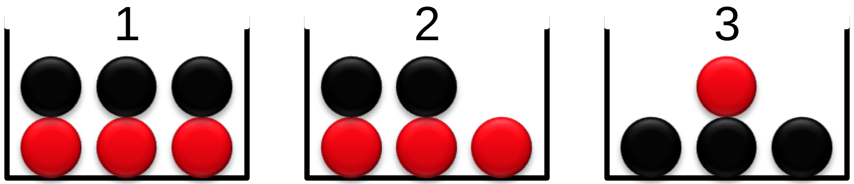
哈爾濱工業大學

第8讲 全概率公式

全概率公式

例1



从三箱中任取一箱，从中任意摸出一球求取得红球的概率.

解 设$A_i =$"球取自i号箱"，$i=1,2,3$;

$B =$"取得红球", **则所求概率为*P*(*B*)**

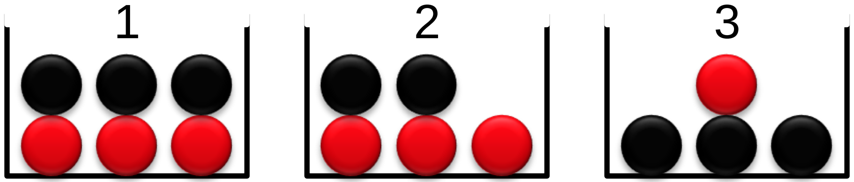
$$B = A_1B + A_2B + A_3B.$$

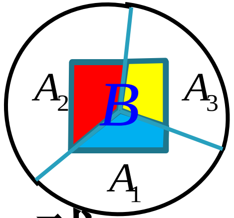
$$P(B) = P(A_1B) + P(A_2B) + P(A_3B).$$

运用加法公式得

全概率公式

例1





从三箱中任取一箱，从中任意摸出一球求取得红球的概率.

运用乘法定理得

解 $P(B)=P(A_1B)+P(A_2B)+P(A_3B)$

$=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)P(B|A_3)$

$P(A_i)=1/3,\ P(B|A_1)=1/2,\ P(B|A_2)=3/5,$

$P(B|A_3)=1/4.$

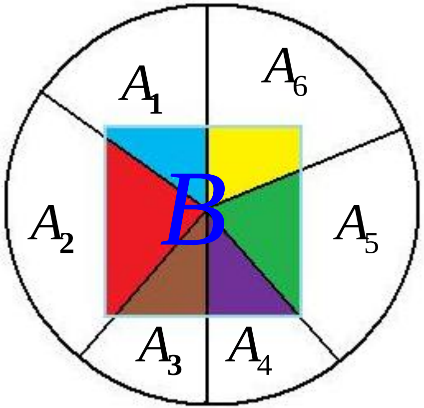
故 $P(B)=1/3\cdot(1/2+3/5+1/4)=9/20.$

全概率公式

定理 设$A_1,A_2,\ldots,A_n$是两两互斥的事件，且$P(A_i)>0$，$(i=1,2,\ldots,n)$, 若对任一事件B，有

$(A_1+A_2+\ldots+A_n)\supset B$，则

$$P(B)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)P(B|A_i)$$

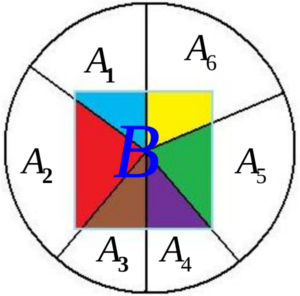


S

全概率公式

定理 设$A_1,A_2,\ldots,A_n$是两两互斥的事件，且$P(A_i)>0$，$(i=1,2,\ldots,n)$, 若对任一事件B，有$(A_1+A_2+\ldots+A_n)\supset B$，则

$$P(B)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)P(B|A_i)$$



证明 由$(A_1+A_2+\ldots+A_n)\supset B$，

$B=B(A_1+A_2+\ldots+A_n)=BA_1+\ldots+BA_n$

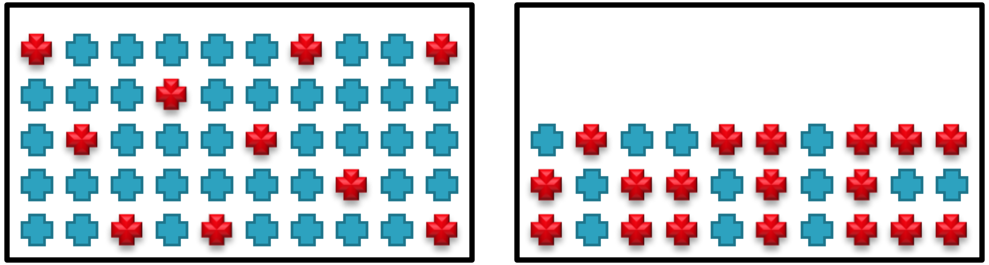
$$P(B)=\sum_{i=1}^{n}P(A_iB)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)P(B|A_i).$$

