UniCT – DMI

Fisica (9 CFU)

Descrivere e comprendere i fenomeni che si svolgono in Natura

ANNO ACCADEMICO

2020/21

Note: Incompleto e Non Revisionato

Autori:

Alessio Tudisco / Luigi Seminara

Sommario

Introduzione alla Fisica

Cos'è la Fisica

La fisica è la scienza che si propone di descrivere e comprendere i fenomeni che avvengono in natura, ovvero scoprire le regole dell'universo in cui viviamo. Non è un insieme di conoscenze complete e immutabili, cresce e continua a cambiare grazie alle continue ricerche e scoperte.

Il metodo sperimentale

L'osservazione, il ragionamento e l'esperimento sono le fondamenta del metodo sperimentale, grazie al quale formuliamo *leggi fisiche*, spesso espresse da *formule matematiche.* Le leggi che regolano un certo gruppo di fenomeni vengono spesso riunite in una *teoria*.

Molti fenomeni che accadono in natura ci colpiscono direttamente attraverso i nostri sensi, i quali introducono un carattere soggettivo nel metodo sperimentale. Per questo motivo l'operatore fa uso di *strumenti*, capaci di rilevare anche quei fenomeni non percepiti dai nostri sensi, che permette di acquisire un carattere oggettivo e quantitativo.

Il metodo induttivo

Il metodo induttivo consiste nell'osservare un fenomeno e nel ricavare da tali osservazioni le *leggi generali* che regolano tutti i fenomeni dello stesso tipo.

Il metodo deduttivo

Il metodo deduttivo consiste nell'utilizzare strumenti matematici che a partire da una *teoria* ci permettono di derivare nuove leggi e quindi scoprire nuovi fenomeni.

Definizione di Grandezza Fisica

Una grandezza fisica è una qualunque ente sottoponibile a misura. È definita quando viene stabilito un procedimento per misurarla, ovvero un insieme di norme atte a misurare tale grandezza e ad assegnarle una unità di misura.

Il Processo di Misurazione di una Grandezza Fisica

Per la misurazione di una grandezza fisica è necessario assegnarle un'unità di misura e definire un campione dell'unità di misura.

Tipologie di misurazione

- Misurazione diretta: consiste nella misurazione tramite il campione della grandezza fisica che ci permette di ottenere direttamente la misura;
- Misurazione indiretta: consiste nella misurazione attraverso le relazioni matematiche che legano le diverse grandezze fisiche, come la velocità data dal rapporto fra lo spazio e il tempo;
- Misurazione mediante apparecchi tarati: si utilizza uno strumento tarato capace di misurare la grandezza fisica;

Errori nella misurazione

In una misurazione scientifica il termine *errore* indica *l'inevitabile incertezza che è presente in tutte le misure*, non esiste misurazione priva di errori. Essendo l'errore inevitabile, è necessario tentare di minimizzare l'errore quanto più possibile.

Le principali cause di errore in una misura sono:

- Lo strumento, la cui sensibilità potrebbe essere non adeguata alla misura in esame;
- La tecnica di misura, come ad esempio errori di lettura;
- L'influenza di grandezze divere da quella da misurare ma a cui lo strumento è sensibile;

Tipologia di errori nella misurazione

- *Errori sistematici*: dovuti a difetti costruttivi o di taratura degli strumenti e di campioni oppure a irregolarità da parte dell'operatore durante il metodo sperimentale. Sono errori difficilmente scopribili ma si presentano sempre nello stesso segno e nella stessa entità, possono essere minimizzati usando strumenti o operatori diversi;
- *Errori accidentali*: errori dovuti a cause casuali, non sono determinabili a priori ma si possono studiare mediante la *teoria degli errori*;

Rappresentazione di una misura con errore

Dato che ogni misura effettuata presenterà inevitabilmente un errore, al fine di rappresentare tale misurazione si è definita la seguente rappresentazione:

$$valore \pm errore\ (unità\ di\ misura)$$

Si denoti che una *misura* non è un *valore numerico*, ma un *intervallo di incertezza in cui ricade la misura*.

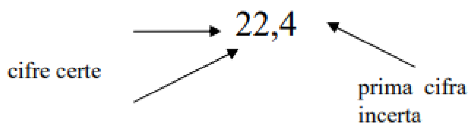
Approssimazione di una misurazione

Fatta una misurazione, una possibile domanda potrebbe essere con quante cifre bisogna dare il risultato. Per rispondere a tale problema di definiscono le cifre significative.

Cifre significative e regole per i calcoli

Il *numero di cifre significative* di una misura è dato da tutte le *cifre certe* e dalla *prima cifra incerta*, quest'ultima è quella su cui *ricade l'incertezza di misura*.

Esempio: Se effettuo la misura con un cronometro avente la sensibilità di $0,2\ s$, allora un tempo di $22,4\ s$ ha 3 cifre significative.



Il numero di cifre significative di una misura è strettamente legato alla sensibilità dello strumento con cui è stata effettuata la misura, non si può fornire un risultato con un numero di cifre significative che rappresenti una sensibilità maggiore di quella dello strumento.

Esempio: Non avrebbe alcun significato una scrittura del tipo $22,41\ s$, poiché la cifra 1 non è compatibile con lo strumento utilizzato.

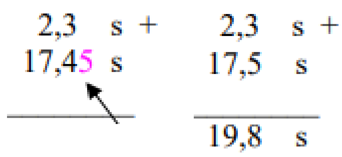
Individuare il numero di cifre significative

Per individuare il numero di cifre significative di una misura si seguono le seguenti regole:

- Gli zeri che compaiono prima della prima cifra diversa da zero non sono cifre significative;
  - *Esempio:* $0,00043s$ ha 2 cifre significative;
- Compatibilmente con la sensibilità dello strumento, gli zeri che compaiono dopo le cifre diverse da zero o compresi fra esse sono significativi:
  - *Esempio*: $30,0\ cm$ ha 3 cifre significative;
- Le misure che provengono da un conteggio si dice che hanno *infinite cifre significative*;
  - *Esempio*: affermare che ci sono 10 macchine in un parcheggio è una misura a infinite cifre significative;

Operazioni con le cifre significative

- Quando si esegue la somma o differenza fra grandezze omogenee (dello stesso tipo), il risultato non può avere un numero di cifre significative dopo la virgola decimale maggiore di quello avente meno cifre significative dopo la virgola decimale;
  - *Esempio*: In questa somma le due misure sono state effettuate con 2 strumenti aventi sensibilità diversa, il risultato dovrà essere compatibile con la misura meno precisa. Per fare ciò si può effettuare un arrotondamento dell'operando e poi si effettua l'operazione;



- Quando si esegue la moltiplicazione, divisione o estrazione di radice fra grandezze, anche non omogenee, il risultato non può avere un numero di cifre significative maggiore di quello avente meno cifre significative;
  - *Esempio*: il risultato dipende dalla misura meno precisa. Si procede eseguendo l'operazione fra le misure senza effettuare arrotondamento e successivamente si arrotonda il risultato;

Cifre significative nella rappresentazione con errori

Quando si effettuano delle misure, l'errore viene sempre indicato con *una sola cifra significativa*. Nella risoluzione dei problemi di fisica, il *valore attendibile* viene riportato allo stesso numero di cifre decimali dell'errore.

Notazione Scientifica (Soluzione all'ambiguità delle cifre significative)

Quando viene fornito un risultato e non si conosce lo strumento di misura, la presenza di zeri può causare un'ambiguità per quanto riguardo il numero di cifre significative, poiché quest'ultimo non può dipendere dall'unità di misura.

Esempio: $R_T = 6380000\ m = 6380\ Km \rightarrow 7\ o\ 4\ cifre\ significative?$

Per risolvere a tale problema è pratica comune l'utilizzo della *notazione scientifica*, usando un sistema basato sulle potenze del 10, per indicare il numero di cifre significative.

Per il conteggio delle cifre significative si considerano cifre significative solo le cifre del coefficiente numerico che precede le potenze del dieci.

Esempio: $R_T = 6{,}38 * 10^6 m = 6{,}38 * 10^3 Km \rightarrow 3\ cifre\ significative$

Arrotondamento dei dati

Per l'arrotondamento dei dati si definiscono le seguenti operazioni:

- *Troncamento*, in cui si scartano le quantità che si trovano oltre una posizione decisa a priori;
  - *Esempio:* $14{,}36\ troncato\ alla\ 1^a\ cifra\ decimale \rightarrow 14{,}3$;
- *Arrotondamento,* in cui si arrotonda il numero in una posizione decisa a priori al numero più vicino seguendo le seguenti regole:
  - Se la cifra successiva è maggiore di 5, allora si arrotonda per *eccesso*: $5{,}6\ arrotondato \rightarrow\ 6$;
  - Se la cifra successiva è minore di 5, allora si arrotonda per *difetto*: $5{,}3\ arrotondato \rightarrow\ 5$;
  - Se la cifra successiva è pari a 5, si pone la cifra che precede il 5 uguale al numero pari più prossimo;
    - Questa tecnica in campo scientifico aiuta a minimizzare gli errori cumulativi di arrotondamento;

Grandezze fisiche fondamentali e Sistema Internazionale

Tutte le grandezze fisiche si possono esprimere mediante le sole grandezze fisiche definibili indipendentemente l'una dalle altre, quest'ultime prendono il nome di *grandezze fisiche fondamentali* e il loro insieme prende il nome di *sistema razionale di grandezze fondamentali*. Il *Sistema Internazionale (SI)* comprende le grandezze fisiche per esprimere i fenomeni meccanici, termici ed elettromagnetici:

Grandezza Fisica Fondamentale	Unità di misura
$\boldsymbol{Lunghezza}\ [\boldsymbol{L}]$	$metro\ (m)$
$\boldsymbol{Massa}\ [\boldsymbol{M}]$	$chilogrammo\ (kg)$
$\boldsymbol{Tempo}\ [\boldsymbol{T}]$	$secondo\ (s)$
$\boldsymbol{Intensit}$à $\boldsymbol{di\ Corrente}\ [\boldsymbol{I}]$	$ampere\ (A)$
$\boldsymbol{Temperatura}\ [\boldsymbol{\Theta}]$	$kelvin\ (K)$
$\boldsymbol{Intensit}$à $\boldsymbol{Luminosa}\ [\boldsymbol{J}]$	$candele\ (cd)$
$\boldsymbol{Quantit}$à $\boldsymbol{di\ materiale}\ [\boldsymbol{N}]$	$mole\ (mol)$

Nota:

- Il sistema di unità di misura che misura L, M, T in $m, kg\ e\ s$ è detto *sistema MKS*;
- Il sistema di unità di misura che misura L, M, T in $cm, g\ e\ s$ è detto *sistema CGS o Gauss*;

Potenze in base 10 delle unità di misura

Alcune grandezze si esprimono spesso in unità di misura troppo grandi o troppo piccole per la misurazione in esame. Per questo motivo si semplificano le espressioni formali e i calcoli utilizzando la *notazione scientifica*, per un fattore che è una potenza del dieci:

Potenza	Prefisso	Abbreviazione
$\mathbf{10^{18}}$	exa	E
$\mathbf{10^{15}}$	$peta$	P

10^{12}	$tera$	T
10^{9}	$giga$	G
10^{6}	$mega$	M
10^{3}	$kilo$	k
10^{-2}	$centi$	c
10^{-3}	$milli$	m
10^{-6}	$micro$	μ
10^{-9}	$nano$	n
10^{-12}	$pico$	p
10^{-15}	$femto$	f
10^{-18}	$atto$	a

Equazioni Dimensionali

Definite le grandezze fondamentali, ogni altra grandezza può essere espressa in funzione di esse. *L'equazione dimensionale* è un utile strumento per rappresentare il legame funzionale tra una qualunque grandezza X e quelle fondamentali $(L, M, T, \ldots)$, si utilizza il seguente simbolismo:

$$[X] = [L^p\ M^q\ T^r]$$

In cui p, q, r sono gli esponenti con cui compaiono le grandezze fondamentali nell'equazione che definisce la grandezza X.

Nell'equazione dimensionale è possibile sostituire ad ogni grandezza fisica le corrispondenti unità di misura, trasformando l'equazione in una equazione algebrica fra le unità di misura e permettendo così un cosiddetto *controllo dimensionale* al fine di verificare la *validità, ma non la correttezza,* della *formula fisica*.

Inoltre è possibile definire un'unità di misura derivata con il quale esprimere più facilmente una grandezza fisica.

Grandezze Fisiche Derivate

Grandezze Fisica Derivata	Unità di misura Derivata
$\boldsymbol{Area}\ [\boldsymbol{A}]$	$metro\ quadro: m^2$
$\boldsymbol{Volume}\ [\boldsymbol{V}]$	$metro\ cubo: m^3$
$\boldsymbol{Velocit}$à $[\boldsymbol{v}]$	$metro\ al\ secondo: \frac{m}{s} = m * s^{-1}$
$\boldsymbol{Accelerazione}\ [\boldsymbol{a}]$	$metro\ al\ secondo\ quadro: \frac{m}{s^2} = m * s^{-2}$
$\boldsymbol{Forza}\ [\boldsymbol{F}]$	$newton: N = \frac{kg * m}{s^2}$
$\boldsymbol{Lavoro, energia, calore}$ $[\boldsymbol{L, E, C}]$	$joule: J = \frac{kg * m^2}{s^2}$
$\boldsymbol{Potenza}\ [\boldsymbol{P}]$	$watt:\ W = \frac{kg * m^2}{s^3}$
$\boldsymbol{Frequenza}\ [\boldsymbol{f}]$	$hertz: Hz = s^{-1}$
$\boldsymbol{Densit}$à $[\boldsymbol{\rho}]$	$chilogrammo\ al\ metro\ cubo: \frac{kg}{m^3}$
$\boldsymbol{Carica\ elettrica}\ [\boldsymbol{q}]$	$coulomb: C = A * s$
$\boldsymbol{Tensione\ elettrica}\ [\boldsymbol{E}]$	$volt: V = \frac{kg * m^2}{A * s^3}$

Resistenza $[\boldsymbol{R}]$	$ohm: \Omega = \dfrac{kg * m^2}{A^2 * s^3}$

Vettori

Grandezza Scalare vs Grandezza Scalare

Supponiamo di ricevere le seguenti misure:

- L'acqua ha una temperatura di $20°C$;
- La macchina si è spostata di $500m$;

Nel primo caso la misura non richiede ulteriori informazioni, infatti una *grandezza scalare* è descritta da un *numero e dall'unità di misura*. Nel secondo caso invece le informazioni fornite sono insufficienti in quando per descrivere una *grandezza vettoriale* è necessario definire:

- *il modulo:* rappresenta la lunghezza del segmento;
- *il verso:* rappresenta il verso che si ha da un estremo all'altro;
- *la direzione*: rappresenta la direzione della retta passante per gli estremi del segmento;
- *punto di origine e punto di fine, rappresentanti gli estremi del segmento*;

Notazione Vettoriale per le Grandezze Vettoriali

Data una grandezza vettoriale si definisce:

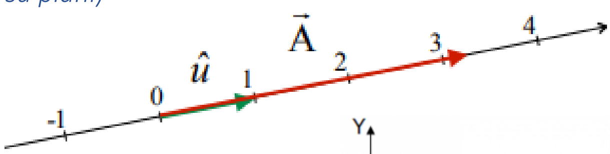
$$\vec{v} \equiv vettore, \qquad |\vec{v}| \ o \ v \equiv modulo \ del \ vettore$$

Grazie alla notazione vettoriale si hanno i seguenti vantaggi:

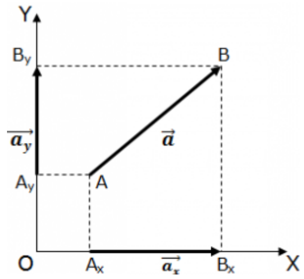
- La formalizzazione delle leggi fisiche in forma vettoriale è indipendente dal sistema di assi coordinati, ovvero è invariante per traslazione e/o rotazione delle coordinate;
- Il simbolismo vettoriale è coinciso: ci permette di ottenere leggi fisiche con un aspetto semplice e chiaro, il quale viene meno quando vengono espresse relativamente ad un particolare sistema di coordinate;

Componenti di un vettore (Versore, componenti e rappresentazione su piani)

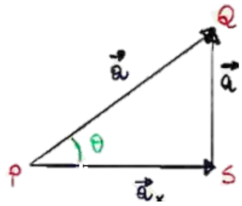
Dato un vettore $\vec{a}$ si definisce *versore* $\hat{u}$ di $\vec{a}$ un segmento orientato di lunghezza unitaria, nella stessa direzione della retta e con verso concorde tale che: $\vec{a} = a * \hat{u}$ dove $a \equiv |\vec{a}|$.



Dato un vettore $\vec{a}$ su un piano cartesiano, è possibile definire le sue proiezioni $\vec{a}_x$ e $\vec{a}_y$ rispettivamente sull'asse delle $x \ e \ y$. Definite le proiezioni è possibile affermare che:

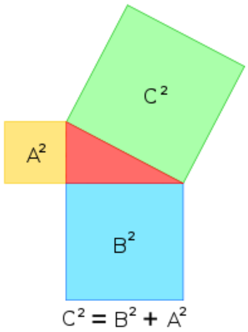


- Il vettore $\vec{a}$ è definibile come la somma, vettoriale, delle due proiezioni:
$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y \rightarrow \ \vec{a}_x \ e \ \vec{a}_y \ sono \ i \ vettori \ componenti \ di \ \vec{a}$$
- Definendo i versori degli assi $\hat{x} \ e \ \hat{y}$, il vettore $\vec{a}$ è definito come:
$$\vec{a} = a_x * \hat{x} + a_y * \hat{y} \rightarrow a_x \ e \ a_y \in \mathbb{R} \ \ sono \ le \ componenti \ scalari \ di \ \vec{a}$$
  - In genere, date n direzioni il vettore è *univocamente determinato da n numeri*;
  - Il segno delle componenti rispetto a quello dei versori descrive il verso del vettore;
- Le proiezioni costituiscono i due lati di un triangolo rettangolo, possiamo applicare il *teorema di Pitagora*:
  - Ricordando che $a = |\vec{a}| \equiv modulo \ di \ \vec{a}$;
    - $a_x = a * \cos{(\theta)}, \ a_y = a * \sin{(\theta)}$;
    - $tan(\theta) = \frac{a_y}{a_x} \rightarrow \quad \theta = \tan^{-1}(\frac{a_y}{a_x})$;
  - il modulo del vettore $\vec{a}$: $a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$;



Proprietà e operazioni dei vettori

Per i vettori definiti nello spazio euclideo valgono i principi della geometria euclidea:



- Lo spazio è piatto, ovvero è omogeneo e isotropo (invariante per traslazione e rotazione);
- Per due punti passa una ed una sola retta;
- La minima distanza fra due punti è data dal segmento di retta che li congiunge;
- Vale il teorema di Pitagora: *in un triangolo rettangolo l'area del quadrato costruito sull'ipotenusa è uguale alla somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti;*

Questi principi ci permettono di esprimere delle unicità riguardanti i vettori:

- Unicità del confronto fra vettori definiti in punti diversi;
- Unicità della somma;

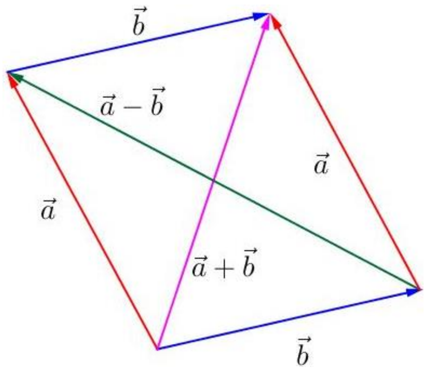
Confronto (Uguaglianza) fra vettori

Dati due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ diremo che sono uguali se hanno lo stesso modulo, direzione e verso. Questa proprietà ci permette di traslare un vettore parallelamente a sé stesso in un diagramma senza alterarlo.

Somma e differenza (con vettore opposto) fra vettori

Dato un vettore $\vec{a}$, si definisce il *vettore opposto di* $\vec{a}$ il vettore $-\vec{a}$ avente lo stesso modulo e direzione ma verso opposto.

La somma $\vec{c}$ e la differenza $\vec{d}$ di due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ sono definite mediante la regola del parallelogramma:



$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}, \qquad \vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

- La somma di un vettore con il suo opposto risulta 0: $\vec{a} + (-\vec{a}) = 0$;

La somma di vettori è una somma di grandezze omogenee (dello stesso tipo), inoltre gode della proprietà commutativa e associativa:

$$Prop.\ C \equiv \vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}, \qquad Prop.\ A \equiv \vec{a} + \left(\vec{b} + \vec{c}\right) = \left(\vec{a} + \vec{b}\right) + \vec{c}$$

Per la rappresentazione dei vettori attraverso le componenti e i versori, la somma viene definita come segue:

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x)\hat{x} + \left(a_y + b_y\right)\hat{y}, \qquad |\vec{c}| = \sqrt{c_x^2 + c_y^2} = \sqrt{(a_x + b_x)^2 + \left(a_y + b_y\right)^2}$$

$$\tan(\theta) = \frac{c_y}{c_x} = \frac{a_y + b_y}{a_x + b_x}$$

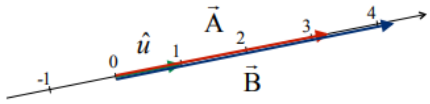
Prodotto vettore per scalare

Siano $\vec{a}$ un vettore e k un numero reale, il *prodotto vettore per scalare* è una grandezza vettoriale definita come:

$$\vec{b} = k * \vec{a}$$

tale che:

- Il modulo di $\vec{b}$ è sempre una quantità positiva ed è definito come: $|\vec{b}| = |k| * |\vec{a}|$;
  - ➢ Sia $\hat{u}$ il versore di $\vec{a}$ allora: $\vec{b} = \hat{u} * (|k| * |\vec{a}|)$;
- Il vettore $\vec{b}$ ha la stessa direzione del vettore $\vec{a}$;
- Se k è positivo il vettore $\vec{b}$ ha lo stesso verso del vettore $\vec{a}$, opposto altrimenti;
- Se $k = 0$ si ottiene il *vettore nullo*;



Il *prodotto vettore per scalare* rispetto alla *somma di vettori* gode della proprietà distributiva:

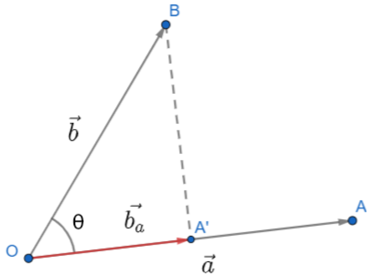
$$Prop.\ D \equiv k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$$

Il prodotto per scalare permette la moltiplicazione fra grandezze scalari e grandezze vettoriali ottenendo come risultato una nuova grandezza vettoriale.

