



## FUNDAMENTOS FÍSICO-QUÍMICOS E MATEMÁTICOS DE UM MEMRISTOR

Nome Autor Apresentador<sup>\*1</sup>, Nome do Segundo Autor<sup>†1</sup>, Nome do Terceiro Autor<sup>‡1</sup> e Nome do Autor Orientador<sup>§2</sup>

<sup>1</sup>FEELT - Universidade Federal de Uberlândia

<sup>2</sup>FEELT - Professor Adjunto - Universidade Federal de Uberlândia

**Resumo** - Um estudo sobre o comportamento do quarto elemento de circuito fundamental idealizado por Leon Chua em 1971 e implementado primeiramente pela equipe da *HP Labs* liderada por R. Stanley Williams em 2008 é apresentado. Chamado de *memristor*, o novo elemento de circuito passivo de duplo terminal relaciona as variáveis de carga  $q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau$  e fluxo  $\varphi(t) = \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau$  e comporta-se como um resistor não-linear com memória. Sua propriedade peculiar advém da capacidade do material de manter seu último estado, e permite aplicações em diversos contextos, como em memórias ReRam e inteligência artificial.

**Palavras-Chave** - Inteligência Artificial, Memórias ReRam, Memristor.

### PHYSICOCHEMICAL AND MATHEMATICAL FOUNDATIONS OF A MEMRISTOR

**Abstract** - A study of the behavior of the fourth fundamental circuit element devised by Leon Chua in 1971 and first implemented by the *HP Labs* team led by R. Stanley Williams in 2008 is presented. Called *memristor*, the new two-terminal passive circuit element lists the variables of charge  $q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau$  and flux  $\varphi(t) = \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau$  and behaves like a nonlinear resistor with memory. Its peculiar property comes from the material's ability to maintain its last state, and allows applications in various contexts, such as ReRam memories and artificial intelligence.

**Keywords** - Artificial Intelligence, Memristor, ReRam memories.

### I. INTRODUÇÃO

A teoria de circuitos elétricos, há 150 anos, abrangia basicamente três componentes passivos fundamentais: o capacitor (1745), o resistor (1827) e o indutor (1831). No entanto, em

1971, o professor PhD da Universidade da Califórnia, Leon Chua, apresentou novas considerações a partir da análise das possíveis combinações entre as quatro variáveis fundamentais de circuitos: corrente elétrica  $i$ , tensão elétrica  $v$ , carga elétrica  $q$  e fluxo magnético  $\varphi$  – sendo as duas últimas descritas como integrais no tempo da corrente,  $q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau$ , e da tensão,  $\varphi(t) = \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau$ , respectivamente.

Chua observou que o capacitor é definido pela relação entre carga  $q(t)$  e tensão  $v(t)$  via  $q = Cdv$ . Similarmente, o resistor pela relação entre corrente  $i(t)$  e tensão  $v(t)$  via  $v = Rdi$ , e o indutor pela relação entre fluxo magnético  $\varphi(t)$  e corrente  $i(t)$  via  $d\varphi(t) = Ldi$ . Teria-se então que a combinação das quatro variáveis fundamentais de circuitos resultaria em somente três componentes fundamentais. Desse modo, baseando-se no argumento da simetria, o estudioso postulou que haveria um elemento de circuito faltante, capaz de associar a carga  $q(t)$  e o fluxo magnético  $\varphi(t)$ , o que o levou, em 1971, a publicar um artigo no qual idealiza o novo componente, definido pela relação  $d\varphi = Mdq$  e que denominou *memristor*, uma contração de *memory resistor* [1].

Portanto, considerado como o quarto elemento fundamental dos circuitos eletrônicos, ao lado do capacitor, resistor e indutor, o *memristor* destaca-se por apresentar uma propriedade peculiar, cuja explanação e abordagem teórica é tratada adiante. É definido, assim como um resistor, como um componente eletrônico passivo de duplo terminal, utilizado para limitar a corrente em um circuito e dissipar energia térmica, com o diferencial de que, para o *memristor*, essa limitação, chamada de resistência ou impedância, alterar-se conforme a quantidade de carga elétrica que flui em si e mantém o valor da última resistência obtida até a aplicação de nova carga.