全概率公式

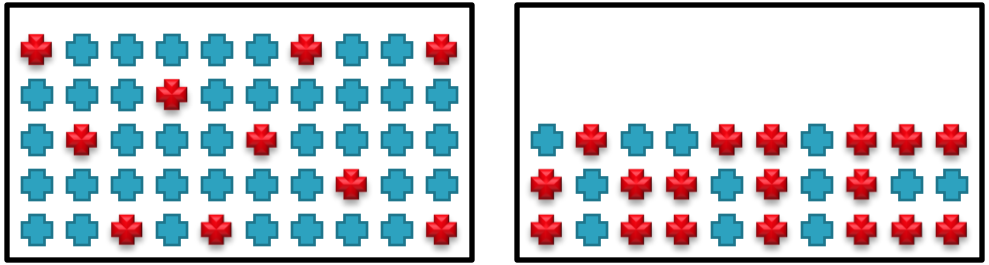
例2 有2箱同种零件，分别装有50件和30件，且一等品分别有10件和18件，现任取一箱，从中不放回地先后取出两个零件，求：

(1)先取出的零件是一等品的概率；

(2)两次取出的零件均为一等品的概率.



全概率公式

例2 

(1) 求先取出的零件是一等品的概率；

解　设A_i = “取到第i箱”，$i = 1,2$，

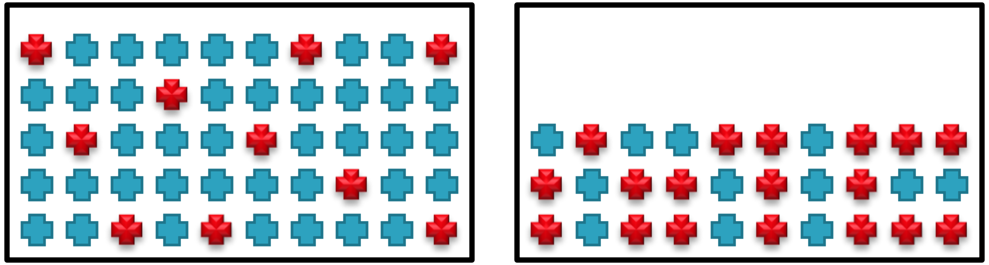
B_j = “第j次取到一等品”，$j = 1,2$．则

$$P(A_1) = P(A_2) = \frac{1}{2}$$

$$P(B_1 \mid A_1) = 10/50 = 0.2,\ P(B_1 \mid A_2) = 18/30 = 0.6,$$

全概率公式

例2



(1) 求先取出的零件是一等品的概率；

解　设A_i = “取到第i箱”，$i = 1,2$，

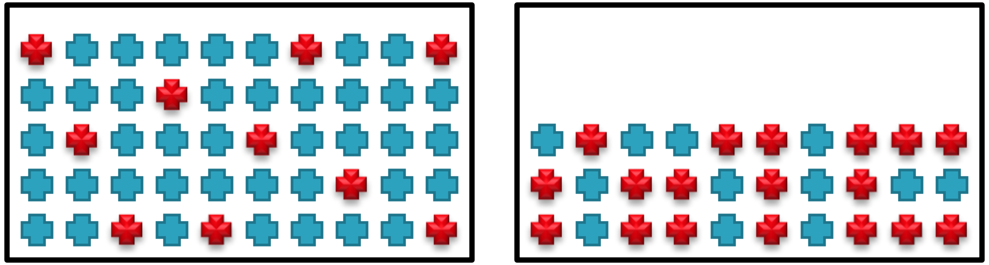
B_j = “第j次取到一等品”，$j = 1,2$． 则

由全概率公式

$$P(B_1)=\sum_{i=1}^{2}P(A_i)P(B_1|A_i)=\frac{1}{2}(0.2+0.6)=0.4.$$

全概率公式

例2



(2) 求两次取出的零件均为一等品的概率.

解

$$P(B_1B_2 \mid A_1) = C_{10}^2 / C_{50}^2 = 0.03673,$$

$$P(B_1B_2 \mid A_2) = C_{18}^2 / C_{30}^2 = 0.3517,$$

$$P(B_1B_2) = \sum_{i=1}^{2} P(A_i)P(B_1B_2 \mid A_i)$$

全概率公式

$$= \frac{1}{2}(0.03673 + 0.3517) = 0.1942.$$

谢　　谢！