方阵的行列式

定义:由方阵A所构成的行列式称为方阵的行列式,记为

$$|A| 或 \det A$$

例

$$A=\begin{pmatrix}1&2&0\\1&0&8\\2&0&0\end{pmatrix},\qquad B=\begin{pmatrix}1&3&4\\2&6&8\\1&3&7\end{pmatrix}.$$

$$|A|=\left|\begin{pmatrix}1&2&0\\1&0&8\\2&0&0\end{pmatrix}\right|=\begin{vmatrix}1&2&0\\1&0&8\\2&0&0\end{vmatrix}$$

$$=32.$$

$$|B|=0.$$

这种现象奇怪吗?

定义:若方阵的行列式不为零,则称方阵为非奇异方阵,否则称为奇异方阵.

思考

你能举一些非奇异和奇异矩阵的例子吗?

***n*阶方阵**

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

的行列式为

$$\det A=|A|=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

由方阵A所确定的行列式作为一种运算除具有一般的行列式的性质外，还有如下性质：

设A, B均为n阶方阵，k为常数，则有：

$$|kA| = k^n |A|,$$

$$|AB| = |A||B|.$$

请特别注意这一性质,如果不是同阶方阵结果不成立.

$|A_{m\times n}B_{n\times m}| = |\cancel{A_{m\times n}}||\cancel{B_{n\times m}}|$成立吗???

不成立!

练习

证明 奇数阶反对称阵的行列式为零.

$$\begin{vmatrix} 0 & 2 & -8 \\ -2 & 0 & 6 \\ 8 & -6 & 0 \end{vmatrix} = ?$$

0

由方阵A所确定的行列式作为一种运算除具有一般的行列式的性质外，还有如下性质：

设A, B均为n阶方阵，k为常数，则有：

$$|kA| = k^n |A|,$$

$$|AB| = |A||B|.$$

请特别注意这一性质,如果不是同阶方阵结果不成立.

$$|A_{m\times n} B_{n\times m}| = |\cancel{A_{m\times n}}||\cancel{B_{n\times m}}|$$ 成立吗???

不成立!