Apesar da proposta teórica do *memristor* ter sido apresentada por Chua em 1971, sua primeira implementação prática ocorreu apenas em 2008, nos *Laboratórios da Hewlett-Packard (HP)*, graças à equipe liderada pelo físico-químico Dr. Richard Stanley Williams, que desenvolveu linhas de memristores com base no dióxido de titânio ( $TiO_2$ ) em escala nanométrica [2]. A demora deve-se, principalmente, à dificuldade

\*apresentador@ufu.br

†segundoautor@ufu.br

‡terceiroautor@ufu.br

§orientador@ufu.br

em encontrar materiais que fossem capazes de conferir a propriedade de reter memória ao dispositivo eletrônico e que satisfizessem a base teórica apresentada por Chua [1]. Dessa forma, o componente recentemente sintetizado contém a propriedade da não-volatilidade, que, aliada a possibilidade de ser trabalhado em escala nanométrica, o torna promissor em aplicações e garante sua contribuição na validação da Lei de Moore.

Pissardini [3] atenta para aplicações de *memelementos* na elaboração de novas arquiteturas computacionais, que, corroborado pelos ideais da Arquitetura de Von Neumann, são capazes de realizar tarefas específicas. Essa abordagem tem sido conhecida como *memcomputação*, que, ao contrário dos modelos convencionais, propõe que seja possível processar e armazenar dados no mesmo dispositivo (elemento físico), o qual seria o memristor em si. Prezioso [4] propõe que existem também aplicações de memristores e de *memelementos* nas chamadas redes neurais, as quais são sistemas que se baseiam em princípios de Inteligência Artificial, podendo aprender e reconhecer padrões, e que podem ser aprimoradas com o uso da memresistência. Dong e Qi [5], em seu artigo acerca de circuitos lógicos,

Sob essa perspectiva, a temática deste artigo basear-se-á na descrição detalhada desse novo componente, nos âmbitos físico, químico, eletrônico e matemático, com intuito de compreender como o mecanismo interno converge para as propriedades impostas, por Chua, a um dispositivo *memristor*. É de interesse ainda discutir acerca das aplicabilidades do dispositivo, para assim poder expor o impacto de sua descoberta na teoria de circuitos e importância para o crescimento tecnológico.

Na Seção II são apresentadas as características estruturais, físico-químicas, de um *memristor*, com ênfase para o modelo da *HP Labs*. Para, na Seção III, analisá-lo matematicamente e, assim, provar a natureza de suas propriedades e peculiaridades a partir do equacionamento e disposição de gráficos. Além disso, a Seção IV apresenta simulações computacionais nos ambientes *MATLAB* e *LTSPICE* que exemplificam suas características marcantes. Finalmente, na Seção V, é explicitada algumas de suas aplicações e recentes estudos.

## II. CARACTERÍSTICAS ESTRUTURAIS DE UM MEMRISTOR

Dispositivos de resistência variável baseados em óxidos possuem vasta aplicabilidade, devido à capacidade de reter memória, pois admitem características de alta velocidade, alta densidade e operação em baixa energia, assim como a não-volatilidade [6]. Desse modo, os materiais óxidos são ideais para a criação de um *memristor*, sendo recentemente utilizados óxidos de titânio e tântalo ( $TiO_x$ ,  $TaO_x$ ) [7].

Para analisar o funcionamento prático de um memristor, pode-se analisar o funcionamento prático de um dispositivo que foi a base para a existência do memristor, o "crossbarlatch", estudado em 2006 pelos laboratórios da HP. Tal dispositivo passou a ser conhecido como o próprio memristor posteriormente. O "crossbarlatch" era uma espécie de sanduíche, possuindo suas partes externas constituídas por Platina (Pt),

com espessura cerca de 3 nanômetros, e sua camada intermediária isolante dividida em duas partes, sendo a primeira formada de óxido de titânio ( $TiO_2$ ) e a segunda formada pela mesma substância, porém deficiente em oxigênio ( $TiO_2 - x$ ) [8]. Assim, o funcionamento molecular de um memristor é baseado no movimento de íons livres no meio dielétrico (óxido), o que torna possível o comportamento "memristivo" pois cria mudanças locais na condutividade, causando, assim, a modelagem de filamentos condutores entre os eletrodos formado devido às nanopartículas, que podem ser vacâncias de oxigênio, as quais fornecem um caminho condutivo entre os eletrodos. [7].

