO_{2-x}$ ), conhecida como parte dopada [7]. Nesse sentido, o funcionamento molecular de um memristor é baseado no movimento de íons livres, no meio dielétrico (óxido), o que torna possível o comportamento memristivo, pois cria mudanças locais na condutividade a partir da modelagem de filamentos condutores entre os eletrodos.

Esses filamentos condutores entre os eletrodos no meio inicialmente dielétrico são resultantes de um processo conhecido como *eletroformação*, do inglês *electroforming*, que consiste na aplicação de uma tensão elétrica suficientemente alta, ou seja um valor limite de tensão, entre os dois eletrodos por um período de tempo suficiente para a formação de um canal condutivo local no meio isolante, o que significa o rompimento de sua rigidez dielétrica. Ademais, esses valores limite de tensão e de tempo necessários para a formação do canal condutivo dependem dos materiais que constituem os dielétricos e os eletrodos, além da estrutura geométrica do dispositivo [8].

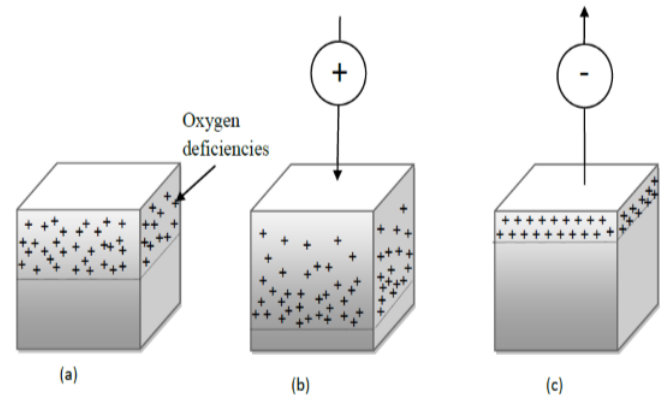


Figura 1: (a) Distribuição de vacâncias de oxigênio na camada intermediária de um memristor. (b) Aplicando-se tensão positiva os íons livres são repelidos. (c) Aplicando-se tensão negativa os íons livres são atraídos.

Devido à flexibilidade de variação de valores de resistência, ao memristor podem ser atribuídos *status* como “OFF”, quando a parte não-dopada é dominante portanto o estado é de alta resistência; “ON”, quando a parte dopada é dominante portanto há baixa resistência, e ainda estados intermediários. Assim, pode armazenar dados na forma binária e multinível, como representado na Figura 1(a). As nanopartículas utilizadas na dopagem possuem carga +2 (vacâncias de oxigênio) e percebe-se uma proporção igualitária entre parte dopada e não dopada para o memristor nesse estado.

Observa-se ainda que, a partir de um estado inicial qualquer como o da Figura 1(a), ao se aplicar uma tensão elétrica positiva no terminal dopado, as lacunas (vacâncias de oxigênio), que comportam-se como cargas positivas, migram para o lado oposto, ou seja, cargas negativas se deslocam para a parte dopada. Dessa forma, a espessura da camada intermediária não-dopada diminui, ao mesmo tempo que a espessura da camada dopada e de maior condutividade aumenta, o que resulta na diminuição do valor da resistência do dispositivo. Tal estado do memristor é conhecido como “ON”, ou de baixa resistência, e é ilustrado na Figura 1(b). Por outro lado, ao se aplicar uma tensão negativa no terminal dopado, as lacunas são atraídas,

ou seja, a espessura da camada intermediária não-dopada aumenta, ao mesmo tempo que a espessura da camada de maior condutividade diminui, causando um aumento no valor da resistência do memristor. Tal estado, ilustrado na Figura 1(c), é conhecido como "OFF", ou de alta resistência.

Assim, o princípio básico do funcionamento de um memristor consiste basicamente na redistribuição das lacuna sob a influência de uma tensão elétrica aplicada e, quando cessada, as camadas pura e dopada permanecem como no último estado atingido, dessa forma memorizam o último valor de resistência alcançado, e esse processo é facilitado por ocorrer em escala nanométrica.