Prodotto scalare fra vettori

Siano $\vec{a}$ e $\vec{b}$ due vettori, il *prodotto scalare fra vettori è* una grandezza scalare definita come:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| * |\vec{b}| * \cos(\theta)$$



tale che:

- L'angolo θ è l'angolo compreso fra i due vettori aventi lo stesso punto di origine;
- Il vettore $\vec{b}_a = |\vec{b}| * \cos(\theta)$ è la proiezione del vettore $\vec{b}$ nella direzione di $\vec{a}$;
- Se i vettori sono paralleli
  - *concordi:* allora $\theta = 0 \rightarrow \cos(\theta) = 1 \rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| * |\vec{b}|$;
  - *discordi:* allora $\theta = \pi \rightarrow \cos(\theta) = -1 = \vec{a} \cdot \vec{b} = -(|\vec{a}| * |\vec{b}|)$;
- Se i vettori sono ortogonali allora $\theta = \frac{\pi}{2}\ o\ \frac{3\pi}{2} \rightarrow \cos(\theta) = 0 = \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$;

Il prodotto scalare fra vettori gode delle proprietà commutativa e distributiva ma non di quella associativa:

$$Prop.\ C \equiv \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}, \qquad Prop. D\ rispetto\ alla\ somma \equiv \vec{c} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = (\vec{c} \cdot \vec{a}) + (\vec{c} \cdot \vec{b})$$

Per la rappresentazione dei vettori attraverso le componenti e i versori, il prodotto scalare fra vettori è definito come:

$$c = \vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x\hat{x} + a_y\hat{y}) \cdot (b_x\hat{x} + b_y\hat{y}) = a_x b_x \hat{x}\hat{x} + \cancel{a_x b_y \hat{x}\hat{y}} + \cancel{a_y b_x \hat{y}\hat{x}} + a_y b_y \hat{y}\hat{y}$$

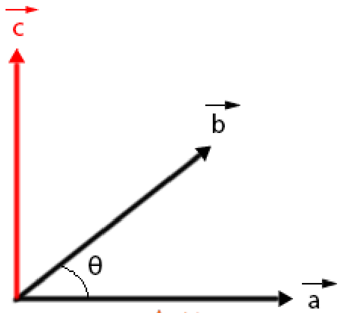
Dato che i versori giacciono rispettivamente lungo le direzioni positive di $x\ e\ y$ di un sistema di coordinate cartesiane ortogonali, possiamo affermare che:

$$\hat{x} * \hat{x} = \hat{y} * \hat{y} = 1, \qquad \hat{x} * \hat{y} = \hat{y} * \hat{x} = 0;$$

Prodotto vettoriale fra vettori

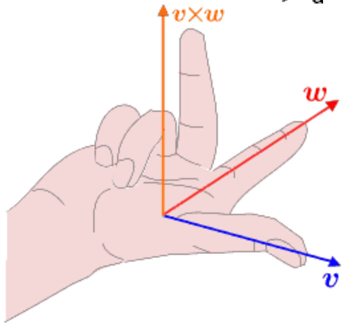
Il prodotto vettoriale fra due vettori è definito come un'operazione:

$$\times: \ \mathbb{R}^3 \wedge \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$$



Che alla coppia ordinata di vettori $(\vec{a}, \vec{b})$ associa il vettore $\vec{a} \times \vec{b}$, tale che:

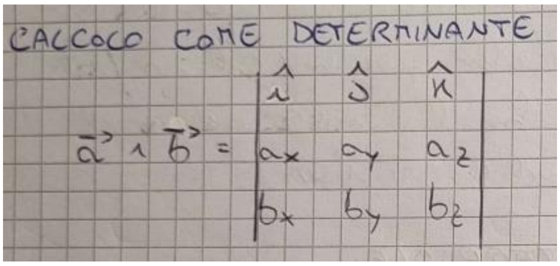
- L'angolo θ è l'angolo compreso fra i due vettori aventi lo stesso punto di origine;
- Il modulo del prodotto vettoriale è $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| * |\vec{b}| * \sin(\theta)$;
- Il prodotto vettoriale risulterà perpendicolare ad $\vec{a}$ e $\vec{b}$;
- La direzione del prodotto vettoriale $\vec{c}$ è la direzione ortogonale al piano che contiene i vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$;
- Il verso è dato dalla regola della mano destra, l'ordine dei vettori è importante;
- Se $\vec{a}$ e $\vec{b}$ sono paralleli allora $\theta = 0\ o\ 180 \rightarrow \sin(\theta) = 0 \rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = 0$ e quindi $\vec{a} \times \vec{b} \equiv vettore\ nullo$;
- Se $\vec{a}$ è perpendicolare a $\vec{b}$ allora $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| * |\vec{b}|$;



Il prodotto vettoriale fra vettori gode delle proprietà anti-commutativa e distributiva ma non di quella associativa:

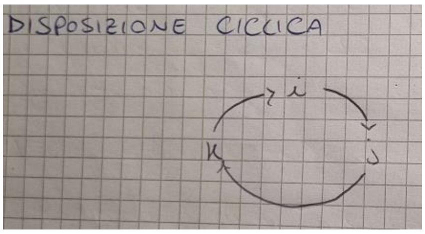
$$Prop.\ AC \equiv \vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}, \qquad Prop. D\ rispetto\ alla\ somma \equiv \vec{c} \times (\vec{a} + \vec{b}) = (\vec{c} \times \vec{a}) + (\vec{c} \times \vec{b})$$

Date le componenti e in versori, il prodotto vettoriale fra vettori è definito come:



$$\begin{aligned}
\vec{a} \times \vec{b} &= \left(a_x\hat{x} + a_y\hat{y} + a_z\hat{z}\right) \times \left(b_x x + b_y\hat{y} + b_z\hat{z}\right) \\
&= \cancel{a_x b_x(\hat{x} \times \hat{x})} + a_x b_y(\hat{x} \times \hat{y}) + a_x b_z(\hat{x} \times \hat{z}) \\
&+ a_y b_x(\hat{y} \times \hat{x}) + \cancel{a_y b_y(\hat{y} \times \hat{y})} + a_y b_z(\hat{y} \times \hat{z}) \\
&+ a_z b_x(\hat{z} \times \hat{x}) + a_z b_y(\hat{z} \times \hat{y}) + \cancel{a_z b_z(\hat{z} \times \hat{z})} \\
&= \left(a_x b_y - a_y b_x\right)\hat{z} + \left(a_y b_z - a_z b_y\right)\hat{x} + \left(a_z b_x - a_x b_z\right)\hat{y}
\end{aligned}$$

Dato che i versori giacciono rispettivamente lungo le direzioni associate agli assi del sistema di riferimento cartesiano in $\mathbb{R}^3$:



$$\begin{aligned}
&\hat{x} \times \hat{x} = \hat{y} \times \hat{y} = \hat{z} \times \hat{z} = 0 \\
&\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}, \qquad \hat{y} \times \hat{z} = \hat{x}, \qquad \hat{z} \times \hat{x} = \hat{y}
\end{aligned}$$

Per un calcolo più rapido è possibile disporre a matrice le componenti scalari dei vettori e moltiplicare i coefficienti seguendo la disposizione ciclica.

Derivata di un vettore

Dato una grandezza vettoriale $\vec{b}$, il vettore $\vec{a}$ è la derivata di $\vec{b}$ rispetto alla grandezza scalare t tale che:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{b}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{b}(t + \Delta t) - \vec{b}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{b}}{dt}$$

Regole generali di derivazione

- *Derivata della somma di vettori:* $\frac{d}{dt}\left(\vec{a} + \vec{b}\right) = \frac{d\vec{a}}{dt} + \frac{d\vec{b}}{dt}$;
- Derivata del prodotto scalare per vettore: $\frac{d}{dt}(m * \vec{v})$:
  - Se m è $costante$: $\frac{d}{dt}(m * \vec{v}) = m * \frac{d\vec{v}}{dt}$;
  - Se m è $non\ costante$: $\frac{d}{dt}(m * \vec{v}) = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m * \frac{d\vec{v}}{dt}$;
- Derivata del prodotto scalare: $\frac{d}{dt}\left(\vec{a} \cdot \vec{b}\right) = \frac{d\vec{a}}{dt} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \frac{d\vec{b}}{dt}$;
- $Derivata\ del\ prodotto\ vettoriale$: $\frac{d}{dt}\left(\vec{a} \times \vec{b}\right) = \frac{d\vec{a}}{dt} \times \vec{b} + \vec{a} \times \frac{d\vec{b}}{dt}$;
- *Vettore infinitesimo*: $d\vec{b} = \left(\frac{d\vec{b}}{dt}\right) * dt \equiv variazione\ infinitesima$;

Variazione finita di un vettore

Dato una grandezza vettoriale $\vec{b}$ dipendente da una *grandezza scalare* t, possiamo calcolare la variazione finita attraverso la derivata*:*

1. Dato $\vec{b}$, definiamo la derivata: $\vec{a} = \frac{d\vec{b}}{dt}$;
2. Definiamo la *variazione infinitesima*: $d\vec{b} = \left(\frac{d\vec{b}}{dt}\right) * dt$;
3. La *variazione finita* è definibile come:

$$\Delta\vec{b} = \int_{\vec{b}_0}^{\vec{b}(t)} d\vec{b} = \int_0^t \left(\frac{d\vec{b}}{dt}\right) * dt = \int_0^t \vec{a} * dt$$

Cinematica

La *dinamica* è la branca della fisica che riguarda lo studio del moto di un oggetto e la relazione fra questo moto ed alcuni concetti fisici quali la forza e la massa.

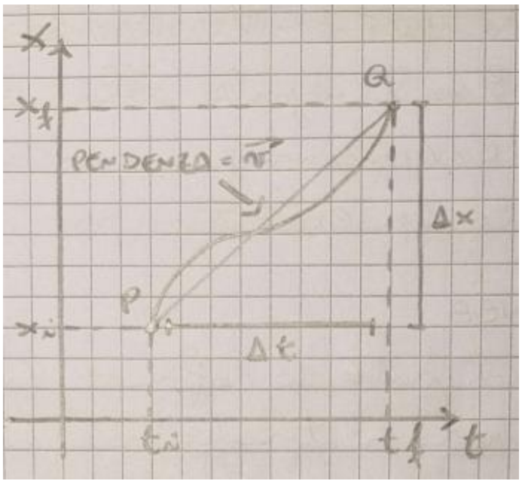
Prima di poter introdurre i concetti della dinamica è necessario descrivere il moto usando i concetti di spazio e tempo, indipendentemente dalle cause del moto. Questa sezione della meccanica è nota come *cinematica*.

In molte situazioni un oggetto può essere trattato come un *punto materiale* se l'unico moto preso in considerazione è quello di traslazione nello spazio.

Velocità Media (Moto unidimensionale)

Il modo di un punto materiale è determinato in maniera completa se la sua posizione è conosciuta istante per istante.

Consideriamo un punto materiale che si muove lungo l'asse x da un punto P ad un punto Q. Sia x_i la sua posizione nel punto P ad un certo tempo t_i e sia x_f la posizione nel punto Q ad un certo tempo t_f. In tempi diversi da $t_i e\ t_f$ la posizione del punto materiale fra i due punti può variare come segue:



Nell'intervallo $\Delta t = t_f - t_i > 0$ lo *spostamento* del punto è definito come $\Delta x = x_f - x_i$, il quale può essere nullo. Usando i versori, lo spostamento è definibile anche come:

$$spostamento \equiv \Delta x = (x_f - x_i)\hat{x}$$

Possiamo caratterizzare la rapidità con cui avviene lo spostamento tramite *la velocità media* del punto materiale, indicata con $\vec{v}_m$ definita come il rapporto fra il vettore spostamento, Δx, e l'intervallo di tempo Δt:

$$velocità\ media\ in\ x \equiv \vec{v}_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(x_f - x_i)\hat{x}}{t_f - f_i}$$

La velocità media non dipende dal particolare percorso che il punto materiale percorre fra $P\ e\ Q$, infatti Δx dipende sono dalle coordinate iniziali e finali. Ciò implica che se il punto materiale parte da un certo punto e ritorna nello stesso punto attraverso un percorso arbitrario, la sua velocità media è nulla poiché il suo spostamento è nullo.

Pertanto la velocità media non ci fornisce alcun dettaglio sul moto ma può essere geometricamente interpretata come la *pendenza* del tratto di retta che congiunge il punto iniziale e quello finale del grafico posizione-tempo.

Velocità Istantanea (Moto unidimensionale)

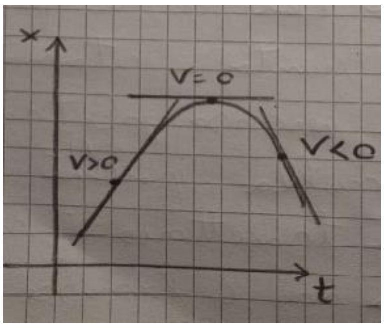
Riprendendo l'esempio precedente, vorremmo essere in grado di definire la velocità di un punto materiale ad un particolare istante di tempo anziché in un intervallo temporale finito.

Per ottenere tale informazione è necessario dividere l'intervallo di tempo Δt in tanti intervalli più piccoli Δt_i e calcolare la velocità media in quelli in modo che lo spostamento totale possa essere definito come:

$$\Delta x = \sum_i \Delta x_i = \sum_i \vec{v}_{mi}\Delta t\,; \quad dove\ \vec{v}_{mi} = \frac{\Delta x_i}{\Delta t_i}$$

La velocità di un punto materiale ad un istante arbitrario di tempo, ovvero un generico punto del grafico posizione-tempo, è detta *velocità istantanea*. Tale concetto è assai importante quando la *velocità media* in differenti intervalli di tempo *non è costante*.

La velocità istantanea, indicata con $\vec{v}_x$, è definita come il valore al limite del rapporto $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ quando Δt tende a 0:



$$velocità\ istantanea \equiv \vec{v}_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{d\vec{x}}{dt}$$

La velocità istantanea è quindi la derivata del vettore posizione, $\vec{x}$ rispetto al tempo e può essere positiva, negativa o nulla. Matematicamente rappresenta il coefficiente angolare della retta tangente al grafico *posizione-tempo* nell'istante t scelto.

Lo spostamento è quindi definibile come l'integrale degli spostamenti infinitesimi:

$$\Delta x = \sum_i \Delta x_i = \sum_i \vec{v}_{mi}\Delta t \to \int_{t_1}^{t_2} \vec{v}(t)dt$$

Si definisce inoltre *rapidità istantanea di spostamento* di un punto materiale il *modulo* del vettore della velocità istantanea e, poiché il modulo è sempre una quantità positiva o nulla, la rapidità non può essere negativa.

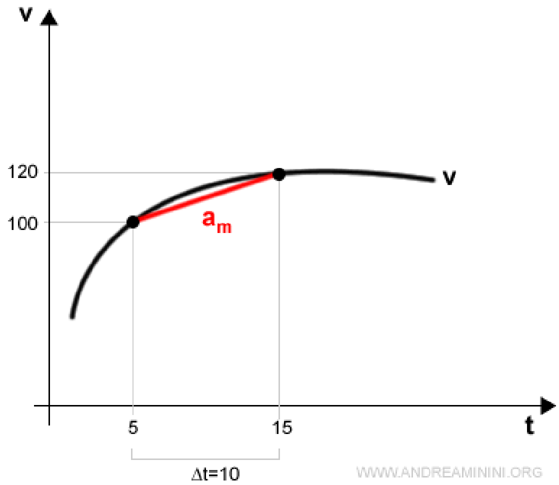
Accelerazione media (Moto unidimensionale)

Quando la velocità di un punto materiale varia nel tempo, si dice che il punto è *accelerato*.

Supponiamo che un punto in un moto lungo l'asse x abbia velocità istantanea $\vec{v}_{xi}$ all'istante t_1 e velocità istantanea $\vec{v}_{xf}$ all'istante t_f. L'*accelerazione media* di un punto materiale nell'intervallo di tempo $\Delta t = t_f - t_i$ è definita come il rapporto $\frac{\Delta \vec{v}_x}{\Delta t}$, in cui $\Delta \vec{v}_x = \vec{v}_{xf} - \vec{v}_{xi}$ è la *variazione di velocità* nell'intervallo di tempo:

$$accelerazione\ media \equiv \vec{a}_m = \frac{\vec{v}_{xf} - \vec{v}_{xi}}{t_f - t_i} = \frac{\Delta \vec{v}_x}{\Delta t} \to [accelerazione] = [L\,T^{-2}]$$

L'accelerazione media è una grandezza vettoriale, espressa da una lunghezza al tempo al quadrato.



Così come per la velocità media, l'accelerazione media potrebbe non essere costante e variare in differenti intervalli. Altresì, si definisce l'*accelerazione istantanea* come il limite dell'accelerazione media quando Δt tende a 0:

$$accelerazione\ istantanea\ \vec{a}_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}_x}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}_x}{dt}$$

L'accelerazione istantanea è quindi la derivata del vettore velocità $\vec{v}_x$ rispetto al tempo e costituisce il coefficiente angolare della retta tangente al grafico velocità-tempo nell'istante t scelto.

Poiché la velocità è la derivata prima della posizione nello spazio x rispetto al tempo, l'accelerazione istantanea è definibile anche come la derivata seconda della posizione x nello spazio rispetto al tempo:

$$\vec{v}_x = \frac{d\vec{x}}{dt} \to \vec{a}_x = \frac{d\vec{v}_x}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{x}}{dt}\right) = \frac{d^2\vec{x}}{dt}$$

L'accelerazione media può essere interpretata come *rapidità di variazione nel tempo della velocità*.

Descrivere un moto di un corpo

Per descrivere un moto di un corpo è necessario sapere:

- L'accelerazione $\vec{a}$;
  - È opportuno notare che un corpo non possiede un'accelerazione bensì è soggetto all'accelerazione, la quale è il risultato delle interazioni con l'ambiente circostante;
- La posizione iniziale denominata $\vec{r}_0$;
- La velocità iniziale denominata $\vec{v}_0$;

La coppia posizione iniziale e velocità iniziale rappresentano lo *stato di moto iniziale*, vengono chiamate anche *condizioni iniziali*. Descrivere un moto significa determinato ad ogni istante t i vettori che rappresentano lo *stato di moto*:

- La posizione del corpo all'istante t: $\vec{r}(t)$;
- La velocità del corpo all'istante t: $\vec{v}(t)$;

Introdotto un sistema di riferimento cartesiano O_{xyz}, si definiscono le *equazioni orarie del moto*, ottenute dalle componenti dei vettori del moto, che ci permettono di sapere dove si trovi l'oggetto istante per istante.

Asse di Riferimento	***Posizione***	**Velocità**
Asse x	$x(t)$	$v_x(\boldsymbol{t})$

Asse y	$y(t)$	$\boldsymbol{v_y(t)}$
Asse z	$z(t)$	$\boldsymbol{v_z(t)}$

Le equazioni orarie non forniscono alcuna informazione sulla traiettoria, è necessario prendere le equazioni orarie dello spostamento e rimuovere i riferimenti dal tempo e trovare delle relazioni algebriche che le leghino.

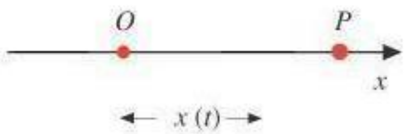
Il modo tridimensionale di un punto P descrive una traiettoria curva nello spazio, tale moto può essere rappresentato come una somma di 3 moti rettilinei che si svolgono lungo gli assi di riferimento:

- Lo spostamento è definito come: $\vec{r}(t) = x(t) * \hat{x} + y(t) * \hat{y} + z(t) * \hat{z}$;
- La velocità è definita come: $\vec{v}(t) = v_x(t) * \hat{x} + v_y(t) * \hat{y} + v_z(t) * \hat{z}$;
- L'accelerazione è definita come: $\vec{a}(t) = a_x(t) * \hat{x} + a_y(t) * \hat{y} + a_z(t) * \hat{z}$;

È opportuno notare che il *moto reale* del punto materiale è quello nel piano o nello spazio e non quello proiettato sugli assi.

Il Moto Rettilineo

Il *moto rettilineo* si svolge lungo una retta, che rappresenta la traiettoria del moto, sulla quale vengono fissati arbitrariamente un'origine e un verso. Il moto del punto materiale è descritto da una sola *coordinata* $x(t)$.



Geometria del moto rettilineo

Per rappresentare il moto rettilineo si utilizza un *diagramma orario*, basato un sistema con due assi cartesiano, in cui sull'asse delle ordinate rappresentiamo i valori di x mentre su quello delle ascisse i corrispondenti valori del tempo.

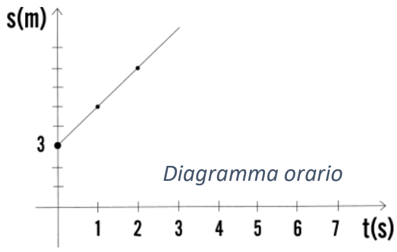


Diagramma orario

Definiamo:

- La velocità come: $\vec{v}_x = \frac{dx}{dt}$ da cui segue $dx = v_x * dt$;
- L'accelerazione come: $\vec{a}_x = \frac{dv_x}{dt}$ da cui segue $dv_x = a_x * dt$;
- Si nota che: $v_x * dv_x = v_x * a_x * dt = a_x * dx$;

Nel moto rettilineo se:

- $v_x > 0$: il corpo prosegue verso il positivo dell'asse x;
- $v_x < 0$: il corpo prosegue verso il negativo dell'asse x;
- $a_x > 0$: la velocità del corpo cresce nel tempo;
- $a_x < 0$: la velocità del corpo decresce nel tempo;

Si hanno diverse definizioni di moto rettilineo a seconda della velocità e accelerazione.

Il Moto Rettilineo Uniforme

Il *moto rettilineo uniforme* è un moto rettilineo, il corpo si muove su una linea retta, in cui:

- Non vi è accelerazione: $\vec{a}(t) = 0$;
- La velocità del corpo rimane costante: $\vec{v}_x(t) = \vec{v}_{x_0}$;

Il moto rettilineo uniforme è descritto dalle seguenti *equazioni orarie*:

- $posizione\ all'istante\ t{:}\, x(t) = x_0 + v_x t$;
- $velocità\ all'istante\ t{:}\ \vec{v}_x(t) = v_{x_0}$;

Queste equazioni orarie mostrano che lo spazio è una funzione lineare del tempo: in tempi uguali sono percorsi spazi uguali. Inoltre la *velocità istantanea, la quale è costante*, coincide con la *velocità media*.

Il Moto Rettilineo Uniforme (Caso tridimensionale)

In un contesto tridimensionale, il moto uniforme è descritto dalle seguenti *equazioni orarie*:

- $posizione\ all'istante\ t \equiv \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t$;
- $velocità\ all'istante\ t \equiv \vec{v}(t) = \vec{v}_0$;

In coordinate cartesiane il moto è descrivibile come:

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_{x_0} t \\ y(t) = y_0 + v_{y_0} t \\ z(t) = z_0 + v_{z_0} t \end{cases}, \quad \begin{cases} v_x(t) = v_{x_0} \\ v_y(t) = v_{y_0} \\ v_z(t) = v_{z_0} \end{cases}$$

Un moto uniforme nello spazio è composto da tre moti uniformi sugli assi. È un moto rettilineo uniforme in quanto la traiettoria è una retta e la direzione è quella della velocità iniziale.

Ponendo il moto in un contesto sul piano, $ovvero\ v_{z_0} = 0$, il moto è ancora rettilineo.

Il Moto Rettilineo Uniformemente Accelerato

Il *moto rettilineo uniformemente accelerato* è un moto rettilineo, il corpo si muove su una linea retta, in cui:

- Vi è accelerazione ed è costante: $a_x(t) = a_x$;
- La velocità del corpo dipende linearmente dal tempo;

Il moto rettilineo uniformemente accelerato è descritto dalle seguenti *equazioni orarie*:

- $posizione\ all'istante\ t \equiv x(t) = x_0 + v_{x_0} t + \frac{1}{2} a_x t^2;$
- $velocità\ all'istante\ t \equiv v_x(t) = v_{x_0} + a_x t;$
    - È opportuno notare che $v_x^2 - v_{x_0}^2 = 2a_x(x - x_0)$;

Il Moto Uniformemente Accelerato (Caso tridimensionale)

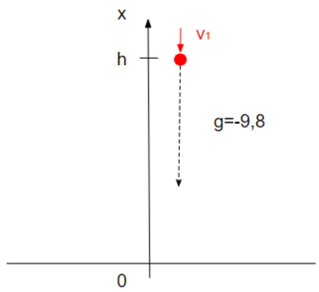
In un contesto tridimensionale, il moto uniformemente accelerato è descritto dalle seguenti *equazioni orarie*:

- $posizione\ all'istante\ t \equiv \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2;$
- $velocità\ all'istante\ t \equiv \vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a} t;$

In generale non è più un moto rettilineo, la traiettoria è una retta se e solo se l'accelerazione è parallela alla velocità iniziale.

Il Moto Verticale

Tralasciando la resistenza che oppone l'aria ad un corpo in caduta verticale un corpo lasciato libero di cadere in vicinanza della superficie terrestre si muove verso il basso con un'accelerazione costante che vale in modulo $g = 9{,}8 m/s^2$. A seconda del sistema di riferimento scelto, l'accelerazione può risultare positiva o negativa.

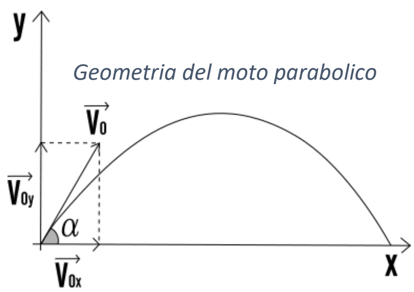


Geometria del moto verticale

Il moto osservato, denominato *moto verticale,* non è altro che un *moto rettilineo uniformemente accelerato*. Di tale moto spesso vengono chiesti quesiti come calcolare un tempo di caduta, la velocità di caduta o l'altezza di caduta, per questo motivo seguono alcuni calcoli:

- Il tempo di caduta di un corpo lasciato cadere da una altezza $h \equiv t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$;
- L'altezza di caduta (distanza percorsa) di un corpo lasciato cadere dopo un tempo $t \equiv h = \frac{1}{2} g t^2$;
- La velocità di caduta di un corpo lasciato cadere da una altezza $h \equiv v = \sqrt{2gh}$;

Il Moto Parabolico



Geometria del moto parabolico

Lanciando un corpo P da un'origine O con una velocità iniziale v_0 formante un angolo Θ (theta) con l'asse delle ascisse (ovvero l'asse orizzontale), si vuole studiare la *traiettoria*, la *massima altezza raggiunta, tempo di salita* e la posizione su cui il corpo ricade sull'asse delle ascisse, ovvero la *gittata*.