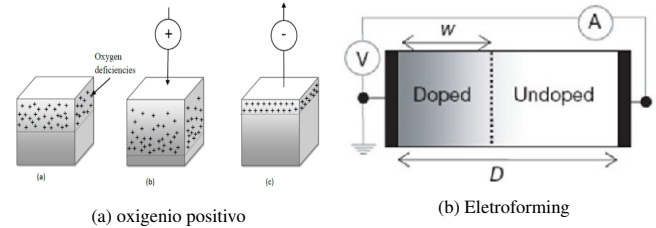


Figura 1: Figuras aleatorias que ainda serão mudadas.

Para a formação de tais filamentos condutores entre os eletrodos no meio inicialmente dielétrico (meio entre os dois eletrodos), é necessário realizar um processo conhecido, em inglês, como "electroforming", ou "eletroformação". Tal processo consiste em aplicar uma tensão elétrica suficientemente alta, ou seja, um valor limite, entre os dois eletrodos por um período de tempo suficiente para ser originado um canal condutivo local no meio isolante. O que ocorre é, basicamente, o rompimento da rigidez dielétrica do material que permanece entre os eletrodos. Os valores limite de tensão e de tempo necessários para ser formado o canal condutivo dependem de qual dielétrico foi utilizado e do material do qual são formados os dois eletrodos, além da estrutura geométrica do dispositivo [7]. Consequentemente, é possível formar diferentes "status" do memristor, como "OFF", ou seja, um estado de alta resistência; "ON", ou seja, um estado de baixa resistência, e ainda estados intermediários.

Para analisar o funcionamento prático de um memristor, pode-se analisar o funcionamento prático de um dispositivo que foi a base para a existência do memristor, o "crossbarlatch", estudado em 2006 pelos laboratórios da HP. Tal dispositivo passou a ser conhecido como o próprio memristor posteriormente. O "crossbarlatch" era uma espécie de sanduíche, possuindo suas partes externas constituídas por Platina (Pt), com espessura cerca de 3 nanômetros, e sua camada intermediária sendo dividida em duas partes, sendo a primeira formada de óxido de titânio ( $TiO_2$ ) e a segunda formada pela mesma substância, porém deficiente em oxigênio ( $TiO_2 - x$ ) [8].

A parte constituída por  $TiO_2$  é conhecida como a parte pura (ou não dopada) e a parte deficiente em oxigênio é conhecida como a parte dopada. Ao se aplicar uma tensão elétrica positiva no terminal dopado, as lacunas (onde falta oxigênio) se comportam como cargas positivas e "migram" para o outro lado, ou seja, cargas negativas se deslocam para a parte do-

pada. Dessa forma, a espessura da camada intermediária diminui, ao mesmo tempo que a espessura da camada condutora aumenta, o que resulta na diminuição do valor da resistência do dispositivo. Tal estado do memristor é conhecido como "ON", ou baixa resistência.

Por outro lado, ao se aplicar uma tensão negativa no terminal dopado, as lacunas são "atraídas", ou seja, a espessura da camada intermediária aumenta, ao mesmo tempo que a espessura da camada condutora diminui, causando um aumento no valor da resistência do memristor. Tal estado é conhecido como "OFF", ou alta resistência.

Ainda pode-se analisar o comportamento do memristor nos momentos em que não há aplicação de tensão elétrica, ou seja, quando a fonte de alimentação for desligada. Nesta situação, as camadas pura e dopada permanecem no mesmo estado que estavam anteriormente. Assim, no momento em que uma tensão for aplicada, a memristência começa do ponto em que tinha estacionado antes.

Assim, o princípio básico do funcionamento de um memristor é a mudança de posição dos átomos quando sofre influência de uma tensão elétrica, processo que é facilitado por ocorrer em escala nanométrica.