### III. FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS

O *memristor*, a princípio, em 1971, foi definido por Chua [1] como elemento de circuito de duplo-terminal caracterizado pela relação do tipo  $g(\phi, q) = 0$ . Diz-se que um memristor é controlado por carga se a relação entre fluxo e carga é expressa como uma função de carga elétrica  $q$ , e diz-se que é controlado por fluxo se é expressa em função do fluxo  $\phi$ . Para um memristor controlado por carga tem-se a Equação (1) e derivando-se ambos os termos consegue-se a Equação (2).

$$\phi = f(q) \quad (1)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{df(q)}{dq} \frac{dq}{dt} \quad (2)$$

Sabendo-se ainda que  $v(t) = \frac{d\phi}{dt}$  e  $i(t) = \frac{dq}{dt}$  descrevem, respectivamente, a tensão e corrente elétrica no memristor, reescreve-se a Equação (2) como na Equação (4)

$$v(t) = M(q) i(t) \quad (3)$$

onde

$$M(q) = \frac{df(q)}{dq} \quad (4)$$

$M$  é chamada de *memristência*, e é mensurada na mesma unidade que a resistência (*Ohms* -  $\Omega$ ). A memristência, definida pela Equação (4), define uma relação linear entre tensão e corrente, enquanto a carga for constante. Logo, se  $M$  é constante, o memristor comporta-se como um resistor.

Para um memristor controlado por fluxo tem-se a Equação (5) e derivando-se ambos os termos, a Equação (6).

$$q = f(\phi) \quad (5)$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{df(\phi)}{d\phi} \frac{d\phi}{dt} \quad (6)$$

Reescrevendo a Equação (6) utilizando-se as definições de tensão e corrente tem-se a Equação (7).

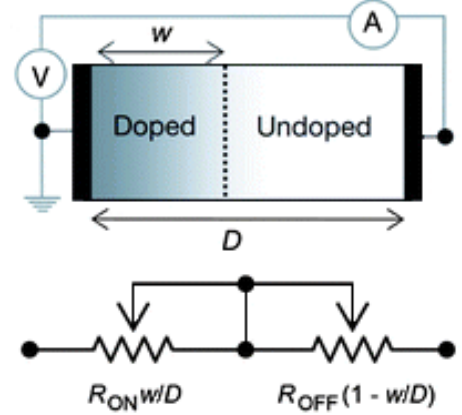


Figura 2: Variáveis de estado do memristor:  $w$  é o comprimento da parte dopada e  $D$  de toda a camada intermediária [9].

$$i(t) = W(\phi) v(t) \quad (7)$$

onde

$$W(\phi) = \frac{df(\phi)}{d\phi} \quad (8)$$

Nesse caso,  $W$ , na Equação (8), é chamado de *memductância* e tem mesma unidade da condutância (*Siemens* -  $S$ ).

Entretanto, em especial para o memristor controlado por carga, as relações das Equações (3) e (4) não abrangem a interação física do componente que proporciona a propriedade de memória ao dispositivo, o que levou Chua juntamente com seu então aluno de graduação Kang, em 1976, a reconhecer que, enfaticamente, o *memristor* seria um componente passivo com *estado*, ou seja, cuja propriedade de memória é definida por uma ou mais *variáveis de estado*. Diante disso, a equipe *HP Labs* conseguiu modelar matematicamente um memristor, essencialmente, a partir das equações propostas por Chua e Kang [10] para sistemas memristivos em (9) e (10).

$$v = M(w, i) i \quad (9)$$

$$\frac{dw}{dt} = f(w, i) \quad (10)$$

Assim, a definição matemática rigorosa revela que, conforme a Equação (9), a *memristência*  $M$  depende do estado do dispositivo, que por sua vez, conforme a Equação (10), varia com o tempo como integral da função contínua de corrente  $f$ . Uma representação física da variável de estado  $w$  é ilustrada na Figura 2, a qual descreve o memristor como associação de duas resistências em série,  $R_{ON}$  e  $R_{OFF}$ . Nessa Figura é representado, em especial, o primeiro modelo publicado pela equipe da *HP Labs* [2], no qual o transporte dos portadores de carga ocorre pelo *Modelo de Deriva Linear*, que será explicado a seguir utilizando parâmetros padrão como base, de acordo com solução proposta pela *HP*, para as simulações da Seção IV.