Tale moto viene detto *moto parabolico* poiché la traiettoria è una *parabola*. Il moto parabolico è caratterizzato da:

- Vi è una accelerazione ed è costante: $a = -g = g\hat{y}$;
- Vi è una posizione iniziale e una velocità iniziale ben definita al tempo $t = 0$, l'istante di lancio;

Il moto parabolico può essere considerato come l'azione combinata di due moti:

- Lungo l'asse delle x si ha un *moto rettilineo uniforme* con *velocità costante*;
- Lungo l'asse delle y si ha un *moto rettilineo uniformemente* accelerato con accelerazione $a = -g$;

Suddividendo il moto parabolico nei due moti rettilinei, è possibile definire le *equazioni orarie* del moto parabolico:

- Per la posizione si denota il seguente sistema:

$$\begin{cases} x(t) = z_0 + v_{x_0} * t \Rightarrow x_0 + (v_0 * \cos(\Theta)) * t \\ y(t) = y_0 + v_{y_0} * t - \frac{1}{2}gt^2 = y_0 + (v_0 * \sin(\Theta)) * t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

- Per la velocità denotiamo il seguente sistema:

$$\begin{cases} v_x(t) = v_{x_0} = v_0 * \cos(\Theta) = \text{costante} \\ v_y(t) = v_{y_0} - gt = v_0 * \sin(\Theta) - \mathrm{g} * \mathrm{t} \end{cases}$$

Dato che v_x e v_y costituiscono le componenti x e y della *velocità istantanea*, il modulo della velocità $\vec{v}$ è definito come:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Inoltre, poiché il vettore della velocità è tangente alla traiettoria in ogni istante, l'angolo Θ che il vettore velocità $\vec{v}$ forma con l'asse delle x è definito come:

$$\tan(\Theta) = \frac{v_y}{v_x} \rightarrow \Theta = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$$

Traiettoria del Moto Parabolico

Attraverso le equazioni orarie è possibile ottenere la traiettoria del moto che coincide con l'equazione di una parabola, da cui il moto prende il nome:

$$y = \tan(\Theta)\, x - \left(\frac{g}{2v_0^2\cos^2(\Theta)}\right) * x^2 \rightarrow \text{è}\, nota\ se\ si\ conosce\ \Theta\ e\ v_0$$

Massima quota e tempo di salita del Moto Parabolico di un lancio da terra

Si definisce tempo di salita l'istante t_s per cui durante il moto il corpo ha velocità nulla sull'asse delle y:

$$tempo\ di\ salita \rightarrow v_y(t_s) = 0 \rightarrow v_{y_0} - gt_s = 0 \rightarrow t_s = \frac{v_{y_0}}{g}$$

Definito il tempo di salita, la massima altezza, detta anche massima quota, è definita come:

$$y_{max} = y(ts) = v_{y_0} * \frac{v_{y_0}}{g} - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_{y_0}}{g}\right)^2 = \frac{v_{y_0}^2}{2g}$$

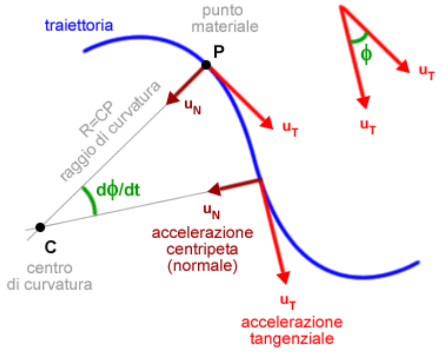
Gittata del Moto Parabolico di un lancio da terra

La *gittata* è la distanza orizzontale percorsa in un tempo doppio di quello necessario a raggiugere la *quota* massima, ovvero $2t_s$. Conoscendo l'istante di tempo, possiamo usare l'*equazione orarie* del moto rettilineo uniforme sull'asse x per calcolare la gittata, spesso indicata con R:

$$gittata \equiv R \equiv x(2t_s) = \left(v_{x_0}\right) * 2t_s = (v_0 * \cos(\Theta_0)) * 2\left(\frac{\mathrm{v}_0 * \sin(\Theta_0)}{g}\right) = \frac{2v_{x_0} * v_{y_0}}{g}$$

Studio dell'accelerazione sul piano: Accelerazione tangenziale e centripeta (o normale)

Quando un punto materiale si muove lungo un percorso curvo, la direzione del vettore accelerazione totale $\vec{a}$, varia da punto a punto.



Il vettore accelerazione totale può essere scomposto come somma di due vettori componenti:

$$\vec{a} = \vec{a}_C + \vec{a}_T$$

- Un vettore componente *centripeta*, denominato $\vec{a}_C$;
  - L'accelerazione centripeta è dovuta alla variazione della direzione del vettore della velocità del punto materiale, e il modulo è definito come:
  $$|\vec{a}_C| = \frac{|\vec{v}|^2}{R} \rightarrow R \equiv raggio\ di\ curvatura\ del\ percorso$$
- Un vettore componente *tangenziale*, denominato $\vec{a}_T$;
  - L'accelerazione tangenziale è dovuta alla variazione del modulo della velocità del punto materiale, e il suo modulo è definito come:
  $$|\vec{a}_T| = \frac{d|\vec{v}|}{dt}$$

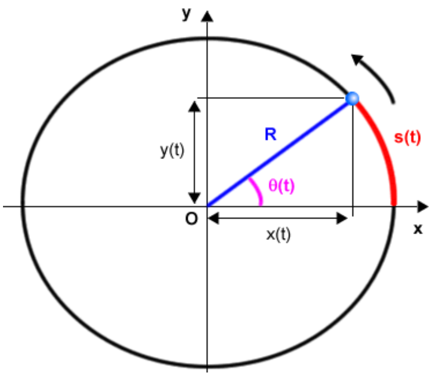
Definiti i due vettori componenti è possibile individuare due casi particolari:

- Si ha una traiettoria rettilinea quando il raggio di curvatura tende a infinito, non vi è accelerazione centripeta ma solo quella tangenziale:
  $$R \rightarrow \infty \rightarrow \lim_{R\to\infty} a_C = 0 \rightarrow \vec{a} = \vec{a}_T = |\vec{a}_T| * \hat{\mu}_T\ in\ cui\ \hat{\mu}_T \equiv versore\ della\ tangente\ alla\ curva$$
- Si ha una traiettoria circolare quando non c'è accelerazione tangenziale ma solo quella centripeta:

$$|\vec{v}| = constante \rightarrow \vec{a}_T = 0 \rightarrow \vec{a} = \vec{a}_C = |\vec{a}_C| * \hat{\mu}_N\ in\ cui\ \hat{\mu}_N \equiv versore\ della\ direzione\ della\ velocità$$

Il Moto Circolare

Si definisce *moto circolare* un moto piano la cui traiettoria è rappresentata da una circonferenza. Dato che la velocità varia continuamente in direzione si ha che l'*accelerazione centripeta* è sempre diversa da zero.



- Definiamo *moto circolare uniforme* il moto circolare in cui il modulo della *velocità* è costante (ma non la direzione) e l'accelerazione tangenziale è nulla per cui $\vec{a} = \vec{a}_C$;
- Definiamo *moto circolare non uniforme* il moto circolare in cui il modulo della *velocità cambia* nel tempo e l'accelerazione tangenziale non è nulla per cui l'accelerazione non passa per il centro della circonferenza;

Il *moto circolare* può essere descritto facendo tramite uno dei seguenti riferimenti:

- Allo spazio percorso sulla circonferenza, detto arco, all'istante t: $arco \equiv s(t)\ [metri]$;
- La posizione angolare all'istante t: $posizione\ angolare \equiv \Theta(t) = \frac{s(t)}{R}\ [radianti]$;

Assumere come variabile l'angolo $\Theta(t)$ significa porsi in un sistema di coordinate polari di centro O in cui il moto avviene con $r(t) = r = costante$ e $\Theta(t)$ variabile. Anche la rappresentazione in coordinate cartesiane è legata a $\Theta(t)$:

$$\begin{cases} x(t) = r * \cos(\Theta(t)) \\ y(t) = r * \sin(\Theta(t)) \end{cases}$$

Velocità angolare

La velocità angolare è una grandezza che misura la velocità con cui un punto materiale si muove su una circonferenza. Viene misurata in rad/s.

Cosi come per la velocità lineare, definiamo una *velocità angolare media e una istantanea*.

$$Siano\ \Theta_1 = \Theta(t_1)\ e\ \Theta_2 = \Theta(t_2)$$

- La velocità angolare media è definita come: $\omega_m = \frac{\Theta_2 - \Theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\Theta}{\Delta t}$;
- La velocità angolare istantanea all'istante t è definita come: $\omega = \omega(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\Theta}{\Delta t} = \frac{d\Theta}{dt}$

Nel caso del *moto circolare uniforme*, in cui il modulo della velocità è costante, anche la velocità angolare è costante:

$$|\vec{v}| = costante \leftrightarrow \omega = costante$$

Accelerazione angolare

Cosi come per la accelerazione lineare, definiamo una *accelerazione angolare media e una istantanea*.

$$Siano\ \omega_1 = \omega(t_1)\ e\ \omega_2 = \omega(t_2)$$

- L'accelerazione angolare media è definita come: $a_m = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$;
- L'accelerazione angolare istantanea è definita come: $a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$

Il Moto Circolare Uniforme

Il *moto circolare uniforme,* il cui modulo della velocità è costante, è un moto accelerato con accelerazione costante ortogonale alla traiettoria.

Possiamo descriverlo tramite le equazioni orarie:

- $\text{La posizione angolare all'istante t} \equiv \Theta(t) = \Theta_0 + \omega_0 + \frac{1}{2}at^2$;
- La velocità angolare all'istante $t \equiv \omega(t) = \omega_0 + at$;

Alcune formule utili:

- L'arco è ottenibile come: $s = \Theta * R$;
- La velocità lineare è ottenibile come: $v = R * \omega$;
- L'accelerazione tangenziale è ottenibile come: $a_T = R * a$;
- L'accelerazione centripeta è ottenibile come: $a_C = \omega^2 * R$;

Dinamica

La *dinamica* è il ramo della meccanica che si occupa dello studio del moto dei corpi a partire dalle sue cause, o più nello specifico, delle circostanze che lo determinano e lo modificano. Un'osservazione importante è che la variazione dello stato di moto di un punto è determinato dall'interazione del punto con l'ambiente circostante, interazioni espresse dal concetto di *forza.*

Nella dinamica si introducono i concetti di *forza e massa:*

- Con il termine *forza* si indica un'influenza dell'ambiente esterno sul corpo in esame che causa un cambiamento alla velocità del corpo;
- Con il termine *massa* si indica la resistenza che ha un corpo all'alterazione del suo moto;

Una forza è una *grandezza vettoriale* che si manifesta nell'interazione fra i corpi. Viene misurata in $Newton$, un'unità di misura derivata definita come: $1N = 1m * 1kg/s^2$

Meccanica Classica

Con il termina *meccanica classica* si intende il ramo della fisica che si occupa dello studio dei moti di grossi corpi, dotati di massa e dimensioni finite, interpretati come sistema di punti materiali con velocità trascurabile rispetto alla velocità della luce:

$$velocità\ del\ corpo \equiv v \ll c \equiv velocità\ della\ luce$$

Nel caso contrario, si parla del ramo *della dinamica dei corpi deformabili*.

Leggi della Dinamica (Leggi di Newton)

La dinamica è caratterizzata da tre principi enunciati da Newton e da cui è possibile derivare tutti i tipi di forze:

Principio di Inerzia

La prima legge di Newton, denominata *Principio di Inerzia,* enuncia che: *un corpo non soggetto a forze esterne (ovvero la loro somma è nulla) permane nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme.*

L'assenza di forze non implica che non vi sia un moto bensì che la velocità rimane costante. *Il primo principio afferma che un corpo "in quiete" e un corpo in moto con velocità costante sono equivalenti.*

La prima legge di Newton definisce uno speciale insieme di sistemi di riferimento, detti *sistemi inerziali*, in cui la legge è valida.

Legge della dinamica

La seconda legge di Newton, denominata *Legge della Dinamica*, enuncia che: *l'accelerazione di un corpo è proporzionale alla risultante delle forze che agiscono su di esso ed è inversamente proporzionale alla sua massa inerziale.*

$$Legge\ della\ dinamica \equiv \vec{F} = m * \vec{a}$$

Esempio: Lasciando scivolare un blocco di ghiaccio su una superficie liscia, esso si muoverà con una certa accelerazione $\vec{a}$. Se raddoppiassimo la forza allo stesso blocco di ghiaccio, noteremo che anche l'accelerazione è raddoppiata. Se, invece, raddoppiassimo la massa del blocco di ghiaccio, noteremo che questa volta l'accelerazione è dimezzata.

Massa Inerziale

Se si tenta di cambiare la velocità di un oggetto, questo si oppone a tale cambiamento. *L'inerzia* è esclusivamente una proprietà di un singolo corpo e misura la risposta del corpo a una forza esterna.

Per misurare l'inerzia di un corpo usiamo il concetto di *massa inerziale*, una grandezza scalare la cui unità di misura è Kg.

Tramite degli esperimenti è possibile cinematicamente affermare che la massa è una *proprietà intrinseca* di un corpo ed è indipendente da ciò che lo circonda e dal metodo adoperato per misurarla. Infatti supponendo di avere due corpi di massa rispettivamente $m_1\ e\ m_2$ su cui agisce la medesima forza producendo rispettivamente le accelerazioni $\vec{a}_1\ e\ \vec{a}_2$ si denota che il rapporto delle masse è definito come il rapporto inverso dei moduli delle accelerazioni:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1} \rightarrow non\ dipende\ dalla\ forza\ applicata$$

Da tale uguaglianza è possibile ricavare una delle masse se si è a conoscenza dell'altra e delle rispettive accelerazioni.

$$m_1 * a_1 = m_2 * a_2 \rightarrow l'accelerazione\ \grave{e}\ maggiore\ per\ il\ corpo\ con\ massa\ minore$$

Indipendenza delle forze simultanee

Se su un corpo di massa m agiscono $\vec{F}_1, \dots, \vec{F}_n$, ognuna indipendente dalle altre produce sul corpo un'accelerazione definita come:

$$\vec{a}_i = \frac{\vec{F}_i}{m}$$

Ma dato che vale l'indipendenza delle azioni simultanee si ha:

$$\vec{F}_{TOT} = \vec{F}_1 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

E quindi la seconda legge di Newton può essere riscritta come:

$$\vec{F}_{TOT} = m * \vec{a}$$

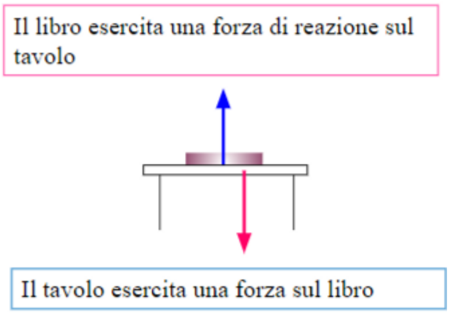
Condizione di Equilibrio Statico di un corpo

Diremo che un corpo è nello stato di *equilibrio statico,* ovvero fermo, se e solo se valgono le seguenti condizioni:

$$\begin{cases} \vec{F}_{TOT} = 0 \rightarrow risultante\ delle\ forze\ nulla \\ \vec{v}_0 = 0 \rightarrow velocità\ iniziale\ del\ corpo\ nulla \end{cases}$$

Principio di azione e reazione

La terza legge di Newton, denominata *Principio di Azione e Reazione*, enuncia che: *quando due corpi interagiscono fra loro, la forza $\vec{F}_{12}$ (detta azione) esercitata da $corpo_1$ sul $corpo_2$ è uguale e opposta, ovvero stesso modulo ma verso opposto, alla forza $\vec{F}_{21}$ (detta reazione) che il $corpo_2$ esercita sul $corpo_1$.*



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

In particolare la terza legge di Newton afferma che le due forze hanno la stessa *retta d'azione*, ergo vale la *simultaneità*.

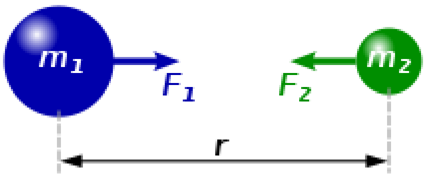
Non esiste una singola forza isolata, le forse si manifestano sempre a coppie che agiscono su corpi differenti in modo simultaneo.

Tipi di Forze

Una forza $\vec{F}$ può essere vista come una funzione dipendente dalle proprietà del punto materiale e dallo spazio circostante.

Forza di Attrazione Gravitazionale

I corpi possiedono una caratteristica chiamata *massa gravitazionale* e in virtù di questa i corpi si attraggono. I corpi esercitano reciprocamente una forza che è di tipo *attrattivo* tale che l'intensità è proporzionale al prodotto delle masse gravitazionali e inversamente proporzionale al quadrato della *distanza reciproca*.



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} = G * \frac{m_1 * m_2}{r^2}$$

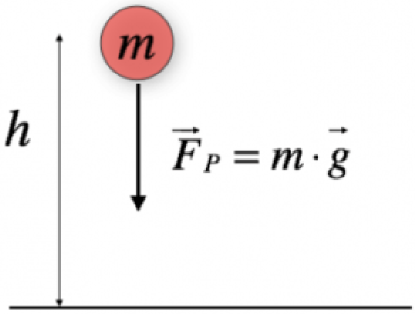
In tale formula la costante G è la *costante di gravitazione universale* di valore numerico e dimensioni fisiche ben precise atte a ottenere un risultato esprimibile in *Newton*.

I due corpi esercitano le due forze in accordo alla terza legge di Newton, sono forze con stesso modulo, verso opposto e agenti sulla stessa retta d'azione.

Forza Peso

Qualunque corpo sulla Terra sarà soggetto alla forza di attrazione gravitazionale da parte della Terra stessa.

Con il termine *forza peso* indichiamo la *forza gravitazionale* esercitata dalla Terra su un corpo che si trova attorno alla sua superficie.



$$\vec{F}_P = m * \vec{g}$$

In tale formula, $\vec{g}$ è l'accelerazione di gravità che viene spesso considerata costante, pari a 9,8m/s^2, ma in realtà non lo è in quanto dipende dalla distanza fra il corpo e il raggio terrestre.

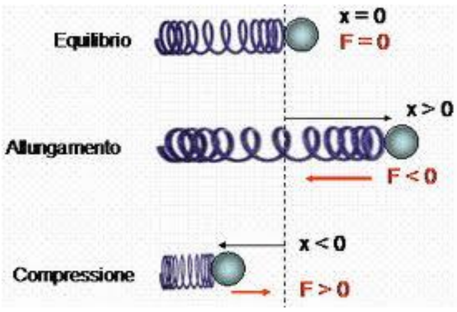
Massa gravitazionale vs Massa Inerziale

È importante sottolineare la differenza fra la *massa gravitazionale e la massa inerziale*. Nonostante le due masse siano due grandezze scalare che numericamente si eguagliano hanno significati diversi.

- La *massa gravitazionale* è la caratteristica di un corpo in virtù della quale i corpi si attraggono;
- La *massa inerziale* è la caratteristica di un corpo in virtù della quale tende a resistere a un'alterazione del proprio moto;

Forza elastica (Legge di Hooke)

La *legge di Hooke* riguarda il comportamento delle molle. Considerando una molla ideale, ovvero una indeformabile, comunque compresso o allungata ritornerà sempre nella sua posizione di riposo, o di equilibrio.



Presa una molla, fissando in un estremo un corpo e all'altro una parete, si prende come riferimento un asse parallelo alla molla stessa con direzione positiva nel verso in cui la molla viene allungata e negativa nel verso in cui viene compressa. Il punto 0 coincide con la posizione di equilibrio.

La *forza elastica* esercitata dalla molla, quando subisce una deformazione x, è direttamente proporzionale a tale deformazione:

$$\vec{F}_E = -k * \vec{x}$$

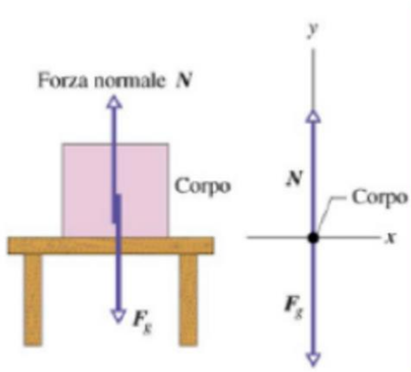
La forza elastica è una *forza di richiamo*, ovvero ha *verso opposto* rispetto alla deformazione. In tale formula, la costante k è una caratteristica intrinseca della molla che viene chiamata *costante elastica della molla*.

Reazioni Vincolari

Le reazioni vincolari sono forze che si manifestano quando vi è un vincolo, ovvero un impedimento al moto di un corpo.

Forza normale (Reazione Normale)

Un corpo appoggiato su una superficie è soggetto alla forza di attrazione gravitazionale esercitata dalla Terra ma il corpo è soggetto a un'accelerazione nulla.



Per il primo principio di Newton, dato che l'accelerazione è nulla allora anche la risultante delle forze applicate al corpo deve essere nulla. Deve quindi esserci una forza verticale orientata verso il corpo: tale forza viene chiamata *forza normale* ed è esercitata dalla superficie sul libro.

La forza normale $\vec{N}$ è sempre perpendicolare alla superficie stessa e dato che il corpo è in uno stato di equilibrio si denota che:

$$corpo\ in\ quiete \equiv \vec{a} = 0 \rightarrow \vec{F}_P + \vec{N} = m * \vec{a} = 0$$

$$\vec{F}_P + \vec{N} = 0 \rightarrow \vec{F}_P = -\vec{N} \rightarrow N = |\vec{N}| = |\vec{F}_P| = m * \vec{g}$$

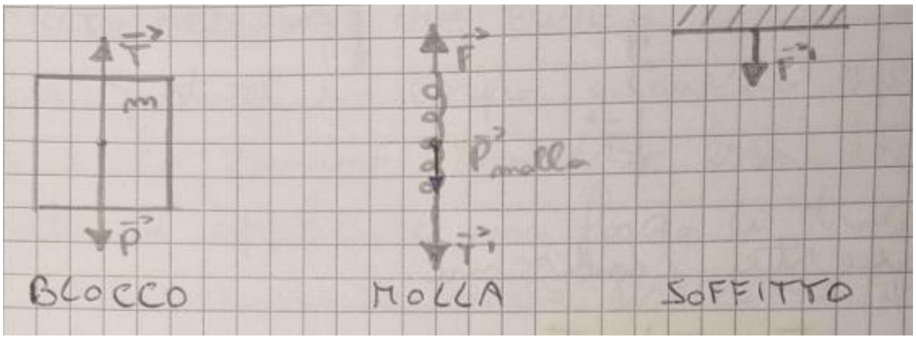
Premendo sul corpo verso il basso con una forza $\vec{W}$, il corpo rimarrà fermo, perciò la forza normale $\vec{N}$ risulterà pari alla somma della *forza peso* e la forza da noi applicata: $\vec{N} = \vec{F}_P + \vec{W}$. Ovviamente ogni superficie ha una certa capacità di fornire una forza normale, applicando una forza maggiore della capacità la superficie cederà.

Nonostante la forza normale disegnata nella figura sia di modulo uguale ma verso opposto rispetto alla forza peso, la forza normale non è una reazione della forza peso in quanto la coppia azione-reazione avviene sempre su corpi differenti:

- Vi è una reazione della forza peso applicata dal corpo sulla Terra, la Terra accelera verso il corpo con una accelerazione pari allo 0 poiché la massa gravitazionale della Terra è assai maggiore rispetto a quella del corpo.
- Vi è una reazione della forza normale ed è una forza di rivolta verso il basso applicata dal corpo alla superficie;

Tensione della Molla o della fune

Un corpo sospeso su una molla (fune), la quale attaccata all'estremo al soffitto, non cade, nonostante sia soggetto alla forza di gravità esercitata dalla Terra, poiché la molla (fune) esercita una forza $\vec{T}$ denominata *tensione della molla (fune) sul corpo*.



Così come per la forza normale, dato che il corpo è in uno stato di equilibrio per il primo principio di Newton si ha:

$$corpo\ in\ quiete \equiv \vec{a} = 0 \rightarrow \vec{F_P} + \vec{T} = m * \vec{a} = 0$$

Per il terzo principio della dinamica si denotano le reazioni: $\vec{T}'\ e\ \vec{F}'$. La condizione di equilibrio per la molla (fune), sempre secondo il principio di inerzia, è:

$$corpo\ in\ quiete \rightarrow \vec{T}' + \vec{F_P}_{Molla} + \vec{F} = 0$$

Quando è possibile considerare nulla la massa della molla (fune), ovvero la massa della molla (fune) è assai più piccola della massa del corpo, la forza esercitata dalla molla (fune) sul soffitto è uguale alla forza peso della massa attaccata. In queste condizioni possiamo parlare di *una molla (fune) ideale*, la quale non si deforma, ha massa trascurabile e a cui estremi vengono esercitate due forza della stessa intensità poiché $\vec{F}\ e\ \vec{T}'$ sono le stesse.

$$\vec{F} = \vec{T}' = \vec{T}$$

Nei casi ideali, la tensione esercitata in un punto della molla (fune) si trasmette inalterata all'altro estremo.

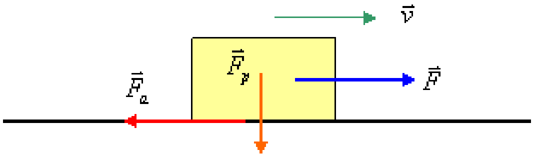
Caduta di tensione

Sia un corpo di massa M attaccato all'estremo di una corda inestensibile di massa m e spinto da una forza $\vec{F}$ applicata all'altro estremo. Essendo la corda inestensibile tutti i punti si muoveranno con la stessa accelerazione della massa M.

Il corpo si muoverà per effetto della forza $\vec{F_M}$ che è la forza applicata dall'estremo della corda sul blocco, la quale avrà un modulo pari a $|\vec{F_M}| = \vec{F}'_M = \vec{F} - m * a$. Tale forza è minore di quella applicata all'estremo della corda: vi è una caduta di tensione pari a $-m * a$. La caduta di tensione è nulla quando la massa della fune è trascurabile per cui $\vec{F_M} = \vec{F}$. Per una fune reale esiste un valore detto *carico di rottura, in caso la tensione superi tale valore la fune si spezzerà.*

Forza di Attrito Radente

Quando un corpo è in movimento su una superficie scabra, o attraverso un mezzo viscoso quale l'aria o l'acqua, c'è una resistenza del moto dovuto all'interazione del corpo con ciò che lo circonda. Tale resistenza è denominata *forza d'attrito.*



Preso un blocco come in figura, se applichiamo al blocco una forza orizzontale esterna $\vec{F}$, agente verso destra, il blocco rimarrà fermo se $\vec{F}$ non è sufficientemente grande. La forza che impedisce al blocco di muoversi agisce verso sinistra ed è detta *forza di attrito statico* $\vec{F_s}$. Fino a quando il blocco non inizia a muoversi si ha che $\vec{F_s} = \vec{F}$, ovvero all'aumentare (o diminuire) della forza esterna aumenta (o diminuisce) anche la forza di attrito statico.

