

---

Группа	<u>М32021</u>	К работе допущен	<u></u>
Студент	<u>Лопатенко</u>	Работа выполнена	<u>07.05.2023</u>
Преподаватель	<u>Тимофеева Э.О.</u>	Отчет принят	<u></u>

## Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №5.IBM.1

---

Махинации в IBM Quantum

---

### 1. Цель работы:

Изучить функционал квантового компьютера IBM.

### 2. Задачи, решаемые при выполнении работы:

1. Построить однокубитные квантовые цепи;
2. Зарегистрировать результаты моделирования цепочек;
3. Сравнить данные моделирований с теоретическими распределениями.

### 3. Объект исследования:

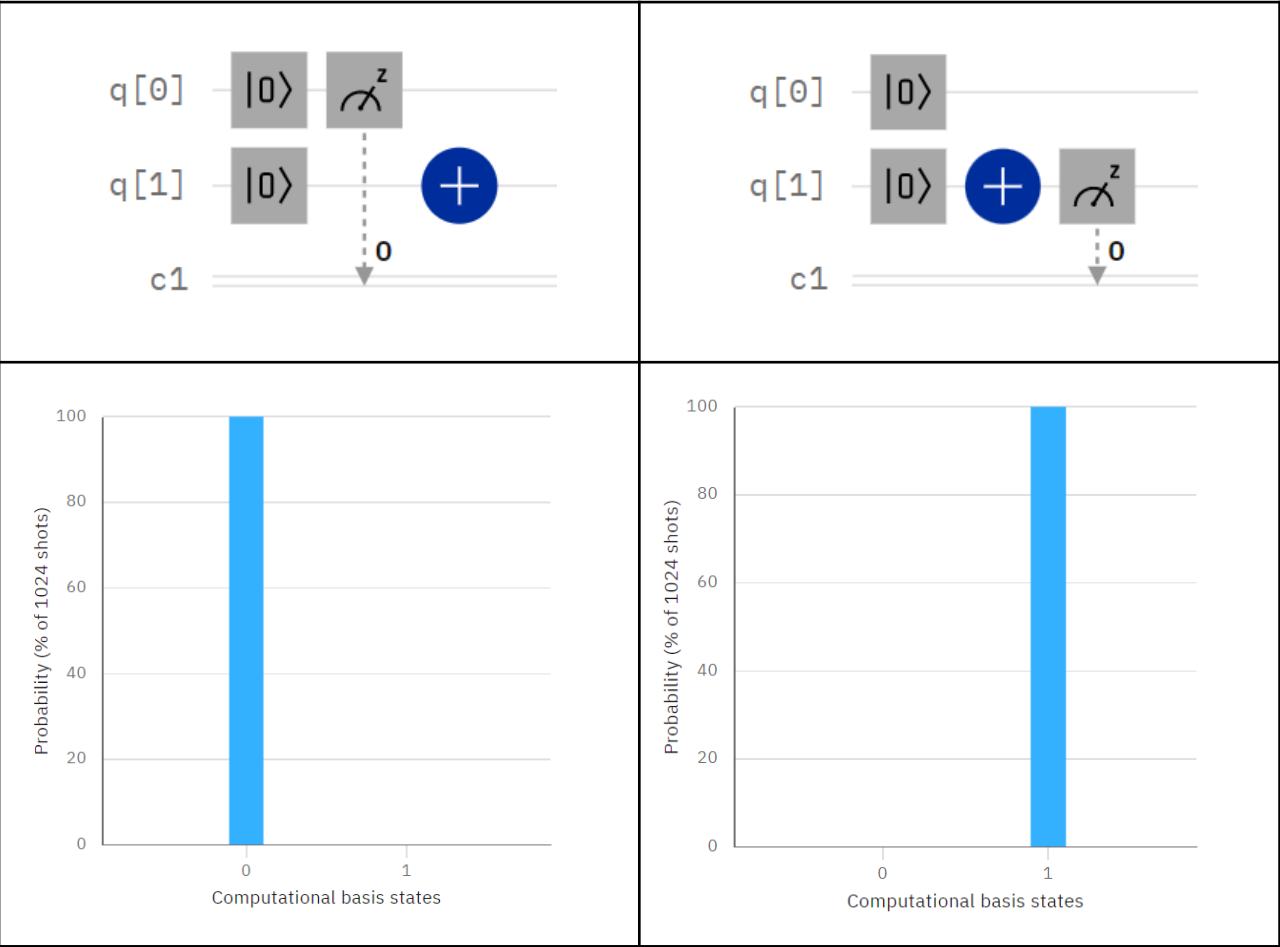
Квантовый компьютер, распределение вероятности однокубитных и многокубитных цепей.