Para o *Modelo de Deriva Linear*, é primeiramente suposto um campo elétrico uniforme através do dispositivo. Portanto existe uma relação linear entre a velocidade de deriva-

difusão e o campo elétrico líquido. Assim, a memristência  $M(w)$  define-se como na Equação (11) e a relação geral para o movimento das nanopartículas positivas que era dado como  $v_D = \mu E$  será como na Equação (12), sendo a mobilidade  $\mu_D \sim 10^{-10} \text{ cm}^2/\text{V.s}$ , o comprimento do memristor utilizado  $D \sim 10 \text{ nm}$ ,  $R_{ON} \sim 100 \Omega$ ,  $R_{OFF} \sim 16 \text{ K}\Omega$  e portanto  $\Delta R = (R_{OFF} - R_{ON}) \approx R_{OFF}$  para a modelagem nos parâmetros do memristor sintetizado pela HP.

$$M(w) = \frac{w}{D} R_{ON} + \left(1 - \frac{w}{D}\right) R_{OFF} \quad (11)$$

$$\frac{dw}{dt} = v_D = \frac{\mu_D R_{ON}}{D} i(t) \quad (12)$$

Integrando-se a Equação (12) e depois dividindo seus termos por  $D$  tem-se a Equação (13). A partir dela, reescreve-se na Equação (14), pois tem-se que  $Q_D = D^2/\mu_D R_{ON}$  é a carga necessária para mover a deriva de  $w(t_0)$ , onde  $w \rightarrow 0$ , para  $w(t_D)$ , onde  $w \rightarrow D$ .

$$\frac{w(t)}{D} = \frac{w_0}{D} + \frac{\mu_D R_{OFF}}{D^2} q(t) \quad (13)$$

$$\frac{w(t)}{D} = \frac{w_0}{D} + \frac{q(t)}{Q_D} \quad (14)$$

Ainda é possível estabelecer uma variável de estado  $x(t) = w(t)/D$ , e assim reescrever a Equação (14) como em (15) e a Equação (11) como em (16).

$$x(t) = x(t_0) + \frac{q(t)}{Q_D} \quad (15)$$

$$M(t) = R_{ON} x(t) + R_{OFF} (1 - x(t)) \quad (16)$$

Em  $t_0$ , define-se ainda  $M_0$ , dado pela Equação (17), em que  $r = R_{OFF}/R_{ON}$ . Logo, substituindo (15) em (11) tem-se (18) ou (19), já que para  $R_{OFF} \gg R_{ON}$ , tem-se que  $M_0 \approx R_{OFF}$ .

$$M_0 = R_{ON} (x(t_0) + r (1 - x(t_0))) \quad (17)$$

$$M(q) = M_0 - \Delta R \left( \frac{q(t)}{Q_D} \right) \quad (18)$$

$$M(q) = R_{OFF} \left( 1 - \frac{q(t)}{Q_D} \right) \quad (19)$$

Substituindo (18) em (3) tem-se que a tensão  $v(t)$  é dada pela Equação (20) e integrando no tempo, sabendo que  $\varphi(t) = \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau$  e  $M(q) = d\varphi/dq$ , consegue-se definir  $q(t)$  como na Equação (21), a partir das raízes da equação quadrática resultante.

$$v(t) = \left( M_0 - \Delta R \left( \frac{q(t)}{Q_D} \right) \right) \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \left( M_0 q - \frac{\Delta R q^2(t)}{2Q_D} \right) \quad (20)$$

$$q(t) = \frac{Q_D M_0}{\Delta R} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{2\Delta R}{Q_D M_0^2} \varphi(t)} \right) \quad (21)$$

Utilizando-se novamente que  $\Delta R \approx M_0 \approx R_{OFF}$ , a Equação (21) resulta na (22).

$$q(t) = Q_D \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2}{Q_D R_{OFF}} \varphi(t)} \right) \quad (22)$$

Tem-se ainda que (22) em (15) resulta no estado interno do memristor definido como em (23). Constata-se ainda que (22) em (19) resulta em (24).

