

Группа М32021 К работе допущен _____
Студент Лопатенко Г.В. / Жуйков А.С. Работа выполнена 17.10.2022
Преподаватель Тимофеева Э.О. Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.05

Исследование колебаний физического маятника

1. Цель работы:

Изучить основные характеристики затухающих колебаний физического маятника.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы:

1. Измерить период затухающих колебаний;
2. Определить зависимость амплитуды затухающих колебаний от времени;
3. Определить зависимость периода колебаний от момента инерции;
4. Определить преобладающий тип трения при затухающих колебаниях;
5. Определить экспериментальную и приведенную длины маятника.

3. Объект исследования:

Установка Обербека: крестовина с перемещаемыми по спицам грузами-утяжелителями.

4. Метод экспериментального исследования:

Многократные прямые измерения периодов и измерения времени для отклонения от положения равновесия на разные углы при затухающих колебаниях.

5. Рабочие формулы и исходные данные:

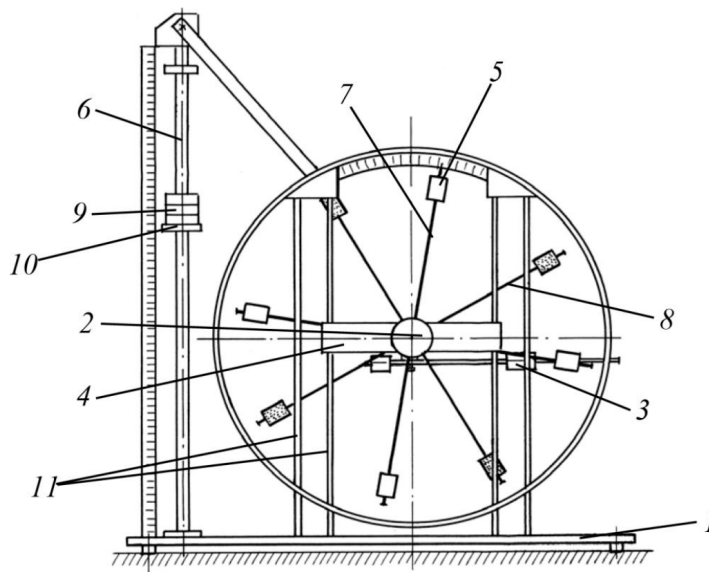
- 1) Основной закон динамики вращения: $I\varepsilon = M_{\text{тяж}} + M_{\text{сопр}}$, где I — момент инерции тела относительно оси качания, ε — угловое ускорение, $M_{\text{сопр}}$ и $M_{\text{тр}}$ — осевые моменты сил сопротивления и сил тяжести соответственно
- 2) Решение дифференциального уравнения затухающих колебаний $\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\beta\frac{d\varphi}{dt} + \omega_0^2\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha_0) \Rightarrow$ зависимость амплитуды от времени: $\varphi = A_0 e^{-\beta t}$ и $\ln \frac{A}{A_0} = -\beta t$
- 3) Время затухания $\tau = \frac{1}{\beta}$
- 4) Моменты инерции грузов: $I = m_{\text{гр}}(R_{\text{верх}}^2 + R_{\text{бок}}^2 + R_{\text{нижн}}^2)$
- 5) Период колебаний физ.маятника: $T^2 = 4\pi \cdot \frac{I}{mgl}$ и $T^2 = 4\pi \cdot \frac{l_{\text{пр}}}{g}$
- 6) Формула Штейнера $I = I_0 + ml^2$ и $l_{\text{пр}} = \frac{I_0}{ml} = \frac{l_0}{ml} + l$
- 7) Расстояние от оси крестовины до грузов-утяжелителей: $R = l_1 + (n - 1)l_0 + \frac{b}{2}$

6. Измерительные приборы:

№	Наименование	Измерение	Используемый диапазон	$\Delta_{\text{п}}$
1	Секундомер	промежутка времени	$[0, 190] \text{ с}$	0.005 с
2	Шкала	отклонения от положения равновесия	$[0, 30] \text{ deg}$	1 deg

7. Схема установки:

В ступице закреплены четыре спицы, на каждой из которых размещен груз-утяжелитель (грузы идентичны и регулируются по отношению к центру ступицы). Момент инерции системы физического маятника искусственно изменяется при выставлении расстояний боковых грузов до ступицы.



