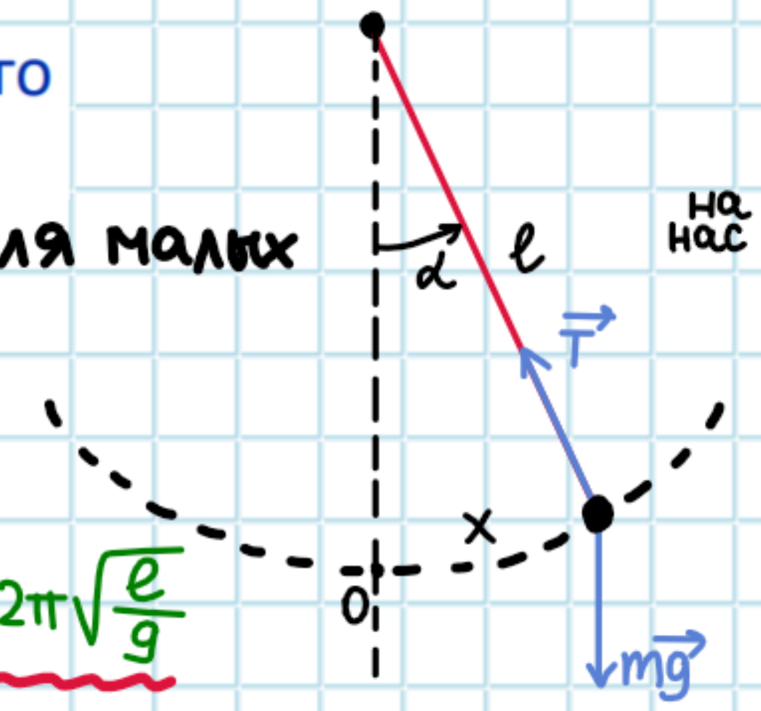
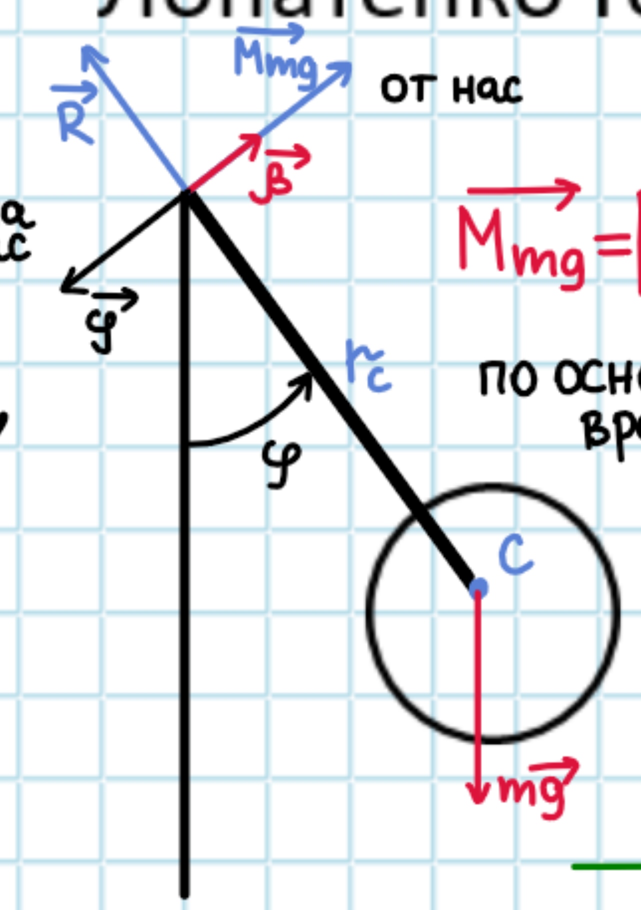
Лопатенко Георгий М32021

1. Выведите формулу для периода математического и физического маятников.





Заметим, что рассуждения естественны для малых колебаний ($\alpha \to 0; x << \ell$), тогда $\vec{F}_{тяж} + \vec{T} = m\vec{a}$

при проекции на ось в $\perp$ нити (OX): $-mg\sin\alpha + 0 = ma_x$

$\Rightarrow \ddot{x} + g\sin\alpha = 0$ ($\sin\alpha \sim \alpha = \frac{x}{\ell}$)

$\ddot{x} + \frac{g}{\ell}x = 0 \longrightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$; $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

