

Лабораторная работа № 3.13

Магнитное поле Земли

Цель работы

1. Провести измерения направления суммарного магнитного поля, создаваемого Землей и системой катушек Гельмгольца.
2. Определить горизонтальную составляющую магнитного поля Земли.

Введение

В 1600 г в своем шеститомном трактате «О магните, магнитных телах и большом магните — Земле» английский ученый Уильям Гильберт (*William Gilbert*) впервые предположил, что Земля является магнитом, ось которого не совпадает с осью ее вращения. В любой точке пространства, окружающего Землю, и на её поверхности обнаруживается действие магнитных сил. Подвешенная на нити или укрепленная на острие магнитная стрелка устанавливается в каждой точке вблизи земной поверхности определенным образом — приблизительно в направлении с севера на юг. Этот основной факт доказывает существование магнитного поля Земли.

В 1635 г. английский математик Генри Геллибранд (*Henry Gellibrand*), показал что поле земного магнита медленно меняется, а знаменитый астроном и математик Эдмунд Галлей (*Edmond Halley*) провел первую в мире магнитную съемку океанов и создал в 1702 г. первые мировые магнитные карты. В 1835 г.

Иоганн Карл Фридрих Гаусс (*Johann Carl Friedrich Gauß*) провел сферический гармонический анализ магнитного поля Земли. Также он создал первую в мире магнитную обсерваторию в Геттингене и изобрёл униполярный и бифилярный магнитометры.

Представление о направлении вектора индукции магнитного поля Земли в данной точке можно получить, укрепив магнитную стрелку так, чтобы она могла свободно вращаться и вокруг вертикальной, и вокруг горизонтальной оси. Это можно осуществить, например, с помощью так называемого карданова подвеса, показанного на Рис. 1, или же специального прибора – деклинометра (Рис. 2). Стрелка устанавливается при этом по направлению вектора индукции магнитного поля Земли.

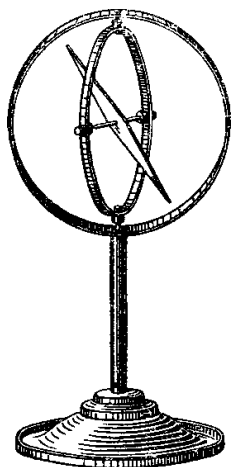


Рис. 1.
Простейший магнитометр –
намагниченная стрелка в
кардановом подвесе

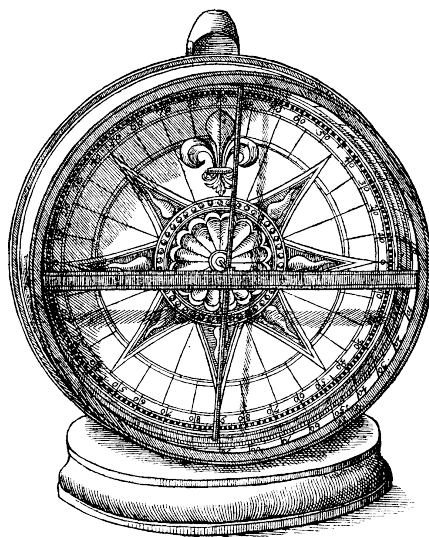


Рис. 2.
Магнитометр-деклинометр XVII в.

Земное магнитное поле имеет такой вид, как будто земной шар представляет собой магнит с осью, направленной приблизительно с севера на юг (см. рис. 3).