Aumentando il modulo della forza esterna $\vec{F}$ noteremo che alla fine il blocco inizierà a muoversi, in quel momento la forza di attrito statico raggiunge un valore massimo, indicato come $\vec{F}_{s_{max}}$, e quando la forza esterna $\vec{F}$ supera tale valore il blocco inizierà a muoversi e a subire un'accelerazione verso destra. Quando il blocco è in moto, la forza di attrito ritardante diventa minore di $\vec{F}_{s_{max}}$ e prende il nome di *forza di attrito dinamico, denominato* $\vec{F}_d$ $(o\ \vec{F}_k)$.

Se la forza esterna $\vec{F}$ *è di pari modulo con la forza di attrito dinamico* $\vec{F}_d$ *allora il blocco si muove verso destra con velocità costante. Se la forza esterna viene rimossa, la forza di attrito agente verso sinistra decelera il blocco fino a quando non ritorna allo stato di quiete.*

Definite le *forze di attrito statiche e dinamiche,* si denota che:

- Le forze di attrito sono direttamente proporzionali al modulo della forza normale agente sul corpo, inoltre sono indipendenti dall'area di contatto ma dipendono dalle superfici a contatto;
- La forza di attrito statico fra due qualsiasi superfici a contatto è opposta alla forza applicata e può assumere valore dati da: $\vec{F}_s \leq \mu_s * N$;
  - μ_s è una costante adimensionale, ovvero un valore scalare, detto *coefficiente di attrito statico*;
  - N è il modulo della forza normale;
  - $L'uguaglianza$ è verificata quando il corpo inizia a scivolare sulla superficie, ovvero quando $\vec{F}_s = \vec{F}_{s_{max}}$;
  - $La\ diseguaglianza$ è verificata quando la forza applicata è minore di $\vec{F}_{s_{max}}$;
- La forza di attrito dinamico ha direzione opposta al quella del moto e ha il modulo pari a $F_d = \mu_d * N$;
  - μ_d è una costante adimensionale, ovvero un valore scalare, detto *coefficiente di attrito dinamico*;
  - N è il modulo della forza normale;
- I valori dei coefficienti $\mu_s\ e\ \mu_d$ dipendono dalla natura delle superfici, ma in generale si ha che $\mu_d < \mu_s$;

Se volessimo scrivere la forza di attrito in forma vettoriale, si introduce il versore della direzione del moto e otteniamo:

$$\vec{F}_{att} = \mu * N * (-\hat{s})$$

- $-\hat{s}\ poich$è $l'attrito\ ha\ verso\ opposto\ rispetto\ alla\ forza/moto$;
- N è la componente della forza normale sull'asse del moto;

In generale la forza d'attrito nasce perché stiamo obbligando un corpo a muoversi su una superficie di un altro corpo ed è sempre una forza che nasce dal vincolo del moto. La forza denominata *reazione vincolare* è data come:

$$\vec{R} = \vec{F}_{att} + \vec{N}$$

Quando la forza di attrito è nulla, la reazione vincolare è pari alla forza normale e tale condizione è detta *vincolo liscio*.

Forza Centripeta (Dinamica del moto circolare uniforme)

Uno studio ha verificato che se una particella si muove con una velocità costante v su una circonferenza di raggio R, essa ha una accelerazione centripeta di modulo:

$$a_C = \frac{v^2}{R}$$

A causa del continuo cambiamento della direzione del vettore velocità $\vec{v}$, durante il moto, il vettore accelerazione $\vec{a}_C$ è diretto verso il centro della circonferenza, per questo motivo tale accelerazione è denominata *accelerazione centripeta*. Inoltre $\vec{a}_C$ è sempre perpendicolare al vettore della velocità $\vec{v}$.

Si consideri una palla di massa m legato a un filo di lunghezza R che è fatto girare rapidamente lungo una circonferenza orizzontale su un tavolo. Il corpo si muove con velocità costante in modulo.

L'inerzia del corpo tenderebbe a mantenere il moto lungo un percorso in linea retta, però il filo impedisce questo moto esercitando una forza, denominata *forza centripeta,* sul corpo tale da mantenerlo sulla sua traiettoria circolare.

Questa forza è diretta verso il centro della circonferenza, lungo la direzione del filo. Applicando la seconda legge di Newton, definiamo il modulo della forza centripeta come:

$$F_c = m * a_R = m * \frac{v^2}{R}$$

La forza centripeta non è un nuovo tipo di forza, non è una legge di forza, poiché qualunque forza può comportarsi come centripeta.

Nel caso in cui la forza centripeta agente sul corpo diventasse nulla, il corpo non si muoverebbe più sulla sua traiettoria circolare ma si muoverebbe lungo una linea retta tangente alla circonferenza.

Quantità di Moto

La *quantità di moto* è una grandezza vettoriale che caratterizza il moto di un corpo, è un vettore dato dal prodotto della massa per la velocità:

$$\vec{P} = m * \vec{v}\ [kg * m/s]$$

Essendo la massa sempre di quantità positiva, il vettore $\vec{P}$ ha direzione e segno concorde con il vettore della velocità.

La quantità di moto è utile a descrivere l'azione di una forza, se la massa è costante è possibile riscrivere la seconda legge di Newton nella sua forma più generale:

$$\vec{F} = m * a \rightarrow \vec{F} = m * \frac{d\vec{v}}{dt} \rightarrow_{regola\ di\ derivazione\ per\ m\ costante} \rightarrow \vec{F} = \frac{d}{dt}(m * \vec{v}) = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

La forza è quindi la derivata della quantità di moto rispetto al tempo. Tale definizione è valida anche quando la massa non è costante.

Se assumiamo che su un corpo la risultante delle forze sia nulla allora la quantità di moto è costante, ovvero essa si conserva.

$$\vec{F} = 0 \rightarrow_{implica} \rightarrow \vec{P} = m * \vec{v} = constante$$

Impulso di una forza

L'impulso di una forza, denominato $\vec{I}$, è una grandezza vettoriale che tiene conto delle azioni delle forze che non agiscono per tutto il tempo ma per una durata limitata. L'impulso di una forza è definito come:

$$\int_0^t \vec{F} dt$$

Qualora l'impulso fosse costante, esso è banalmente il prodotto della forza per l'intervallo temporale in cui la forza ha agito:

$$\vec{I} = \vec{F} * \Delta t$$

Teorema dell'impulso

Il teorema dell'impulso enuncia che l'impulso di una forza è pari alla variazione della quantità di moto del corpo a cui la forza è applicata:

$$\vec{I} = \vec{P}_f - \vec{P}_i = \Delta\vec{P} \rightarrow \vec{F} * \Delta t = \Delta\vec{P}$$

Se l'impulso è nullo si ha che la quantità di moto iniziale è pari alla quantità di moto finale, ovvero la quantità di moto si conserva.

La forza $\vec{F}_3$ risulta essere l'azione migliore per far ruotare la porta poiché l'angolo α è maggiore delle altre due forze.

Le Grandezze Conservative

Le *grandezze conservative* sono delle *grandezze fisiche* che sono funzioni dello stato di moto di un sistema. Queste grandezze hanno come caratteristiche i seguenti aspetti:

- Mantengono un valore costante durante tutto il moto. Se si conosce il loro valore all'istante iniziale, questo valore rimarrà inalterato per tutto il tempo;
- Sono additive, cioè se si ha un sistema costituito da più punti, il valore della grandezza conservativa, in esame, del sistema è pari alla somma dei valori immutabili delle singole parti;

Le principali grandezze conservative che introduciamo sono: *quantità del moto ed energia*.

L'energia

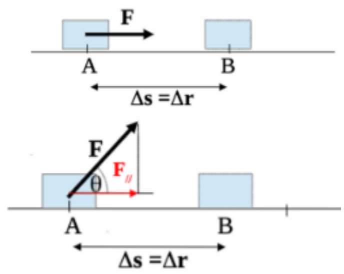
Con il termine *energia* indichiamo una *quantità numerica caratterizzata dal* principio di conservazione dell'energia enuncia che: *l'energia totale in un sistema isolato rimane costante*.

La conservazione dell'energia può essere compresa solo se si conosce una formula per ognuna delle sue forme. Calcolando e sommando tutte le forme di energia noteremo che la somma è costante e non cambia nel tempo.

Tipologie di Energia

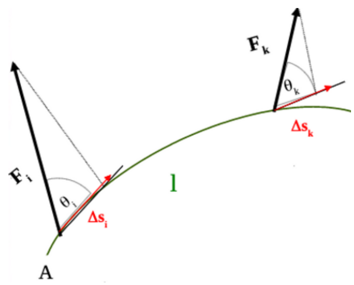
Il lavoro

Con il termine *lavoro* si indica il lavoro fatto da una forza per spostare il suo punto di applicazione da un punto ad un altro lungo un determinato percorso.



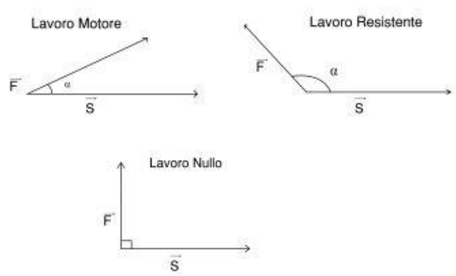
Il *lavoro è* una grandezza scalare, indicata con la lettera W e misurata in $Joule\ [kg * m^2/s^2]$, che può essere positiva, negativa o nulla ed è definita come:

- Se la *forza applicata* è costante, il lavoro è definito come il prodotto scalare fra la forza applicata e lo spostamento. L'angolo Θ è l'angolo che si viene a formare fra il vettore dello spostamento e la forza.
$$Lavoro \equiv W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = |\vec{F}| * |\Delta\vec{r}| * \cos(\Theta)$$
- Se la *forza applicata* non è costante, il lavoro è definito come la sommatoria dei lavori di tutti i segmenti Δs_i, ottenuti suddividendo il percorso in sotto percorsi, per cui la forza è costante. Supponendo di dividere il segmento in infiniti sotto segmenti, possiamo integrare:
$$Integrale\ di\ linea \equiv \int_{A_l}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$
    - Per uno spostamento infinitesimo, definiamo il lavoro con una nuova terminologia:
$$differenziale\ non\ esatto \equiv \text{đ}W = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F * dr * \cos(\Theta)$$



Tipologie di lavoro

A seconda dell'angolo che si viene a formare fra il vettore spostamento e la forza applicata possiamo distinguere tre tipologie di lavoro:



- *Se* $\Theta < 90°$*:* il lavoro prende il nome di *Lavoro Motore e* $W > 0$;
- *Se* $\Theta > 90°$*:* il lavoro prende il nome di *Lavoro Resiliente* e $W < 0$;
- *Se* $\Theta = 0$*:* il lavoro prende il nome di *Lavoro Nullo* e $W = 0$;

Lavoro di più forze

Se nel corpo sono applicate più forze contemporaneamente, vale il principio della sovrapposizione degli effetti: *il lavoro totale è pari alla somma algebrica dei lavori delle singole forze agenti*.

$$W_{TOT} = W_1 + \dots + W_n$$

La potenza

La potenza è una grandezza fisica che tiene conto della rapidità con cui il lavoro viene compiuto. La potenza è una grandezza scalare definita misurata in *Watt* [$\frac{Joule}{Tempo} \equiv kg * m^2/s^3$]. Così come per la velocità e l'accelerazione possiamo definire:

- $Potenza\ media \equiv P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$;
- $Potenza\ istantanea\ \equiv P = \frac{\eth W}{dt}$

Relazione fra Potenza e velocità

Data la definizione di *potenza istantanea* è possibile ricavare una relazione fra la potenza e la velocità:

$$\frac{\eth W}{dt} \rightarrow_{implica}\rightarrow \eth W = P * dt \rightarrow_{implica}\rightarrow \vec{F} \cdot d\vec{r} = P * dt \rightarrow_{implica}\rightarrow \vec{F} \cdot (\vec{v} * dt) = P * dt$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = \left|\vec{F}\right| * |\vec{v}| * \cos(\Theta)$$

La potenza è definibile anche come il prodotto scalare fra la forza e la velocità.

L'energia cinetica

L'energia cinetica è una forma fondamentale dell'energia ed è misurata in Joule. L'energia cinetica, a differenza del lavoro, assume valori sempre maggiori o uguali a 0.

Un corpo puntiforme di massa m che si muove con velocità v possiede un'energia cinetica che è pari a:

$$Energia\ cinetica \equiv K = \frac{1}{2} * m * v^2\ \ con\ K \geq 0$$

Maggiore è la velocità di un corpo di massa m, maggiore è la sua energia cinetica.

Il *teorema dell'energia cinetica* enuncia che: il lavoro totale delle forze agenti è pari alla variazione di energia cinetica del copro a cui quella forza viene applicata:

$$W_{TOT} = K_f - K_i = \Delta K = \frac{1}{2} * m * v_f^2 - \frac{1}{2} * m * v_i^2$$

In presenza di forze di attrito, la variazione di energia cinetica può risultare anche negativa.

A seconda del tipo di lavoro possiamo affermare che:

- In caso di lavoro motore, $W > 0$, l'energia cinetica aumenta;
- In caso di lavoro resiliente, $W < 0$, l'energia cinetica diminuisce;
- In caso di lavoro nullo, $W = 0$, l'energia cinetica si conserva, non varia;

Forze conservative ed energia potenziale

Forze Conservative

Prima di introdurre il concetto di energia potenziale è necessario capire cosa sia una forza conservativa.

Per affermare che una forza sia conservativa è necessario che segue almeno uno delle seguenti definizioni equivalenti:

1. Una forza è detta conservativa se l'energia cinetica del corpo su cui essa agisce torna al suo valore iniziale dopo ogni percorso chiuso;
2. Una forza è detta conservativa se il lavoro compito dalla forza sul corpo, che si muove su un percorso chiuso, è nullo;
3. Una forza è detta conservativa se il lavoro compiuto per spostare un corpo da un punto ad un altro dipende solo da questi punti e non dal percorso;

L'energia potenziale

Un corpo soggetto a una forza conservativa possiede un'energia potenziale definita in termini di variazione:

$$Energia\ potenziale \equiv \Delta U = U_f - U_i = -W_c$$

La variazione di energia potenziale di un corpo è uguale al lavoro della forza conservativa cambiato di segno. Cosi come il lavoro, l'energia potenziale è misurata in Joule.

In genere il valore U_i è un valore arbitrario e tendenzialmente viene posto a 0.

Energia potenziale della Forza Peso, Forza Elastica e Forza Gravitazionale

Definita cosa sia l'energia potenziale, possiamo denotare l'energia potenziale delle forze studiare:

- *Forza Peso*: l'energia potenziale *di un corpo lasciato cadere da un'altezza* h è pari a: $U_{F_P}(h) = m * g * h$;
- *Forza* Elastica: l'energia potenziale *di molla deformata di un tratto* x è pari a: $U(x) = \frac{1}{2} * k * x^2$;
- *Forza Gravitazionale*: l'energia potenziale è pari a: $U(p) = -\frac{Gm_1m_2}{r}$

L'energia meccanica

Sia $\vec{F}$ una forza conservativa, allora segue che il suo lavoro è pari alla variazione dell'energia potenziale cambiata di segno:

$$Lavoro\ forza\ conservativa \equiv W_c = -\Delta U$$

Ma dal teorema dell'energia cinetica segue che il lavoro totale di una forza è pari alla variazione dell'energia cinetica:

$$W_c = \Delta K \rightarrow_{implica} \rightarrow \Delta K = -\Delta U$$

Da ciò è possibile denotare l'*energia meccanica, denominata* E*, di un corpo data dalla somma dell'energia cinetica in virtù del movimento del corpo e dell'energia potenziale in virtù della forza conservativa a cui il corpo è soggetto:*

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U$$

$$\Delta E = 0 \leftrightarrow ci\ sono\ solo\ forze\ conservative$$

Il *teorema della conservazione dell'energia meccanica* enuncia che: *l'energia meccanica di un punto materiale che si muove sotto l'azione di forze conservative resta costante durante il moto*:

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

Forze non conservative (Esempio Attrito) e l'energia meccanica

Una forza è non conservativa quando il percorso influenza il calcolo del lavoro compiuto. Per esempio la forza d'attrito non è conservativa poiché il suo lavoro è pari a:

$$W_{ATT} = -\mu * N * l \ \ dove\ l \equiv percorso$$

In presenza di forze non conservative l'energia meccanica di un corpo non si conserva:

1. Partendo dal teorema dell'energia cinetica si ha: $W_{TOT} = \Delta K$;
2. Dato che il lavoro totale è definito come la somma del lavoro di forze conservative e non conservative:
$$W_{TOT} = W_C + W_{NC}$$
3. Abbiamo che il lavoro di una forza conservativa è pari alla variazione dell'energia potenziale cambiata di segno e quindi:
$$-\Delta U + W_{NC} = \Delta K$$
4. Risolvendo per il lavoro della forza non conservativa si ottiene:
$$W_{NC} = \Delta K + \Delta U = \Delta E$$

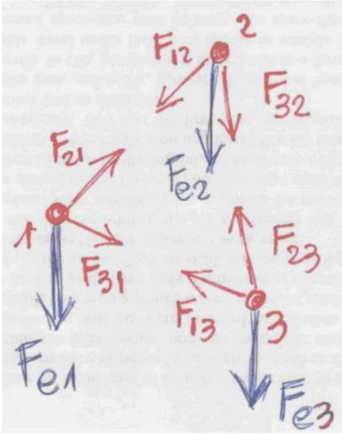
Da ciò è possibile affermare che:

- Se agiscono solo forze conservative, l'energia meccanica si conserva e rimane costante;
- Se agiscono forze conservative e forze non conservative, l'energia meccanica non si conserva ma la sua variazione è uguale al lavoro svolto dalla forza non conservativa;

Sistemi di punti materiali

Fino ad ora abbiamo considerato che tutto fosse riconducibile ad un unico punto materiale ma in realtà i corpi sono costituiti da più punti materiali e nello studio dei sistemi di punti materiali si individua uno specifico punto con caratteristiche particolari.

Forze Interne e Forze Esterne



Preso in considerazione un solo punto materiale, le uniche forze che agiscono su di esso sono quelle esterne, ovvero quelle esercitate dall'ambiente circostante.

In un sistema di punti materiali, oltre alle forze esterne è necessarie tenere in conto su ogni punto anche le forze interne, ovvero quelle esercitate fra i punti stessi.

- Per le forze esterne, la direzione e il verso dipendono dall'interazione con l'ambiente circostante;
- Per le forze interne, la direzione e il verso sono ben note poiché le forze interne fra i punti, prese a due a due, costituiscono coppie *azione-reazione*, perciò giacciono sulla stessa retta d'azione, che è la retta che congiunge i due punti, stesso modulo e verso opposto;

La distinzione fra forze interne ed esterne dipende da come viene definito il sistema di punti stesso.

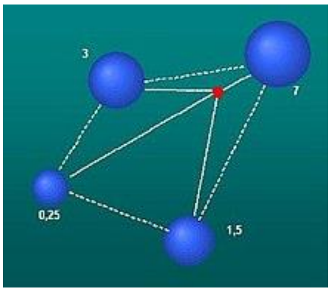
Per ogni i-esimo punti all'interno del sistema si ha che la forza totale è pari alla somma della risultante delle forze esterne $\vec{F}_i^E$ e la risultante delle forze interne $\vec{F}_i^I$:

$$\vec{F}_i = \vec{F}_i^E + \vec{F}_i^I$$

In generale la risultante delle forze interne di un punto di sistema di punti non è nulla, ma considerando che le forze interne prese a due a due costituiscono coppie *azione-reazione* ($\vec{F}_{ij}^I = -\vec{F}_{ji}^I$) allora la risultante delle forze interne su un sistema di punti materiali deve essere necessariamente nulla:

$$\vec{F}_{TOT}^I = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^I = 0$$

Centro Di Massa



Il *centro di massa* è un punto facente parte del sistema dei punti materiali che rappresenta il *moto globale medio* del sistema. Il *centro di massa* è per definizione quel punto tale per cui il sistema si comporta come se la sua massa fosse tutta concentrata in tale punto, ovvero consideriamo tutto il sistema come un punto materiale.

Per individuare il centro di massa si può fissare arbitrariamente un punto O rispetto al quale valutare la posizione di ogni punto del sistema, tracciando i vettori spostamento.

La posizione del centro di massa, rispetto ad O, è quindi individuabile attraverso una sorta di media pesata:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_i m_i * \vec{r}_i}{M} \; dove \; M \equiv \sum_i m_i$$

Prendendo un ulteriore punto O' è possibile dimostrare che la posizione del centro di massa è una caratteristica intrinseca del sistema di punti materiali e dipende soltanto dalle distanze reciproche che hanno i vari punti materiali.

La quantità di moto di un sistema di punti materiali è la stessa quantità di moto che avrebbe un punto materiale di massa pari alla massa totale del sistema di punti materiali che si trova in posizione $\vec{r}_{CM}$ e si muove alla velocità $\vec{v}_{CM}$:

$$\vec{P}_{TOT} = M * \vec{v}_{CM}$$

Un sistema di punti materiali soggetto a forze esterne fa sì che il centro di massa abbia una accelerazione pari a:

$$\vec{a}_{CM} = \frac{\sum_i m_i * \vec{a}_i}{M} = \frac{\sum_i F_i^I + F_i^E}{M} \; ma \; poichè \; \sum_i F_i^I = 0 \rightarrow \vec{a}_{CM} = \frac{\vec{F}_{TOT}^E}{M}$$

Si denota quindi che il moto del centro di massa dipende sono dalle forze esterne e che le forze esterne costituiscono, per messa costante e non costante, la derivata della quantità del moto rispetto al tempo.

$$\vec{F}_{TOT}^E = M * \vec{a}_{CM} = M * \left(\frac{d\vec{v}_{CM}}{dt}\right) = \frac{d}{dt}(M * \vec{v}_{CM}) = \frac{d\vec{P}_{TOT}}{dt}$$

Se la risultante delle forze esterne di un sistema di punti materiali è nulla, il centro di massa si muoverà con velocità costante di moto rettilineo uniforme oppure resta in quiete.

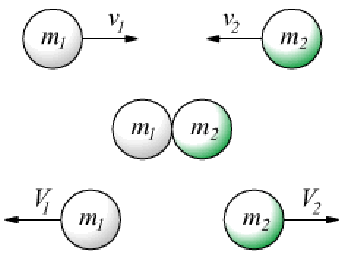
Sistema di punti materiale isolato e Principio di conservazione della quantità di moto

Un sistema di punti materiale di definisce isolato se la risultante delle forze esterne è nulla. Se la risultante delle forze esterne è nulla allora la quantità di moto si conserva, infatti il *principio della conservazione della quantità di moto enuncia:*

$$\vec{F}_{TOT}^E = 0 \rightarrow \vec{P}_{TOT} = costante$$

Gli Urti

Con il termine *urto* indichiamo l'interazione fra due particelle collidenti. Un urto è caratterizzato dal fatto che è possibile fare una distinzione chiara fra l'istante *prima e dopo* l'urto stesso. Inoltre è importante denotare che l'urto implica un'interazione che avviene in un quanto temporale assai minore rispetto al tempo di osservazione.



Esempio: Una pallina da tennis che viene colpita da una racchetta, il tempo dell'urto fra la pallina e la racchetta è assai minore rispetto all'osservazione che la pallina si allontana.

Un urto comporta uno scambio di una quantità di moto tra due corpi sotto forma di impulsi dovuti alle forze interne tra gli stessi.

Forze Impulsive

Durante un urto, le due particelle esercitano una forza sull'altra, queste forze costituiscono una coppia *azione-reazione* che prendono il nome di *forze impulsive*. Tali sono caratterizzate da un'elevata intensità ma un tempo di azione molto breve.

Pur avendo una brevissima durata, le forze impulsive hanno un effetto sulle particelle poiché per il *teorema dell'impulso, l'impulso di una forza è pari alla variazione di quantità di moto della particella considerata:*

$$\vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt = \vec{P}_f - \vec{P}_i = \Delta\vec{P}$$

Le forze impulsive hanno un impulso di valore finito e di conseguenza causano una variazione della quantità di moto della particella, a cui la forza è applicata, non trascurabile.

