



哈爾濱工業大學

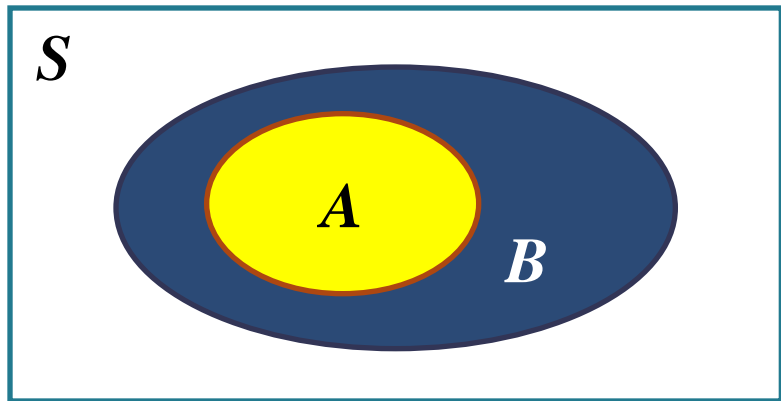
## 第2讲 事件的关系与运算



# 事件的包含



(1)  $A \subset B$ : 事件 $A$ 发生必导致事件 $B$ 发生.

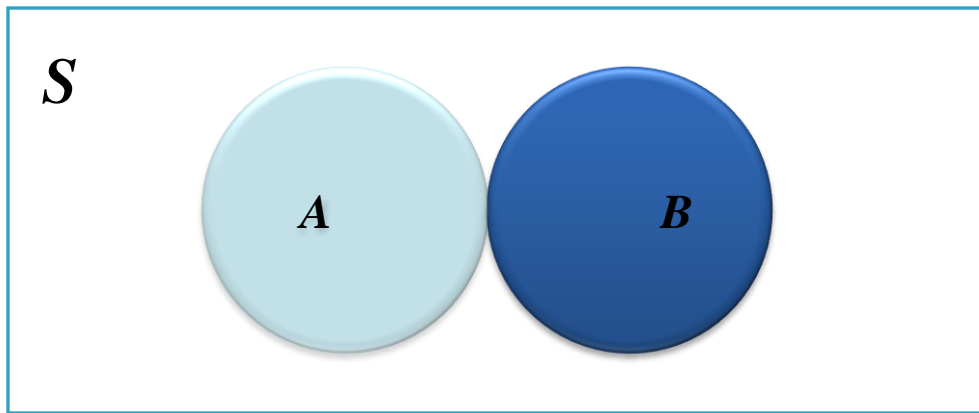


例如 掷一颗均匀的骰子,  $A$  = “出现2点”,  
 $B$  = “出现偶数点” 则  $A \subset B$ .

# 事件的相等



$$(2) \quad A=B \iff \begin{cases} A \subset B, \\ B \subset A. \end{cases}$$



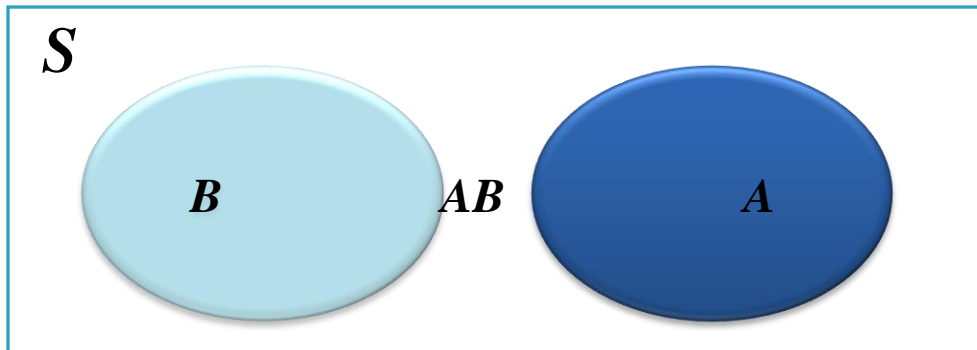
# 事件的积（交）



(3)  $A \cap B$ : 事件 $A$ 与 $B$ 同时发生, 简记 $AB$ .

◆ 推广:  $\bigcap_{i=1}^n A_i = A_1 A_2 \cdots A_n$ : 事件  $A_1, A_2, \cdots, A_n$  同时发生.

$\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 A_2 \cdots$  事件  $A_1, A_2, \cdots$  同时发生.

