



## FUNDAMENTOS FÍSICO-QUÍMICOS E MATEMÁTICOS DE UM MEMRISTOR

Lesly Viviane Montúfar Berrios<sup>\*1</sup>, Cibelly Cristina Rodrigues Couto<sup>†1</sup>, Yasmin Delbany Cury<sup>‡1</sup> e Paulo Henrique Oliveira Rezende<sup>§2</sup>

<sup>1</sup>FEELT - Universidade Federal de Uberlândia

<sup>2</sup>FEELT - Professor Adjunto - Universidade Federal de Uberlândia

**Resumo** - Um estudo sobre o comportamento do quarto elemento de circuito fundamental idealizado por Leon Chua em 1971 e implementado primeiramente pela equipe da HP Labs liderada por Stanley Williams em 2008 é apresentado. Chamado de *memristor*, o novo elemento de circuito passivo de duplo terminal relaciona as variáveis de carga  $q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau$  e fluxo  $\varphi(t) = \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau$  e comporta-se como um resistor não-linear com memória. Sua propriedade peculiar advém da capacidade do material de manter seu último estado, e permite aplicações em diversos contextos, como em memórias ReRam e inteligência artificial.

**Palavras-Chave** - Inteligência Artificial, Memórias Re-Ram, Memristor.

### PHYSICOCHEMICAL AND MATHEMATICAL FOUNDATIONS OF A MEMRISTOR

**Abstract** - A study of the behavior of the fourth fundamental circuit element devised by Leon Chua in 1971 and first implemented by the HP Labs team led by Stanley Williams in 2008 is presented. Called *memristor*, the new two-terminal passive circuit element lists the variables of charge  $q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau$  and flux  $\varphi(t) = \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau$  and behaves like a nonlinear resistor with memory. Its peculiar property comes from the material's ability to maintain its last state, and allows applications in various contexts, such as ReRam memories and artificial intelligence.

**Keywords** - Artificial Intelligence, Memristor, ReRam memories.

### I. INTRODUÇÃO

A teoria de circuitos elétricos abrangia, há 150 anos, basicamente três componentes passivos fundamentais: o capacitor (1745), o resistor (1827) e o indutor (1831). No entanto, em

1971, o professor PhD da Universidade da Califórnia, Leon Chua, apresentou novas considerações a partir da análise de possíveis combinações entre as quatro variáveis fundamentais de circuitos: corrente elétrica  $i$ , tensão elétrica  $v$ , carga  $q$  e fluxo magnético  $\varphi$  – sendo as duas últimas descritas como integrais no tempo da corrente mediante  $q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau$  e da tensão mediante  $\varphi(t) = \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau$ , respectivamente.

Chua observou que o capacitor é definido pela relação entre carga  $q(t)$  e tensão  $v(t)$  via  $q = Cdv$ . Similarmente, o resistor pela relação entre a corrente  $i(t)$  e tensão  $v(t)$  via  $v = Rdi$ , e o indutor pela relação entre o fluxo magnético  $\varphi(t)$  e a corrente  $i(t)$  via  $d\varphi = Ldi$ . Teria-se então que a combinação das quatro variáveis fundamentais de circuitos resultaria em somente três componentes fundamentais passivos. Desse modo, baseando-se no argumento de simetria, o estudioso postulou que haveria um elemento de circuito faltante capaz de associar a carga  $q(t)$  e o fluxo magnético  $\varphi(t)$ , o que o levou, em 1971, a publicar um artigo no qual idealiza um novo componente, definido pela relação  $d\varphi = Mdq$  e denominado de *memristor*, uma contração de *memory resistor* [1].

Portanto, considerado como o quarto elemento fundamental dos circuitos eletrônicos, ao lado do capacitor, resistor e indutor, o *memristor* destaca-se por apresentar uma propriedade peculiar, cuja explanação e abordagem teórica é tratada adiante. Assim como um resistor não-linear, é definido como um componente eletrônico passivo de duplo terminal utilizado para limitar a corrente em um circuito e dissipar energia térmica, entretanto, para o *memristor*, essa limitação, chamada de resistência ou impedância, além de se alterar conforme a quantidade de carga elétrica que flui em si, mantém o valor da última resistência obtida até a aplicação de nova carga.

