哈爾濱工業大學

假设检验的基本概念

假设检验的基本概念

由样本到总体的推理称为统计推断. 英国统计学家费希尔认为常用的统计推断有三种基本形式，它们是

- ☺ 抽样分布;(第31讲)
- ☺ 参数估计;(第32和33讲)
- ☺ 假设检验.(第34-36讲)

假设检验的基本概念

这一讲讨论不同于参数估计的另一类重要的统计推断问题—假设检验. 就是根据样本的信息检验关于总体的某个假设是否正确.

假设检验
- 参数假设检验
- 非参数假设检验

总体分布已知, 检验关于未知参数的某个假设

总体分布未知时的假设检验问题

假设检验的基本概念

例1 某药厂生产一种抗生素，已知在正常生产条件下，每瓶抗生素的某项主要指标服从均值为23.0的正态分布.某日开工后，测得5瓶的数据如下：22.3，21.5，22，21.8，21.4，问该日生产是否正常？

用X表示每瓶抗生素的某项主要指标，

问题：检验　　　是否成立.

参数假设检验

例2 在一实验中，每隔一定时间观察一次由某种铀所放射的到达计数器上的 α 粒子数 X，共观察了100次，数据如下

α粒子数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	≥12
观察次数	1	5	16	17	26	11	9	9	2	1	2	1	0

上述实验数据与 X 服从泊松分布的理论结果是否相符?

非参数假设检验

在假设检验中，常把一个被检验的假设用 H_0表示，称为**原假设或零假设**，而其对立面称为**备择假设或对立假设**，用H_1表示.

在例1中， H_0 $\mu=23$， H_1 $\mu \neq 23$，

或 $\mu < 23$,

或 $\mu > 23$.

只含一个参数的假设称为**简单假设**，如上面的H_0，否则称为**复合假设**，如 H_1.

原假设的选取：依据科学背景，惯例，方便性. 一般选择**与标准一致或与以往经验一致**. 拒绝原假设说明有较强的理由支持备择假设.

在例1中，H_0 $\mu=23$， H_1 $\mu\neq 23$，

在对H_0的检验中，需要从样本出发，建立一个法则，有了样本值，利用所制定的法则，就可作出是接受还是拒绝H_0的结论. 这种法则称为一个检验.

只提出一个统计假设，而且也仅判断这一个假设是否成立，这类假设检验称为显著性检验.

假设检验的基本思想

在例1中，设X表示每瓶抗生素的某项主要指标，

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 当生产比较稳定时, σ^2是一个常数.

检验假设： H_0 $\mu=23$，H_1 $\mu \neq 23$，

如何判断原假设H_0是否成立呢？

$\bar{X}$是μ的无偏估计量，可以用$|\bar{X}-23|$来判定H_0是否成立.

当$|\bar{X}-23| \geq c$, 拒绝原假设H_0;

当$|\bar{X}-23| < c$, 接受原假设H_0;

问题的关键： 常数c如何确定呢？

这里用到人们在实践中普遍采用的一个原则：

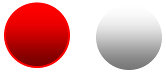
(也称为小概率原理)

> 小概率事件在一次试验中基本上不会发生

作为拒绝假设H_0依据.

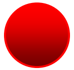
下面我们用一例子说明这个原则.

现有一个罐，装有红球和白球共100个，两种球一种有99个，另一种有1个，问这个罐里是白球99个还是红球99个？



假设：这罐子里有99个白球

现在我们从中随机摸出一个球，发现是



此时你如何判断这个假设是否成立呢？

假设其中真有99个白球，摸出红球的概率只有1/100，这是小概率事件.

小概率事件在一次试验中竟然发生了，不能不使人怀疑所作的假设. 从而拒绝假设.

这个例子中所使用的推理方法，可以称为

带概率性质的反证法

它不同于一般的反证法

一般的反证法要求在原假设成立的条件下导出的结论是绝对成立的，如果事实与之矛盾，则完全绝对地否定原假设.

概率反证法的逻辑是：如果小概率事件在一次试验中发生，我们就以很大的把握拒绝原假设.

假设检验的基本思想

先假设H_0是正确的，在此假定下，构造一个概率不超过$\alpha(0<\alpha<1)$的小概率事件A，如果经过一次抽样检验，事件A出现，则拒绝H_0，否则接受H_0. α称为**显著性水平.**

常取$\alpha=0.1$, $\alpha=0.01$, $\alpha=0.05$等.

小概率原理

小概率事件在一次试验中基本上不会发生

不是一定不发生

假设检验的两类错误

	真实情况	
决定	H_0为真	H_0不真
由样本拒绝H_0	第一类错误	正确
由样本接受H_0	正确	第二类错误

第一类错误：拒绝了真实的原假设(弃真)

第二类错误：接受了错误的原假设(取伪)

$$P(\text{犯第一类错误}) = P(\text{拒绝}H_0|H_0\text{为真})=\alpha,$$

$$P(\text{犯第二类错误}) = P(\text{接受}H_0|H_0\text{不真})=\beta.$$

两类错误是互相制约的，当样本容量固定时，一类错误概率的减少导致另一类错误概率的增加.

通常选定显著性水平 $\alpha(0<\alpha<1)$, 对固定的 n 和 α 建立检验法则，使犯第一类错误的概率不大于 α.

谢　　谢！