$\vec{M}_{mg} = [\vec{r}_c, m\vec{g}]$ R – реакция опоры

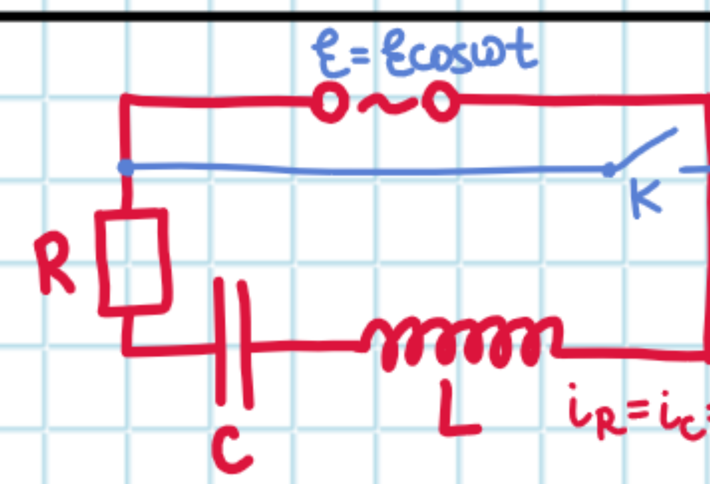
по основному тождеству механики вращения: $\vec{M}_{mg} + \vec{M}_R = I\vec{\beta}$

$-mgr_c\sin\varphi + 0 = I\ddot{\varphi}$

$\ddot{\varphi} + \frac{mg}{I}\ell_{пр}\cdot\varphi = 0$

$\longrightarrow \omega = \sqrt{\frac{mg\ell_{пр}}{I}}$; $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mg\ell}}$

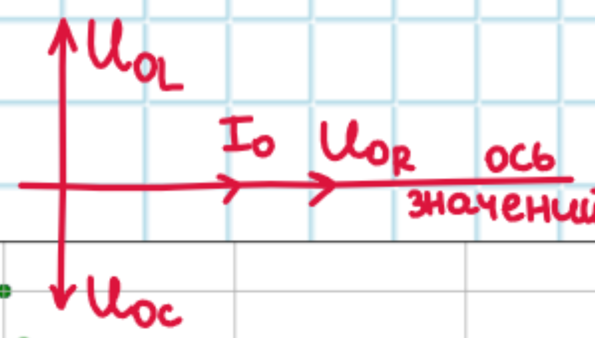
2. Смоделируйте затухающее колебание, возникающее в LCR контуре (параметры определяются самостоятельно контура и могут меняться). Что будет происходить с формой сигналом при увеличении сопротивления? При заданных L и C определите R, при котором процесс перестает быть периодическим. В задании должны быть представлены зависимости q(T) при различных параметрах.



$U_R = i_R R = I_0 R\cos\omega t = U_{0R}\cos\omega t$; $U_L = \underbrace{I_0\omega L}_{U_{0L}}\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$

$i_R = i_C = i_L = I_0\cos\omega t$ $\quad U_C = \underbrace{I_0\frac{1}{\omega C}}_{U_{0C}}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$