$$x(t) = 1 - \sqrt{1 - \frac{2\mu_D}{r D^2} \varphi(t)} \quad (23)$$

$$M(q) = R_{OFF} \left( \sqrt{1 - \frac{2\mu_D}{r D^2} \varphi(t)} \right) \quad (24)$$

Portanto a corrente  $i(t)$  é descrita como na Equação (25).

$$i(t) = \frac{v(t)}{R_{OFF} \left( \sqrt{1 - \frac{2\mu_D}{r D^2} \varphi(t)} \right)} \quad (25)$$

Verifica-se que a Equação (24) mostra a relação inverso-quadrado entre a memristência  $M$  e a espessura do  $\text{TiO}_2$ ,  $D$ . Assim, para menores valores de  $D$ , a memória apresenta características melhoradas. Portanto, a memristência torna-se mais importante para a compreensão do porquê das dimensões dos dispositivos eletrônicos estarem diminuído para a escala nanométrica.

#### IV. SIMULAÇÕES

O memristor possui características marcantes que serão interpretadas graficamente via programação *MATLAB* a partir das Equações (22), (23) e (25). Considere um memristor com mobilidade  $\mu_D \sim 10^{-10} \text{ cm}^2/\text{V.s}$ , comprimento  $D \sim 10 \text{ nm}$ , e resistências do estado *ON* e *OFF* como  $R_{ON} \sim 100 \Omega$  e  $R_{OFF} \sim 16 \text{ K}\Omega$ , respectivamente. Como  $\varphi(t) = \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau$ , tem-se que para uma tensão senoidal do tipo  $v(t) = v_0 \cdot \sin(\omega t)$  o fluxo é descrito pela Equação (26), em que  $v_0$  é a amplitude da tensão de entrada e  $\omega$  a frequência em *rad/s*.

$$\varphi(t) = \frac{v_0 (1 - \cos(\omega t))}{\omega} \quad (26)$$

Sabendo-se que a potência em elementos passivos  $p(t)$  deve ser sempre positiva para qualquer tempo  $t$  e que a potência instantânea dissipada por um memristor define-se pela Equação (27), é preciso que a memristência  $M(q)$  seja não-negativa, isto é  $M(q) \geq 0$ . Graficamente na Figura 3a,  $M(q)$  é a inclinação da curva  $\varphi$ - $q$ , que será, portanto, sempre monótona crescente [1].

