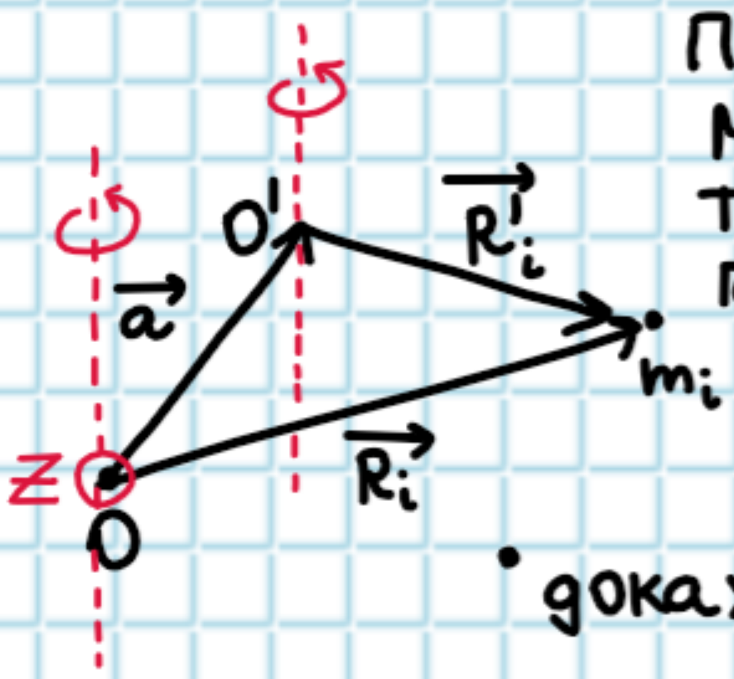
Лопатенко Георгий М3102

1. Вывести теорему Гюйгенса- Штейнера



модель абсолютно твёрдого тела

Пусть есть однородное сплошное тело, для которого известно выражение момента инерции относительно оси вращения, проходящей через центр масс тела, тогда утверждается, что относительно произвольной оси вращения, параллельной искомой, выражение для момента инерции будет следующим:

$I = I_0 + ma^2$, где a – модуль вектора смещения оси.

• докажем это:

мы уже знаем, что для множества взвешенных точек момент инерции системы записывается в виде суммы $I = \sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2$

заметим, что момент инерции отн. оси через центр масс: $I_0 = \sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2$

тогда запишем относительно оси со сдвигом: $I' = \sum_{i=1}^{n} m_i R_i'^2 = \sum_{i=1}^{n} m_i (\vec{R_i} - \vec{a})^2$

сумма обладает свойством линейности: $I' = \sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2 - \underbrace{\cancel{2\sum_{i=1}^{n} m_i (\vec{R_i}, \vec{a})}}_{0} + \sum_{i=1}^{n} m_i a^2$

0 слагаемое обнуляется по теореме о центре масс

$\vec{R_z} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{R_i}}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \vec{0} \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{R_i} = 0;\ \sum_{i=1}^{n} m_i (\vec{R_i}, \vec{a}) = 0$