8. Результаты прямых измерений и их обработки:

Таблица 1. Время 10 колебаний физ. маятника при разной конфигурации боковых грузов

Положение боковых грузов	$t_1, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$	$t_3, \text{ с}$	$\bar{t}, \text{ с}$	$T, \text{ с}$
1 риска	16.07	16.10	15.84	16.00	1.60 ± 0.03
2 риска	16.91	16.81	16.93	16.88	1.69 ± 0.01
3 риска	18.28	18.22	18.03	18.18	1.82 ± 0.02
4 риска	20.63	20.69	20.51	20.61	2.06 ± 0.02
5 риска	22.13	22.04	22.31	22.16	2.22 ± 0.03
6 риска	23.31	23.38	23.40	23.36	2.34 ± 0.01

Таблица 2. Момент инерции системы в различных конфигурациях

Риски	1	2	3	4	5	6
$R_{\text{верх}}$	0.0970	0.0970	0.0970	0.0970	0.0970	0.0970
$R_{\text{нижн}}$	0.3820	0.3820	0.3820	0.3820	0.3820	0.3820
$R_{\text{бок}}$	0.0970	0.1540	0.2110	0.2680	0.3250	0.3820
$I_{\text{гр}}$	0.0672	0.0731	0.0815	0.0927	0.1065	0.1229
I	0.0752	0.0811	0.0895	0.1007	0.1145	0.1309
$supl_{\text{пр эксп}}$	0.6125 0.6602	0.7013 0.7181	0.8051 0.8413	1.0341 1.0751	1.1918 1.2579	1.3490 1.3723
$l_{\text{пр теор}}$	0.7468	0.8054	0.8888	1.0000	1.1370	1.2999

Расчет по МНК значения коэффициента затухания β :

$$-\beta = \frac{\sum_{i=1}^N (\ln \frac{A}{A_0}) (t_i)}{\sum_{i=1}^N (t_i)^2} = -0.00871; \text{ тогда время релаксации } \tau = \frac{1}{\beta} = 114.81 \text{ с}$$

Расчет по МНК значения коэффициента $\frac{4\pi^2}{mgl}$:

$$\frac{4\pi^2}{mgl} = \frac{\sum_{i=1}^N (T_i^2) (I_i)}{\sum_{i=1}^N (I_i)^2} = 39.9818; \text{ тогда коэффициент } ml = \frac{4\pi^2}{39.9818 \cdot g} = 0.1007 \text{ кг} \cdot \text{м}$$

10. Расчет погрешностей измерений:

Расчет погрешности для прямых измерений времени к таблице 1: (первая риска)

$$\Delta t_{\text{ср}} = \sqrt{\frac{t_{\alpha, n}^2}{N \cdot (N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \bar{t})^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{\text{ух}}\right)^2} \quad (t_{\alpha, n} = 3.1824, \alpha = 0.95); \quad \Delta t_{\text{ср}} = 0.2614 \text{ с}$$

Расчет погрешности для коэффициента затухания по МНК:

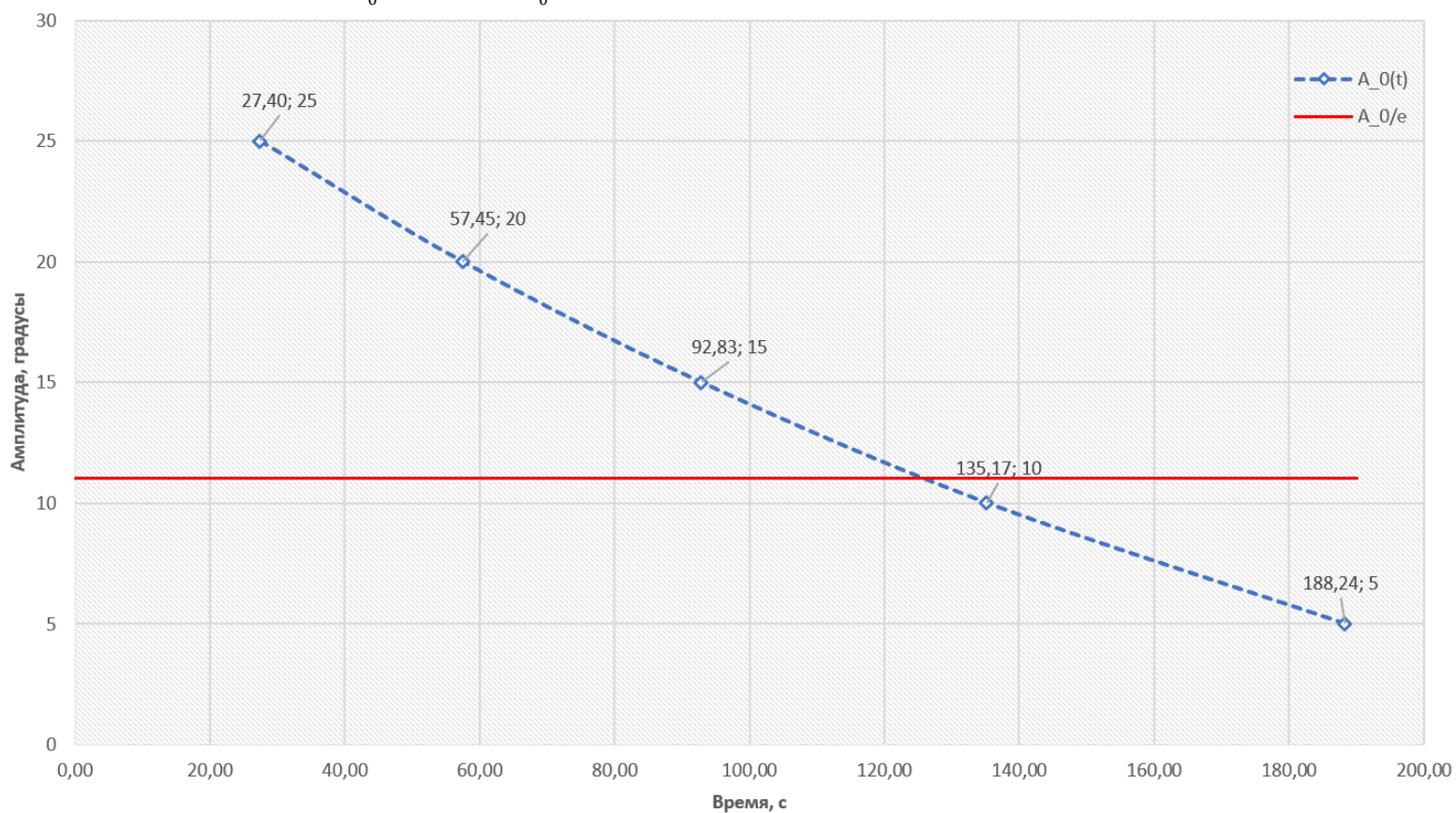
$$\Delta \beta = 2S_{\beta} = 2 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\ln \frac{A}{A_0} - \beta t_i)^2}{(N-1) \cdot \sum_{i=1}^N t_i^2}} = 0.00091$$

Расчет погрешности для коэффициента $\frac{4\pi^2}{mgl}$ по МНК:

$$\Delta \frac{4\pi^2}{mgl} = 2S_{\frac{4\pi^2}{mgl}} = 2 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (T_i^2 - \frac{4\pi^2}{mgl} I_i)^2}{(N-1) \cdot \sum_{i=1}^N I_i^2}} = 2.9012$$

11. Графики:

График 1. Зависимость $A_0(t)$. Значение $A_0 \cdot e^{-1}$.