Considerando le due particelle collidenti come sistema di punti materiale definiamo le forze impulsive come forze interne. Un sistema di punti materiale ha come proprietà che la risultante delle forze interne sia pari a 0, ciò significa che le forze impulsive possono modificare la quantità di moto di ogni singola particella ma non possono modificare la quantità di moto totale del sistema. *La quantità di moto totale di un sistema dipende solo dalle forze esterne.*

Relazione fra forze impulsive e forze esterne

Le forze impulsive pur durando per un tempo molto piccolo hanno un'intensità assai maggiore di quella delle forze esterne agenti sulle particelle:

$$|\vec{F}_{imp}| \gg |\vec{F}^E|$$

Possiamo quindi ipotizzare che *durante l'urto la risultante delle forze esterne sia nulla o trascurabilmente piccola:*

$$Durante\ un\ urto \rightarrow \vec{F}^E \approx 0$$

Se la risultante delle forze esterne è nulla vale il *principio della conservazione della quantità di moto*, ovvero la quantità di moto rimane costante:

$$\vec{P}_{TOT_{Prima}} = \vec{P}_{TOT_{Dopo}}$$

La conservazione della quantità di moto vale per qualsiasi tipo di urto.

Tipologie di urti

Viene fatta una distinzione sugli urti sulla base della conservazione dell'energia cinetica del sistema di particelle.

Si ricorda che: *la conservazione della quantità di moto vale per qualsiasi tipo di urto.*

Urto Elastico

Un urto si dice *elastico* se l'energia cinetica totale del sistema si conversa, ovvero le forze interne sono conservative:

$$K_{TOT_{Prima}} = K_{TOT_{Dopo}}$$

Urto Anelastico

Un urto si dice an*elastico* se l'energia cinetica totale del sistema non si conversa. In particolare è possibile suddividere ulteriormente gli urti anelastici in due sotto categorie:

- Un urto è *anelastico* se dopo l'urto i due corpo collidenti si separano;
- Un urto è *completamente anelastico* se dopo l'urto i due corpi collidenti rimangono attaccati formando un unico corpo di massa pari alla somma dei due. In questo caso si ha la massima perdita possibile di energia cinetica poiché quest'ultima è trasformata in energia di deformazione:
$$K_{TOT_{Prima}} > K_{TOT_{Dopo}}$$

Studio degli effetti di un urto

Per lo studio di due particelle che urtano bisogna determinare le loro velocità finali, supponendo di conoscere le loro velocità iniziali.

Il problema è determinare ben 6 grandezze scalari, si potrebbe pensare di usare i principi di conservazione dell'energia e della quantità di moto ma questi non bastano. Si ha a che fare con 4 equazioni e 6 incognite, è un problema indeterminato.

Fortunatamente esistono casi *risolvibili*.

Studio di un urto elastico unidimensionale

In un urto elastico unidimensionale le due particelle collidenti si muovono prima e dopo l'urto lungo la stessa retta. Ogni vettore è rappresentato da una sola componente e quindi le incognite diventano solo 2.

Conoscendo le velocità iniziali v, si denotano le formule per le velocità finali, conseguenti all'urto, w:

$$\begin{cases} w_1 = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} * v_1 + \dfrac{2m_2}{m_1 + m_2} * v_2 \\ w_2 = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2} * v_1 + \dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} * v_2 \end{cases}$$

Le due velocità finali dopo l'urto dipendono entrambe dalle due velocità iniziali. Lo studio dell'urto elastico unidimensionale può essere scomposto in più casi:

- I corpi entrambi in movimento e hanno la stessa massa, $m_1 = m_2$: dal sistema sopracitato si otterrà che $w_1 = v_2\ e\ w_2 = v_1$, ovvero i corpi si scambiano la velocità
- La particella 2 è inizialmente ferma con $v_2 = 0$, questo caso può essere ulteriormente studiato in:

- Se le due particelle hanno la stessa massa, $m_1 = m_2$: dal sistema sopracitato si otterrà che $w_1 = 0\ e\ w_2 = v_1$, ovvero la prima particella si ferma mentre la seconda parte con la stessa velocità del moto della prima particella;
- Se la prima particella ha massa assai minore rispetto alla seconda particella, $m_1 \ll m_2$: dal sistema sopracitato si otterrà che $w_1 \cong -v_1\ e\ w_2 = 0$, ovvero la prima particella inverte il moto, ovvero parte nel verso opposto con la stessa velocità, mentre la seconda particella rimane ferma;
- Se la prima particella ha massa assai maggiore rispetto alla seconda particella, $m_1 \gg m_2$: dal sistema sopracitato si otterrà che $w_1 \cong v_1\ e\ w_2 = 2v_1$, ovvero la prima particella prosegue inalterata, mentre la seconda particella parte con un moto di velocità doppia rispetto a v_1;

Studio di un urto anelastico unidimensionale

Se si conosce la perdita di energia anelastica, denominata $\Delta E_{anelastica}$, si possono usare i principi della conservazione di energia e della quantità di moto. Si ottiene quindi un problema di 6 equazioni a 6 incognite, risolvibile.

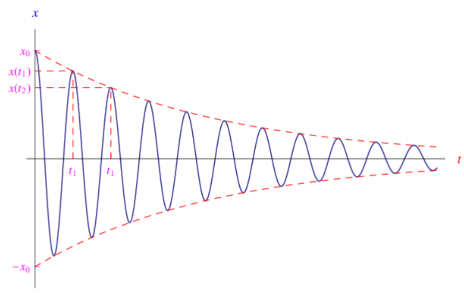
Studio di un urto completamente anelastico

In un urto completamente anelastico i due corpi restano attaccati perciò le velocità finali sono un'unica velocità, le due velocità finali dei corpi coincidono. Dato che le velocità finali da determinare sono diventate una sola, non si hanno più 6 incognite bensì 3. E' possibile usare semplicemente il principio di conservazione del moto per ottenere un sistema di 3 equazioni a 3 incognite.

Le oscillazioni (Manca: Sistema Massa-Molla, Oscillatore smorzato)

Lo studio delle oscillazioni, e quindi del *moto armonico,* è utile perché molti fenomeni fisici, apparentemente diversi, sono descritti nella stessa maniera. I sistemi descrivibili dal moto armonico sono posseggono tali caratteristiche:

- *Moto periodico*: in questi sistemi qualcosa oscilla e si ripete a intervalli di tempo uguali. Con *oscilla* si intende che la posizione di una massa dopo un certo intervallo di tempo regolare ritorna a quella che aveva all'inizio. Vi è una periodicità nel moto;
  - Con il termine *periodo* (T) si intende il tempo richiesto per eseguire un'oscillazione completa;
  - Con il termine *frequenza* (f) si intende il numero di oscillazioni eseguite in uno specifico quanto di tempo. Viene misurata in $Hertz\ (Hz)$ ed è definita come l'inverso del periodo: $f = \frac{1}{T}$;
- *Moto oscillatorio*: il sistema oscilla, questo vuol dire che si sta muovendo avanti e indietro su uno stesso percorso e queste oscillazioni possono essere fra estremi fissi oppure non fissi;



  - Quando gli estremi delle oscillazioni non sono fissi, si parla di *moto oscillatorio smorzato*. In genere non si hanno estremi fissi quando vi sono in gioco effetti dissipativi come l'attrito, l'energia meccanica non si conserva e il moto cambia ad ogni oscillazione gli estremi dell'ampiezza entro cui avviene la successiva oscillazione;
  - Il moto avviene avanti e indietro attorno ad una *posizione di equilibrio per effetto di una forza di richiamo*. La posizione di equilibrio è la posizione durante il moto in cui non agisce alcuna forza, dal punto di vista delle energie corrisponde alla posizione in cui l'energia potenziale è minima;
  - Lo *spostamento* è definito come la distanza dalla posizione di equilibrio, lo spostamento può essere lineare o angolare;
  - Nel percorso vi sono due punti particolare detti *inversione*, che *coincidono con gli estremi delle oscillazioni*, in cui il moto si inverte, ovvero si ferma e torna indietro. Nei punti di inversione l'energia cinetica è nulla poiché la velocità è nulla e l'energia meccanica è costituita dall'energia potenziale;

Ci sono due tipi di oscillazioni:

- Oscillazioni meccaniche;
- Oscillazioni elettromagnetiche;

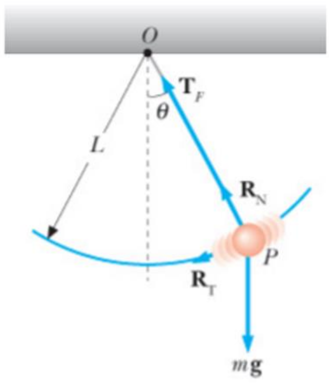
Oscillatorio armonico e armonico semplice

Un sistema oscillante si definisce *oscillatore armonico* se la forza di richiamo è lineare agli spostamenti.

Un sistema oscillante si definisce *oscillatore armonico semplice* se la forza di richiamo è proporzionale allo spostamento.

Pendolo semplice (oscillatore armonico)

Il pendolo semplice consiste in una piccola sfera appesa ad un centro di sospensione O mediante un filo inestensibile di massa trascurabile. La posizione di equilibrio la si ha quando il filo è teso ed il centro della sfera sono allineati lungo la verticale. Se allontaniamo la sfera dalla posizione equilibrio allora inizierà ad oscillare attorno a questa posizione.



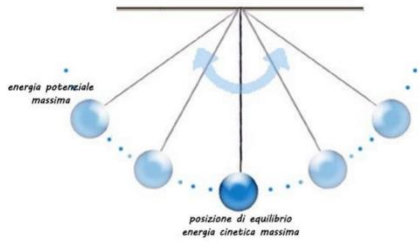
Nell'ipotesi di assenza di attrito, l'energia cinetica si conserva e perciò le oscillazioni proseguono senza mai fermarsi.

Vi è una forza di richiamo R_T esercitata dal filo pari a: $R_T = -mg * \sin(\Theta)$

La forza ortogonale alla traiettoria R_N è pari a: $R_N = T * f - m * g * \cos(\Theta)$

Considerazioni Energetiche sul pendolo

Quando la sfera si trova nella posizione di equilibrio si ha la massima energica cinetica. Quando la sfera si trova nella posizione si distanza massima dalla posizione di equilibrio si ha energia potenziale massima.



In particolare, l'energia potenziale del pendolo è definita come:

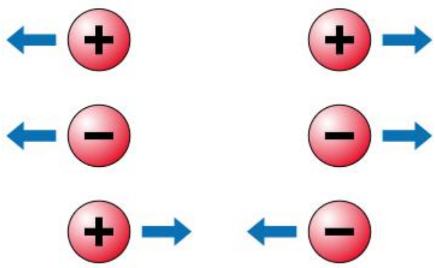
$$U_P = L - L * \cos(\theta)$$

Il moto armonico semplice (Sistema Massa Molla)

Il campo elettrostatico

La Carica Elettrica e Principio di Conservazione

I corpi hanno una caratteristica intrinseca denominata *carica elettrica*. Le cariche elettriche possono essere di due tipi:



- *Cariche positive;*
- *Cariche negative;*

I corpi con la stessa carica si respingono, mentre i corpi con cariche diverse si attraggono.

Non è possibile creare *cariche elettriche,* quando si esegue un processo di elettrizzazione, come ad esempio lo *strofinio, induzione o polarizzazione,* non stiamo creando cariche elettriche bensì alterando lo stato neutro della materia, che consiste in un numero pari di cariche positive e negative, trasferendo le cariche da una parte all'altra dei corpi.

Vale infatti il *principio della conservazione della carica*, che enuncia: *la carica totale è sempre costante, quindi nell'universo ci sono tante cariche positive e tante cariche negative*.

La carica di un corpo è sempre un multiplo intero di una carica elementare denominata *carica fondamentale* definita come:

$$carica\ fondamentate \equiv e = 1{,}602 * 10^{-19}\ C$$

Il *Coulomb* è l'unità di misura pratica della carica, è una derivazione dell'*ampere*: il coulomb è la quantità di carica che passa in un secondo attraverso una qualsiasi sezione di un filo percorso dalla corrente di un ampere:

$$C = A * secondi$$

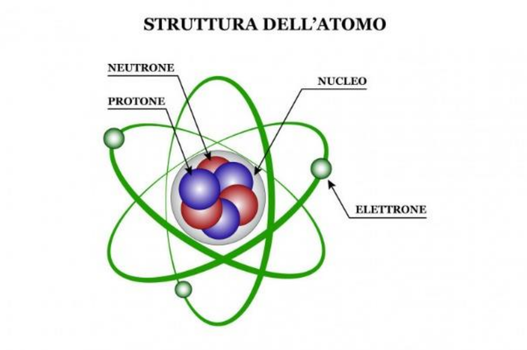
La carica di un corpo è quindi quantizzata come:

$$q = n * e \rightarrow n \text{ è } un\ numero\ intero\ negativo\ o\ positivo$$

Struttura della materia (Gli atomi)

La materia è costituita da atomi, quest'ultimi sono formati da un *nucleo di neutroni e protoni* ed attorno al nucleo vi sono gli *elettroni*.

- I protoni (P) sono di carica positiva ($q = +e$) e hanno una massa pari a $m_P = 1{,}672 * 10^{-27}\ Kg$;
- I neutroni (n) sono neutri ($q = 0$) e hanno una massa pari a $m_n = 1{,}675 * 10^{-27}\ Kg$;
- Gli elettroni (e) sono di carica negativa ($q = -e$) e hanno una massa pari a $m_e = 9{,}11 * 10^{-31}\ Kg$;
- Il raggio del nucleo è pari a: $\frac{10^{-15}}{7*10^{-15}}$ metri;
- Il diametro di un atomo è pari a: $\frac{10^{-10}}{3*10^{-10}}$;



In un atomo gli elettroni e protoni dovrebbero attrarsi mentre i protoni, nel nucleo e tutti di carica positiva, dovrebbero respingersi fra loro ma così non è:

- Il nucleo rimane compatto a causa di particolari forze dette *forze nucleari*;
- Gli elettroni e protoni non si attraggono a causa di particolari forze dette *forte elettriche*;

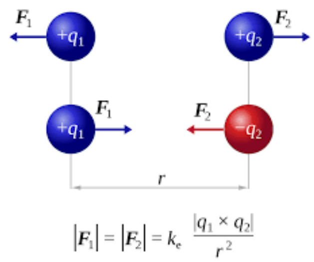
Classificazione dei materiali

I materiali vengono classificati diversamente a seconda della capacità che hanno di far muovere la carica, ovvero la capacità di condurre la carica:

- *Conduttori*: si dicono *conduttori* i materiali che hanno un'ottima capacità di condurre la carica, perché le cariche sono libere di muoversi sotto opportune condizioni. Sperimentalmente si è dimostrato, *effetto Hall*, che nei metalli solo la carica negativa è libera di muoversi;
- *Isolanti*: si dicono *isolanti* i materiali che non consentono il movimento di cariche dentro il corpo stesso;
- *Semiconduttori*: si dicono *semiconduttori* i materiali che hanno delle caratteristiche intermedie e che possono essere opportunatamente manipolati, ovvero drogati, aggiungendo impurezze che aumentano la capacità di condurre cariche elettriche;

Legge di Coulomb

Si è denotato che le cariche opposte si attraggono mentre le cariche dello stesso segno si respingono. Questo vuol dire che le cariche esercitano sulle altre cariche delle forze, costituendo coppie *azione-reazione*. Il valore di questa forza è stato determinato da Coulomb nel 1785 attraverso un esperimento una bilancia di tensione.



La *legge di Coulomb* rappresenta la forza che agisce fra due cariche:

- Il modulo della forza è proporzionale al valore delle due cariche ed è inversamente proporzionale al quadrato della distanza fra le due cariche:
$$\left|\vec{F}\right| = K * \frac{|q_1 * q_2|}{r^2}\ dove\ K = 8{,}99 * 10^9\ N * m^2/C^2$$
    - Il coefficiente K è necessario per sistemare il modulo dal punto di vista dimensionale, molto spesso il coefficiente K viene espresso come: $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\ dove\ costante\ dielettrica\ del\ vuoto\ \equiv \epsilon_0 = 8{,}854 * 10^{-12}\ C^2/\ Nm^2$;
- La direzione della forza è la direzione della retta r congiungente $q_1\ e\ q_2$;
    - La forza, in generale, può essere scritta in forma vettoriale introducendo il versore $\hat{r}$;
- Maggiori sono i valori delle cariche maggiore è l'intensità della forza;

- A parità di cariche, una maggiore distanza corrisponde a una minore forza attrattiva o repulsiva;
    - Con una distanza tendente a infinito la forza di Coulomb è nulla;

Principio di sovrapposizione delle cariche

Considerando un sistema di cariche puntiformi, vale il *principio di sovrapposizione delle cariche che enuncia: la forza risultante su una carica è pari alla somma vettoriale delle forze esercitate dalle altre cariche sulla carica scelta:*

$$\vec{F}_{TOT_{caricaX}} = \sum_i \vec{F}_i$$

Campo Vettoriale e Campo Elettrico

Definizione di Campo Vettoriale

Una regione di spazio si dice che è sede di un *campo vettoriale* se ad ogni punto di tale regione è possibile associare un vettore.

Con il termine *campo* indichiamo la regione dello spazio in cui i vettori sono definiti. A seconda dei valori assunti dai vettori si hanno due tipologie di campi vettoriali:

- *Campo uniforme*, se ha valore costante in tutti i punti dello spazio considerato;
    - *Un esempio è il campo dell'accelerazione di gravità;*
- *Campo stazionario:* se il valore può cambiare da punto a punto ma rimane costante nel tempo;

Campo elettrico

Una carica deforma lo spazio circostante generando un campo vettoriale detto *campo* elettrico. L'interazione fra due cariche elettriche non è diretta, avviene attraverso il *campo elettrico e le modifiche del campo si propagano a velocità finita.*

Il campo elettrico di una carica può essere individuato utilizzando una *carica di prova positiva* (q^+), il *campo elettrico* è definito come il rapporto fra la forza a cui è soggetta la carica e la carica di prova:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q^+} \ \left[\frac{N}{C}\right] \equiv vettore\ campo\ elettrico$$

Tale rapporto è indipendente dalla carica di prova, che è una caratteristica intrinseca del punto, ed è possibile dire che:

$$\vec{E} = \lim_{q^+ \to 0} \frac{\vec{F}}{q^+}$$

Campo elettrico infinitesimale

In generale si ha a che fare con *distribuzioni continue* di cariche, *ovvero la distanza fra le cariche è molto piccola risposto a quella dei punti in cui si vuole calcolare il campo*.

Per questo motivo si introduce la *carica infinitesima* (dq) che produce un campo infinitesimo definito come:

$$\Delta\vec{E} = K * \frac{dq}{r^2} * \hat{r}$$

Principio della sovrapposizione degli effetti per il campo elettrico

In presenza di un sistema di cariche puntiformi, vale il *principio di sovrapposizione degli effetti:*

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \cdots + \vec{E}_m$$

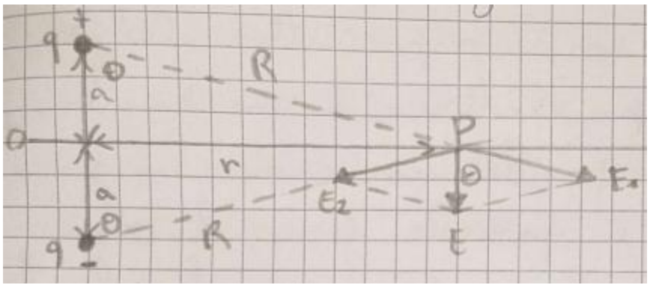
Distribuzione della carica

La distribuzione della carica può essere fatta su un volume, su una superficie o su una linea:

- *Carica per unità di volume:* $p = \frac{Q}{V} \ \left[\frac{C}{m^3}\right]$;
- *Densità superficiale di carica*: $a = \frac{Q}{A} \ \left[\frac{C}{m^2}\right]$;

- *Densità lineare di carica*: $\lambda = \frac{Q}{l}\left[\frac{C}{m}\right]$;

Il Dipolo Elettrico



Il dipolo elettrico è costituito da due cariche uguali ma di segno opposto bloccate a una distanza fissa l'una dall'altra, tale distanza fissa è definita come $2a$.

Fissando un punto P sull'asse del dipolo, mettendo una carica di prova positiva, questa verrà allontanata dalla carica q^+, $esercita\ una\ forza\ repulsiva$, e attratta dalla carica q^-, esercita una forza attrattiva.

Il campo elettrico di P dipende da $E_1\ e\ E_2$:

$$E_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{2aq}{(a^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Possiamo definire il *momento del dipolo* p come $p = 2aq$. Se ci mettiamo a una distanza assai maggiore di a si ha che il campo elettrico diminuisce al cubo della distanza:

$$E_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{p}{r^3}$$

Rappresentazione del campo elettrico tramite Linee di Forza

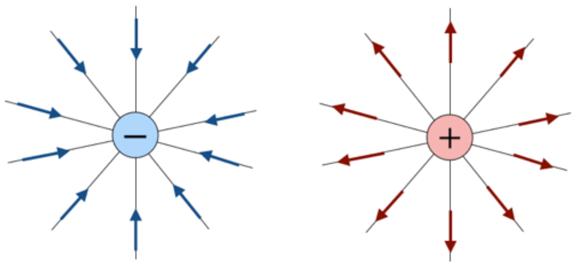
Per rappresentare un campo elettrico si utilizzano le *linee di forza, cioè delle frecce che fanno capire la deformazione provocata dalla carica*, che hanno le seguenti caratteristiche:

- In ogni punto di queste linee di forza, il campo elettrico è tangente in quel punto e la freccia che mettiamo nella linea ci dà il verso del campo elettrico, poiché il campo elettrico segue il verso della tangente. Il numero di linee di forza che attraversano una superficie unitaria, ortogonale alle linee di forza, è proporzionale all'intensità del campo elettrico: un addensamento di linee di forza indica un grande campo elettrico, viceversa si denota un campo elettrico piccolo;

Per rappresentare le linee di forza si seguono le seguenti regole:

- Le linee di forza iniziano sulle cariche positive e terminano sulle cariche negative, o all'infinito nel caso di eccesso di carica.
- Il numero di linee di forza che dipartono da q positiva o si approssimano a q negativa è proporzionale a $q\ stesso$: il numero di linee di forza è legato all'intensità del campo elettrico che è a sua volta legato alla carica q;
- Due linee di forza non si possono incrociare;

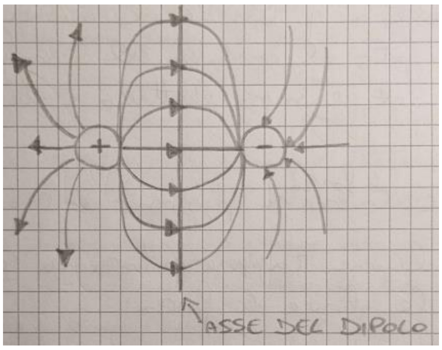
Rappresentazione di un campo puntiforme



Un campo puntiforme ha simmetria radiale, assume gli stessi valori di intensità su tutti i punti che stanno su una sfera, ma il vettore sarà diverso.

Le linee di forza generate da una carica positiva divergono radialmente, mentre quelle di una carica negativa convergono radialmente sulla carica stessa.

Rappresentazione di un dipolo elettrico



In un dipolo elettrico, le linee di forza partono dalla carica positiva e si chiudono sulla carica negativa o all'infinito.

Il campo elettrico sull'asse del dipolo ha direzione solo ortogonale all'asse. Nel caso in cui le due cariche siano dello stesso segno, nel mezzo non si ha un campo elettirico e le linee di forza si allontanano l'una dall'altra.

Flusso Elettrico

Per determinare l'intensità di un campo elettrico possiamo contare le linee di forza, tale conteggio può essere espresso attraverso una grandezza fisica denominata $flusso\ elettrico$.

Il numero di linee di forza che attraversano una superficie $\sum$ è proporzionale all'intensità del campo per la superficie $\sum$, qualunque essa sia:

$$flusso\ elettrico \equiv \Phi(\vec{E}) = \vec{E} * \sum * \hat{u}_N = \vec{E} * \sum * \cos(\theta)$$

Il flusso elettrico è una grandezza scalare, il cui segno indica il verso delle linee di forza. La sua unità di misura è legata alla dimensione del campo elettrico e l'unità di misura della superficie:

$$\left[\frac{Nm^2}{C}\right]\ oppure\ \left[\frac{Vm^2}{m}\right]$$

Nel caso in cui il campo non è uniforme oppure la superficie non è piana è necessario considerare la superficie costituita da superfici infinitesime $d\sum$, tali da approssimare il campo uniforme su tutti i punti di questa superficie. Calcoliamo il flusso infinitesimo della superfice infinitesima come:

$$\mathrm{d}\Phi(\vec{E}) = \vec{E} * d\sum * \hat{u}_N = \vec{E} * d\sum * \cos(\theta)$$

Per ottenere il flusso elettrico sarà necessario fare la somma integrale di tutti i flussi infinitesimi:

$$\Phi(\vec{E}) = \int \vec{E} * d\sum * \hat{u}_N$$

Il flusso elettrico di $\vec{E}$ attraverso una superficie chiusa $\sum$ è definito come:

$$\Phi_C(\vec{E}) = \oint \vec{E} * d\sum * \hat{u}_N$$

Legge di Gauss

Il flusso del campo elettrico attraverso una superficie chiusa $\sum$ è pari al rapporto fra la carica interna alla superficie stessa e la costante dielettrica nel vuoto ϵ_0:

$$\Phi_C(\vec{E}) = \oint \vec{E} * \sum * \hat{u}_N = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

La superficie chiusa viene anche detta *superficie gaussiana*. La *carica totale* q_{int} è scritta in valore e segno.