Apesar da proposta teórica do *memristor* ter sido apresentada por Chua em 1971, sua primeira implementação prática ocorreu apenas em 2008, nos *Laboratórios da Hewlett-Packard (HP)*, graças à equipe liderada pelo físico-químico Dr. Richard Stanley Williams, que desenvolveu memristores com base no dióxido de titânio ( $TiO_2$ ) [2]. A demora deve-se, principalmente, à dificuldade em encontrar materiais que

<sup>\*</sup>leslymontufar@ufu.br

<sup>†</sup>cibelly.cris@ufu.br

<sup>‡</sup>yasmin.cury@ufu.br

<sup>§</sup>paulohenrique.rezende@ufu.br

fossem capazes de conferir a propriedade de reter memória ao dispositivo eletrônico e satisfazer a base teórica apresentada por Chua [1]. Dessa forma, o componente recentemente sintetizado apresenta a propriedade da não-volatilidade, que, aliada a possibilidade de ser trabalhado em escala nanométrica, o torna promissor em aplicações e garante sua contribuição na validação da Lei de Moore.

Pissardini [3] atenta para aplicações de memelementos na elaboração de novas arquiteturas computacionais, que, corroborado pelos ideais da Arquitetura de Von Neumann, são capazes de realizar tarefas específicas.

Sob essa perspectiva, a temática deste artigo basear-se-á na descrição detalhada desse novo componente, nos âmbitos físico, químico, eletrônico e matemático, com intuito de compreender como o mecanismo interno converge para as propriedades impostas a um elemento *memristor* por Chua. É de interesse ainda discutir acerca de aplicabilidades do dispositivo, para assim poder expor o impacto de sua descoberta na teoria de circuitos e importância para o crescimento tecnológico.

Na Seção II são apresentadas as características estruturais, físico-químicas, de um *memristor*, com ênfase para o modelo da *HP Labs*. Para, na Seção III, analisá-lo matematicamente e, assim, provar a natureza de suas propriedades e peculiaridades a partir do equacionamento e disposição de gráficos. Além disso, a Seção IV apresenta simulações computacionais nos ambientes *MATLAB* e *LTSPICE* que exemplificam suas características marcantes. Finalmente, na Seção V, é explicitada algumas de suas aplicações e recentes estudos.

## II. CARACTERÍSTICAS ESTRUTURAIS DE UM MEMRISTOR

Dispositivos de resistência variável com base em óxidos possuem vasta aplicabilidade devido à capacidade de reter memória, como são definidos os *memristores*, uma vez que admitem características de alta velocidade, alta densidade e operação em baixa energia, assim como a não-volatilidade, do que se conclui que o dispositivo possui certa estabilidade no armazenamento da última resistência obtida [4].

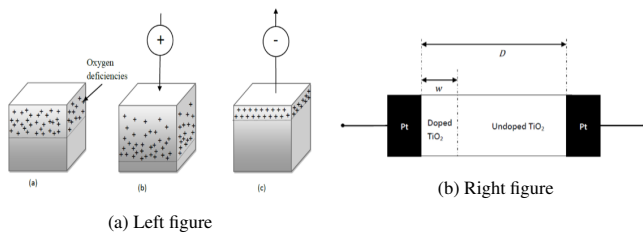


Figura 1

A fim de cumprir tais características e funções no circuito, o memristor deve ser construído de maneira específica. A estrutura de um dispositivo memristor, basicamente, possui dois eletrodos entre os quais existe uma área isolante, porém com uma nanopartícula que fornece um caminho condutivo entre os eletrodos. Um memristor pode compreender diversos materiais, sendo os mais utilizados materiais óxidos, geralmente de titânio ou tântalo [5] ( $TiO_x$ ,  $TaO_x$ ).