⊛



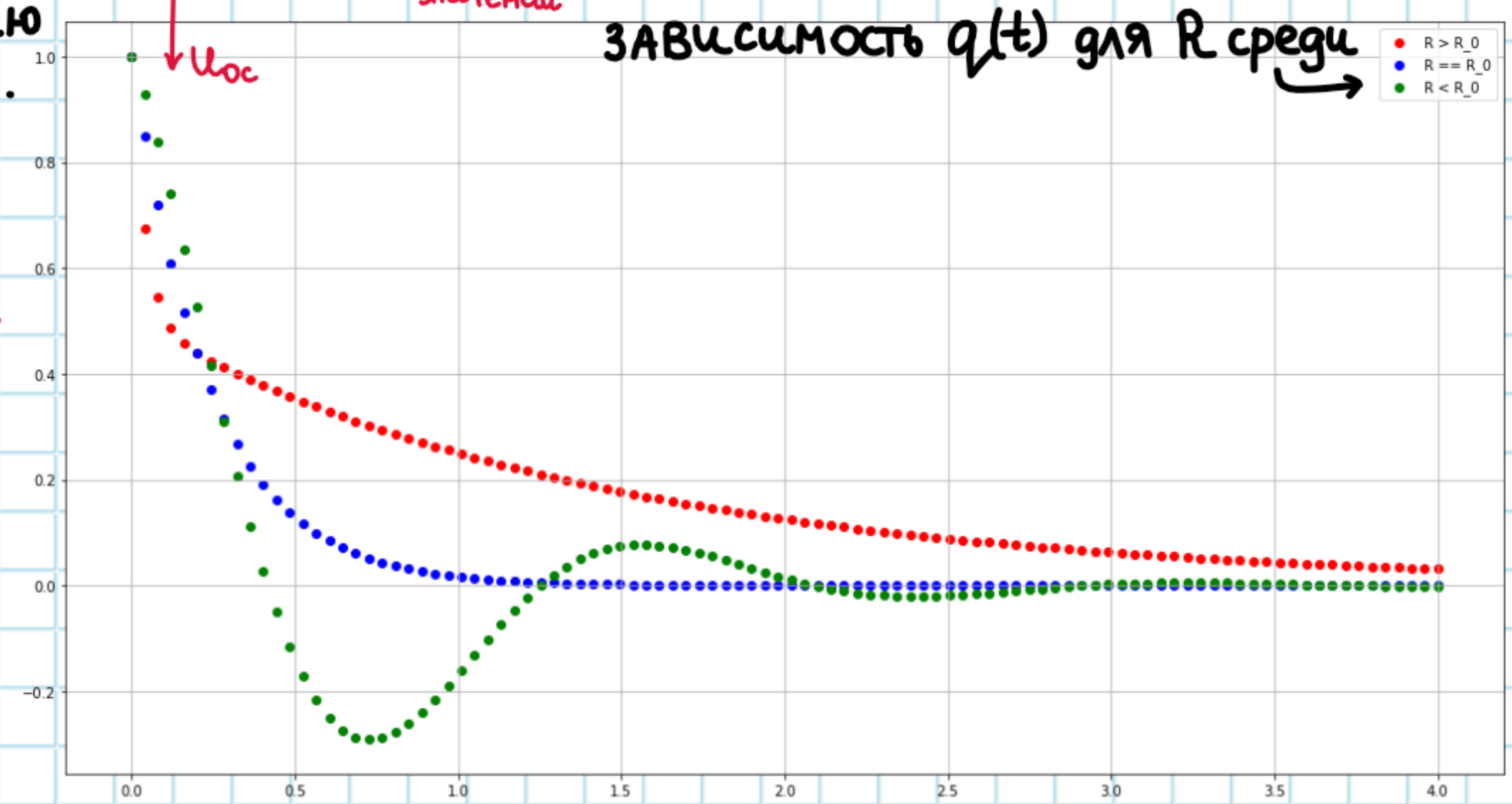
колебательный RLC-контур можно интерпретировать по-разному. Например, последовательное подключение элементов по решению диффура сильно отличается от параллельного или смешанного. хотя бы представление по векторам Гюйгенса и подсчёт импеданса будут другими. Подключение последовательное и будем считать, что $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0\cos(\omega t + 0)$, чтобы сдвиг по фазе не портил картину векторов⊛, а мы ищем решение диффура

$\ddot{q} + \underbrace{\frac{R}{L}}_{2\beta}\dot{q} + \underbrace{\frac{1}{LC}}_{\omega_0^2}q = 0$ и поверим тому, что было выведено на лекции

$q = q_0 e^{-\beta t}\cos(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}\,t + \varphi_0)$

$q(t) = q_0 e^{-\frac{R_0}{2L}t}\cos(\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}\,t + \varphi_0)$