La legge di Gauss ci permette di conoscere il campo elettrico in una zona nello spazio, considerando un'opportuna *superficie gaussiana*, sapendo solo la distribuzione delle cariche elettriche che si trovano all'interno della superficie gaussiana. Infatti il campo elettrico dipende da tutte le cariche presenti nello spazio, mentre il flusso elettrico del campo dipende solo da quelle che si trovano dentro.

Relazione fra Legge di Gauss e legge di Coulomb

La legge di Gauss e la legge di Coulomb sono equivalenti, ovvero è possibile determinarne una conoscendo l'altra.

- Avendo una carica puntiforme positiva, per la legge di Coulomb il campo elettrico è definito come:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{q}{r^2} * \hat{\mu}_N$$

- Prendendo come superficie gaussiana una sfera di raggio r centrata sulla carica q, se si prende la superficie elementare, la sua normale coincide con la direzione radiale: $\hat{\mu}_N = \hat{\mu}_r$;
- Calcolando il flusso del campo elettrico otteniamo la legge di Gauss:

$$\Phi_C(\vec{E}) = \oint \vec{E} * d\Sigma * \hat{u}_N = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{q}{r^2} \oint \hat{\mu}_{r_r} * \hat{\mu}_r * d\Sigma$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{q}{r^2} \oint d\Sigma = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{q}{r^2} * \Sigma = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow legge\ di\ Gauss$$

Distribuzione piana di carica

Con una carica distribuita su un piano si ha una densità di carica uniforme pari alla carica totale diviso l'area della superficie stessa:

$$densit\grave{a}\ di\ superficie\ della\ carica \equiv a = \frac{Q}{A}$$

Il campo elettrico è calcolabile come: $E = \frac{a}{2\epsilon_0}$.

Conduttori ed Equilibrio elettrostatico

Equilibrio elettrostatico

Un corpo in equilibrio elettrostatico ha il suo campo elettrico nullo all'interno, altrimenti le cariche si muoverebbero per effetto di esso.

Sulla superficie il campo elettrico segue l'intensità delle cariche ed ha una direzione perpendicolare alla superficie stessa.

Conduttori isolati

Tentando di caricare un corpo metallico in equilibrio elettrostatico noteremo che le cariche trasferite generano un campo elettrico. Per non violare del vincolo dell'equilibrio statico, il campo elettrico generato dalle cariche trasferite deve essere nullo all'interno del corpo metallico.

Si ha infatti che le cariche distribuite su un conduttore si possono disporre solo sull'esterno, cioè il campo elettrico è solo esterno ed è ortogonale punto per punto alla superficie.

In tal caso è possibile definire:

- Il flusso elettrico è solo sulla superficie ed è definito come: $\Phi(\vec{E}_n) = \vec{E} * A$;
- Il campo elettrico esterno è ortogonale ed è definito come: $\vec{E}_n = \frac{a}{\epsilon_0}$;

Potenziale Elettrico

Dove vi è un campo elettrico, vi è una forza pari alla carica per il campo elettrico:

$$\vec{F} = q_0 * \vec{E}$$

Vi è una similitudine fra la legge di gravitazione e la legge di Coulomb, entrambe sono inversamente proporzionali al quadrato della distanza. Inoltre entrambe le leggi descrivono forze conservative, per cui è possibile definire il campo elettrostatico come un campo conservativo, ovvero valgono la definizione e le proprietà dell'energia potenziale:

$$energia\ potenziale \equiv U_B - U_A = \Delta U = -W_C$$

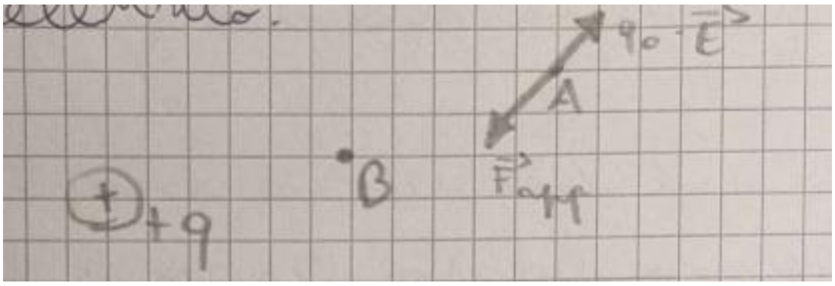
Ad ogni punto dello spazio che è sede di un campo elettrico possiamo associare oltre al vettore campo elettrico anche una funzione scalare che sia indipendente dalla carica presente in quel punto e che chiamiamo: *potenziale elettrico*.

Differenza di Potenziale

Definiamo differenza di potenziale fra due punti A e B, il rapporto fra lavoro svolto dalla forza esterna applicata, uguale ma opposta alla forza del campo elettrico, per spostare una carica q_0 senza che vari l'energia cinetica di q_0 e la carica di prova.

$$differenza\ di\ potenziale \equiv V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0}\ [Volt]$$

La differenza di potenziale è misurata in Volt, definito come $\left[\frac{Joule}{C}\right]$.



Per calcolare la differenza di potenziale fra due punti possiamo calcolare il lavoro della forza applicata:

$$\vec{F}_{app} = -q_0 * \vec{E}$$

Da cui si ottiene che:

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}_{app} * d\vec{l} = -q_o * \int_A^B \vec{E} * d\vec{l}$$

Ovvero:

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} * d\vec{l}$$

Per convenzione si pone $V_A = 0$ se $A \to \infty$, perciò: $V_P = -\int_\infty^B \vec{E} * d\vec{l}$

V_P rappresenta il lavoro fatto per portare la carica da una distanza infinitamente grande alla posizione P, collocata nella regione di spazio in cui è presente il campo elettrico $\vec{E}$.

Superfici Equipotenziali

Si definiscono superfici equipotenziali i lunghi dei punti aventi lo stesso valore di potenziale elettrico: il campo elettrico e le linee di forza sono ortogonali alla superficie equipotenziali.

Le linee di forza e le superfici equipotenziali costituiscono due metodi per rappresentare una regione di spazio in cui è presente un campo elettrico:

- Attraverso le linee di forza rappresentiamo il campo elettrico, ovvero il vettore $\vec{E}$;
- Attraverso le superfici equipotenziali rappresentiamo i potenziali, ovvero campi scalari;

Calcolo del potenziale elettrico

Differenza di potenziale per Carica puntiforme

Il campo elettrico di una carica puntiforme è radiale, cioè le linee di forza sono raggi. Le superfici equipotenziali devono essere ortogonali a questi raggi, quindi non possono altro che essere sfere.

La differenza di potenziale è definita come:

$$V_B - V_A = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right), \quad per\ r_A \to \infty\ si\ ha\ V_A = 0 \Rightarrow V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{q}{r}$$

Tutti i punti che si trovano a una stessa distanza r hanno lo stesso valore di potenziale e che le superfici equipotenziali sono sfere concentriche alla carica. Il potenziale diminuisce all'aumentare della distanza.

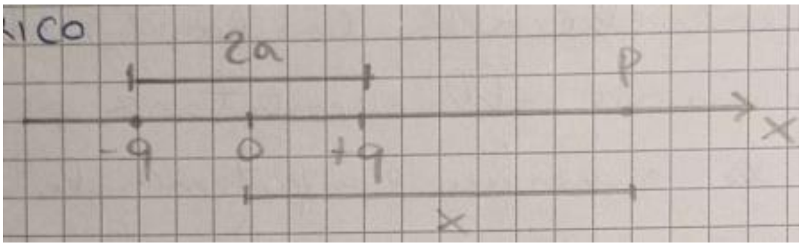
Differenza di potenziale per Insieme di cariche puntiformi

Cosi come per il campo elettrico, vale il principio della sovrapposizione degli effetti: il potenziale totale è pari alla somma dei potenziali:

$$V_{TOT} = \sum_i V_i$$

Differenza di potenziale per Dipolo Elettrico

Il potenziale elettrico di un punto che si trova lungo la retta che congiunge le due cariche di un dipolo elettrico è definito come la somma delle differenze di potenziali del punto P rispetto alle due cariche:



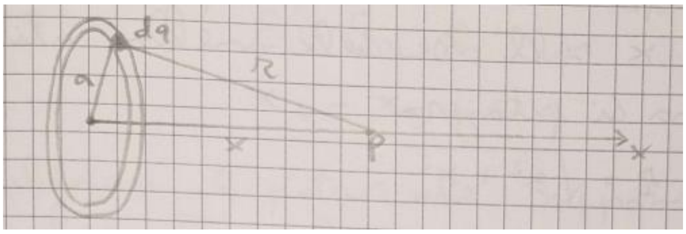
Si ricorda che: $momento\ dipolo \equiv p = 2aq$

$$V^+(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{q}{x-a}, \qquad V^-(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{-q}{x+a}, \qquad V(P) = V^+ + V^- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{2aq}{x^2-a^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{p}{x^2-a^2}$$

Se $x \gg a \Rightarrow V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{2aq}{x^2}$

Si ha che il potenziale della singola carica diminuisce di 1/r, linearmente alla distanza, mentre per le due cariche il potenziale diminuisce con il quadrato della distanza.

Differenza di potenziale per Anello uniformemente carico



L'anello a viene suddiviso in elementi di carica infinitesima. Si ci pone in un punto P sull'asse X dell'anello. L'origine dell'asse è proprio il centro dell'anello e il punto P si trova ad una distanza x rispetto all'origine.

La carica infinitesima dq che si trova a una distanza r dal punto P, genererà nel punto P una differenza di potenziale infinitesima, poiché legata ad una carica infinitesima:

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{dq}{r}$$

Tutti gli elementi di carica si trovano alla stessa distanza r rispetto al punto P, per calcolare il potenziale nel punto P è necessario sommare tutti i contributi infinitesimi, una somma integrale definibile come:

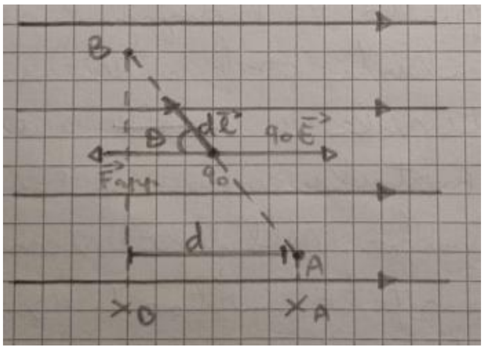
$$V(P) = \int_{anello} dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{1}{r} * Q_{TOT}$$

Possiamo esprimere il campo scalare dei potenziali in funzione della distanza x sull'asse dell'anello utilizzando il teorema di Pitagora:

$$r = \sqrt{a^2 + x^2} \Rightarrow V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{Q_{TOT}}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

Per grandi distanze, $x \gg a$, si ha che il potenziale è direttamente proporzionale alla carica mentre è inversamente proporzionale alla distanza x.

Differenza di potenziale per Campo puntiforme



In un campo uniforme con all'interno una carica q_0, si vuole calcolare la differenza di potenziale fra il punto A e B, punti caratterizzati dalle coordinate x_A e x_B e dalla differenza di essa chiamata d:

$$\vec{E} = E_x * \hat{x}, \qquad x_A - x_B = d$$

La differenza di potenziale è definita come:

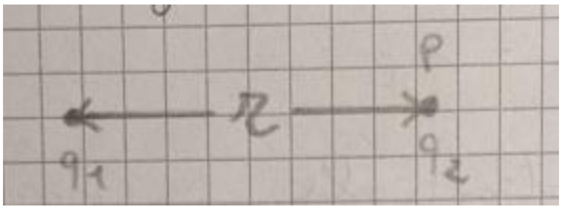
$$V_B - V_A = -E * (x_B - x_A) = E * (x_A - x_B)$$

Un 'espressione generale è la seguente:

$$V(x) = -E_x + cost$$

Ovvero tutti i punti che hanno la stessa x hanno lo stesso valore di potenziale.

Energia Potenziale Elettrica



Posizionata una carica q_1, questa genererà attorno a sé un campo elettrico. Quindi in un punto P, posizionato a distanza r da q_1, vi sarà un campo elettrico $\vec{E}$ e un potenziale V.

Se volessimo mettere nel punto P una carica q_2, bisogna prendere in considerazione una forza esterna che porti la carica q_2 da una distanza infinitamente grande alla posizione P senza cambiare la velocità. La forza esterna, che esegue un certo lavoro, contrasta istanza per istante la forza elettrica.

$$W_{opp} = \int_{\infty}^{r} \vec{F}_{opp} * d\vec{l}$$

- Se $W_{opp} > 0$, le due cariche hanno lo stesso segno e le forze sono parallele e concordi;
- $W_{opp} < 0$, le due cariche hanno segno diverso e le forze sono parallele e discorsi;

L'energia potenziale elettrica che la carica q_2 acquisisce quando viene collocata nel punto P, in cui è presenta il potenziale V, è pari a:

$$U = W_{app} = q_2 * V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{q_1 * q_2}{r}$$

Per i sistemi di cariche si segue il principio della sovrapposizione degli effetti eseguendo la somma algebrica delle energie potenziali di ogni coppia di cariche presa in considerazione.

- Se l'energia potenziale è positiva, allora il sistema è retto da forze di tipo repulsivo, cioè le cariche tendono ad allontanarsi;
- Se l'energia potenziale è negativa, allora il sistema è retto da forze di tipo attrattivo, cioè il sistema si mantiene;

L'energia potenziale è misurabile in Joule oppure in $eVolt$:

$$1eV = 1{,}6 * 10^{-9}\, C * 1V = 1{,}6 * 10^{-9} J$$

I Condensatori

Definizione di Capacità

Un conduttore carico isolato, come il condensatore, possiede una caratteristica fisica detta *capacità*.

Il potenziale di un conduttore carico di forma sferica è definito come:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{q}{R} \propto q$$

Maggiore è la carica trasferita alla sfera, maggiore sarà il suo potenziale. Questa proporzionalità vale per qualunque conduttore isolato, in particolare la costante di proporzionalità è una caratteristica che dipende dalle caratteristiche costruttive del conduttore stesso.

La costante di proporzionalità, chiamata *capacità*, è definita come il rapporto della carica che abbiamo posot sul conduttore e il potenziale a cui il conduttore è portato:

$$capacità \equiv C = \frac{q}{V} \left[\frac{C}{V} \equiv F\right]$$

L'unità di misura è il *farad, un'unità pratica*. La capacità dipende solo dalle caratteristiche geometriche del conduttore. Se il conduttore è una sfera isolata, la capacità è definita come:

$$C_{sfera_{isolata}} = \frac{q}{V} = 4\pi\epsilon_0 R$$

Ipotizzando di avvicinare un conduttore scarico a un conduttore carico, si ha che il potenziale diminuisce e di conseguenza aumenta la capacità del conduttore. Tale effetto è maggiore all'aumentare della carica indotta del conduttore scarico.

Questo effetto è massimo quando si pone la sfera carica all'interno di una sfera scarica, ottenendo la *condizione di induzione elettrostatica completa:* la carica indotta q_2 è uguale come valore assoluto alla carica q_1.

I condensatori

Sulla base dell'induzione elettrostatica completa si costruisce il componente circuitale denominato *condensatore*.

Si definisce *condensatore* un sistema costituito da due conduttori messi in condizione di essere da esserci induzione elettrostatica completa: quando viene caricato uno dei due conduttori, sull'altro emerge una carica uguale in valore ma opposta di segno, per cui tutte le linee di forza partono dal primo conduttore e terminano nel secondo.

Per dispositivi di questo genere, i due conduttori prendono il nome di *armature*, le quali non hanno lo stesso potenziale. Si definisce capacità di un condensatore il rapporto fra la carica, presente su ciascuna armatura, e la differenza di potenziale fra le due armature:

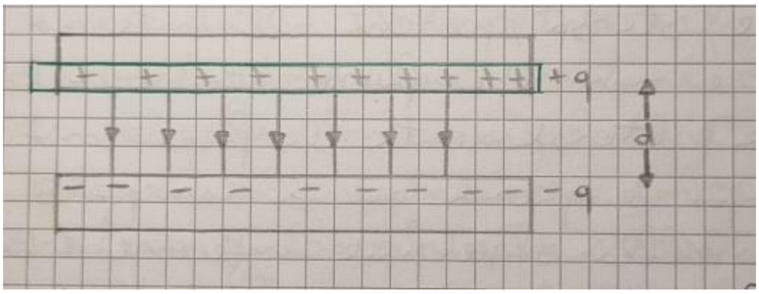
$$capacità\ condensatore \equiv C = \frac{q}{\Delta V}\ [Farad]$$

La capacità di un condensatore dipende dalle caratteristiche geometriche del condensatore stesso e dal mezzo che separa le due armature, cioè se tra le due armature ci sta il vuoto o un altro mezzo.

Condensatori piani

Capacità di un condensatore piano

Per capire quanto vale la capacità di un condensatore, consideriamo il condensatore a facce piane e parallele, dove le due armature sono superfici metalliche piane affiancate l'una all'altra e disposte in maniera tale che la distanza fra le due armature sia molto più piccola della dimensione della più piccola armatura. In genere supponiamo che la dimensione dell'armatura sia infinitamente grande e che quindi sono di dimensione assai maggiore della distanza.



In queste condizioni, il campo fra le armature può considerarsi uniforme. Il campo è rappresentabile con linee di forza che sono parallele, equi-spaziate e ortogonali alle superfici piane. In prossimità della fine dell'armature, il campo elettrico si deforma perdendo la forma descritta ma nel caso ideale supponiamo che il campo sia uniforme su tutta la superficie dell'armatura.

Per calcolare la capacità di questo condensatore si deve usare la definizione: utilizziamo la legge di Gauss; ponendo come superficie Gaussiana la zona tracciata in verde, che è una parte dell'armatura superiore, la quale è di carica positiva; e calcoliamo il flusso attraverso tale superficie. Lateralmente le frecce sono ortogonali al campo, quindi il campo è nullo.

Il flusso della superficie inferiore e la carica q sono definiti come:

$$\Phi = E * A \Rightarrow q = \epsilon_0 * E * A$$

In un campo uniforme la differenza di potenziale tra due punti, di distanza d, è pari a: $\Delta V = V_+ - V_- = E * d$

Da ciò si ottiene che la capacità del condensatore piano è: $C = \frac{Q}{V} = \epsilon_0 * \frac{A}{d}$

La capacità del condensatore piano è legata alle caratteristiche geometriche, infatti è direttamente proporzionale all'area e inversamente proporzionale alla distanza fra le due armature.

Immagazzinare energia nei condensatori
Il lavoro della forza esterna che sposta le cariche fra le due armature del condensatore viene immagazzinato come energia potenziale elettrica U all'interno del campo elettrico fra le due armature:

$$U = L = \frac{1}{2} * \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} * V * Q = \frac{1}{2} * V^2 * C$$

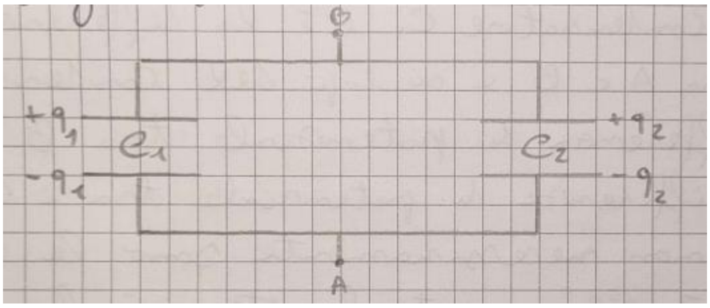
La densità di energia potenziale elettrica è definita come: $\mu_E = \frac{U_E}{Ad} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$

Confronto fra condensatori piani
Confrontando due condensatori a facce piane e parallele che differiscono solo per la distanza fra le armature e nient'altro, quindi aventi la stessa area, stessa carica e stesso campo elettrico all'interno:

- La capacità è inversamente proporzionale alla distanza, avere più distanza significa avere meno capacità;
- L'energia potenziale elettrica è inversamente proporzionale alla capacità, avere più capacità significa avere meno energia potenziale;
- La differenza di potenziale è direttamente proporzionale alla distanza, avere più distanza significa avere maggiore differenza di potenziale;

Collegare i condensatori

Collegamento in parallelo
Collegando come in figura dei condensatori si ha un "collegamento in parallelo".



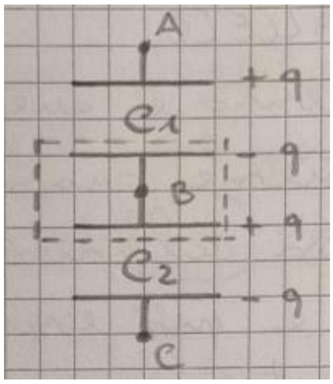
I condensatori avranno ai capi la stessa differenza di potenziale fra le armature mentre avranno differente carica nelle armature, in quanto dipende dalla capacità del singolo condensatore.

Possiamo rappresentare il sistema con un unico condensatore con le seguenti caratteristiche:

$$V_{TOT} = V_1 = V_2, \qquad C_{TOT} = C_1 + C_2, \qquad Q_{TOT} = q_1 + q_2$$

Collegamento in serie

Collegando come in figura dei condensatori si ha un “collegamento in serie”.



I condensatori avranno ai capi una differenza di potenziale non necessariamente uguale mentre avranno la medesima carica nelle armature.

Possiamo rappresentare il sistema con un unico condensatore con le seguenti caratteristiche:

Possiamo rappresentare il sistema con un unico condensatore con le seguenti caratteristiche:

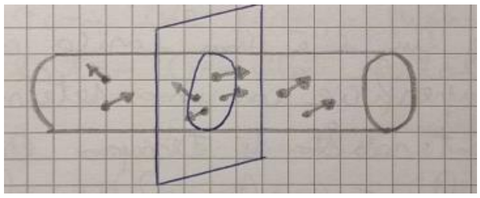
$$V_{TOT} = V_1 + V_2, \qquad C_{TOT} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)^{-1} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}, \qquad Q_{TOT} = q_1 = q_2$$

Corrente Elettrica continua

Un metallo ha la peculiare caratteristica di avere gli elettroni, portatori di cariche, debolmente legati alla struttura reticolare che costituisce il metallo.

Il moto di agitazione termina

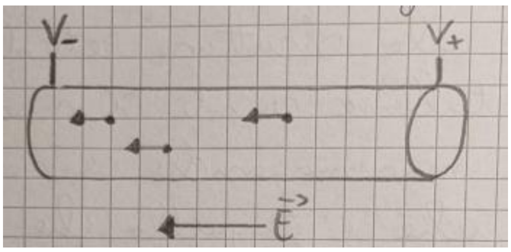
In un filo metallico conduttore gli elettroni si muovono anche in assenza di un campo elettrico per il *moto di agitazione termica*, ovvero per effetto della temperatura stessa gli elettroni si muovono nel filo conduttore.



Il moto di agitazione termica è un moto caotico: immaginando una superficie ortogonale al filo conduttore, in qualsiasi intervallo si ha probabilità uguali che da una parte all’altra della superficie passi lo stesso numero di elettroni. Questo moto avviene con una velocità molto alta e non costituisce una corrente perché il numero di cariche che passano da una parte all’altra della superficie è esattamente lo stesso, cioè vi è un flusso netto medio nullo di carica.

La corrente elettrica

Possiamo generare un campo elettrico sul filo instaurando una differenza di potenziale ai capi del filo conduttore, indicando con V_+ il capo con potenziale maggiore e V_- il capo con potenziale minore. In presenza di un campo elettrico, le cariche libere si muoveranno nel suo verso.



La forza esercitata dal campo elettrico sulle cariche è pari al prodotto della cairca per il campo elettrico stesso: $\vec{F} = q * \vec{E}$. In queste condizioni si stabilisce un flusso ordinato di cariche per cui c’è una carica netta che attraversa la superficie in una determinata direzione e in un intervallo di tempo.

Questo moto ordinato di cariche prende il nome di *corrente elettrica*.

Definizione formale

La corrente elettrica è la quantità di carica che nell’unità di tempo attraversa una superficie del conduttore. Questa grandezza fisica è una grandezza fisica *fondamentale* che prende il nome di *Ampere:*

$$i = \frac{dq}{dt}\ [A] \Rightarrow 1A = 1\ C/1\ sec$$

Se volessimo calcolare la carica che passa attraverso la superficie in un tempo dt bisogna calcolare l’integrale:

$$q = \int i * dt$$

Se la corrente elettrica è costante, allora la corrente è il rapporto fra la carica e l’intervallo di tempo in cui la carica è passata: $i = constante \Rightarrow i = \frac{q}{t}$.

Convenzionalmente il verso della corrente è quello in cui si muoverebbero le cariche positive, è importante denotare che nonostante si attribuisce un verso alla corrente, quest'ultima non è un vettore.

Densità di corrente

Una grandezza vettoriale legata alla corrente che caratterizza ogni punto all'interno del conduttore è la *densità di corrente*:

$$\vec{J} = densità\ di\ corrente$$

Il vettore $\vec{J}$ è definito come quel vettore tale che il suo flusso attraversa una superficie S ed è pari alla corrente i:

$$i = \int_S \vec{J} * \hat{n} * ds$$

Se la densità di corrente è costante ed ortogonale alla superficie S, si ha che: $J = \frac{i}{S}\left[\frac{A}{m^2}\right]$

Velocità di deriva

La velocità di deriva è la velocità con cui le cariche positive si muovono nella direzione del campo elettrico in un filo conduttore a cui capi è presente una differenza di potenziale.