### III. FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS

O *memristor*, a princípio, em 1971, foi definido por Chua [1] como elemento de circuito de duplo-terminal caracterizado pela relação do tipo  $g(\phi, q) = 0$ . Diz-se que um memristor é controlado por carga se a relação entre fluxo e carga é expressa como uma função de carga elétrica  $q$ , e diz-se que é controlado por fluxo se é expressa em função do fluxo  $\phi$ . Para um memristor controlado por carga tem-se a Equação (1) e derivando-se ambos os termos consegue-se a Equação (30).

$$\phi = f(q) \quad (1)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{df(q)}{dq} \frac{dq}{dt} \quad (2)$$

Sabendo-se ainda que  $v(t) = \frac{d\phi}{dt}$  e  $i(t) = \frac{dq}{dt}$  descrevem, respectivamente, a tensão e corrente elétrica no memristor, reescreve-se a Equação (30) como na Equação (30)

$$v(t) = M(q) i(t) \quad (3)$$

onde

$$M(q) = \frac{df(q)}{dq} \quad (4)$$

$M$  é chamada de *memristência*, e é mensurada na mesma unidade que a resistência (*Ohms* -  $\Omega$ ). A memristência, definida pela Equação (8), define uma relação linear entre tensão e corrente, enquanto a carga for constante. Logo se  $M$  é constante, o memristor comporta-se como um resistor.

Para um memristor controlado por fluxo tem-se a Equação (5) e derivando-se ambos os termos, a Equação (6).

$$q = f(\phi) \quad (5)$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{df(\phi)}{d\phi} \frac{d\phi}{dt} \quad (6)$$

Reescrevendo a Equação (30) utilizando-se as definições de tensão e corrente tem-se:

$$i(t) = W(\phi) v(t) \quad (7)$$

onde

$$W(\phi) = \frac{df(\phi)}{d\phi} \quad (8)$$

Nesse caso,  $W$  é chamado de *memductância* e tem mesma unidade da condutância (*Siemens* -  $S$ ).

Entretanto, a relação não abrange a propriedade de memória do dispositivo, o que levou Chua juntamente com seu aluno de graduação Kang [10], em 1976, a reconhecer que, enfaticamente, o *memristor* seria um componente passivo com *estado*, ou seja é um componente cuja propriedade de memória é definida por um ou mais *variáveis de estado*. Diante disso, a equipe HP Laboratories modelou matematicamente um *memristor*, essencialmente, a partir de duas equações: a Equação (9) - similar à Equação (30) - e a Equação (10) - que considera a interação física intrínseca do componente.

$$v = M(w) i \quad (9)$$

$$\frac{dw}{dt} = f(i) \quad (10)$$

Assim, a definição matemática rigorosa revela que, conforme a Equação (9), a *memristência*  $M$  depende do estado do dispositivo, em determinado instante de tempo  $t$ , que por sua vez também varia com o tempo como integral da função contínua de corrente  $f$ , como descrito pela Equação (10). Uma representação física da variável de estado  $w$  é ilustrada na Figura ??.

Sistemas memristivos Chua e Kang:

$$v = M(w, i) i \quad (11)$$

$$\frac{dw}{dt} = f(w, i) \quad (12)$$

#### A. Modelo de Deriva Linear

Continuacao:

$$M(w) = \frac{w}{D} R_{ON} + \left(1 - \frac{w}{D}\right) R_{OFF} \quad (13)$$

$$\frac{dw}{dt} = v_D \text{ given by } = \frac{\mu_D R_{ON}}{D} i(t) \quad (14)$$

Integrando-se: divide por D...

$$\frac{w(t)}{D} = \frac{w_0}{D} + \frac{\mu_D R_{OFF}}{D^2} q(t) \quad (15)$$

$$\frac{w(t)}{D} = \frac{w_0}{D} + \frac{q(t)}{Q_D} \quad (16)$$

$$x(t) = x(t_0) + \frac{q(t)}{Q_D} \quad (17)$$

Agora a variavel de estado x:

$$M(t) = R_{ON} x(t) + R_{OFF}(1 - x(t)) \quad (18)$$

t=0 inicio do gather!!!

$$M_0 = R_{ON} x(t_0) + R_{OFF}(1 - x(t_0)) \quad (19)$$

$$= R_{ON} \left( x(t_0) + \frac{R_{OFF}}{R_{ON}} (1 - x(t_0)) \right) \quad (20)$$

$$= R_{ON} \left( x(t_0) + \frac{R_{OFF}}{R_{ON}} (1 - x(t_0)) \right) \quad (21)$$

$$= R_{ON}(x(t_0) + r(1 - x(t_0))) \quad (22)$$

Substitui x(t) em M(x) = ...

