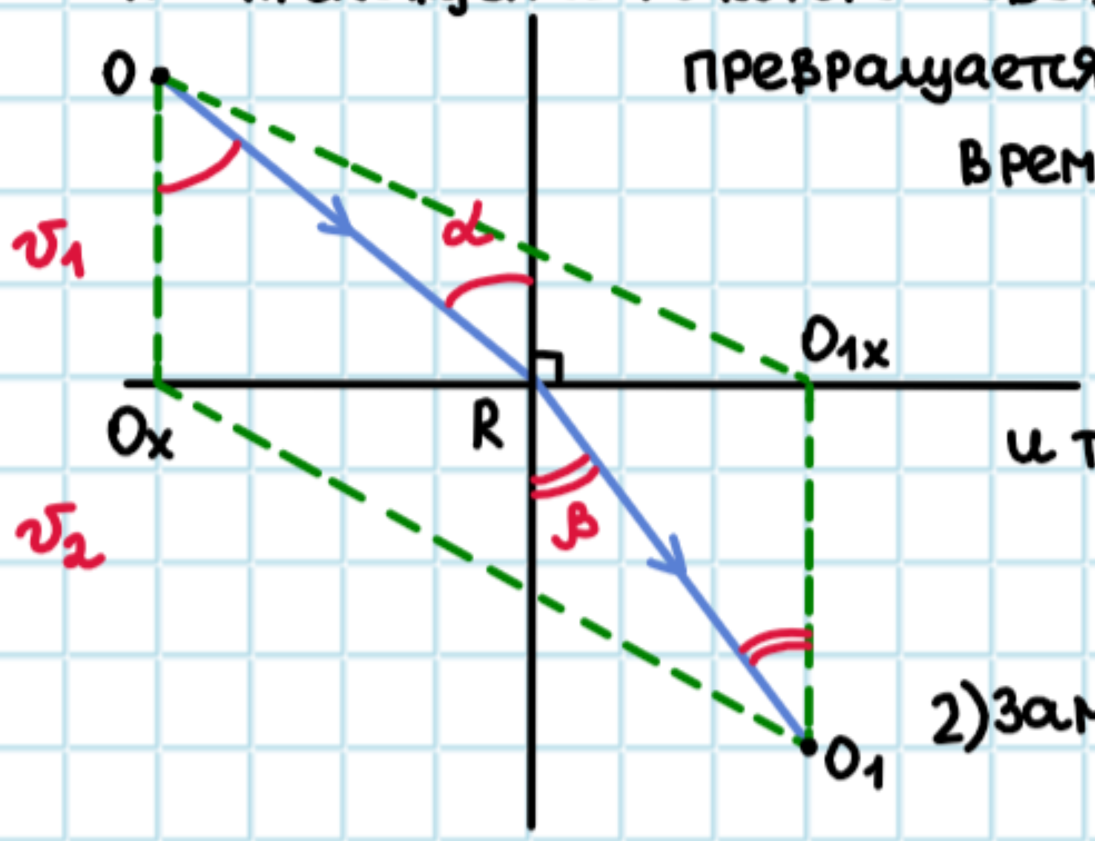
Лопатенко Георгий М32021

1. Получить закон преломления света: а) из граничных условий; б) принципа Ферма

1) Принцип Ферма состоит в том, что действительный путь распространения монохроматического луча света (одного из светового пучка) – это траектория, на прохождение по которой свету требуется минимальный отрезок времени, тогда совершенно очевидно, какое условие необходимо наложить: задача превращается в строго планиметрическую. Пусть рассматривается граница двух сред (скорости распространения волн v_1 и v_2), тогда время прохождения светом двух отрезков OR и RO_1 выражается:



$$\tau = \frac{|OR|}{v_1} + \frac{|RO_1|}{v_2} = \frac{\sqrt{|O_xR|^2 + |OO_x|^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{(|O_xO_{1x}| - |O_xR|)^2 + |O_{1x}O_1|^2}}{v_2}$$

и ещё введём условие $|OO_x| = |O_1O_{1x}|$, тогда производная

$$\frac{d\tau}{dO_xR} = \frac{1}{v_1}\cdot\frac{2\cdot|O_xR|}{2\sqrt{|O_xR|^2+|OO_x|^2}} - \frac{1}{v_2}\cdot\frac{2(|O_xO_{1x}|-|O_xR|)}{2\sqrt{(|O_xO_{1x}|-|O_xR|)^2+|OO_x|^2}} = 0$$

и тогда условие экстремума (минимума) функции достигается при:

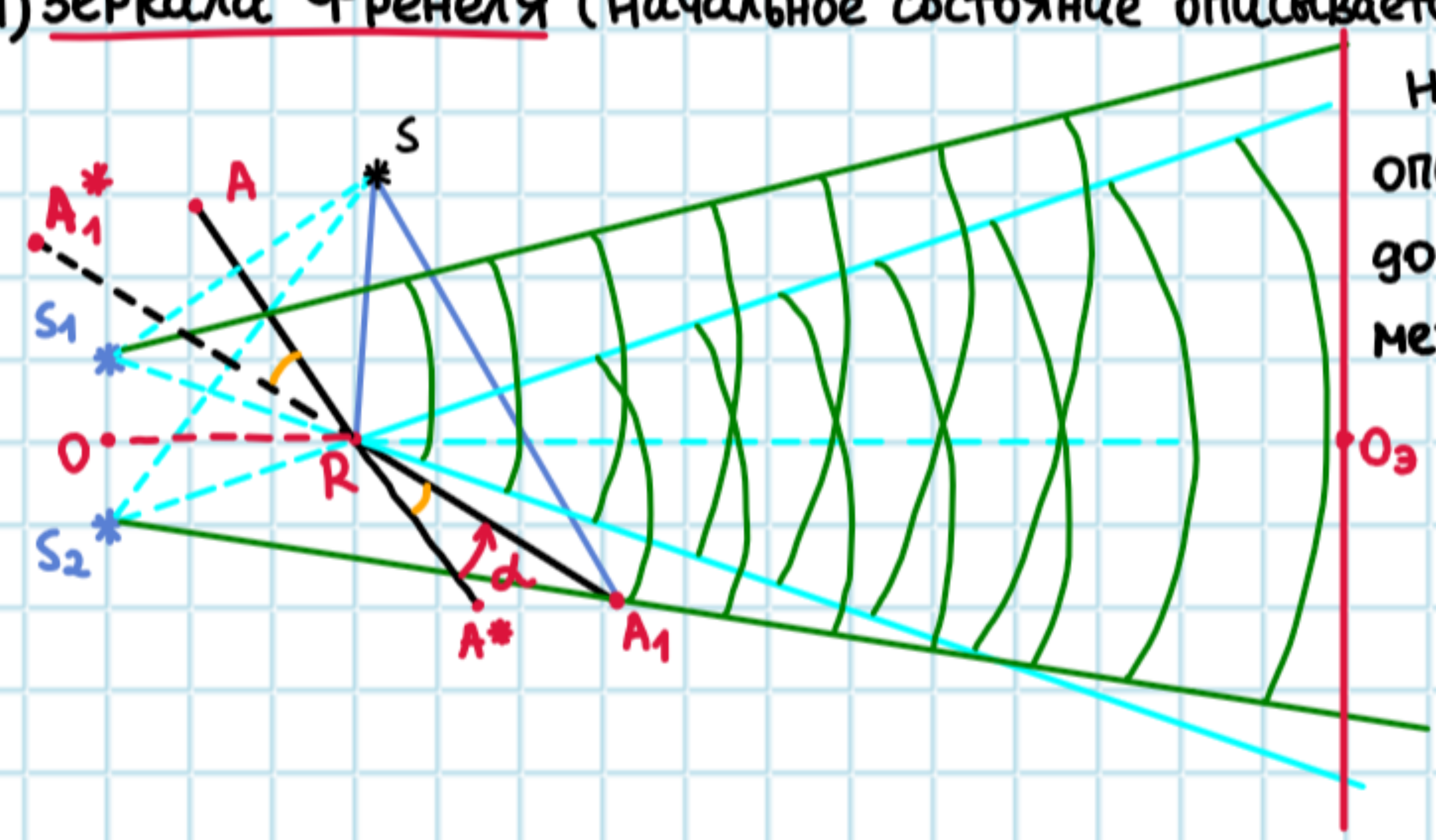
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{|O_xR|\cdot|RO_1|}{|RO_{1x}|\cdot|OR|} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

2) Заметим, что тот же результат можно получить из граничных условий для изотропных сред $\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{E_{1\tau}E_{2n}}{E_{1n}E_{2\tau}}$ $\left(E_{1\tau} = E_{2\tau};\ D_{1\tau} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}D_{2\tau}\right)$

2. Найти максимальное число полос, получаемых с помощью зеркал Френеля и билинзы Бийе.

1) Зеркала Френеля (начальное состояние описывается источником S и двумя зеркалами, угол между которыми примерно равен π), тогда образы S_1 и S_2 на самом деле не совпадают, так как угол всё-таки не развёрнутый, поэтому задача сводится к опыту Юнга с двумя когерентными источниками. Введём обозначения $|SR|$ – расстояние от источника до стыка двух зеркал и α – малый угол смещения зеркал от π. Далее необходимо воспользоваться методом пристального взгляда: $\alpha = \widehat{A^*RA_1} = \widehat{A_1^*RA} \approx \widehat{S_1RA} = \widehat{ARS} \Rightarrow \widehat{ORS_1} \approx \widehat{ORA_1^*} = \alpha$