Data la velocità di deriva, è possibile definire la densità di corrente come il prodotto fra la densità di carica di volume e la velocità di deriva:

$$\vec{J} = p * \vec{v}_d \Rightarrow p = n * e$$

Legge di Ohm

Resistenza Elettrica

Il campo elettrico in un conduttore determina un moto ordinato delle cariche, il passaggio di corrente è legato alla differenza di potenziale ai capi del conduttore e quest'ultima è a sua volta legata al campo elettrico che mette in moto le cariche.

Prendendo due conduttori diverse e sottoponendoli alla stessa differenza di potenziali noteremo che la corrente rivelata su di essi è diversa.

Si definisce una grandezza fisica che caratterizza il materiale e la sua forma chiamata *resistenza elettrica*, definita come:

$$R = \frac{V}{i}\ \left[\Omega \equiv \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}\right]$$

La resistenza elettrica viene misurata in Ohm, un'unità di misura pratica. In uno stesso pezzo di conduttore potremmo variare la differenza di potenziale ottenendo un nuovo valore di corrente elettrica, noteremo che il valore della resistenza potrebbe essere differenze rispetto alla precedente misurazione.

Legge di Ohm e resistività

Esistono conduttori per cui la resistenza elettrica, il rapporto fra la differenza di potenziale e l'intensità di corrente, rimane costante. In questi conduttori queste due grandezze sono legate da una relazione di diretta proporzionalità. Per una qualsiasi differenza di potenziale è di definire la *legge di Ohm:*

$$\Delta V = R * i$$

$$R = \frac{V_A - V_B}{i}, \qquad V_A - V_B = E * l, \qquad E = R * \frac{S}{l} * J$$

Questo tipo di conduttori prende il nome di *resistori*.

La resistività di un conduttore di lunghezza l e di sezione S è una caratteristica del materiale ed è definita come: $p = R * \frac{S}{l}\ [\Omega * m]$, da cui è possibile ricavare la resistenza:

$$R = p * \frac{l}{S}$$

Una volta scelto un materiale, la resistenza di un conduttore è proporzionale alla lunghezza mentre è inversamente proporzionale alla sezione.

Inoltre si denota:

- In un materiale isotropo, che ha le stesse caratteristiche in tutte le direzioni, il campo elettrico è definito come: $\vec{E} = p * \vec{J}$ da cui $\vec{J} = a * \vec{E} \Rightarrow a = \frac{1}{p}$;

Effetto Joule

La corrente che è attribuita al moto delle cariche positive, in presenza di una differenza di potenziale, si muove sempre dalla regione di potenziale più alto a quella di potenziale più basso, si ha $V_A > V_B$.

Dal punto di vista energetico, quando c'è una carica che passa dal punto A al punto B, la sua energia potenziale diminuisce poiché va da un potenziale più altro a uno più basso.

In termini di rapidità con cui questa energia è stata scambiato, denotiamo la potenza come:

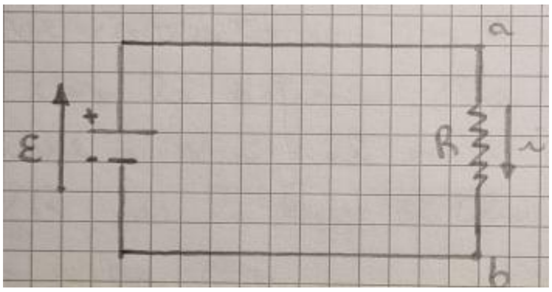
$$P = V * \frac{dq}{dt} = V * i$$

Nell'unità di tempo, questo passaggio di corrente tra $A\ e\ B$ ha determinato un trasferimento di energia, ovvero una potenza trasformata, pari al prodotto della differenza di potenziale tra i punti e la corrente.

In presenza di un resistore la potenza è definibile come: $P = V * i = \frac{V^2}{R} = i^2 * R$.

Si definisce *effetto Joule* si intende la potenza che viene dissipata dal resistore: l'energia elettrica viene trasformata in energia termica.

Forza Elettromotrice



Per avere la corrente bisogna instaurare un campo elettrico agli estremi del conduttore. Esistono strumenti, denominati *sorgenti di forza elettromotrice,* capaci di mantenere una differenza di potenziale fra due punti.

Una sorgente di forza elettromotrice compie un lavoro sui portatori di carica, contro il campo elettrostatico esistente all'interno, in modo da portare le cariche positive da un punto a basso potenziale a un punto ad alto potenziale.

Essendoci un lavoro, c'è un trasferimento di energia. Esistono diversi tipi di forza elettromotrice:

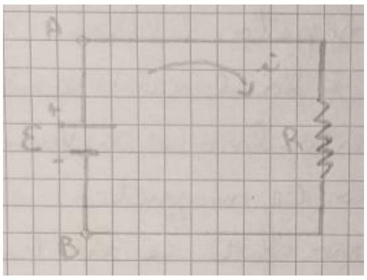
- Trasformano energia chimica in energia elettrica, come ad esempio le pile;
- Trasformano l'energia meccanica in energia elettrica, come un generatore elettrostatico o una dinamo;

Si definisce forza elettromotrice il rapporto fra il lavoro per spostare la carica q_0 lungo tutto il percorso chiuso per la carica stessa:

$$\varepsilon = \frac{W}{q_0} = \oint \vec{E} * d\vec{l} \left[\frac{W}{q_0}\right] N/C$$

Il campo elettrico fra i punti A e B, che va da A a B, è un campo elettrostatico ed è conservativo. Il campo fra i punti B e A è detto campo elettromotore e si occupa di portare le cariche dal potenziale più basso a quello più alto. Il campo elettromotore non è un campo conservativo.

Generatore ideale



In questo circuito, vi è un utilizzatore che è il resistore R, passa una corrente i in virtù del fatto che è stato inserito fra i punti A e B un generatore di forze elettromotrice ε.

Supponendo in termini di potenziale di partire dal punto B, si ha che alla partenza si ha un potenziale V_B che incrementa di una quantità ε, pari alla forza elettromotrice, passando per il punto A. Quando da A si ritorna al punto B, attraverso la corrente vi sarà una caduta di potenziale pari a $-iR$:

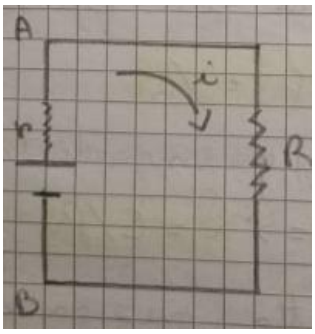
$$V_B + \varepsilon - iR = V_B \Rightarrow \varepsilon = iR, \qquad i = \frac{\varepsilon}{R}$$

La relazione può essere espressa pure in termini di potenza trasferita:

$$\varepsilon * i = iR * I \Rightarrow \varepsilon i = i^2 R$$

εi rappresenta la potenza fornita dal generatore mentre $i^2 R$ è la potenza dissipata per effetto Joule. Essenzialmente l'energia che viene erogata deve essere uguale a quella che viene dissipata.

Generatore Reale



Spesso ci accorgiamo che le pile, un generatore reale, si riscaldano, questo perché in realtà il generatore reale dissipa parte dell'energia che produce dentro sé stesso: per questo motivo un generatore reale potrebbe essere rappresentato più correttamente come un generatore ideale che ha in serie una resistenza.

In queste condizioni, la corrente che circola nel circuito è minore del caso ideale: da una parte la differenza di potenziale fra A e B è pari alla corrente i per la resistenza R, dall'altra parte la differenza di potenziale è pari al valore della forza elettromotrice ε meno la caduta di potenziale che vi è ai capi della resistenza r:

$$V_A - V_B = iR = \varepsilon - ir < \varepsilon$$

La differenza di potenziale ai capi della resistenza R è minore della forza elettromotrice.

Quando il generatore reale si trova nello stato di *circuito* aperto, ovvero non vi è passaggio di corrente [$i = 0$], la forza elettromotrice è pari alla differenza di potenziale tra i suoi terminali.

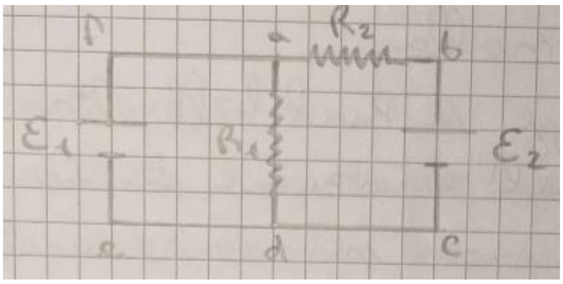
Quando il generatore si trova in stato di circuito chiuso:

$$\varepsilon = i(r + R), \qquad i = \frac{\varepsilon}{r + R} \Rightarrow i = \frac{\varepsilon}{R} * \frac{1}{1 + \frac{r}{R}}$$

Nel caso in cui la resistenza interna al generatore è assai minore rispetto all'utilizzatore, la corrente è approssimabile a: $i = \frac{\varepsilon}{R}$.

In termini di energia, si ha che: $\varepsilon = i(r + R) \Rightarrow \varepsilon i = i^2 r + i^2 R$, ovvero l'energia erogata dal generatore reale viene in parte dissipata per effetto Joule dalla resistenza interna al generatore stesso e in parte, sempre per effetto Joule, dall'utilizzatore, che equivale all'energia effettivamente utilizzata.

Leggi di Kirchhoff



Collegando i vari elementi circuitali è possibile ottenere un circuito.

Un circuito simile può essere scomposto in:

- I rami, pezzi di circuito che contengono un elemento circuitale, come ad esempio: $(a, b), (b, c), (a, d), (f, e)$;
- I nodi, quei punti in cui convengono più di due rami, come ad esempio il punto a e d;

- Le maglie, un insieme di rami chiusi fra di loro, come ad esempio: (a, b, c, d) o (a, d, e, f);

Tali circuiti elettrici si possono studiare attraverso quelle che sono note come *leggi di Kirchhoff:*

1. *Principio di conservazione della carica;*
2. *Principio di conservazione dell'energia;*

Prima legge di Kirchhoff (Principio di conservazione della carica)

La prima legge di Kirchhoff, detto principio della conservazione della carica, enuncia che la somma algebrica delle correnti che confluiscono in un nodo deve essere nulla.

Se prendiamo in valore assoluto la somma delle correnti entranti, questa deve essere uguale alla somma in valore assoluto delle cariche uscenti.

Seconda legge di Kirchhoff (Principio di conservazione dell'energia)

La seconda legge di Kirchhoff, detto principio della conservazione dell'energia, riguarda le cadute di potenziale attraverso un completo attraversamento di una maglia. Il secondo principio enuncia che la somma algebrica delle differenze di potenziale per un completamento di una maglia deve essere nullo:

$$\sum_K V_K = 0$$

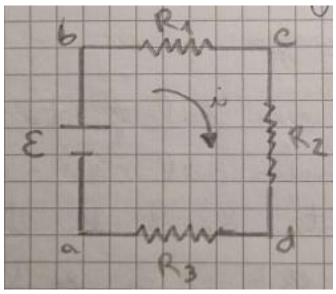
Immaginando un generatore reale come quello affianco, partendo dal punto a, e percorriamo la maglia nel verso della corrente. Si denotano le differenze di potenziale fra le coppie di punti: $(b, a), (c, b), (a, c)$. La somma di tali differenze di potenziale deve essere pari a 0.

Per individuare la differenza di potenziale in tali circuiti ci sono due semplici regole:

- Se una resistenza è attraversata nel verso della corrente, la differenza di potenziale è pari a $ddp_R = -iR$;
- Se una sorgente di forza elettromotrice è attraversata nel verso della corrente, la differenza di potenziale è pari a $ddp_\varepsilon = +\varepsilon$;

Collegare le resistenze

Collegamento in serie



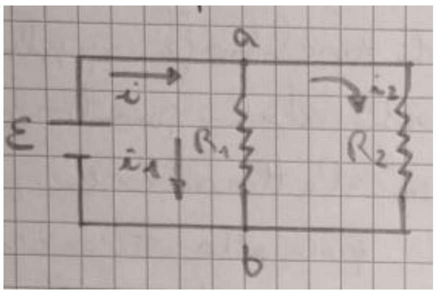
Collegando come in figura delle resistenze si ha un "collegamento in serie".

Le resistenze sono percorse dalla stessa corrente ma si troveranno in diverse differenze di potenziale.

Possiamo rappresentare il sistema con un'unica resistenza con le seguenti caratteristiche:

$$V_{TOT} = V_1 + V_2 + V_3, \qquad R_{TOT} = R_1 + R_2 + R_3, \qquad i_{TOT} = i_1 = i_2 = i_3$$

Collegamento in parallelo



Collegando come in figura delle resistenze si ha un "collegamento in parallelo".

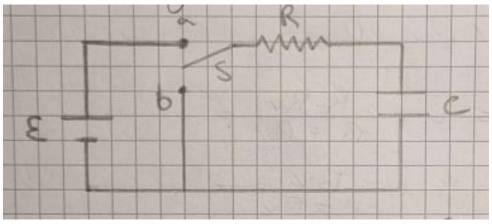
Le resistenze si troveranno alla stessa differenza di potenziale ma saranno percorse da correnti differenti.

Possiamo rappresentare il sistema con un'unica resistenza con le seguenti caratteristiche:

Possiamo rappresentare il sistema con un unico condensatore con le seguenti caratteristiche:

$$V_{TOT} = V_1 = V_2, \qquad R_{TOT} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \qquad i_{TOT} = i_1 + i_2$$

Circuiti RC



I circuiti RC sono quei circuiti in cui è presente una resistenza collegata in serie a un condensatore. La presenza di un interruttore è fondamentale, questo può essere posizionato nel punto a o nel punto b.

Supponiamo che il condensatore sia scarico e che sia stato collegato in serie alla resistenza e che l'interruttore sia collocato nel punto a.

In tale circuito, il generatore di forza elettromotrice fa il suo lavoro che in parte sarà dissipato dalla resistenza per l'effetto di Joule e in parte caricherà il condensatore. Il bilancio energetico di tale circuito sarà che l'energia erogata dal generatore deve essere pari alla somma dell'energia dissipata dalla resistenza e dell'energia immagazzinata nel campo elettrico del condensatore.

$$equazione\ della\ maglia \Rightarrow \varepsilon = iR + \frac{q}{C}$$

La sorgente di forza elettromotrice è uguale alla somma della caduta di potenziale ai capi degli strumenti circuitali che stanno dopo la sorgente di forza elettromotrice. In un circuito RC:

- La corrente non è costante, nel momento $t = 0$ la corrente è pari a $\frac{\varepsilon}{R} = i_{max}$;
- La carica del condensatore al momento $t = 0$ è pari a 0, la carica massima è pari a $q_{max} = C * \varepsilon$;

Le equazioni che descrivono tale circuito sono:

- $q(t) = q_{max} * \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \Rightarrow q(t) = C * \varepsilon \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$
- $i(t) = -C * \varepsilon \left(-\frac{1}{RC}\right) e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{\varepsilon}{R} * e^{-\frac{t}{RC}} = i_{max} * e^{-\frac{t}{RC}}$;
- $V_C + V_R = 0$
- $V_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \varepsilon \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$
- $V_{R(t)} = R * i(t) = \varepsilon * e^{-\frac{t}{RC}}$

Campo Magnetico

Definiamo con magnetizzazione il processo con cui un materiale acquisisce la caratteristica di attrarre limatura di ferro.

In presenza di un magnete si ottiene una distorsione dello spazio simile a quelle del campo elettrico che definiamo *campo magnetico*: in ogni punto dello spazio possiamo assegnare un vettore poiché il campo magnetico è un campo vettoriale.

Così come per le cariche, un magnete che entra nello spazio di un altro magnete è soggetto all'azione del campo magnetico di quest'ultimo mediante delle forze. Tali forze possono essere di tipo repulsivo o attrattivo.

In assenza di altri magneti, un magnete sospeso liberamente si pone in una direzione ben precisa, esiste infatti un campo magnetico terreste che esercita un'azione sul magnete. In un magnete individuiamo i *poli*, quelle parti del magnete in cui le forze sono più intense. Chiameremo *polo nord* la parte del magnete che si orienta verso il *nord geografico*, mentre chiameremo *polo sud* l'altra parte.

Non è possibile ottenere un polo isolato, spezzando un magnete si otterranno due magneti.

I poli sono i centri delle forze magnetiche, cioè i punti in cui le forze sono estremamente intense: come per le cariche, i poli uguali si respingono mentre i poli diversi si attraggono.

Il campo magnetico non è unicamente generato dai magneti, si è sperimentato che anche i circuiti elettrici attraversati dalla corrente producono un campo magnetico attorno a sé.

Generare un campo magnetico

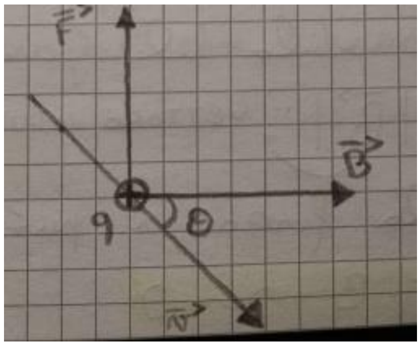
Per generare un campo magnetico è necessario una calamita o dei circuiti percorsi da corrente. Nei circuiti, sono le cariche elettriche in moto che generano i campi magnetici, se non vi è corrente non vi è campo magnetico. Le correnti che percorrono circuiti di dimensioni molecolari sono responsabili dei fenomeni magnetici.

Definizione formale di campo magnetico e forza magnetica

Supponendo di essere in una regione di spazio dove vi è un campo magnetico generato da un magnete o da un circuito percorso da corrente.

Per dire che in tale regione vi è un campo magnetico è necessario utilizzare un oggetto di prova, un piccolo magnete o un piccolo circuito attraversato dalla corrente, e vedere a che forze è soggetto tale oggetto di prova.

Avvicinando un ago magnetico nello spazio in cui vi è un campo magnetico noteremo che l'ago ruoterà per azione delle forze esterne fino a fermarsi in una posizione di equilibrio



Assumiamo come direzione e verso del campo magnetico in un punto quelli della retta orientata che va dal polo sud al polo nord dell'ago magnetico quando si trova nella posizione di equilibrio.

Per calcolare l'intensità del campo magnetico si fa uso della corrente. La più piccola corrente che possa esistere è quella di una sola carica che sia in moto.

Una carica in moto con velocità $\vec{v}$, quando si trova in una regione di spazio in cui vi è un campo magnetico $\vec{B}$, è soggetta ad una forza $\vec{F}$ con le seguenti caratteristiche:

- La velocità della carica e il campo magnetico formano un angolo Θ;
- La forza è ortogonale sia alla velocità che al campo magnetico, quindi è ortogonale al piano individuato da $\vec{v}\ e\ \vec{B}$;
- L'intensità della forza magnetica è proporzionale alla carica, alla velocità e al seno dell'angolo θ:
$$F \equiv \left|\vec{F}\right| \propto q * v * \sin(\theta)$$
- La costante di proporzionalità è quella che assumiamo essere il modulo del *campo magnetico:*
$$B \equiv \left|\vec{B}\right| \Rightarrow \vec{B}\ \text{è}\ il\ vettore\ di\ induzione\ magnetica$$

Per cui l'intensità della forza magnetica è definita come: $F = q * v * B * \sin(\theta)$, che è equivalente a $\vec{F} = q * \vec{v} \times \vec{B}$

Relazione forza magnetica e velocità

Dato che la forza magnetica è ortogonale alla velocità della carica, si ha che la forza non fa alcun lavoro sulla particella, quindi per il teorema dell'energia cinetica, l'energia cinetica della particella non cambia e non cambia il modulo della velocità.

La forza si comporta come una forza centripeta, fa muovere la particella su una traiettoria circolare, di moto circolare uniforme.

Unità di misura del campo magnetico

Il campo magnetico viene misurato attraverso un'unità di misura pratica detta *Tesla* che corrisponde a:

$$1\,T = \frac{N}{Cm/s} = \frac{N}{Am}$$

Nel sistema CGS: $1\ GAUSS = 10^{-7}T$

Il campo magnetico terrestre è nell'ordine di mezzo Gauss.

Forza di Lorentz

Una carica q in moto, in una regione dello spazio in cui è presente contemporaneamente un campo elettrico $\vec{E}$ e un campo magnetico $\vec{B}$, è soggetta a una forza pari alla somma delle rispettive forze esercitate dai campi:

$$\vec{F} = q * \vec{E} + q * \vec{v} \times \vec{B}$$

Tale forza è denominata *forza di Lorentz.*

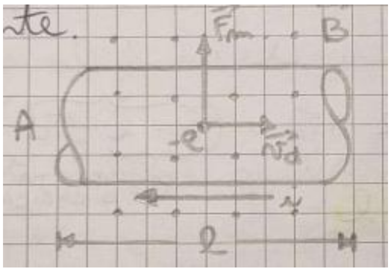
Nel caso in cui la carica fosse ferma, l'unica forza in gioco è quella del campo elettrico.

Effetto Hall

L'effetto Hall consiste nella misurazione della differenza di potenziale di un conduttore quando una corrente che vi scorre è influenzata da un campo magnetico.

Il segno della differenza di potenziale ci permette di capire chi siano i portatori di carica.

Forza magnetica su una corrente



In un conduttore, in un filo percorso dalla corrente, dove quindi ci sono delle cariche che si muovono con velocità costante di deriva $\overrightarrow{vd}$, queste cariche in moto se immerse in un campo magnetico sono soggette a una forza.

Si ha un tratto di filo conduttore di lunghezza l percorso dalla corrente i da destra verso sinistra, questo significa che nel conduttore ci sono delle cariche negative che si muovono di velocità vd nel verso opposto della corrente.

Supponiamo che tale filo sia immerso in un campo magnetico uniforme ed è ortogonale al piano della figura e uscente dal piano. In queste condizioni ognuno degli elettroni che si muove con velocità vd è soggetto a una forza magnetica pari a $-e * \overrightarrow{vd} \times \vec{B}$. In presenza di N elettroni la forza complessiva sarà pari alla somma delle forze agenti su ognuna delle singole cariche e quindi:

$$F = -N * e * \overrightarrow{vd} \times \vec{B}$$

N è il numero di cariche libere che si trovano nel tratto di lunghezza l. Tale numero è dato da:

$$N = n * A * l \Rightarrow n \equiv numero\ di\ portatori\ per\ unità\ di\ volume, \qquad A \equiv sezione\ del\ filo$$

Per semplicità possiamo definire la forza agente su un tratto di filo come:

$$\overrightarrow{F_{magnetica}} = i * \vec{l} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{l}\ ha\ come\ modulo\ la\ lunghezza\ del\ filo$$

Legge ei Biot-Savart

Una corrente che passa da un filo conduttore genera attorno a sé un campo magnetico. Per un filo conduttore infinitamente lungo, le linee di forza di un campo magnetico sono delle circonferenze che si trovano sui piani ortogonali al filo stesso e sono concentriche al filo.

Dato che il filo è infinitamente lungo, si sta valutando il campo magnetico ad una distanza r assai più piccola della lunghezza del filo considerato. In tal caso il campo magnetico risulta essere direttamente proporzionale alla corrente e inversamente proporzionale alla distanza.

La costante di proporzionalità che lega l'intensità del campo magnetico alla corrente e alla distanza dipende dall'unità di misura, nel MKSA viene posto come costante $\frac{\mu_0}{2\pi}$, dove μ_0 è una nuova grandezza fisica che prende il nome di permeabilità del vuoto e vale: $\mu_0 = 4\pi * 10^{-7}\ N/A^2$

Si definisce così la legge di *Biot-Savart* che definisce l'intensità del campo magnetico come $B = \frac{\mu_0}{2\pi} * \frac{i}{r}$. Tale formula può essere rappresentata in forma vettoriale: $\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} * \frac{i}{r} * (\vec{l} \times \vec{r})$

Formule di Laplace

Per circuiti di forma qualsiasi è possibile definire le formule di Laplace:

- La formula legge di *Laplace*: un filo percorso dalla corrente può essere suddiviso in tanti tratti infinitesimi $d\vec{l}$, potremmo quindi calcolare il campo magnetico infinitesimo $d\vec{B}$ e infine fare la somma integrale. La prima formula di Laplace ci dice proprio quanto valga il campo magnetico infinitesimo: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} * i * \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$, per cui $\vec{B} = \int d\vec{B}$;

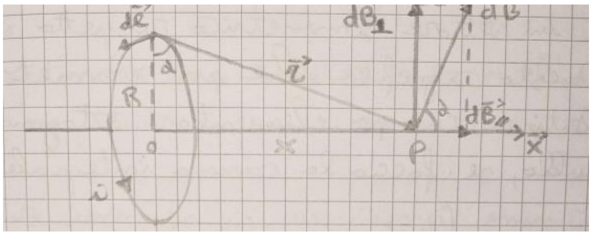
- La seconda formula di Laplace: un filo percorso da corrente avente campi non uniformi può essere suddiviso in tratti infinitesimi di lunghezza $d\vec{l}$, se il tratto è abbastanza piccolo possiamo supporre che in quel tratto il campo sia uniforme. Potremmo quindi calcolare la forza infinitesima come: $d\vec{F} = i * d\vec{l} \times \vec{B}$ e calcolare la forza come somma integrale: $\vec{F} = \int d\vec{F}$

Campo magnetico sull'asse di una spira circolare

Si denota che:

$$\int d\vec{B} \perp = 0, \qquad B = \int dB \parallel = \int dB * \cos(a)$$

$$\cos(a) = \frac{R}{r}, \qquad B = \frac{\mu_0}{2} * i * \frac{R^2}{r^3} = \frac{\mu_0 i}{2} * \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$



Legge di Ampere

Una corrente in un campo magnetico subisce l'azione di una forza che rappresenta la parte magnetica della forza di *Lorentz*. Un filo percorso da corrente infinitamente lungo genera attorno a sé un campo magnetico che ha le caratteristiche della legge di Savart. Le correnti si influenzeranno a vicenda attraverso il loro campo magnetico.