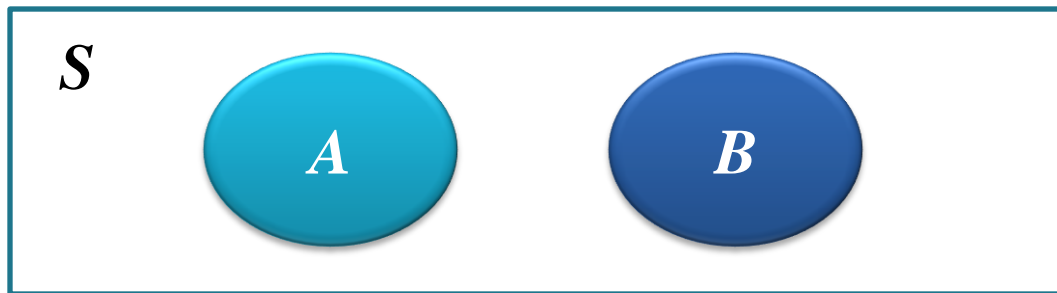


## 互不相容事件（互斥事件）



(4)  $AB = \emptyset$ :  $A$ 与 $B$ 不能同时发生.

◆推广:  $n$ 个事件  $A_1, A_2, \dots, A_n$  互斥的充分必要条件是任两个事件互斥.



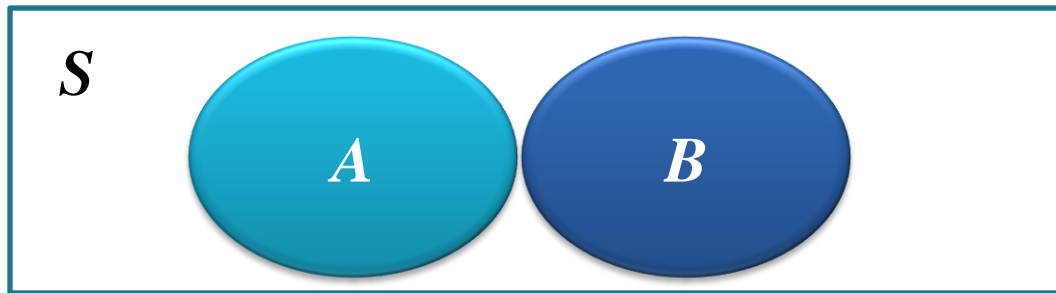
## 事件的和（并）

(5)  $A \cup B$ : 事件 $A$ 与 $B$ 至少有一个发生,

当  $AB = \emptyset$ :  $A \cup B = A + B$ .

◆ 推广:  $\bigcup_{i=1}^n A_i = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ : 事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$   
至少有一个发生.

$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \cdots$ : 事件 $A_1, A_2, \dots$  至少有一个发生.



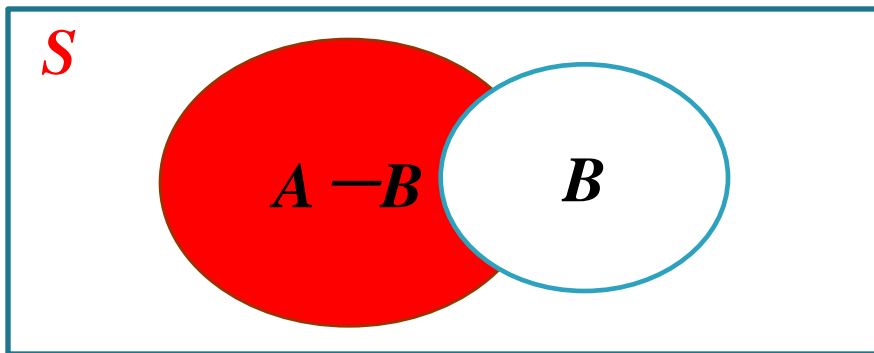
## 事件的差

(6)  $A - B$ :  $A$ 发生而 $B$ 不发生.

$$A - B = A - AB = A\bar{B} = A \cup B - B.$$

对任意事件 $A$ ,

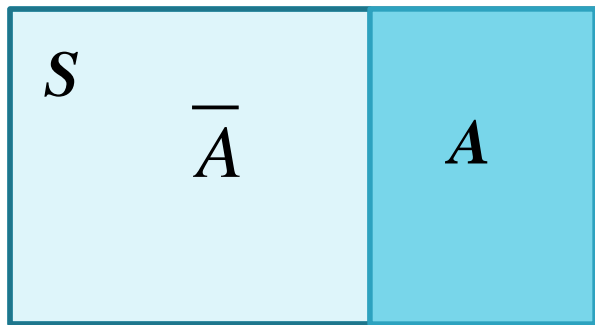
$$A - A = \emptyset, A - S = \emptyset, A - \emptyset = A.$$



## 对立事件（逆事件）

(7)  $\bar{A}$ : 由A不发生所构成的事件.

$$A\bar{A} = \emptyset, A + \bar{A} = S, \overline{\bar{A}} = A.$$



例如  $A$  = “出现奇数点”  $B$  = “出现偶数点”