$$p(t) = v(t)i(t) = M(q(t))[i(t)]^2 \quad (27)$$

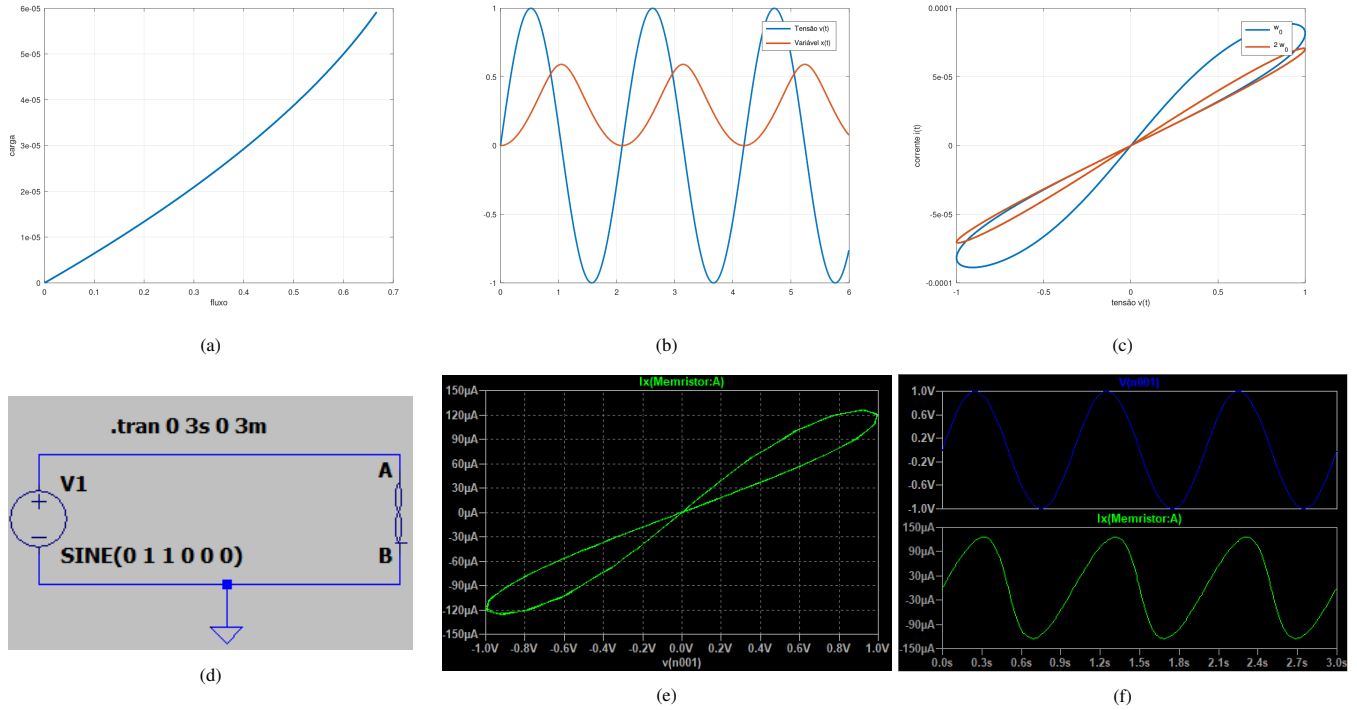


Figura 3: (a) Curva  $\phi$ - $q$

## V. APLICAÇÕES

### A. Memórias ReRam

A Memória Resistiva de Acesso Randômico (ReRAM) mantém os dados na falta de energia, essa propriedade deve-se especialmente pela presença do memristor em seus chips, que altera sua resistência de acordo com a passagem da corrente elétrica em resposta a variações na sua tensão de alimentação. Essa tecnologia assemelha ao uso de transistores nas memórias Flash, com a diferença de as células de memória ReRAM serem muito menores, consumirem menos energia elétrica e armazenar os dados como resistência, ao invés de armazenar como carga elétrica. O reRAM, portanto, tem o potencial de ser extremamente denso, de baixa potência, com alta resistência, tornando-se uma tecnologia atraente para armazenamento secundário e níveis de memória de classe de armazenamento [13]. Segundo a HP, dispositivos contendo memristores oferecem cerca de 20GB por centímetro quadrado, o dobro da capacidade projetada para as memórias flash. Dispositivos memristivos podem mudar o paradigma padrão da computação ao permitir que cálculos sejam executados nos chips onde a informação está armazenada [14]. Além disso, essa tecnologia é útil em todo tipo de dispositivo eletrônico.

### B. Circuitos híbridos CMOS

Os circuitos híbridos combinam flexibilidade, confiabilidade e alta funcionalidade do subsistema CMOS com alta densidade de filme fino. Dispositivos memristivos não são componentes ativos, isto é, não podem fornecer energia para o circuito. A solução para esse problema é complementar matrizes de crossbar de dispositivos memristivos com um substrato

CMOS convencional que fornece sinalização de restauração e ganho [15][16].

Conhecido como CMOL ( Dispositivos híbridos Cmos + MOlecular ). A combinação de circuitos CMOS e memristores não só tem um potencial para prolongar a lei de Moore para memórias digitais e circuitos lógicos booleanos reconfiguráveis, mas também podem reviver o campo da computação neuromórfica artificial.

#### 1) Redes Neuromórficas Artificiais

A tecnologia de circuitos híbridos é ajustada para fornecer maior conectividade entre pequenas células de circuito CMOS (escala de 100 portas) através de ligações “memristor de nanofios-nanofios”. Isso permite construir redes neuromórficas de larga escala com bom custo-benefício. Dispositivos memristivos são a base para as “sinapses”, ou seja, comunicação entre as células. Consequentemente, redes neurais baseadas em CMOL podem ser eficientes, principalmente, no reconhecimento e classificação de padrões [17].