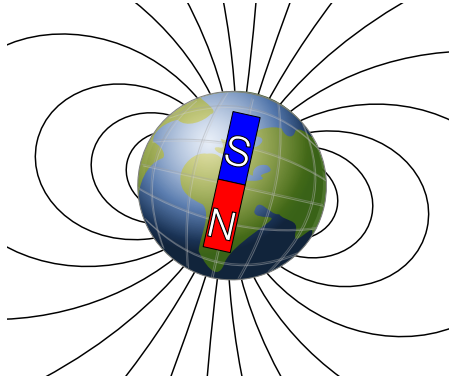


Рис. 3. Общий вид магнитного поля Земли

Земля обладает магнитным полем, которое приблизительно имеет такой вид, как будто земной шар представляет собой магнит с осью, направленной с севера на юг. Причем «южный» (S) и «северный» (N) полюса этого магнита располагаются вблизи северного и южного географических полюсов, соответственно (см. рис. 6). По данной причине стрелка магнитного компаса лишь примерно направлена на север. Ее направление отличается от истинного указания на север углом, называемым *склонением*. Более того, геомагнитное поле (особенно в приполярных областях) имеет существенную вертикальную составляющую, что приводит к тому что намагниченная игла, подвешенная в центре ее масс, в общем случае не принимает горизонтального (параллельного поверхности Земли) положения. Как правило, в северном полушарии ее N -полюс опускается вниз на угол, называемый *наклоном*.

Для геомагнитного поля Земли определяют две пары полюсов: геомагнитные и истинные магнитные полюса. **Геомагнитные** полюса (дипольные) – это точки пересечения земной поверхности осью магнитного диполя, гипотетически расположенного в центре Земли. В свою очередь, **истинные** магнитные полюса – это точки, в которых направление силовых линий магнитного поля перпендикулярно земной поверхности.

Согласно данным [Международной модели главного магнитного поля Земли](#) в 2020 году северный геомагнитный полюс находился в точке, лежащей на $80,7^\circ$ северной широты и $72,7^\circ$ западной долготы.

Более того, если положения географических полюсов постоянны, то геомагнитное поле со временем изменяется. Его полюса дрейфуют, совершая перемещения по земной поверхности со скоростью в несколько десятков километров в год. Также меняется магнитный дипольный момент Земли (в настоящую геомагнитную эпоху он почти линейно уменьшается). Даже на протяжении одних суток магнитный полюс не стоит на месте, а совершает небольшие смещения вокруг некоторой средней точки. Причиной таких быстрых перемещений является Солнце. Потоки заряженных частиц от него (солнечный ветер) входят в магнитосферу Земли и порождают в земной ионосфере электрические токи. Те, в свою очередь, порождают вторичные магнитные поля, которые возмущают геомагнитное поле.

Элементы геомагнетизма

В настоящее время употребляются следующие определения:

- **Истинные магнитные полюса Земли** - точки на земной поверхности, где магнитная стрелка располагается вертикально.
- **Геомагнитные полюсы** - точки пересечения магнитной оси Земли с ее поверхностью. Приблизительно можно считать, что Земля является однородно намагниченным шаром, магнитная ось которого составляет угол 10° с осью ее вращения.
- **Геомагнитный меридиан** - проекция силовой линии магнитного поля Земли на земную поверхность.
- **Магнитный экватор** - геометрическое место точек на земной поверхности, в которых магнитная стрелка располагается горизонтально. Магнитный экватор не совпадает с географическим экватором.
- **Геомагнитная широта** - угловое расстояние от геомагнитного экватора до рассматриваемой точки земной поверхности. Геомагнитная широта отсчитывается вдоль большого круга, проходящего через данную точку и геомагнитные полюсы.

Через магнитные полюса Земли можно провести линии больших кругов - магнитные меридианы, перпендикулярно к ним линии большого круга - магнитный экватор, и параллельно последнему, линии малых кругов - магнитные параллели. Таким образом, каждой точке на Земле будут соответствовать не только географические, но и магнитные координаты.

Полное представление о величине магнитного поля Земли в данной точке можно получить, зная значения трех величин, называемых элементами земного магнетизма: значение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля, значения магнитного склонения и наклонения.