则  $AB = \emptyset, A + B = S.$





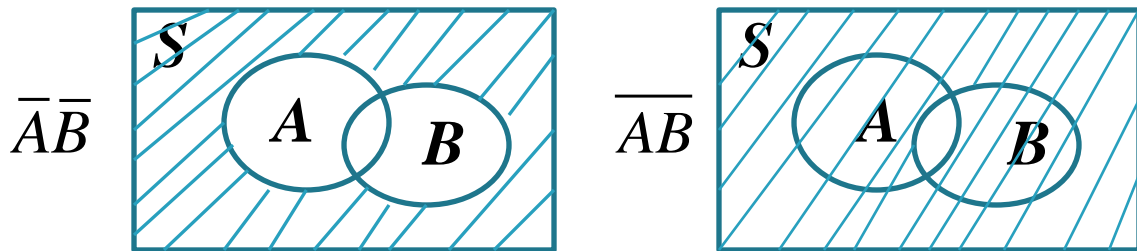
**例1**  $A$  = “甲获奖”， $B$  = “乙获奖” 则

“甲、乙都获奖” =  $AB$ ,

“甲、乙至少有一个获奖” =  $A \cup B$ ,

“甲、乙都没获奖” =  $\bar{A}\bar{B} = \overline{A \cup B}$ ,

“甲、乙至少有一人没获奖” =  $\bar{A} \cup \bar{B} = \overline{AB}$ .



$$\overline{AB} = \bar{A}\bar{B} + A\bar{B} + \bar{A}B.$$

# 事件的运算性质

交换率:  $A \cup B = B \cup A$ ,  $AB = BA$ ;

结合率:  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ ,  $(AB)C = A(BC)$ ;

分配率:  $(A \cup B)C = (AC) \cup (BC)$ ,  
 $(AB) \cup C = (A \cup C)(B \cup C)$ ;

对偶原则（德—摩根律）：

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \bar{B}, \quad \overline{AB} = \bar{A} \cup \bar{B}.$$

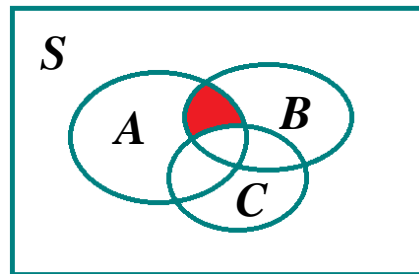
$$\overline{\bigcup_{i=1}^n A_i} = \bigcap_{i=1}^n \bar{A}_i = \bar{A}_1 \bar{A}_2 \cdots \bar{A}_n, \quad \overline{\bigcap_{i=1}^n A_i} = \bigcup_{i=1}^n \bar{A}_i = \bar{A}_1 \cup \cdots \cup \bar{A}_n.$$

**例2**  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 是随机试验的三个事件，

试用 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 表示下列事件：

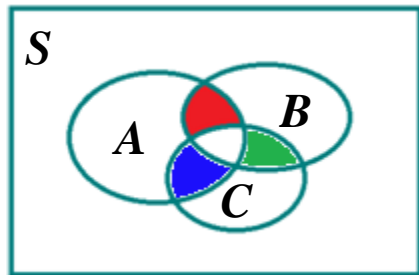
(1)  $A$ 与 $B$ 发生， $C$ 不发生

$$A\bar{B}\bar{C} = AB - C = AB - ABC.$$



(2)  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 中恰好发生两个；

$$A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C.$$

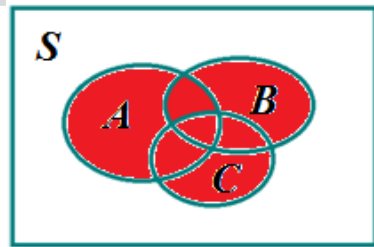


(3)  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 中至少有一个发生;

$$A \cup B \cup C$$

$$= A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}C + \bar{A}BC + A\bar{B}C + ABC$$

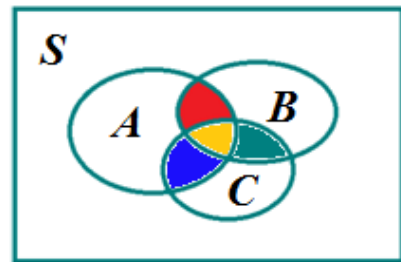
$$= \overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}}.$$



(4)  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 中至少有两个发生;

$$AB \cup AC \cup BC$$

$$= A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + ABC.$$





(5)  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 中有不多于一个事件发生;

$$\overline{\overline{A}BC} + \overline{\overline{A}B\overline{C}} + \overline{\overline{A}\overline{B}C} + \overline{\overline{A}\overline{B}\overline{C}} = \overline{AB \cup AC \cup BC},$$

(6)  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 中有不多于两个事件发生.

$$\begin{aligned} &\overline{\overline{A}BC} + \overline{\overline{A}B\overline{C}} + \overline{\overline{A}\overline{B}C} + \overline{\overline{A}\overline{B}\overline{C}} + \overline{A\overline{B}C} + \overline{A\overline{B}\overline{C}} + \overline{A\overline{B}C} \\ &= \overline{ABC} = \overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C}. \end{aligned}$$



谢 谢！