



哈爾濱工業大學

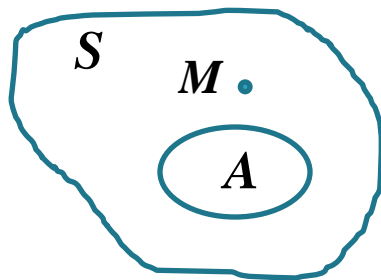
第4讲 几何概率



几何概率

定义 向一区域 S (可以是直线区域、平面区域或空间区域) 中**掷一质点 M** , 若 M 必落在 S 内, 且落在 S 内任何区域 A 上的可能性只与 A 的度量 (如长度, 面积, ...) 成正比, 而与 A 的位置和形状无关, 则这个试验称为**几何概型**试验; 定义 M 落在 A 中的概率 $P(A)$ 为

$$P(A) = \frac{A \text{ 几何度量}}{S \text{ 几何度量}} = \frac{L(A)}{L(S)}$$



几何概率



■ 特点：样本空间满足

{ 有无穷多个样本点—无限性,
每个样本点发生的可能性相等—等可能性.

几何概率的计算



例1（约会问题）甲、乙两人约定在0点到1点之间在某处会面，并约定先到者应等候另一个人15分钟，过时即可离去，求两人能会面的概率。

解设 A =“两人能会面”，以 x, y 分别表示甲乙两人到达约会地点的时间，则

$$S = \{ (x, y) \mid 0 \leq x \leq 60, 0 \leq y \leq 60 \},$$

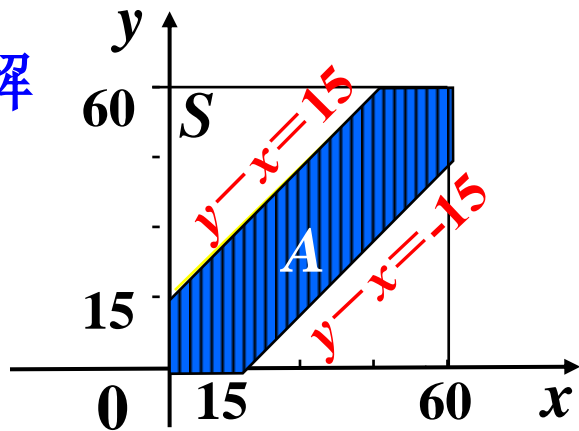
$$A = \{ (x, y) \mid |x - y| \leq 15, 0 \leq x \leq 60, 0 \leq y \leq 60 \},$$

几何概率的计算



例1（约会问题）甲、乙两人约定在0点到1点之间在某处会面，并约定先到者应等候另一个人15分钟，过时即可离去，求两人能会面的概率.

解



$$\begin{aligned} P(A) &= \frac{S_A}{S} \\ &= \frac{60^2 - 45^2}{60^2} = \frac{7}{16}. \end{aligned}$$

几何概率的计算

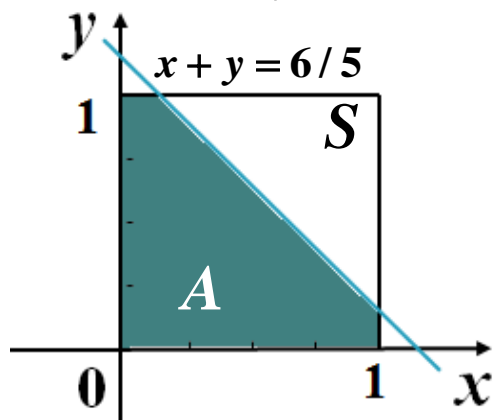


例2 在区间 $(0, 1)$ 中随机地取两个数，求两数之和小于 $6/5$ 的概率.

解 设两数分别为 x, y 则 $S = \{(x, y) | 0 < x < 1, 0 < y < 1\}$

令 $A = \text{“两数之和小于 } 6/5\text{”}$

$$= \{x + y < 6/5, x \in S, y \in S\}$$



$$P(A) = \frac{S_A}{S}$$

$$= \frac{1^2 - (1 - 1/5)^2}{2} / 1^2$$

$$= 17/25.$$

几何概率的性质



(1) $0 \leq P(A) \leq 1$;

(2) $P(S)=1$;

(3) 若 A_1, A_2, \dots, A_n 互斥, 则:

$$\begin{aligned} &P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) \\ &= P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) \end{aligned}$$

古典概率的其它性质对几何概率也同样成立.



谢 谢！