зависимость $q(t)$ для R среди

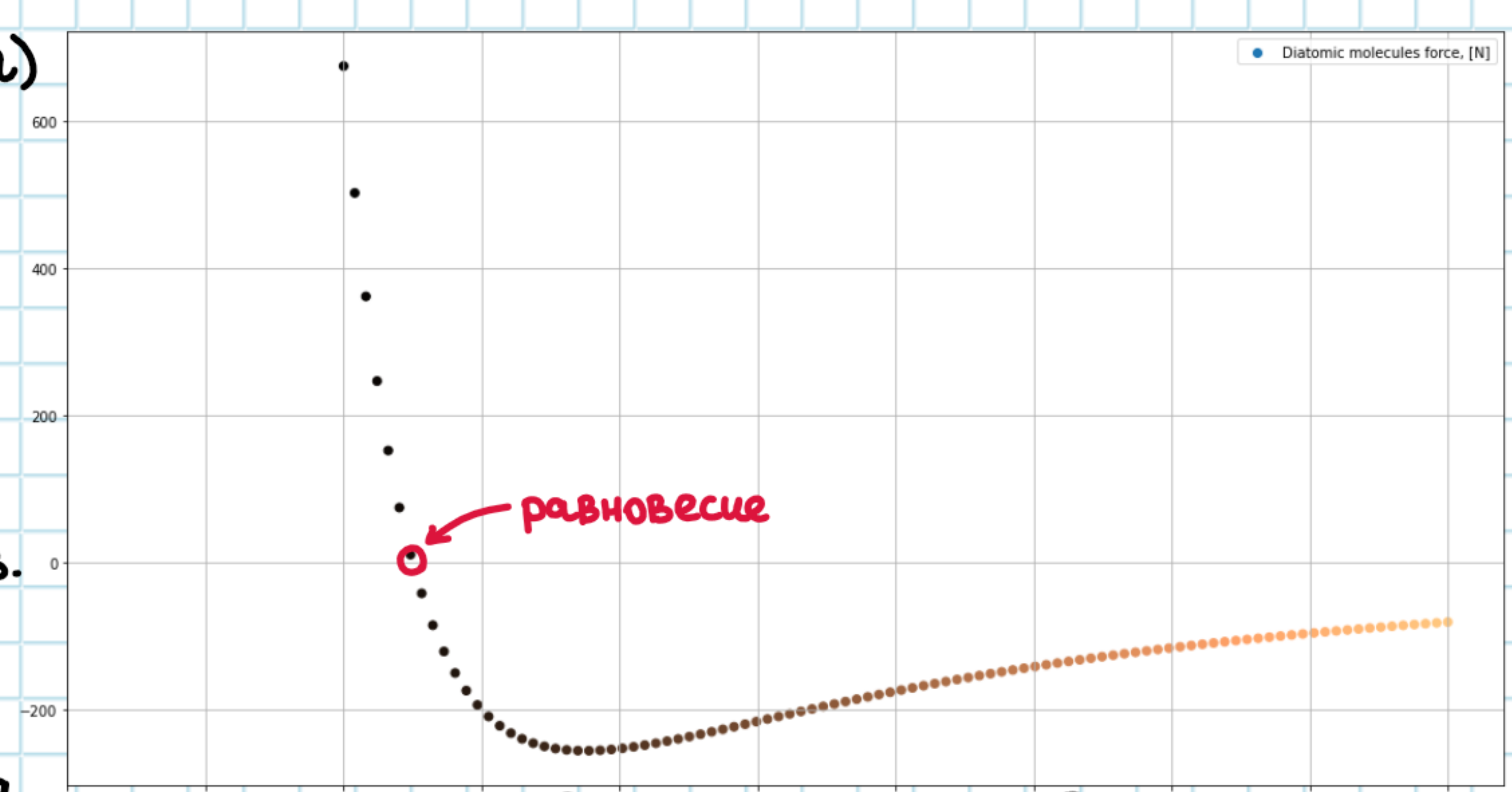


№3: зависимость $q(t)$ не будет гармонической, если

$\frac{1}{LC} = \frac{R_0^2}{4L^2} \Longrightarrow R_0 = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ $\longrightarrow$ т.е. следует оценивать именно этим значением

3. In some diatomic molecules, the force each atom exerts on the other can be approximated by $F = -C/r^2 + D/r^3$, where r is the atomic separation and C and D are positive constants. (*a*) Graph F vs. r from $r = 0.8D/C$ to $r = 4D/C$. (*b*) Show that equilibrium occurs at $r = r_0 = D/C$. (*c*) Let $\Delta r = r - r_0$ be a small displacement from equilibrium, where $\Delta r \ll r_0$. Show that for such small displacements, the motion is approximately simple harmonic, and (*d*) determine the force constant. (*e*) What is the period of such motion? [*Hint*: Assume one atom is kept at rest.]

a)



в) точка равновесного состояния силы взаимодейств. определяется $F = 0 \longrightarrow -\frac{C}{r^2} + \frac{D}{r^3} = 0 \Rightarrow r = \frac{D}{C}$

c) при уточнении Simple Harmonic Motion в этом случае не требует получения гармонических разложений функции, а предполагает зависимость $F(r) = F(r_0 + \Delta r) \sim \Delta r$; докажем это: $F(r_0 + \Delta r) = -\frac{C}{(r_0+\Delta r)^2} + \frac{D}{(r_0+\Delta r)^3} = -\frac{C}{r_0^2(1+\frac{\Delta r}{r_0})^2} + \frac{D}{r_0^3(1+\frac{\Delta r}{r_0})^3} \ominus$

и в предельном переходе по эквивалентным бесконечно малым $(1+x)^m \sim 1 + mx$

$\ominus_{\Delta r \to 0} F(r_0 + \Delta r) = -\frac{C}{r_0^2(1+2\frac{\Delta r}{r_0})} + \frac{D}{r_0^3(1+3\frac{\Delta r}{r_0})} = \frac{D + 2D\frac{\Delta r}{r_0} - Cr_0 - 3C\Delta r}{r_0^3\underbrace{(1 + 5\frac{\Delta r}{r_0} + 6\frac{\Delta r^2}{r_0^2})}_{O(1)}} \xrightarrow[\substack{r_0 = \frac{D}{C} \\ \Delta r \to 0}]{x \to 0} \frac{D + 2C\Delta r - D - 3C\Delta r}{r_0^3} = -\frac{C\Delta r}{r_0^3}$ ЧТД

d) Force constant: $-\frac{C}{\left(\frac{D}{C}\right)^3} = -\frac{C^4}{D^3}$.

e) по II закону Ньютона: $ma = F \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \omega^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{Rm}{F}}$