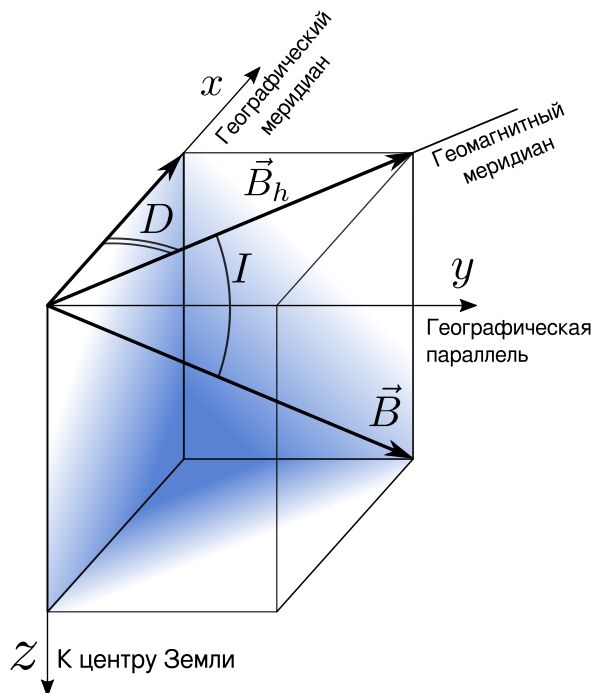


Рис. 4. Элементы земного магнетизма

Магнитное склонение (на рис. 4 - D) - угол между географическим и магнитным меридианами в точке земной поверхности. Магнитное склонение считается положительным, если северный конец магнитной стрелки отклонен к востоку от географического меридиана, и отрицательным - если к западу. Значение магнитного склонения указывается на магнитных картах и используется для определения истинного меридиана по показанию магнитного компаса. Для Санкт-Петербурга и Ленинградской области величина магнитного склонения на данный момент равна $+11^{\circ}12'$ (восточное склонение). Магнитное наклонение (на рис. 4 - I) — угол между магнитной силовой линией и горизонтальной плоско-

стью. На магнитных полюсах Земли, а также в районах крупных магнитных аномалий магнитное наклонение равно 90° .

Для определения численного значения индукции магнитного поля в данной точке рассмотрим плоскость геомагнитного меридиана данного места. Разложим вектор магнитной индукции, лежащий в этой плоскости, на две составляющие: горизонтальную B_h и вертикальную B_v (рис. 4а). Зная угол наклона θ и величину одной из составляющих, мы можем легко вычислить величину другой составляющей или самого вектора B . Если известна величина горизонтальной компоненты B_h , то из прямоугольного треугольника можно найти вертикальную составляющую:

$$B_v = B_h \cdot \operatorname{tg}(\theta). \quad (1)$$

Также легко можно определить модуль вектора индукции магнитного поля:

$$B = \sqrt{B_h^2 + B_v^2}. \quad (2)$$

Для определения горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли можно рассмотреть суперпозицию какого-нибудь пробного магнитного поля, индукция которого в данной точке направлена горизонтально (например, поля системы катушек Гельмгольца, см. далее), и горизонтальной составляющей магнитного поля Земли (рис. 5). Угол между направлением пробного поля \vec{B}_c и земного магнитного поля \vec{B}_h обозначим как φ , а угол между направлением результирующего поля и земного магнитного поля - α . Рассматривая треугольник, составленный из этих трех векторов и используя теорему синусов, легко получить:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\varphi - \alpha)} = \frac{B_h}{B_c} \quad (3)$$

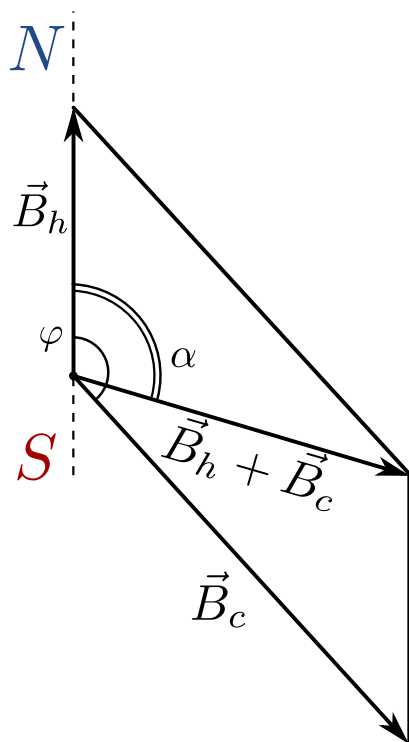


Рис. 5. Проекции векторов магнитного полей Земли \vec{B}_h и катушек Гельмгольца \vec{B}_c в горизонтальной плоскости

Тогда, измерив значения углов α и φ , для каждого значения пробного магнитного поля B_c , можно построить линейную зависимость:

$$B_c = B_h \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\varphi - \alpha)} \quad (4)$$

где угловой коэффициент - искомое значение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли B_h .