O funcionamento molecular de um memristor é baseado no movimento de íons livres no meio dielétrico (óxido), o que torna possível o comportamento “memristivo” pois cria mudanças locais na condutividade, causando, assim, a modelagem de filamentos condutores entre os eletrodos. [5].

Para a formação de tais filamentos condutores entre os eletrodos no meio inicialmente dielétrico (meio entre os dois eletrodos), é necessário realizar um processo conhecido, em inglês, como “electroforming”, ou “eletroformação”. Tal processo consiste em aplicar uma tensão elétrica suficientemente alta, ou seja, um valor limite, entre os dois eletrodos por um período de tempo suficiente para ser originado um canal condutivo local no meio isolante. O que ocorre é, basicamente, o rompimento da rigidez dielétrica do material que permanece entre os eletrodos. Os valores limite de tensão e de tempo necessários para ser formado o canal condutivo dependem de qual dielétrico foi utilizado e do material do qual são formados os dois eletrodos, além da estrutura geométrica do dispositivo [5]. Consequentemente, é possível formar diferentes “status” do memristor, como “OFF”, ou seja, um estado de alta resistência; “ON”, ou seja, um estado de baixa resistência, e ainda estados intermediários.

Para analisar o funcionamento prático de um memristor, pode-se analisar o funcionamento prático de um dispositivo que foi a base para a existência do memristor, o “crossbar-latch”, estudado em 2006 pelos laboratórios da HP. Tal dispositivo passou a ser conhecido como o próprio memristor posteriormente. O “crossbarlatch” era uma espécie de sanduíche, possuindo suas partes externas constituídas por Platina (Pt), com espessura cerca de 3 nanômetros, e sua camada intermediária sendo dividida em duas partes, sendo a primeira formada de óxido de titânio ( $TiO_2$ ) e a segunda formada pela mesma substância, porém deficiente em oxigênio ( $TiO_2 - x$ ) [6].

A parte constituída por  $TiO_2$  é conhecida como a parte pura (ou não dopada) e a parte deficiente em oxigênio é conhecida como a parte dopada. Ao se aplicar uma tensão elétrica positiva no terminal dopado, as lacunas (onde falta oxigênio) se comportam como cargas positivas e “migram” para o outro lado, ou seja, cargas negativas se deslocam para a parte dopada. Dessa forma, a espessura da camada intermediária diminui, ao mesmo tempo que a espessura da camada condutora aumenta, o que resulta na diminuição do valor da resistência do dispositivo. Tal estado do memristor é conhecido como “ON”, ou baixa resistência.

Por outro lado, ao se aplicar uma tensão negativa no terminal dopado, as lacunas são “atraídas”, ou seja, a espessura da camada intermediária aumenta, ao mesmo tempo que a espessura da camada condutora diminui, causando um aumento no valor da resistência do memristor. Tal estado é conhecido como “OFF”, ou alta resistência.

Ainda pode-se analisar o comportamento do memristor nos momentos em que não há aplicação de tensão elétrica, ou seja, quando a fonte de alimentação for desligada. Nesta situação, as camadas pura e dopada permanecem no mesmo estado que estavam anteriormente. Assim, no momento em que uma tensão for aplicada, a memristência começa do ponto em que tinha estacionado antes.

Assim, o princípio básico do funcionamento de um memristor é a mudança de posição dos átomos quando sofre influência de uma tensão elétrica, processo que é facilitado por ocorrer em escala nanométrica.