Заметим, что преобладает вязкое трение.

График 2. Зависимость $\ln(\frac{A}{A_0})(t)$. Аппроксимация на коэффициент затухания β .

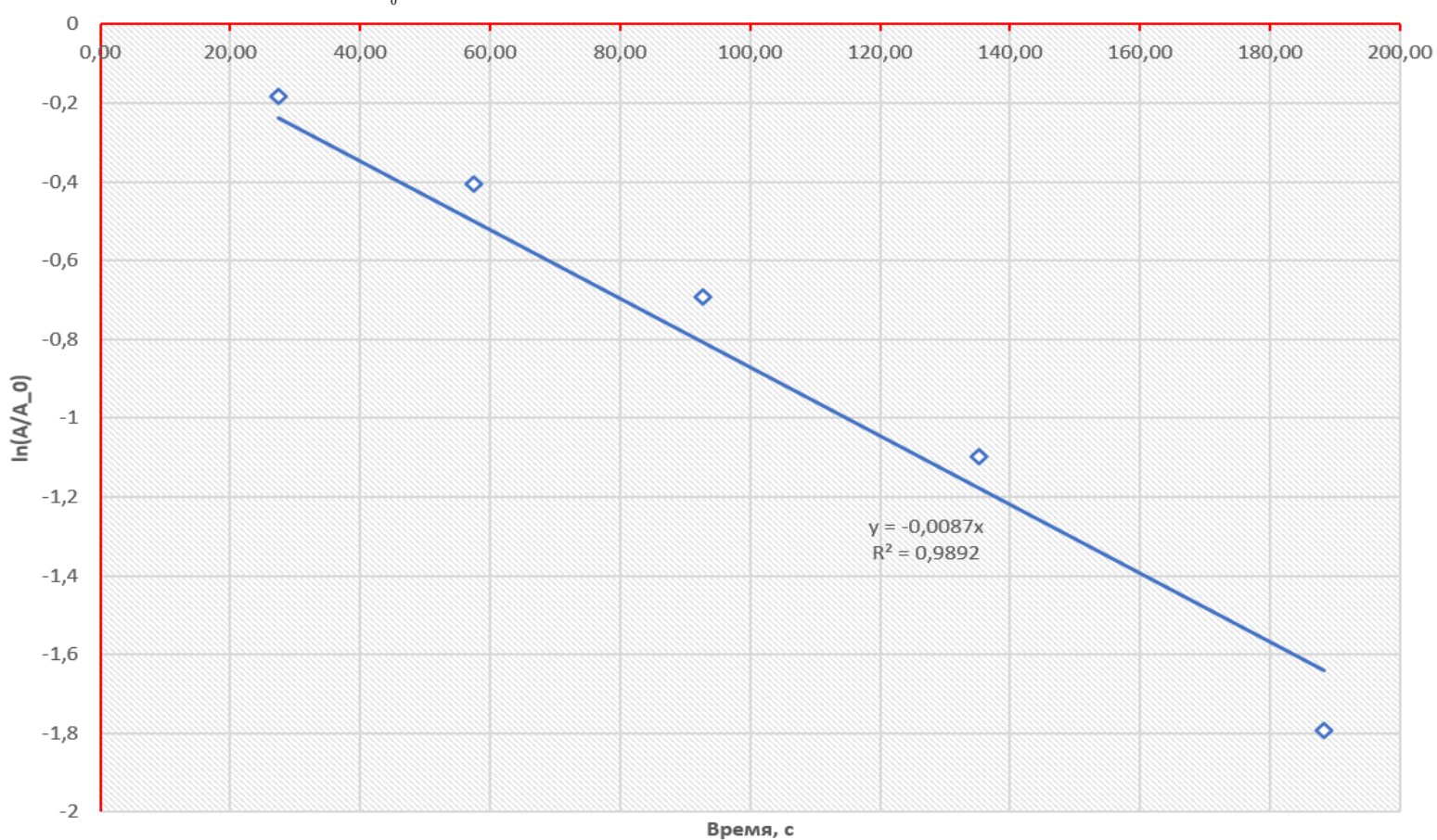
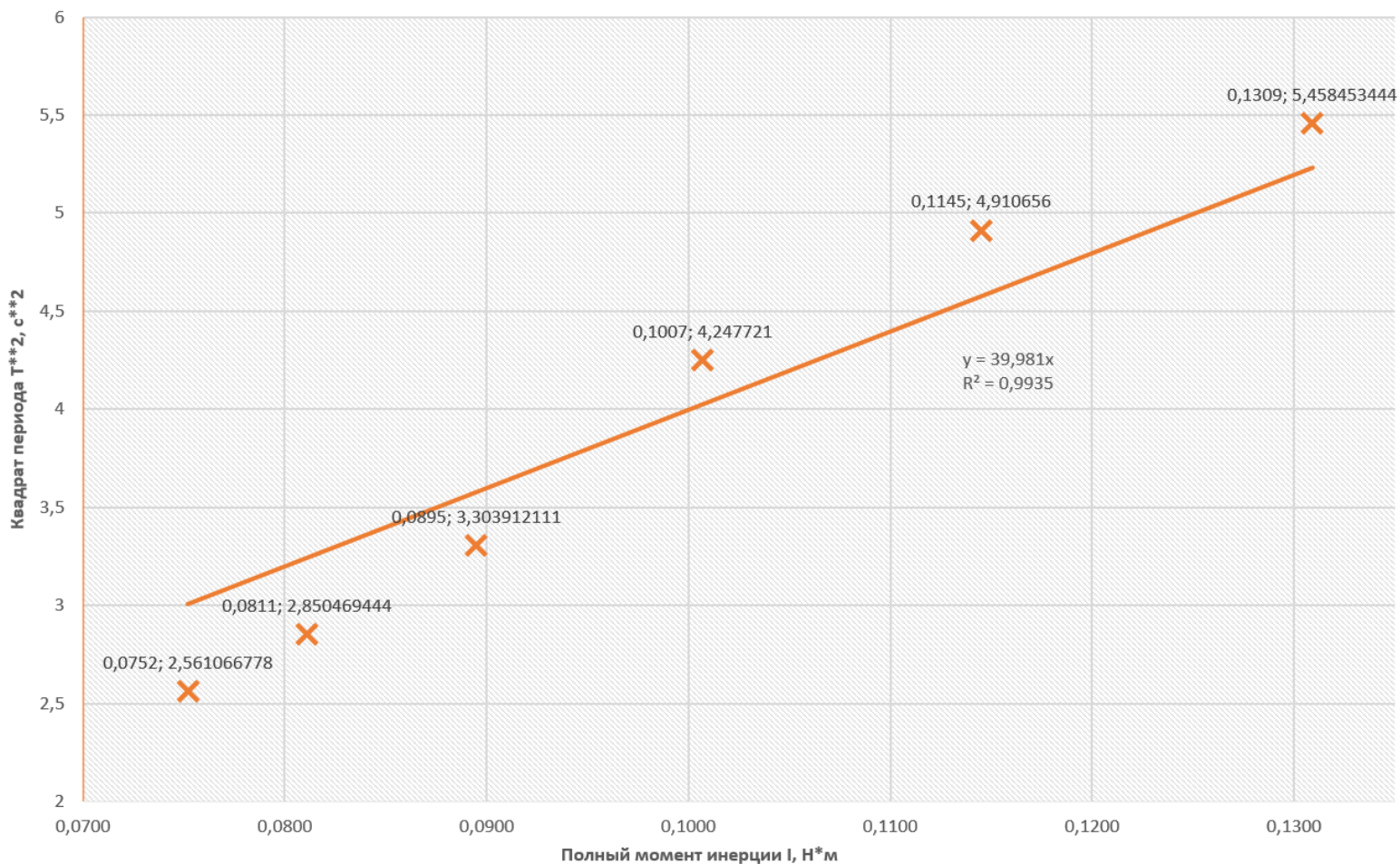