Магнитное поле колец Гельмгольца

Катушками (кольцами) Гельмгольца называется система, состоящая из двух одинаковых тонких катушек (колец), расположенных соосно на расстоянии, равном их радиусу. В пространстве между катушками создается почти однородное магнитное поле, индукцию которого можно найти по формуле:

$$B = \mu_0 \left(\frac{4}{5} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{In}{R}, \quad (5)$$

где n — число витков в каждой катушке, I — сила тока, R — средний радиус каждой катушки.

Получим формулу (5) магнитной индукции в центре колец Гельмгольца. Рассмотрим магнитное поле, создаваемое током, протекающим по тонкому контуру, имеющему форму окружности радиуса R (круговой ток).

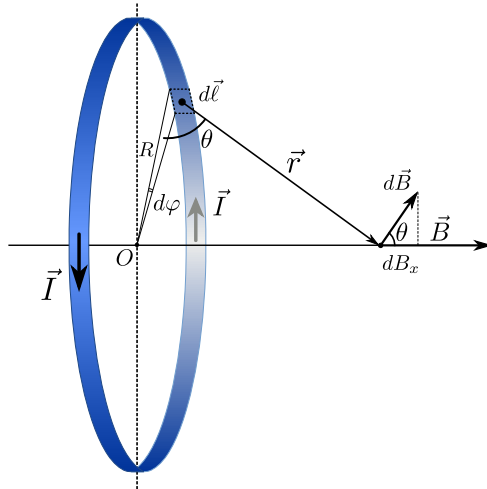


РИС. 6. Магнитное поле на оси кольца с током

Найдем магнитную индукцию B на оси кругового тока на расстоянии x от центра контура (см. рис. 2). Элемент тока $d\ell$ создает в рассматриваемой точке согласно закону Био–Савара–Лапласа индукцию, модуль которой равен

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\ell}{r^2}. \quad (6)$$

От всех элементов тока будет образовываться конус векторов $d\vec{B}$. Из соображений осевой симметрии можно заключить, что результирующий вектор в точке будет направлен параллельно оси Ox вправо. Это значит, что для нахождения модуля этого вектора необходимо сложить проекции векторов $d\vec{B}$ на ось Ox :

$$dB_x = dB \cos \theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\ell}{r^2} \frac{R}{r}. \quad (7)$$

Интегрируя выражение (7) по всему токовому контуру и учитывая, что $r = \sqrt{x^2 + R^2}$ и $d\ell = R d\varphi$, получим:

$$B(x) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (8)$$

Формула (9) определяет величину магнитной индукции на оси одного кругового тока. Рассмотрим далее систему из двух кольцевых проводников одинакового радиуса R , центры которых расположены на оси Ox на расстоянии R друг от друга, а плоскости в которых лежат токи параллельны между собой. Поместим начало координат на равном удалении от плоскостей колец. Если токи в каждом кольце одинаково направлены и равны по величине, то индукция магнитного поля в начале координат будет в два раза больше индукции поля одного кольца, рассчитанного на расстоянии $x = \frac{R}{2}$ от его плоскости. В реальной ситуации, та-

кую систему колец использовать сложно, так как величина тока, необходимая для получения даже небольших полей будет слишком велика. Поэтому для создания однородных поля используют катушки с большим числом витков, которое обозначим n . Тогда результирующее поле в начале координат будет равно

$$B_c = \frac{\mu_0 I n R^2}{\left(\left(\frac{R}{2}\right)^2 + R^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \mu_0 \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{I n}{R}. \quad (9)$$

Лабораторная установка

Лабораторная установка (рис. 7) включает в себя последовательно соединенные кольца Гельмгольца с компасом в центральной части, источник питания со встроенным амперметром и токоограничивающее сопротивление. Кольца Гельмгольца смонтированы на устойчивом основании и расположены параллельно друг другу.



