Лопатенко Георгий М3102

1. Из каких формул можно получить уравнение Пуассона? Каков физический смысл этого уравнения?

если рассматривать общий случай конфигурации электростатического поля, то для его описания (в случае неоднородности и нетривиальной топологии) применяется уравнение Пуассона, при этом сразу видна связь между потенциалом φ и плотностью ρ распределения заряда. Th. Остроградского–Гаусса в дифференциал. форме: $\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

$\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ и связь между напряжённостью и потенциалом: $\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi$, из последнего следует, что

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x};\ E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y};\ E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z} \text{ и тогда } \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} = \nabla^2\varphi = \Delta\varphi$$

$\Delta = \nabla^2 = \operatorname{div}\operatorname{grad}$

дифф. оператор Набла

оператор Лапласа

При $\Delta\varphi = 0$ – уравнение Лапласа (частный случай)

уравнения линейны, что обосновывает принцип суперпозиции

2. Вывести формулу для напряженности диполя из принципа суперпозиции.

дипольный момент: $\vec{p} = q\vec{d}$

будем рассматривать систему из диполя и удалённой точки, потенциал в силу суперпозиции записывается $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{d\cos\alpha}{r^2} = \frac{kp\cos\alpha}{r^2}$$

$r_1 \approx r_2 >> d$

Заметим, что $\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi = -\vec{\nabla}\left(k\frac{(\vec{p},\vec{r})}{r^3}\right) = \frac{\partial\varphi}{\partial\rho}\vec{e_\rho} + \frac{\partial\varphi}{\rho\partial\theta}\vec{e_\theta}$, тогда

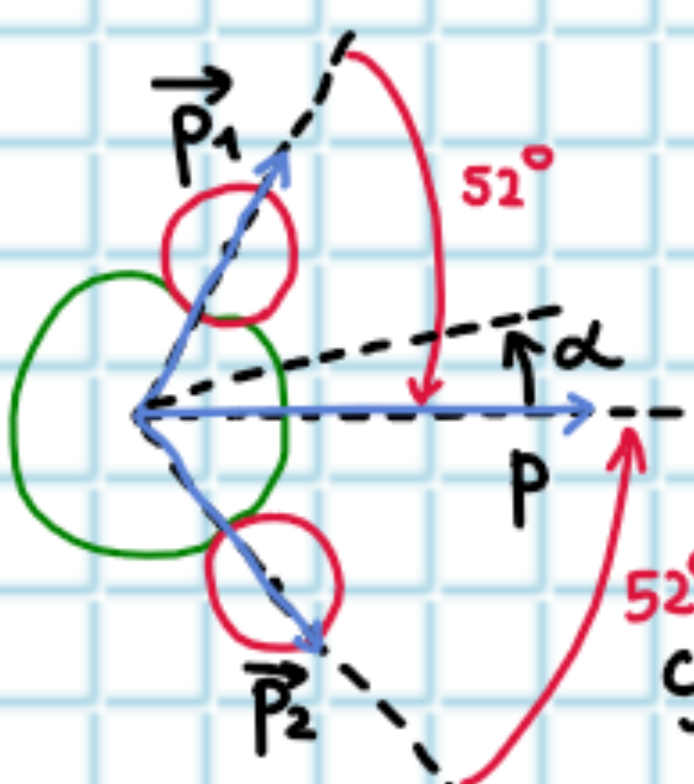
$$E = \sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\rho}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\rho\partial\theta}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2kp\cos\theta}{r^3}\right)^2 + \left(\frac{kp\sin\theta}{r^3}\right)^2} = \frac{p}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\sqrt{1 + 3\cos^2\theta} \cdot \frac{1}{r^3} = E$$

в однородном электростат. поле

3. Постройте картину силовых линий и эквипотенциальных поверхностей для молекулы воды. Считать, что дипольный момент молекулы ориентирован вдоль оси x. График построить для расстояний x,y в пять раз больших чем радиус молекулы. Что будет происходить с молекулой при ее помещении:

- В вертикальное однородное поле; – поменяет ориентацию с дипольным моментом, сонаправленным силовым линиям поля
- В горизонтальное однородное поле; – устойчив. или неустойчив. равновес.
- В неоднородное поле.

