Лопатенко Георгий М32021

1. Перечислите свойства электрического потенциального и вихревого электрического полей.

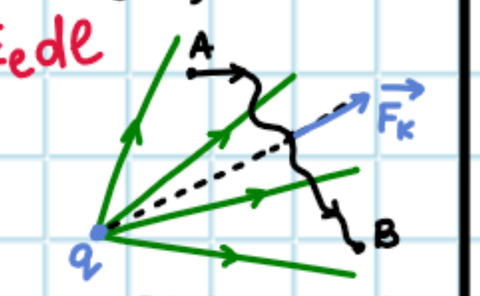
Потенциальное электрическое поле

Базовый случай: система точечных зарядов в пространстве формирует потенциальное поле

Компонента ЭДС самоиндукции: в системе не индуцируются токи в проводнике, поэтому понятие электро-движущей силы самоиндукции просто нет – $\mathcal{E}_i = 0$

Работа по перемещению заряда: работа не зависит от пути обхода, так как кулоновские силы консервативны $dA = (\vec{F}, d\vec{l}) = (q\vec{E}, d\vec{l}) = qE_l dl$

$A = \int_A^B dA = q_0(\varphi_A - \varphi_B) \Rightarrow \int_A^A \vec{E}d\vec{l} = \oint_l \vec{E}d\vec{l} = 0$



силовые линии не замкнуты

Теорема Гаусса: $\int_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon\varepsilon_0}$

точки с $\operatorname{div}\vec{E} < 0$ – стоки

$\operatorname{div}\vec{E} > 0$ – источники

$\oint \vec{H}d\vec{l} = \int_S \vec{j}d\vec{S}$; $\vec{j}_{см} \equiv \vec{0}$

Вихревое электрическое поле

Базовый случай: при помещении проводника в <u>переменное</u> магнитное поле в пространстве и теле проводника индуцируется вихревое поле.

$\mathcal{E}_i$: с понятием магнитного поля тесно связан поток $\Psi = \sum_1^\infty \Phi = \sum_{\dots} \vec{B}\vec{n}dS$, поэтому для поля переменного совершенно естественно говорить об изменении потока – именно об этом теорема Ленца: при изменении магнитного потока внеш. поля в <u>замкнутом</u> проводнике индуцируются токи самоиндукции, при этом $\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \oint_l \vec{E}d\vec{l} \neq 0$ и индукционный ток всегда направлен против вызывающего внешнего поля (по векторам $\vec{B}_i \uparrow\downarrow \vec{B}$)

Работа по перемещению заряда: $\oint_l \vec{E}d\vec{l} = U \equiv \mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\int_S \vec{B}d\vec{S}\right) \neq 0$

$\oint \vec{H}d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \underbrace{\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}_{\vec{j}_{смещ.}}\right)d\vec{S}$; $j = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} S$

$\vec{\nabla}\vec{E} = 0$

* $\oint \underbrace{\vec{B}d\vec{S}}_{\Phi} = 0$

нет понятия заряда $\longrightarrow$ нет стоков и источников $\operatorname{div}\vec{E} = 0$; $\operatorname{rot}\vec{E} \neq 0 \Leftrightarrow [\vec{\nabla}, \vec{E}] \neq 0$

Силовые линии замкнуты*

2. Запишите все уравнения Максвелла в дифференциальной форме и поясните смысл каждого.

I) $\mathcal{E}_i = \oint_l \vec{E}d\vec{l} = -\int_S \frac{d\vec{B}}{dt}d\vec{S} \rightarrow \operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t} = \vec{\nabla}\times\vec{E}$ переменное магнитное поле порождает вихревое электрическое и наоборот*

II) $\oint_l \vec{H}d\vec{l} = I_{полн} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)d\vec{S}$ циркуляция вектора напряжённости магнитного поля вдоль произвольного замкнутого контура равна полному току, заметаемому этим контуром

$\rightarrow \operatorname{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ * (как раз о зависимости вектора напряжённости от $I_{полн} \longrightarrow$ потенциал. + вихревой компонент)

III) $\int_S \vec{D}d\vec{S} = \int_V \rho dV \Rightarrow \int_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon\varepsilon_0}$ Теорема Гаусса о возбуждении статического эл. поля системой точечных зарядов, поток вектора напряженности (смещения) сквозь произв. замкнут. площадь ~ от заряда.