$I' = I_0 + ma^2$ – теорема доказана

---

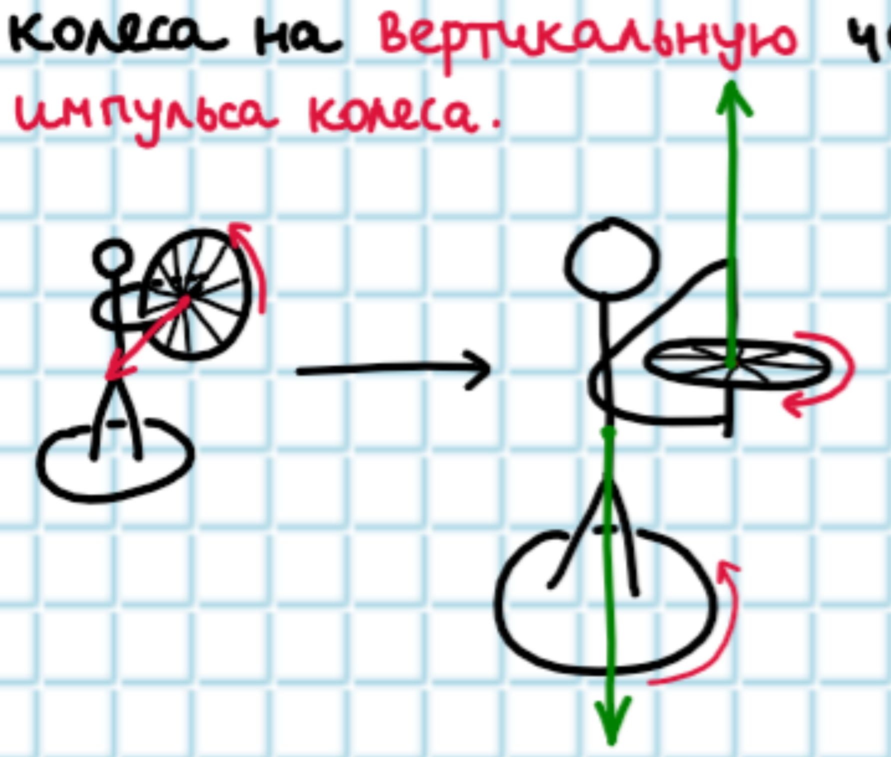
2. Пояснить демонстрацию «Человек на скамье Жуковского с велосипедным колесом». Записать формулы, по которым можно определить скорость вращения человека.

Скамья Жуковского представляет собой платформу на опорном подшипнике, что позволяет объекту свободно вращаться вокруг вертикальной оси.

На платформе стоит человек и держит на вытянутых руках перед собой велосипедное колесо так, что можно изменять направление оси вращения колеса.

В исходном состоянии ось вращения колеса горизонтальна, затем его раскручивают, при этом вертикал. составляющая момента импульса системы равна нулю (и так будет сохраняться). При изменении оси вращения колеса на вертикальную человек начинает вращаться для компенсации вертикал. составляющей момента импульса колеса.

закон сохранения момента имп.



сначала $I_h \omega_h = L_h$

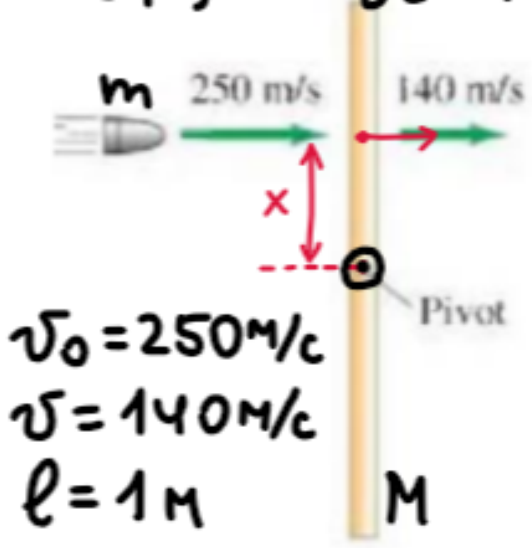
при повороте колеса на $\frac{\pi}{2}$: $I_v \omega_v = L_v$

тогда $V_{чел.} = \omega_v R = \dfrac{L_h R}{I_v} = \omega_h R \cdot \dfrac{I_h}{I_v}$.

---

3. (II) A uniform stick 1.00 m long with a total mass of 330 g is pivoted at its center. A 3.0-g bullet is shot through the stick a distance x from the pivot. The bullet approaches at 250 m/s and leaves at 140 m/s (Fig. 11–36). (a) Determine a formula for the angular speed of the spinning stick after the collision as a function of x. (b) Graph the angular speed as a function of x, from $x = 0$ to $x = 0.50$ m.

$m = 3г;\ M = 330г$



$\upsilon_0 = 250 м/с$

$\upsilon = 140 м/с$

$\ell = 1 м$

Заметим, что система изолирована, т.е. стержень раскручивает только пуля: тогда запишем закон сохранения момента импульса относительно точки pivot:

(pivot): $x m \upsilon_0 = x m \upsilon + I_s \omega$, где I_s – момент инерции отн. pivot-оси

Отсюда $\omega = \dfrac{xm(\upsilon_0 - \upsilon)}{I_s} = \dfrac{xm(\upsilon_0 - \upsilon)}{\frac{1}{12} \cdot M\ell^2}$

a) $\omega(x) = \dfrac{12m(\upsilon_0 - \upsilon)}{M\ell^2} x$

b)