## VI. CONCLUSÕES

### REFERÊNCIAS

- [1] L. Chua, “Memristor - the missing circuit element”, in *IEEE Transactions on circuit theory*, VOL. CT-18, NO. 5, Setembro 1971.
- [2] D.B. Strukov, G.S. Snider, D.R. Stewart, R.S Williams, “The missing memristor found”, *Nature*, 2008, 1 May 2008, vol. 453, pp. 80-83.

- [3] R. S. Pissardini, "MEMCOMPUTAÇÃO: CARACTERÍSTICAS E APLICAÇÕES EM COMPUTAÇÃO PARALELA", Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Transportes, Laboratório de Topografia e Geodesia.
- [4] M. Prezioso, F. Merrih-Bayat, B. D. Hoskins, G. C. Adam, K. K. Likharev, D. B. Strukov, "Training and operation of an integrated neuromorphic network based on metal-oxide memristors", Department of Electrical and Computer Engineering, University of California, California 93106, USA. Department of Physics and Astronomy, Stony Brook University, New York 11794, USA.
- [5] Z. Dong, D. Qi, Y. He, Z. Xu, X. Hu, S. Duan, "Easily Cascaded Memristor-CMOS Hybrid Circuit for High-Efficiency Boolean Logic Implementation", School of Computer and Information Science, College of Electronics and Information Engineering, Southwest University, Chongqing 400715, P. R. China.
- [6] J. P. Strachan, A. C. Torrezan, F. Miao, M. D. Pickett, J. J. Yang, W. Yi, G. M. Ribeiro, R. S. Williams, "STATE DYNAMICS AND MODELING OF TANTALUM OXIDE MEMRISTORS", Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=6542012>. Acesso em ago. 2019.
- [7] F.S.Barachati, "ESTUDO E PREPARAÇÃO DE MEMORISTORES PARA SUA APLICAÇÃO EM DISPOSITIVOS ELETRÔNICOS", Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo.
- [8] United States Patent; Patent No: US 9035272 B2. "NANOPARTICLE-BASED MEMRISTOR STRUCTURE". Disponível em: <https://patentimages.storage.googleapis.com/0e/70/e0/6b8926f49e7cd8/US9035272.pdf>. Acesso em ago. 2019.
- [9] Y. Yang, W. Lu, "Nanoscale resistive switching devices: mechanisms and modeling", in *Nanoscale*, 2013, Vol. 5, 10076-10092, *The Royal Society of Chemistry*, 10.1039/C3NR03472K.
- [10] L. Chua, S. M. Kang, "Memristive devices and systems", in *Proceedings IEEE*, 1976, vol. CT-18, no. 5, pp. 507-519.
- [11] Y. N. Joglekar, S. J. Wolf, "The elusive memristor: properties of basic electrical circuits", Department of Physics, Indiana University Purdue, 2009.
- [12] K. Kekur, "A Study of the Memristor, the Fourth Circuit Element", B.E., Visvesvaraya Technological University, 2007.
- [13] M. Ramadan, N. Wainstein, R. Ginosar, S. Kvatinsky, "Adaptive programming in multi-level cell ReRAM", *Microelectronics Journal*, Volume 90, 2019.
- [14] A. Martins, "ReRAM: A próxima geração de memórias e CPU's", 2010. Disponível em: <https://brainstormdeti.wordpress.com/2010/09/15/reram-%E2%80%93-a-proxima-geracao-de-memorias-e-cpu%E2%80%93s/>. Acesso em ago.2019
- [15] K.K. Likharev, "Electronics below 10 nm," in: *Nano and Giga Challenges in Microelectronics*, J. Greer et al., Eds., Amsterdam: Elsevier), pp. 27-68, 2003.
- [16] D. J. Frank, D. J. Frank, R. H. Dennard, E. Nowak, P. M. Solomon, Y. Taur, and H. S. P. Wong, "Device scaling limits of Si MOSFETs and their application dependencies," *Proc. IEEE*, vol. 89(3), pp. 259–288, 2001.
- [17] K.K. Likharev, A. Mayr, I. Muckra, and Ö. Türel, "CrossNets: HighPerformance Neuromorphic Architectures for CMOL Circuits", *Ann. New York Acad. Sci.*, vol 1006, pp. 146-163, 2009.