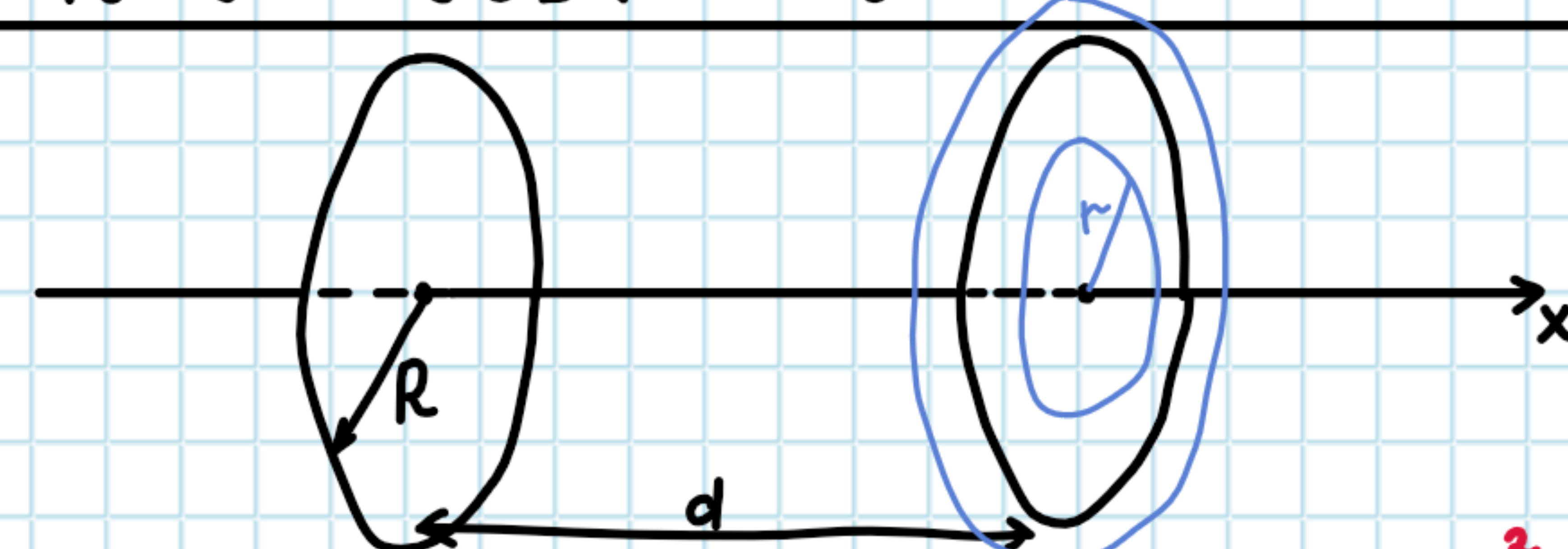
$\rightarrow \operatorname{div}\vec{D} = \rho = \vec{\nabla}\vec{D}$

IV) $\oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0$ магнитное поле вихревое (нет понятия источника/стока заряда), поток вектора магн. индукции через произв. замкнутую и ориентируемую площадку равен нулю.

$\rightarrow \operatorname{div}\vec{B} = 0 = \vec{\nabla}\vec{B}$

3.

(III) Suppose that a circular parallel-plate capacitor has radius $R_0 = 3.0\,\text{cm}$ and plate separation $d = 5.0\,\text{mm}$. A sinusoidal potential difference $V = V_0\sin(2\pi ft)$ is applied across the plates, where $V_0 = 150\,\text{V}$ and $f = 60\,\text{Hz}$. (*a*) In the region between the plates, show that the magnitude of the induced magnetic field is given by $B = B_0(R)\cos(2\pi ft)$, where R is the radial distance from the capacitor's central axis. (*b*) Determine the expression for the amplitude $B_0(R)$ of this time-dependent (sinusoidal) field when $R \le R_0$, and when $R > R_0$. (*c*) Plot $B_0(R)$ in tesla for the range $0 \le R \le 10\,\text{cm}$.



Заметим, что $q = CU = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}\cdot U_0\sin(2\pi ft) = \frac{\varepsilon\varepsilon_0\pi R_0^2}{d}U_0\sin(2\pi ft)$

тогда сила тока $i = \frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0\pi R_0^2}{d}U_0\cdot 2\pi f\cos(2\pi ft)$

$\longrightarrow j = \frac{i}{S} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{d}U_0\cdot 2\pi f\cos(2\pi ft)$

рассмотрим контур для $r < R_0$: $\left.\begin{array}{l}\oint_l \vec{B}d\vec{l} = B\cdot 2\pi r \\ \quad\ \ \| \\ \mu\mu_0\sum i\end{array}\right\}$ $B(r<R_0) = \frac{\mu\mu_0 j\pi r^2}{2\pi r}$

$\boxed{B(r<R_0) = \frac{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0\pi f}{d}U_0\cos(2\pi ft)\cdot r}$ $\longrightarrow B_0 = \frac{4\pi^2\cdot 10^{-7}\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 60}{5\cdot 10^{-3}}\cdot 150 = 6.2889\cdot 10^{-11}$ Тл

и для контура с $r > R_0$: $\oint_l \vec{B}d\vec{l} = B\cdot 2\pi r = \mu\mu_0 j\pi R_0^2$

$\hookrightarrow \boxed{B(r>R_0) = \frac{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0 f\pi}{d}U_0\cos(2\pi ft)\cdot\frac{R_0^2}{r}}$

$\hookrightarrow B_0 = \frac{4\pi^2\cdot 10^{-7}\cdot 8.85\cdot 10^{-12}\cdot 60}{5\cdot 10^{-3}}\cdot 150\cdot(3\cdot 10^{-2})^2 = 5{,}66\cdot 10^{-14}$ Тл