Рис. 7. Параметры установки: $R = 0,15 \text{ м}$ — радиус катушек;
 $n = 100$ — число витков в каждой из катушек

Порядок проведения измерений

1. Перед проведением измерений убедитесь, кольца Гельмгольца расположены на достаточном удалении от источника питания и других приборов (в т.ч. мобильных телефонов и ноутбуков), которые могут иметь собственные электромагнитные поля.
2. Не включая источник питания, соберите лабораторную установку, соединив прилагающимися проводами все ее элементы. Проверьте, что ток будет протекать по обеим катушкам в одном и том же направлении.
3. Ориентируйте основание колец на рабочем столе таким образом, чтобы вектор магнитного поля катушек составлял с направлением магнитной стрелки компаса максимально тупой $\approx 160^\circ$ угол. Для определения направления магнитного поля катушек обратите внимание на полярность их подключения к источнику и используйте правило правой руки.
4. Отъюстируйте положение компаса в горизонтальной плоскости. Его стрелка должна свободно вращаться вокруг вертикальной оси, не касаясь своими концами внутренней поверхности корпуса.
5. Запишите в протокол значение угла, который образован плоскостью магнитного меридиана (в ней расположена стрелка компаса) и направлением оси катушек – это угол φ на рис. 5.
6. Перед включением источника установите регулятор силы тока на его лицевой панели в крайнее левое положение. Включите источник.
7. Плавно увеличивая силу тока в цепи, добейтесь отклонения стрелки компаса от ее исходного положения на угол $\alpha_1 = 10^\circ$. Аккуратно постукивая по основанию на котором расположен ком-

пас, убедитесь что положение стрелки является стационарным и устойчивым. Запишите значение угла α и соответствующую ему силу тока в катушках в рабочую таблицу протокола (см. Приложение).

8. Верните регулятор силы тока на источнике в исходное (нулевое) положение и повторите настройку на угол α_1 еще дважды, записывая в таблицу соответствующие величины сил тока.

9. Проведите аналогичные измерения во всем доступном диапазоне значений угла $\alpha < \varphi$, с шагом $\Delta\alpha = 10^\circ$, а именно $\alpha_2 = 20^\circ$, $\alpha_3 = 30^\circ$ и т.д. В области малых углов отклонения (примерно до 60°) может быть удобным подключение дополнительного токоограничивающего сопротивления, которое расположено внутри источника тока: для этого необходимо нажать кнопку $R_{ВН}$ на лицевой панели источника.

10. Завершив измерения, верните регулятор силы тока в нулевое (крайнее левое) положение, выключите источник. Получите подпись инженера зала на протоколе с результатами прямых измерений.

Обработка результатов измерений

1. По результатам прямых измерений из Табл. 1 рассчитайте величины средней силы тока в катушках $\langle I \rangle$ для каждого значения угла α_i . По формуле (5) найдите величины магнитного поля катушек Гельмгольца B_c для всего набора значений силы тока. Результаты расчетов внесите в рабочую таблицу.

2. Найдите значения параметров $\gamma_i = \frac{\sin(\alpha_i)}{\sin(\varphi - \alpha_i)}$ для всех углов отклонения стрелки. Постройте график зависимости $B_c = B_c(\gamma_i)$. Правила построения графиков изложены в методическом пособии

«Обработка экспериментальных данных». Проанализируйте вид полученной зависимости.

3. Числовое значение углового коэффициента графика зависимости $B_c = B_c(\gamma_i)$ равно величине магнитного поля Земли. Найдите это значение и оцените его погрешность с помощью метода наименьших квадратов (МНК). Основы данного метода также приведены в методическом пособии «Обработка экспериментальных данных».

4. Полученное значение индукции магнитного поля Земли с обязательным указанием доверительного интервала приведите в п.12 «Окончательные результаты» вашего отчета по лабораторной работе.

5. Проведите сравнение результата ваших измерений и расчетов с табличным значением. В отчете необходимо явное указание на источник из которого была получена информация о табличном значении.

Приложение

Таблица 1: Результаты прямых измерений

$\varphi = \dots^\circ$	Ток в катушках, mA					
α_i	I_1	I_2	I_2	$\langle I \rangle$	$\frac{\sin(\alpha_i)}{\sin(\varphi - \alpha_i)}$	$B_c, мкТл$
10°						
20°						
30°						
40°						
50°						
60°						
70°						
80°						
90°						
100°						
110°						
120°						
130°						
140°						