График 3. Зависимость $T^2(I)$. Аппроксимация на коэффициент $\frac{4\pi^2}{mgl}$.



12. Окончательные результаты:

Доверительные интервалы к коэффициентам:

$$\beta = (0.00871 \pm 0.000909) \quad \varepsilon_{\beta} = 10.43\% \quad \alpha = 0.95$$

$$\frac{4\pi^2}{mgl} = (39.9818 \pm 2.9012) \quad \varepsilon_{\beta} = 7.25\% \quad \alpha = 0.95$$

При этом время релаксации: $\tau = 114.81 \text{ с}$

И коэффициент $ml = 0.1007 \text{ кг*м}$

13. Выводы и анализ результатов работы:

В ходе работы мы познакомились с сущностью физического маятника и выбрали объектом изучения затухающие свободные колебания. Были произведены подсчеты базовых характеристик таких колебаний, выведены законы зависимости амплитуды от времени и зависимости квадрата периода от момента инерции для физического маятника.

Несовпадение значения времени релаксации с абсциссой точкой пересечения на графике зависимости амплитуды от времени обусловлено простым алгоритмом построения этого графика, что подтверждает замечание о том, что на самом деле зависимость еще больше не походит на линейную, а значит - трение действительно вязкое.

Различия в несколько сантиметров значений экспериментальной и теоретической приведенных длин маятника при его разных конфигурациях (относительно боковых грузов) обуславливается неточностью измерений и, скорее всего, неверностью указанного в методичке значения центрального момента ступицы и крестовины.

Измерения:

Лопатенко Георгий М32021
Жушков Артём М32021

17.10.2022

<https://study.physics.itmo.ru>

Финиш

Приложение 1.05

Таблица 2

Амплитуда отклонения Время	25°	20°	15°	10°	5°
t_1, c	25,63	56,60	1.31,12	2.12	3,05,05
t_2, c	29,19	58,64	1.34,87	2.18,63	3.11,08
t_3, c	27,39	57,10	1.32,52	2.14,93	3.08,59
\bar{t}, c	27,40	57,44			

Таблица 3

Положение боковых грузов	t_1	t_2	t_3	\bar{t}	T
1 риска	16,07	16,11	15,84		
2 риски	16,91	16,81	16,93		
3 риски	18,28	18,22	18,03		
4 риски	20,63	20,69	20,51		
5 рисок	22,13	22,04	22,31		
6 рисок	23,31	23,38	23,4		

Таблица 4

Риски	1	2	3	4	5	6
$R_{\text{верх}}$						
$R_{\text{ниж}}$						
$R_{\text{бок}}$						
$I_{\text{гр}}$						
I						
$l_{\text{пр эксп}}$						
$l_{\text{пр теор}}$						

18

Масса каретки

Масса шайбы

Масса грузов на крестовине

Расстояние между рисками

Диаметр ступицы

Диаметр груза на крестовине

Высота груза на крестовине

$(47,0 \pm 0,5) \text{ г}$

$(220,0 \pm 0,5) \text{ г}$

$(408,0 \pm 0,5) \text{ г}$

$(57,0 \pm 0,5) \text{ мм}$

$(46,0 \pm 0,5) \text{ мм}$

$(40,0 \pm 0,5) \text{ мм}$

$(40,0 \pm 0,5) \text{ мм}$