La forza magnetica agente tra i fili paralleli percorsi da corrente è descritta dalla legge di Ampere:

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} * i_1 * i_2 * \frac{l}{d}$$

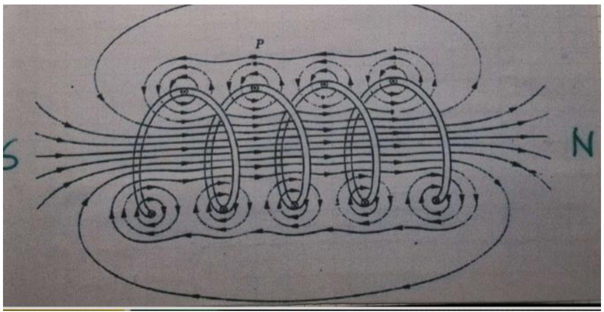
A parità di intensità di corrente, la forza è proporzionale alla lunghezza dei fili e inversamente proporzionare alla distanza.

Solenoide (Spire)

Il modulo di un campo magnetico di un solenoide ideale è definito come:

$$B = \mu_0 * \frac{N}{l} * i$$

È direttamente proporzionale al numero di spire e inversamente proporzionale alla lunghezza del filo.



Flusso campo magnetico

Il flusso di un campo magnetico è definito come:

$$\Phi(\vec{B}) = B * S_1 = \left(\mu_0 * \frac{N}{l} * i\right) * (\pi R_1^2)$$

Il flusso magnetico è misurato attraverso un'unità pratica chiamata *weber* che equivale a $Wb \equiv T * m^2$

Il campo magnetico attraverso una superficie chiusa è sempre nullo:

$$\Phi_{C(\vec{B})} = 0$$

Formulario

Introduzione

Grandezza Fisica Fondamentale	Unità di misura
$\boldsymbol{Lunghezza}\ [L]$	$metro\ (m)$
$\boldsymbol{Massa}\ [M]$	$chilogrammo\ (kg)$
$\boldsymbol{Tempo}\ [T]$	$secondo\ (s)$
$\boldsymbol{Intensit\grave{a}\ di\ Corrente}\ [I]$	$ampere\ (A)$
$\boldsymbol{Temperatura}\ [\Theta]$	$kelvin\ (K)$
$\boldsymbol{Intensit\grave{a}\ Luminosa}\ [J]$	$candele\ (cd)$
$\boldsymbol{Quantit\grave{a}\ di\ materiale}\ [N]$	$mole\ (mol)$

Grandezze Fisica Derivata	Unità di misura Derivata
$\boldsymbol{Area}\ [A]$	$metro\ quadro: m^2$
$\boldsymbol{Volume}\ [V]$	$metro\ cubo: m^3$
$\boldsymbol{Velocit\grave{a}}\ [v]$	$metro\ al\ secondo: \frac{m}{s} = m * s^{-1}$
$\boldsymbol{Accelerazione}\ [a]$	$metro\ al\ secondo\ quadro: \frac{m}{s^2} = m * s^{-2}$
$\boldsymbol{Forza}\ [F]$	$newton: N = \frac{kg*m}{s^2}$
$\boldsymbol{Lavoro,\ energia,\ calore}$ $[\boldsymbol{L, E, C}]$	$joule: J = \frac{kg * m^2}{s^2}$
$\boldsymbol{Potenza}\ [P]$	$watt:\ W = \frac{kg * m^2}{s^3}$
$\boldsymbol{Frequenza}\ [f]$	$hertz: Hz = s^{-1}$
$\boldsymbol{Densit\grave{a}}\ [\rho]$	$chilogrammo\ al\ metro\ cubo: \frac{kg}{m^3}$
$\boldsymbol{Carica\ elettrica}\ [q]$	$coulomb: C = A * s$
$\boldsymbol{Tensione\ elettrica}\ [E]$	$volt: V = \frac{kg * m^2}{A * s^3}$
$\boldsymbol{Resistenza}\ [R]$	$ohm: \Omega = \frac{kg * m^2}{A^2 * s^3}$

Potenza	Prefisso	Abbreviazione
$\mathbf{10^{18}}$	exa	E
$\mathbf{10^{15}}$	$peta$	P
$\mathbf{10^{12}}$	$tera$	T
$\mathbf{10^{9}}$	$giga$	G
$\mathbf{10^{6}}$	$mega$	M
$\mathbf{10^{3}}$	$kilo$	k
$\mathbf{10^{-2}}$	$centi$	c
$\mathbf{10^{-3}}$	$milli$	m
$\mathbf{10^{-6}}$	$micro$	μ
$\mathbf{10^{-9}}$	$nano$	n

10^{-12}	$pico$	p
10^{-15}	$femto$	f
10^{-18}	$atto$	a

Vettori	
Vettori in componenti scalari	• $a_x = a * \cos(\theta),\quad a_y = a * \sin(\theta);$ • $\tan(\theta) = \frac{a_y}{a_x} \rightarrow \theta = \tan^{-1}(\frac{a_y}{a_x})$ • $a = \|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2};$
Somma e differenza fra vettori	• $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x)\hat{x} + (a_y + b_y)\hat{y}$ • $c = \|\vec{c}\| = \sqrt{(a_x + b_x)^2 + (a_y + b_y)^2}$ • $\tan(\theta) = \frac{c_y}{c_x} = \frac{a_y + b_y}{a_x + b_x}$
Prodotto scalare per vettore	• $\vec{b} = k * \vec{a},\quad \|\vec{b}\| = \|k\| * \|\vec{a}\|$
Prodotto scalare fra vettori	• $\vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| * \|\vec{b}\| * \cos(\theta)$ • $\vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x\hat{x} + a_y\hat{y}) \cdot (b_x\hat{x} + b_y\hat{y})$ $= a_x b_x \hat{x}x + \cancel{a_x b_y \hat{x}\hat{y}} + \cancel{a_y b_x \hat{y}\hat{x}} + a_y b_y \hat{y}\hat{y}$ • Con $\hat{x} * \hat{x} = \hat{y} * \hat{y} = 1,\ \hat{x} * \hat{y} = \hat{y} * \hat{x} = 0;$
Prodotto vettoriale fra vettori	$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x\hat{x} + a_y\hat{y} + a_z\hat{z}) \times (b_x x + b_y\hat{y} + b_z\hat{z})$ $= \cancel{a_x b_x(\hat{x} \times \hat{x})} + a_x b_y(\hat{x} \times \hat{y}) + a_x b_z(\hat{x} \times \hat{z})$ $+ a_y b_x(\hat{y} \times \hat{x}) + \cancel{a_y b_y(\hat{y} \times \hat{y})} + a_y b_z(\hat{y} \times \hat{z})$ $+ a_z b_x(\hat{z} \times \hat{x}) + a_z b_y(\hat{z} \times \hat{y}) + \cancel{a_z b_z(\hat{z} \times \hat{z})}$ $= (a_x b_y - a_y b_x)\hat{z} + (a_y b_z - a_z b_y)\hat{x} + (a_z b_x - a_x b_z)\hat{y}$ Con $\hat{x} \times \hat{x} = \hat{y} \times \hat{y} = \hat{z} \times \hat{z} = 0$
Regole di derivazione	• *Derivata della somma di vettori:* $\frac{d}{dt}(\vec{a} + \vec{b}) = \frac{d\vec{a}}{dt} + \frac{d\vec{b}}{dt};$ • Derivata del prodotto scalare per vettore: $\frac{d}{dt}(m * \vec{v})$: ➢ Se m è $costante$: $\frac{d}{dt}(m * \vec{v}) = m * \frac{d\vec{v}}{dt};$ ➢ Se m è $non\ costante$: $\frac{d}{dt}(m * \vec{v}) = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m * \frac{d\vec{v}}{dt};$ • Derivata del prodotto scalare: $\frac{d}{dt}(\vec{a} \cdot \vec{b}) = \frac{d\vec{a}}{dt} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \frac{d\vec{b}}{dt};$ • $Derivata\ del\ prodotto\ vettoriale$: $\frac{d}{dt}(\vec{a} \times \vec{b}) = \frac{d\vec{a}}{dt} \times \vec{b} + \vec{a} \times \frac{d\vec{b}}{dt};$ • $Vettore\ infinitesimo$: $d\vec{b} = \left(\frac{d\vec{b}}{dt}\right) * dt \equiv variazione\ infinitesima;$

Cinematica

Concetti Base	
Velocità Media / Velocità istantanea [m/s]	• $\vec{v}_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(x_f - x_i)\hat{x}}{t_f - f_i},\quad nulla\ se\ x_i = x_f$ • $\vec{v}_x = \frac{d\vec{x}}{dt} \in \mathbb{R}$ • $La\ rapidità\ istantanea\ è\ il\ modulo\ \|\vec{v}_x\|$
Accelerazione media / Accelerazione Istantanea [m/s^2]	• $\vec{a}_m = \frac{\vec{v}_{xf} - \vec{v}_{xi}}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\vec{v}_x}{\Delta t}$ • $\vec{a}_x = \frac{d\vec{v}_x}{dt}\ oppure\ \vec{a}_x = \frac{d^2\vec{x}}{dt} \in \mathbb{R}$

Moto Rettilineo	
Moto Rettilineo Uniforme • $\vec{a}(t) = 0$ • $\vec{v}(t) = \vec{v}_0$ **Moto Rettilineo Uniformemente Accelerato** • $\vec{a}(t) = \vec{a}_0$	• $Equazioni\ orarie$: $\begin{cases} \vec{x}(t) = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \\ \vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t \end{cases}$ • $\vec{v}^2 - \vec{v}_0^2 = 2\vec{a}(\vec{x} - \vec{x}_0)$
Caduta libera (un moto uniformemente accelerato)	• $Tempo\ caduta$: $t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

• $\vec{a}(t)=\vec{g}=9.8\,m/s^2$ • $\vec{v}_0=0$	• *Velocità di caduta*: $v_c=\sqrt{2gh}$ • *Altezza di caduta*: $h=\frac{1}{2}gt^2$
Lancio verso l'alto (un moto uniformemente accelerato) • $\vec{a}(t)=-\vec{g}=-9.8\,m/s^2$ • $v_0 \Rightarrow positiva$	• *Tempo salita*: $t_s=\frac{v_0}{g}$ • *Altezza massima*: $h_{max}=\frac{v_0^2}{2g}$
Moto Parabolico	
Spostamento $\vec{s}=(\vec{x}(t),\vec{y}(t))$ • **Asse X: moto rettilineo uniforme** • **Asse Y: moto rettilineo Unifor. Acce.**	• *Equazioni orarie*: $\begin{cases}\vec{x}(t)=\vec{v}_{x0}t\\ \vec{y}(t)=\vec{y}_0+\vec{v_{y}}_0-\frac{1}{2}gt^2\end{cases}$ • Se lanciato da terra, $y_0=0, altrimenti\ y_0=h$
Velocità $\vec{v}=\left(\vec{v}_x(t),\vec{v}_y(t)\right)$ • **Asse X: moto rettilineo uniforme** • **Asse Y: moto rettilineo Unifor. Acce.**	• *Equazioni orarie*: $\begin{cases}\vec{v}_x(t)=v_{x_0}\\ \vec{v}_y(t)=v_{y_0}-gt\end{cases}$ • *Componenti velocità*: $\begin{cases}v_{0_x}=v_0\cos(\theta)\\ v_{0_y}=v_0\sin(\theta)\end{cases}$ • Velocità dalle componenti: $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$ • Angolo della velocità: $\tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$
Moto parabolico con lancio da terra	• Tempo salita: $t_s=\frac{v_{y_0}}{g}$ • Gittata massima: $\frac{2v_{x_0}v_{y_0}}{g}$ • Altezza massima: $h_{max}=\frac{v_{y_0}^2}{2g}$
Moto Circolare	
Componenti Accelerazione lineare • $\vec{a}=\vec{a}_C+\vec{a}_T$ • $a=\sqrt{a_C^2+a_T^2}$	• *Accelerazione centripeta*: $\lvert\vec{a}_C\rvert=\frac{\lvert\vec{v}\rvert^2}{R}$ • *Accelerazione tangenziale*: $\lvert\vec{a}_T\rvert=\frac{d\lvert\vec{v}\rvert}{dt}$ Si ha moto rettilineo se non vi è $a_C, R\to\infty$ Si ha moto circolare se non si ha $a_T, velocità\ costante$
Velocità angolare media / Velocità angolare istantanea [rad/s] • $90°\Rightarrow\frac{90\pi}{180}\,rad$	• $\omega_m=\frac{\Theta_2-\Theta_1}{t_2-t_1}=\frac{\Delta\Theta}{\Delta t}$ • $\omega=\frac{d\Theta}{dt}$ Posizione angolare: • $\theta(t)=\frac{s(t)}{R}$
Moto Circolare Uniforme • **$\vec{v}$ costante in modulo ma non in direzione** • **$\vec{a}_T=0$ e $\vec{a}=\vec{a}_C$ $(costante)$** • **$\omega(t)=\omega$ (costante)**	• *Equazioni orarie*: $\begin{cases}\Theta(t)=\Theta_0+\omega t\\ \omega(t)=\omega\end{cases}$
Moto Circolare Unif. Acc.	• Frequenza: $f=\frac{1}{T}$, *Periodot*: $T=\frac{1}{f}=\frac{2\pi R}{v}=\frac{2\pi}{\omega}$ • Arco: $S=\Theta R$; • $\vec{v}=\omega R=\sqrt{a_C R}$ • $\omega=\sqrt{\frac{a_C}{R}}=\frac{v}{R}$ • $a_T=R\vec{a}$ • $a_C=\omega^2 R$
	• *Equazioni orarie*: $\begin{cases}\Theta(t)=\Theta_0+\omega_0+\frac{1}{2}at^2\\ \omega(t)=\omega_0+at\end{cases}$

Dinamica

Leggi di Newton	
Principio di Inerzia	*Oggetto in equilibrio* $\Rightarrow \vec{F}_{tot}=0$ Equilibrio statico:

	$\begin{cases} \vec{F}_{TOT} = 0 \rightarrow risultante\ delle\ forze\ nulla \\ \vec{v}_0 = 0 \rightarrow velocità\ iniziale\ del\ corpo\ nulla \end{cases}$
Legge della Dinamica	$\vec{F}_{tot} = ma$
Principio di azione e reazione	$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$
Tipi di Forze	
Forza Gravitazionale	$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} = G * \frac{m_1 * m_2}{r^2}$
Forza Peso	$\vec{F}_P = mg$
Forza Elastica	$\vec{F}_E = -k\vec{x}$
Tensione della fune	In caso di fine ideali, tensione esercitata ad un estremo viene trasmessa all'altro
Forza d'attrito	$\vec{F}_{att} = -\mu N$
Forza Centripeta	$F_C = m * a_C = m * \frac{v^2}{R}$
Quantità di Moto	
Quantità di moto $\vec{F}_{tot} = 0 \Rightarrow \vec{P} = costante$ **Forza conservativa**	$\vec{P} = m * \vec{v}$
Impulso di una Forza	
Impulso di una forza **Se** $\vec{I} = 0 \Rightarrow \vec{P}\ si\ conserva$	$\vec{I} = \vec{P}_f - \vec{P}_i = \Delta\vec{P} \rightarrow \vec{F} * \Delta t = \Delta\vec{P}$
Dinamica Moti Circolari	
Velocità angolare media / **Velocità angolare istantanea** [rad/s] • $90° \Rightarrow \frac{90\pi}{180}\ rad$	• $\omega_m = \frac{\Theta_2 - \Theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\Theta}{\Delta t}$ • $\omega = \frac{d\Theta}{dt}$ Posizione angolare: • $\theta(t) = \frac{s(t)}{R}$
Moto Circolare Uniforme • $\vec{v}$ **costante in modulo ma non in direzione** • $\vec{a}_T = 0$ **e** $\vec{a} = \vec{a}_C\ (costante)$ • $\omega(t) = \omega$ **(costante)**	• $Equazioni\ orarie: \begin{cases} \Theta(t) = \Theta_0 + \omega t \\ \omega(t) = \omega \end{cases}$
Moto Circolare Unif. Acc.	• Frequenza: $f = \frac{1}{T}$, $Periodo t: T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$ • Arco: $S = \Theta R$; • $\vec{v} = \omega R = \sqrt{a_C R}$ • $\omega = \sqrt{\frac{a_C}{R}} = \frac{v}{R}$ • $a_T = R\vec{a}$ • $a_C = \omega^2 R$
	• $Equazioni\ orarie: \begin{cases} \Theta(t) = \Theta_0 + \omega_0 + \frac{1}{2}at^2 \\ \omega(t) = \omega_0 + at \end{cases}$
Energia	
Lavoro $\in \mathbb{R}$ **Joule [kg*m^2/s^2]** • $\Theta < 90°$: W è $motore\ e\ W > 0$ • $\Theta > 90°$: W è $resiliente\ e\ W < 0$ • $\Theta = 0°$: W è $nullo\ e\ W = 0$	• $Forza\ costante: W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F * \Delta r * \cos(\theta)$ • Forza non costante: $\eth W = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F * dr * \cos(\Theta)$ • $W_{TOT} = W_1 + \cdots W_n$
Potenza **Watt {kg*m^2/s^3}**	• $Potenza\ media \equiv P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$; • $Potenza\ istantanea \equiv P = \frac{\eth W}{dt}$ • $Relazione\ potenza\ e\ velocità: P = \vec{F} \cdot \vec{v} = \lvert\vec{F}\rvert * \lvert\vec{v}\rvert * \cos(\Theta)$
Energia Cinetica $[0, +\infty[$ • $W > 0, K\ aumenta$ • $W < 0, K\ diminuisce$ • $W = 0, K\ si\ conserva$	• $K = \frac{1}{2} * m * v^2$ • $W_{TOT} = \Delta K = \frac{1}{2} * m * v_f^2 - \frac{1}{2} * m * v_i^2$ • $\Delta K \in \mathbb{R}$

Energia Potenziale	$\Delta U = U_f - U_i = -W_C$		
	• En. P. Forza Peso: $U_{F_P}(h) = mgh$	• En. P. Forza elastica: $U_{F_E}(x) = \frac{1}{2}kx^2$	• En. P. Forza gravitazionale: $U_{F_G}(p) = -\frac{Gm_1m_2}{r}$
Energia Meccanica • **Lavoro forza conservativa:** $W_C = -\Delta U$ • **Lavoro forze non conservative:** $W_{NC} = \Delta E$	• Energia Meccanica: $\Delta E = \Delta K + \Delta U$ $\Delta E = 0 \Rightarrow ci\ sono\ solo\ forze\ conservative$ Conservazione in caso di solo forze conservative, rimane costante: $K_i + U_i = K_f + U_f$		
	• Attrito, forza non conservativa: $W_{ATT} = -\mu N l$ • $W_{TOT} = W_C + W_{NC};$ Se ci sono solo forze conservative, l'energia meccanica si conserva e rimane costante, se ci sono pure forze non conservative l'energia meccanica non si conserva ma il lavoro delle forze nc è pari alla variazione dell'energia meccanica.		

Sistema Punti Materiale

Forze Interne ed Esterne	
Forze applicate a un i-esimo punto in un sistema	$\vec{F}_i = \vec{F}_i^E + \vec{F}_i^I$
Totale delle forze interne	$\vec{F}_{TOT}^I = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^I = 0$
Proprietà Sistema di Punti Materiale	
Posizione Centro di Massa Fissato O	$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_i m_i * \vec{r}_i}{M}\ dove\ M \equiv \sum_i m_i$
Velocità	$\vec{v}_{CM} = \frac{\sum_i m_i * \vec{v}_i}{M}\ dove\ M \equiv \sum_i m_i$
Quantità di moto del Sistema	$\vec{P}_{TOT} = M * \vec{v}_{CM}$
Accelerazione	$\vec{a}_{CM} = \frac{\vec{F}_{TOT}^E}{M}$
Forze esterne	$\vec{F}_{TOT}^E = M * \vec{a}_{CM} = \frac{d\vec{P}_{TOT}}{dt}$ Sistema isolato: se $\vec{F}_{TOT}^E = 0 \Rightarrow \vec{P}_{TOT} = costante$
Stato di equilibrio	$Il\ sistema\ è\ in\ equilibrio \Rightarrow \vec{F}_{TOT}^E = 0$
Proprietà Sistema di Punti Materiale	
Posizione Centro di Massa Fissato O	$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_i m_i * \vec{r}_i}{M}\ dove\ M \equiv \sum_i m_i$
Velocità	$\vec{v}_{CM} = \frac{\sum_i m_i * \vec{v}_i}{M}\ dove\ M \equiv \sum_i m_i$
Quantità di moto del Sistema	$\vec{P}_{TOT} = M * \vec{v}_{CM}$
Accelerazione	$\vec{a}_{CM} = \frac{\vec{F}_{TOT}^E}{M}$
Forze esterne	$\vec{F}_{TOT}^E = M * \vec{a}_{CM} = \frac{d\vec{P}_{TOT}}{dt}$ Sistema isolato: se $\vec{F}_{TOT}^E = 0 \Rightarrow \vec{P}_{TOT} = costante$
Stato di equilibrio	$Il\ sistema\ è\ in\ equilibrio \Rightarrow \vec{F}_{TOT}^E = 0$

Gli Urti

Concetti Base	
Forze Impulsive	Elevata intensità ma un tempo di azione molto breve.

	Hanno un impulso di valore finito e causano una variazione della quantità di moto della particella non trascurabile.
Conseguenze sulla quantità di moto	La quantità di moto del sistema si conserva per qualsiasi tipo di urto
Tipi di Urto	
Urto Elastico	$Si\ conserva\ l'energia\ cinetica: K_{TOT_{prima}} = K_{TOT_{Dopo}}$ $\begin{cases} w_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} * v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} * v_2 \\ w_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} * v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} * v_2 \end{cases}$ • Corpi in movimento e $m_1 = m_2$, si scambiano le velocità; • Corpo 2 fermo: ○ $m_1 = m_2 \Rightarrow w_1 = 0, w_2 = v_1$ ○ $m_1 \ll m_2 \Rightarrow w_1 = -v_1, w_2 = 0$ ○ $m_1 \gg m_2 \Rightarrow w_1 = v_1, w_2 = 2v_1$
Urto Anelastico	L'energia cinetica non si conserva e i corpi collidenti si separano
Urto completamente Anelastico	*L'energia cinetica non si conserva e i corpi collidenti rimangono attaccati in un unico corpo di massa pari alla somma di quella dei due corpi.* $K_{TOT_{Prima}} > K_{TOT_{Dopo}}$ *poiché l'energia cinetica viene trasformata in energia di deformazione.*

Oscillazioni

Moto Armonico Semplice	
Moto Armonico Semplice	$Equazioni\ orarie: \begin{cases} x(t) = A\sin(\omega t + \phi) \\ v(t) = A\omega\cos(\omega t + \phi) \end{cases}$ $a(t) = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi)$ $x(0) = A\sin(\phi)$ $v(0) = A\omega\cos(\phi)$
Sistema Massa-Molla (moto armonico semplice)	$\omega^2 = \frac{k}{m}$
Considerazioni energetiche	Nel tempo varia sia l'energia cinetica, cambia velocità, sia l'energia potenziale, cambia la posizione, ma istante per istante la somma è costante. Agli estremi l'energia cinetica è nulla, mentre a riposo l'energia potenziale è nulla.

Il Campo Elettrostatico

Carica Elettrica	
Carica di un corpo $[C] = [A * s]$	• $q = n * e\ con\ n \in \mathbb{R}$ • $e \equiv carica\ fondamentale$
Principio di Conservazione	La carica totale è sempre costante, nell'universo ci sono tante cariche positive e tante cariche negative
L'atomo	
Forze in gioco nell'atomo	• Il nucleo rimane compatto a causa di particolari forze dette *forze nucleari*; • Gli elettroni e protoni non si attraggono a causa di particolari forze dette *forte elettriche*;
Coulomb	
Legge di Coulomb	• $\lvert\vec{F}\rvert = K * \frac{\lvert q_1 * q_2\rvert}{r^2} \Rightarrow K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$; • $Se\ q_1 = q_2, maggiore\ è\ la\ distanza\ minore\ è\ la\ forza$
Principio sovrapposizione delle cariche	$\vec{F}_{TOT_{carica}} = \sum_i \vec{F}_i$

Campo Elettrico	
Tipi di campi	• $Uniforme: valore\ costante\ in\ tutti\ i\ punti$ • $Stazionario$: valore cambia da punto a punto ma costante nel tempo
Campo Elettrico	• $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q^+} \Rightarrow q^+ \equiv carica\ di\ prova+$ • Infinitesimo: $\Delta\vec{E} = \frac{Kdq}{r^2}\hat{r}$ • *Le modifiche si propagano a velocità fintia*
Sovrapposizione campo elettrico	• $\vec{E} = \vec{E}_1 + \cdots + \vec{E}_m$