$$M(q) = R_{OFF} \left( 1 - \frac{q(t)}{Q_D} \right) \quad (23)$$

$$M(q) = M_0 - \Delta R \left( \frac{q(t)}{Q_D} \right) \quad (24)$$

Substitui na relacao geral:

$$v(t) = \left( M_0 - \Delta R \left( \frac{q(t)}{Q_D} \right) \right) \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \left( M_0 q - \frac{\Delta R q^2(t)}{2Q_D} \right) \quad (25)$$

Integra e baskara e usa M=dphi/dq:

$$q(t) = \frac{Q_D M_0}{\Delta R} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{2\Delta R}{Q_D M_0^2} \varphi(t)} \right) \quad (26)$$

Aproximacoes:

$$q(t) = Q_D \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2}{Q_D R_{OFF}} \varphi(t)} \right) \quad (27)$$

Estado interno do memristor:

$$x(t) = 1 - \sqrt{1 - \frac{2\mu_D}{r D^2} \varphi(t)} \quad (28)$$

Assim: escala nanometrica!

$$M(q) = R_{OFF} \left( \sqrt{1 - \frac{2\mu_D}{r D^2} \varphi(t)} \right) \quad (29)$$

$$i(t) = \frac{v(t)}{R_{OFF} \left( \sqrt{1 - \frac{2\mu_D}{r D^2} \varphi(t)} \right)} \quad (30)$$

## IV. SIMULAÇÕES

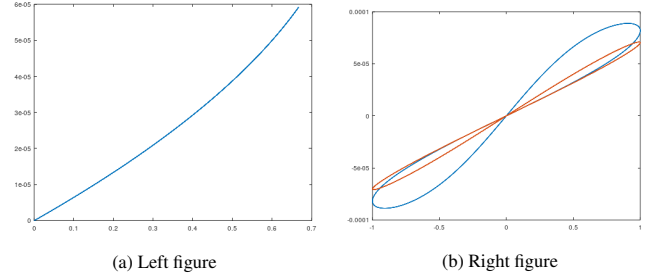


Figura 2

## V. APLICAÇÕES

### A. Memórias ReRam

A Memória Resistiva de Acesso Randômico (ReRAM), assim como a memória de acesso aleatório magnéticas (MRAM), mantêm os dados na falta de energia, essa propriedade deve-se especialmente pela presença do memristor em seus chips, que altera sua resistência à passagem da corrente elétrica em resposta a variações na sua tensão de alimentação. Essa tecnologia assemelha ao uso de transistores nas memórias Flash, com a diferença de as células de memória ReRAM poderem ser muito menores, consumir menos energia elétrica e ter desempenho para leitura e escrita de dados próximos aos de módulos da Memória de Acesso Randômico Dinâmica (DRAM)[11], que diferentemente da memória ReRAM (que armazena os dados como resistência), essa armazena os dados como carga elétrica. O reRAM, portanto, tem o potencial de ser extremamente denso, de baixa potência, com alta resistência, tornando-se uma tecnologia atraente para armazenamento secundário e níveis de memória de classe de armazenamento [12]. Segundo a HP, dispositivos contendo memristores oferecem em média algo em torno de 20GB por centímetro quadrado, o dobro da capacidade projetada para as memórias flash [13]. Dispositivos memresistivos podem mudar o paradigma padrão da computação ao permitir que cálculos sejam executados nos chips onde a informação está armazenada [13]. Além disso, essa tecnologia é passível de utilização em todo o tipo de dispositivo, desde celulares e MP3 players, que primariamente utilizam memórias flash NAND, como SSD (solid state disk), as memórias flash e DRAM.

### B. Circuitos Lógicos

## VI. CONCLUSÕES

### REFERÊNCIAS

- [1] L. Chua, "Memristor - the missing circuit element", in *IEEE Transactions on circuit theory*, VOL. CT-18, NO. 5, Setembro 1971.
- [2] D.B. Strukov, G.S. Snider, D.R. Stewart, R.S Williams, "The missing memristor found", *Nature*, 2008, 1 May 2008, vol. 453, pp. 80-83.