### III. FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS

O *memristor*, a princípio, em 1971, foi definido por Chua [1] como elemento de circuito de duplo-terminal caracterizado pela relação do tipo  $g(\varphi, q) = 0$ . Diz-se que um memristor é controlado por carga se a relação entre fluxo e carga é expressa como uma função de carga elétrica  $q$ , e diz-se que é controlado por fluxo se é expressa em função do fluxo  $\varphi$ . Para um memristor controlado por carga tem-se a Equação (1) e derivando-se ambos os termos consegue-se a Equação (7).

$$\varphi = f(q) \quad (1)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{f(q)}{dq} \frac{dq}{dt} \quad (2)$$

Sabendo-se ainda que  $v(t) = \frac{d\varphi}{dt}$  e  $i(t) = \frac{dq}{dt}$  descrevem, respectivamente, a tensão e corrente elétrica no memristor, reescreve-se a Equação (7) como:

$$v(t) = M(q) i(t) \quad (3)$$

onde 
$$M(q) = \frac{df(q)}{dq}. \quad (4)$$

$M$  é chamada de *memristência*, e é mensurada na mesma unidade que a resistência (*Ohms* -  $\Omega$ ). A memristência, definida pela Equação (8), define uma relação linear entre tensão e corrente, enquanto a carga for constante. Logo se  $M$  é constante, o memristor comporta-se como um resistor.

Para um memristor controlado por fluxo tem-se a Equação (5) e derivando-se ambos os termos, a Equação (6).

$$q = f(\varphi) \quad (5)$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{f(\varphi)}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} \quad (6)$$

Reescrevendo a Equação (7) utilizando-se as definições de tensão e corrente tem-se:

$$i(t) = W(\varphi) v(t) \quad (7)$$

onde 
$$W(\varphi) = \frac{df(\varphi)}{d\varphi}. \quad (8)$$

Então,  $W$  é chamado de *memductância* e tem mesma unidade da condutância (*Siemens* -  $S$ ).

Entretanto, a relação não abrange a propriedade de memória do dispositivo, o que levou Chua juntamente com seu aluno de graduação Kang [8], em 1976, a reconhecer que, enfaticamente, o *memristor* seria um componente passivo com *estado*, ou seja é um componente cuja propriedade de memória é definida por um ou mais *variáveis de estado*. Diante disso, a equipe HP Laboratories modelou matematicamente um *memristor*, essencialmente, a partir de duas equações: a Equação (9) - similar à Equação (7) - e a Equação (10) - que considera a interação física intrínseca do componente.

$$v = M(w) i \quad (9)$$

$$\frac{dw}{dt} = f(i) \quad (10)$$

Assim, a definição matemática rigorosa revela que, conforme a Equação (9), a *memristência*  $M$  depende do estado do dispositivo, em determinado instante de tempo  $t$ , que por sua vez também varia com o tempo como integral da função contínua de corrente  $f$ , como descrito pela Equação (10). Uma representação física da variável de estado  $w$  é ilustrada na Figura ??.

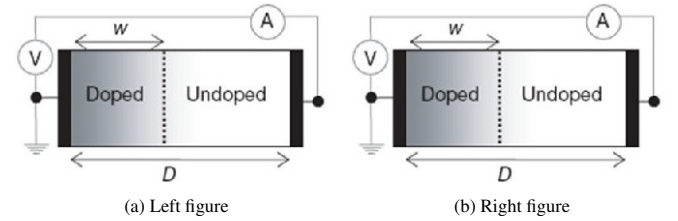


Figura 2

#### A. Modelo de Deriva Linear

### IV. SIMULAÇÕES

### V. APLICAÇÕES

#### A. Memórias ReRam

A Memória Resistiva de Acesso Randômico (ReRAM), assim como a memória de acesso aleatório magnéticas (MRAM), mantém os dados na falta de energia, essa propriedade deve-se especialmente pela presença do memristor em seus chips, que altera sua resistência à passagem da corrente elétrica em resposta a variações na sua tensão de alimentação. Essa tecnologia assemelha ao uso de transistores nas memórias Flash, com a diferença de as células de memória ReRAM poderem ser muito menores, consumir menos energia elétrica e ter desempenho para leitura e escrita de dados próximos aos de módulos da Memória de Acesso Randômico Dinâmica (DRAM)[9], que diferentemente da memória ReRAM (que armazena os dados como resistência), essa armazena os dados como carga elétrica. O reRAM, portanto, tem o potencial de ser extremamente denso, de baixa potência, com alta resistência, tornando-se uma tecnologia atraente para armazenamento secundário e níveis de memória de classe de armazenamento