### 4. Метод экспериментального исследования:

Внедрение вентилей в построение схем, проведение моделирований.

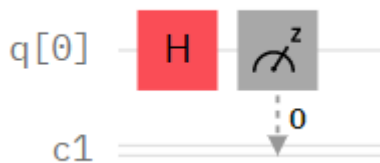
5. Выполнение упражнения №1:

- 5.1. Зарегистрироваться в системе IBM Quantum
- 5.2. Создать схему из двух кубитов (один в состоянии  $|0\rangle$ , а второй в состоянии  $|1\rangle$ ) и применить операцию измерения данных кубитов. Провести симуляцию



	Frequency (quantity)		Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
1024	520	504	0.5078	0.4921

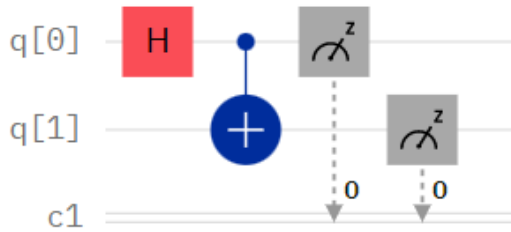
5.3. Построить систему из кубита в состоянии  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$



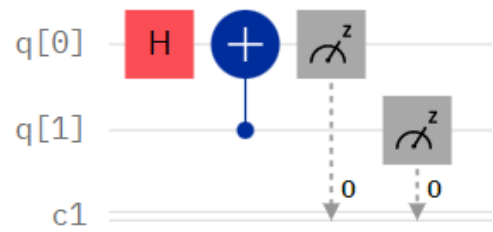
	Frequency (quantity)		Frequency (out of 1)	
Shots	1>	0>	1>	0>
1	0	1	0.00	1.00
2	1	1	0.50	0.50
8	3	5	0.38	0.62
32	17	15	0.53	0.47
64	32	32	0.50	0.50
128	60	68	0.47	0.53
512	265	247	0.52	0.48
1024	505	519	0.49	0.51
8192	4106	4086	0.50	0.50

Из результатов симуляции становится понятно, что теоретическая модель подтверждается, а оператор Адамара можно использовать в качестве однокубитного аналога системы из двух кубитов в противоположных состояниях, где состояния системы  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$  равновероятны. Результаты моделирования достаточно выразительно подтверждают этот факт.

#### 5.4. Сравнить две схемы по вентилю CNOT



	Frequency	
Shots	$ 01\rangle$	$ 00\rangle$
1024	511	513



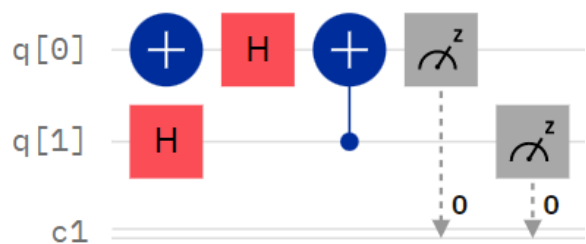
	Frequency	
Shots	$ 01\rangle$	$ 00\rangle$
1024	0	1024

Результаты моделирования ожидаемы, потому что глобально схемы отличаются лишь в выбранных управляющих кубитах вентиля **CNOT**.