„втянется" в область сгущения силовых линий



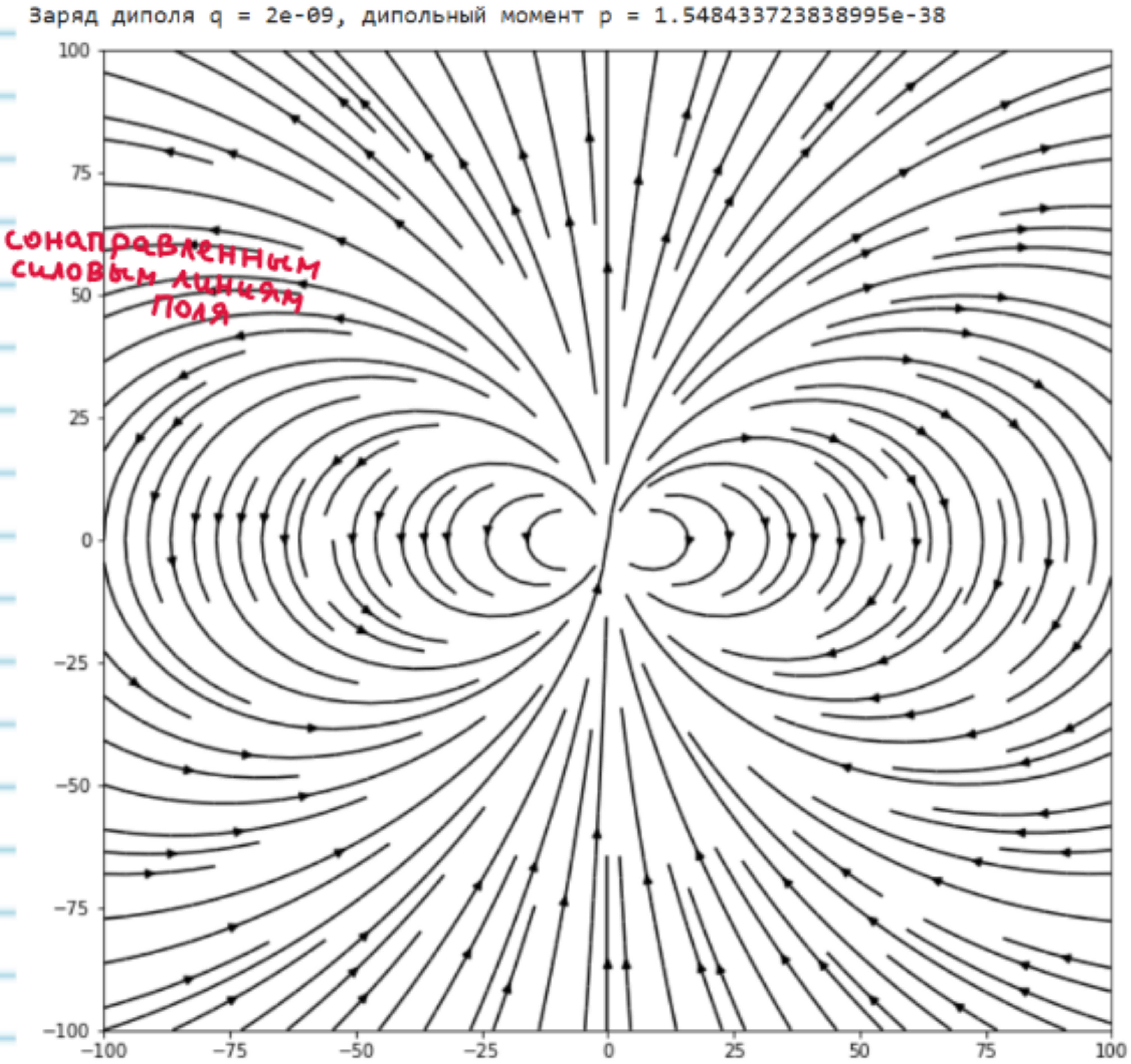
$$p = 2p_1\cos 52°$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{p_1\cos(52° - \alpha)}{r^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{p_2\cos(52° + \alpha)}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{p\cos\alpha}{r^2}$$

т.е. по сути функция нескольких переменных $\varphi = \varphi(r, \alpha)$

Заряд диполя q = 2e-09, дипольный момент p = 1.548433723838995e-38



библиотека python matplotlib