

几种特殊的矩阵

1. 方阵 当 $m=n$ 时，即矩阵的行数与列数相同时，称矩阵为方阵。

$$A_{n \times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

主对角线

主对角线上的元素有什么特征？

$$A_{n \times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$



问题

不是方阵能有主对角线吗？

斜对角线

$$A_{n \times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1(n-1)} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2(n-1)} & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{(n-1)1} & a_{(n-1)2} & \cdots & a_{(n-1)(n-1)} & a_{(n-1)n} \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{n(n-1)} & a_{nn} \end{pmatrix}$$

斜对角线上的元素有什么特征？

斜对角线



问题

不是方阵能有斜对角线吗？

几种特殊的矩阵

2. 零矩阵

想一下零矩阵是什么样子的？

$$\mathbf{O}_{m \times n} = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}.$$

几种特殊的矩阵

3.对角矩阵 想一下对角矩阵首先要有有什么？

首先得有对角线， 所以必须是方阵。

$$\Lambda = \begin{pmatrix} a_{11} & & \\ & \ddots & \\ & & a_{nn} \end{pmatrix}$$

其它没写出的元素都是零。

几种特殊的矩阵

若对角线上的元素都是1，就得到又一个特殊的矩阵：

$$E_n = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \end{pmatrix}$$

这个矩阵称作单位矩阵，记作

几种特殊的矩阵

若对角线上的元素是相同的数 k ，得到的特殊矩阵为：

$$\begin{pmatrix} k & & & \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & & k \end{pmatrix}$$

这个矩阵称作数量矩阵。



问题

对角阵、单位阵、数量阵的相同点是什么？

几种特殊的矩阵

6.
$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & a_{nn} \end{pmatrix}$$

上三角阵

给这两个矩阵取名字吧！

$$\begin{pmatrix} a_{11} & & & \\ a_{21} & a_{22} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

下三角阵

统称为三角阵

几种特殊的矩阵

7. 梯形阵

设 $A = (a_{ij})_{m \times n}$ 为非零矩阵，若非零行（即至少有一个非零元素的行）全在零行的上面， A 中各非零行中第一个（最后一个）非零元素前（后）面零元素的个数随行数增大而增多（减少），则称为上（下）梯形矩阵。简称为上（下）梯形阵。

它们统称为梯形阵。

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 7 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 & 0 & 12 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -9 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

它们是梯形阵吗? 不是!

请记住梯形阵的特点,尊重梯形阵的定义.