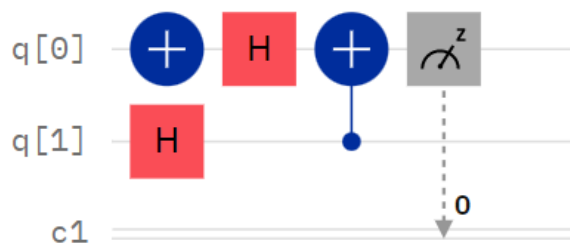
Первый кубит  $q[0]$  может равновероятно находиться в состояниях  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$ , и при выборе  $q[0]$  в качестве управляющего, состояние управляемого кубита  $q[1]$  тоже равновероятно  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$  соответственно.

Если же выбрать управляющим  $q[1]$ , то влияния на  $q[0]$  вентиля инвертирования связки не будет. Естественно заметить, что измерения для  $q[0]$  уже проводились, а в этом задании нас интересует состояние второго кубита  $q[1]$ . Как уже было сказано, состояние  $q[1]$  может принимать равновероятный характер (выбор  $q[1]$  в качестве управляемого) и постоянный характер (выбор  $q[1]$  в качестве управляющего).

## 5.5. Сравнить схемы на двух кубитах по оператору Адамара

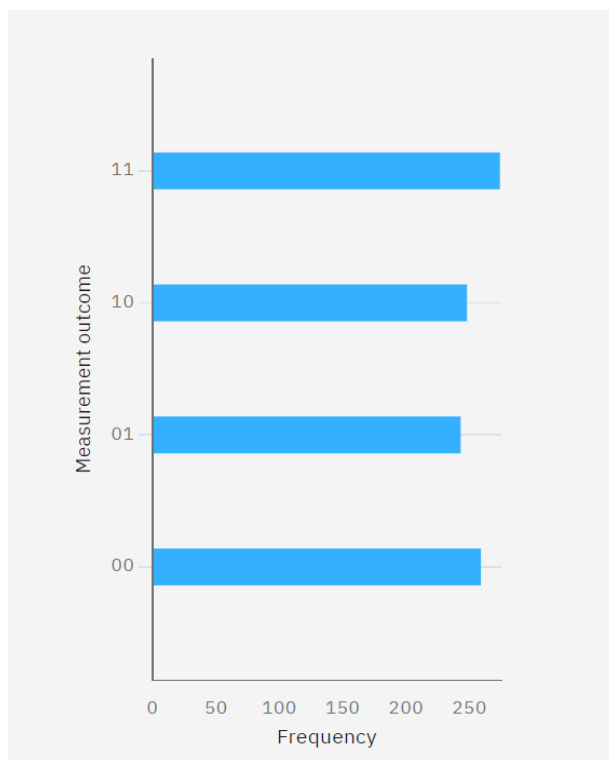
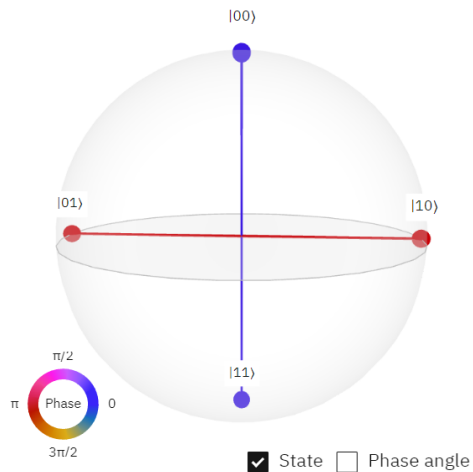
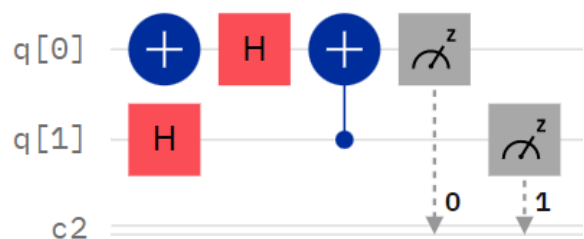


	Frequency	
Shots	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$
1024	505	519