$\Rightarrow \widehat{S_1RS_2} = 2\alpha$ и $|RS| = |RS_1| = |RS_2|$



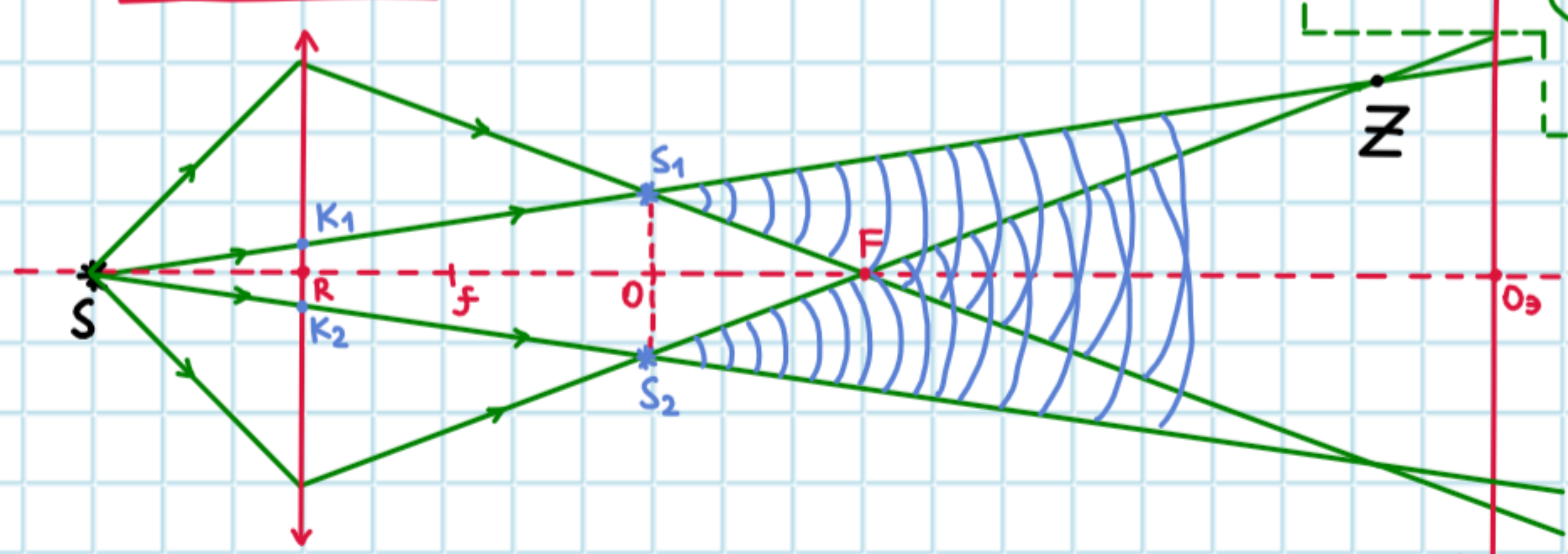
из опыта Юнга:

$$\Delta x = \frac{L\lambda}{d} = \frac{|OO_э|\cdot\lambda}{2|RS|\cdot\sin\alpha} \sim \lambda\cdot\frac{|RS| + |RO_э|}{2|RS|\cdot\alpha}$$

максимальное число полос можно посчитать из отношения длины области интерференции к ширине полосы, то есть

$$n = \frac{2\operatorname{tg}\alpha\cdot|RO_э|}{\Delta x} \sim \frac{4}{\lambda}\cdot\frac{|RS|\cdot|RO_э|\cdot\alpha^2}{|RS| + |RO_э|}$$

2) Билинза Бийе



В собирающей линзе вырезали центральный сегмент от K_1 до K_2, тогда задача вновь сведена к опыту Юнга для двух когерентных источников S_1 и S_2, тогда фокусное расстояние $f = \frac{1}{D} = const$; $\Delta x = \frac{L\lambda}{d} = \frac{\lambda}{|S_1S_2|}\cdot(|RO_э| - |RO|)$

и из формулы тонкой линзы $\frac{1}{|SR|} + \frac{1}{|RO|} = \frac{1}{f} = D \Rightarrow |OO_э| = |RO_э| - \frac{|SR|\cdot f}{|SR| - f}$

из подобия ΔSRK_1 и ΔSOS_1: $|S_1S_2| = |K_1K_2|\cdot\frac{|SR|+|RO|}{|SR|} = |K_1K_2|\cdot\frac{|SR| + \frac{|SR|\cdot f}{|SR|-f}}{|SR|} = |K_1K_2|\cdot\frac{|SR|}{|SR|-f} \Rightarrow \Delta x = \lambda\cdot\frac{\left(|RO_э| - \frac{|SR|f}{|SR|-f}\right)\cdot(|SR|-f)}{|K_1K_2|\cdot|SR|} = \frac{\lambda(|RO_э|\cdot|SR| - f|SO_э|)}{|K_1K_2|\cdot|SR|} = \Delta x$

Максимальное число полос будет разным, так как область интерференции неоднородна и изменяется после точки Z.

(II)

N	25	50	75	100	125	150
θ	5.5	6.9	8.6	10.0	11.3	12.5
n	0.434774	0.542033	0.51669	0.505049	0.490076	0.476793

mean = 0.494236

задача на „подставить в формулу" $n = \frac{(2t - N\lambda)(1-\cos\theta)}{2t(1-\cos\theta) - N\lambda}$

$t = 4\cdot10^{-3}$ м

$\lambda = 632.8\cdot10^{-9}$ м