[10]. Segundo a HP, dispositivos contendo memristores oferecem em média algo em torno de 20GB por centímetro quadrado, o dobro da capacidade projetada para as memórias flash [11]. Dispositivos memresistivos podem mudar o paradigma padrão da computação ao permitir que cálculos sejam executados nos chips onde a informação está armazenada [11]. Além disso, essa tecnologia é passível de utilização em todo o tipo de dispositivo, desde celulares e MP3 players, que primariamente utilizam memórias flash NAND, como SSD (solid state disk, as memórias flash) e DRAM.

## B. Circuitos Lógicos

## VI. CONCLUSÕES

### REFERÊNCIAS

- [1] L. Chua, "Memristor - the missing circuit element", in *IEEE Transactions on circuit theory*, VOL. CT-18, NO. 5, Setembro 1971.
- [2] D.B. Strukov, G.S. Snider, D.R. Stewart, R.S Williams, "The missing memristor found", *Nature*, 2008, 1 May 2008, vol. 453, pp. 80-83.
- [3] R. S. Pissardini, "MEMCOMPUTAÇÃO: CARACTERÍSTICAS E APLICAÇÕES EM COMPUTAÇÃO PARALELA", Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Transportes, Laboratório de Topografia e Geodesia. Disponível em: <https://www.ime.usp.br/~gold/cursos/2015/MAC5742/reports/MemComputacao.pdf>. Acesso em: jun. 2019.
- [4] J. P. Strachan, A. C. Torrezan, F. Miao, M. D. Pickett, J. J. Yang; W. Yi, G. M. Ribeiro, R. S. Williams, "STATE DYNAMICS AND MODELING OF TANTALUM OXIDE MEMRISTORS", Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=6542012>. Acesso em ago. 2019.
- [5] United States Patent; Patent No: US 9035272 B2. "NANOPARTICLE-BASED MEMRISTOR STRUCTURE". Disponível em: <https://patentimages.storage.googleapis.com/0e/70/e0/6b8926f49e7cd8/US9035272.pdf>. Acesso em ago. 2019.
- [6] F.S.Barachati, "ESTUDO E PREPARAÇÃO DE MEMORISTORES PARA SUA APLICAÇÃO EM DISPOSITIVOS ELETRÔNICOS". Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo. Disponível em: [http://www.tcc.sc.usp.br/tce/disponiveis/18/180450/tce-26032012-090929/publico/Barachati\\_Fabio\\_Souza.pdf](http://www.tcc.sc.usp.br/tce/disponiveis/18/180450/tce-26032012-090929/publico/Barachati_Fabio_Souza.pdf). Acesso em ago. 2019.
- [7] Y. N. Joglekar, S. J. Wolf, "The elusive memristor: properties of basic electrical circuits", Department of Physics, Indiana University Purdue, 2009.
- [8] L. Chua, S. M. Kang, "Memristive devices and systems", in *Proceedings IEEE*, 1976, vol. CT-18, no. 5, pp. 507-519.
- [9] E. Alecrim, "Os primeiros chips ReRAM fabricados em larga escala chegarão em breve", 2013. Disponível em: <https://tecnoblog.net/136874/primeiros-chips-reram-em-larga-escala/>. Acesso em ago. 2019.
- [10] M. Ramadan, N. Wainstein, R. Ginosar, S. Kvatinsky, "Adaptive programming in multi-level cell ReRAM", *Microelectronics Journal*, Volume 90, 2019.
- [11] A. Martins, "ReRAM - A próxima geração de memórias e CPU's", 2010. Disponível em: <https://brainstormdeti.wordpress.com/2010/09/15/reram-%E2%80%93-a-proxima-geracao-de-memorias-e-cpu%E2%80%99s/>. Acesso em ago.2019