- [3] R. S. Pissardini, "MEMCOMPUTAÇÃO: CARACTERÍSTICAS E APLICAÇÕES EM COMPUTAÇÃO PARALELA", Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Transportes, Laboratório de Topografia e Geodesia. Disponível em: <https://www.ime.usp.br/~gold/cursos/2015/MAC5742/reports/MemComputacao.pdf>. Acesso em: jun. 2019.
- [4] M. Prezioso, F. Merrih-Bayat, B. D. Hoskins, G. C. Adam, K. K. Likharev, D. B. Strukov, "TRAINING AND OPERATION OF AN INTEGRATED NEUROMORPHIC NETWORK BASED ON METAL-OXIDE MEMRISTORS", Department of Electrical and Computer Engineering, University of California at Santa Barbara, Santa Barbara, California 93106, USA. Department of Physics and Astronomy, Stony Brook University, Stony Brook, New York 11794, USA. Disponível em: <https://www.ece.ucsb.edu/strukov/papers/2015/Nature2015.pdf>. Acesso em 13/08/2019
- [5] Z. Dong, D. Qi, Y. He, Z. Xu, X. Hu, S. Duan, "EASILY CASCADED MEMRISTOR-CMOS HYBRID CIRCUIT FOR HIGH-EFFICIENCY BOOLEAN LOGIC IMPLEMENTATION", School of Computer and Information Science, College of Electronics and Information Engineering, Southwest University, Chongqing 400715, P. R. China. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/329039458\\_Easily\\_Cascaded\\_Memristor-CMOS\\_Hybrid\\_Circuit\\_for\\_High-Efficiency\\_Boolean\\_Logic\\_Implementation](https://www.researchgate.net/publication/329039458_Easily_Cascaded_Memristor-CMOS_Hybrid_Circuit_for_High-Efficiency_Boolean_Logic_Implementation). Acesso em ago. 2019.
- [6] J. P. Strachan, A. C. Torrezan, F. Miao, M. D. Pickett, J. J. Yang, W. Yi, G. M. Ribeiro, R. S. Williams, "STATE DYNAMICS AND MODELING OF TANTALUM OXIDE MEMRISTORS", Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=6542012>. Acesso em ago. 2019.
- [7] United States Patent; Patent No: US 9035272 B2. "NANOPARTICLE-BASED MEMRISTOR STRUCTURE". Disponível em: <https://patentimages.storage.googleapis.com/0e/70/e0/6b8926f49e7cd8/US9035272.pdf>. Acesso em ago. 2019.
- [8] F.S.Barachati, "ESTUDO E PREPARAÇÃO DE MEMORISTORES PARA SUA APLICAÇÃO EM DISPOSITIVOS ELETRÔNICOS". Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo. Disponível em: [http://www.tcc.sc.usp.br/tce/disponiveis/18/180450/tce-26032012-090929/publico/Barachati\\_Fabio\\_Souza.pdf](http://www.tcc.sc.usp.br/tce/disponiveis/18/180450/tce-26032012-090929/publico/Barachati_Fabio_Souza.pdf). Acesso em ago. 2019.
- [9] Y. N. Joglekar, S. J. Wolf, "The elusive memristor: properties of basic electrical circuits", Department of Physics, Indiana University Purdue, 2009.
- [10] L. Chua, S. M. Kang, "Memristive devices and systems", in *Proceedings IEEE*, 1976, vol. CT-18, no. 5, pp. 507-519.
- [11] E. Alecrim, "Os primeiros chips ReRAM fabricados em larga escala chegarão em breve", 2013. Disponível em: <https://tecnoblog.net/136874/primeiros-chips-reram-em-larga-escala/>. Acesso em ago. 2019.
- [12] M. Ramadan, N. Wainstein, R. Ginosar, S. Kvatinsky, "Adaptive programming in multi-level cell ReRAM", *Microelectronics Journal*, Volume 90, 2019.
- [13] A. Martins, "ReRAM - A próxima geração de memórias e CPU's", 2010. Disponível em: <https://brainstormdeti.wordpress.com/2010/09/15/reram-%E2%80%93-a-proxima-geracao-de-memorias-e-cpu%E2%80%99s/>. Acesso em ago. 2019