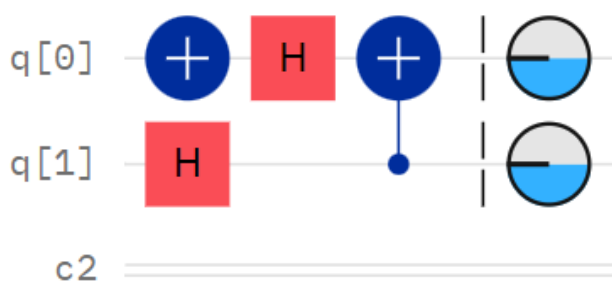
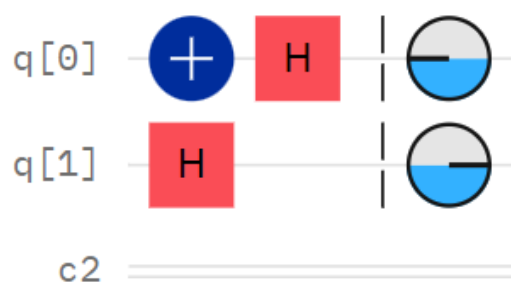


	Frequency	
Shots	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$
1024	500	524

Наверное, схемы необходимо было лишь преобразовать по количеству считывающих битов, чтобы состояние каждого из кубитов можно было рассмотреть на одной схеме, например:



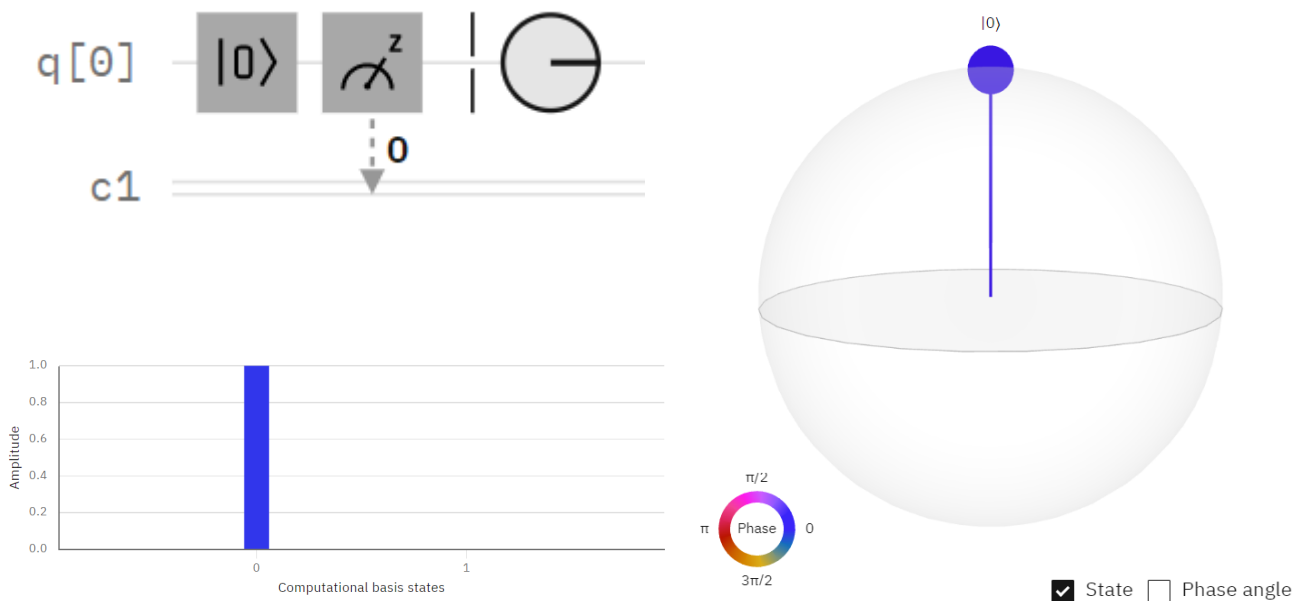
Теперь ясно, что каждый из кубитов может принимать равновероятно состояния  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$ , что и подтверждают первые две таблицы, ведь они в себе содержат результаты измерения соответственно на  $q[0]$  и  $q[1]$ . В схеме можно было обойтись без управляющего **CNOT**: в таком случае состояния были бы расположены ортогонально:



## 5.6. Создать прочие схемы и проанализировать расположение векторов в Q-сфере

### 1) Кубит RESET + MEASUREMENT:

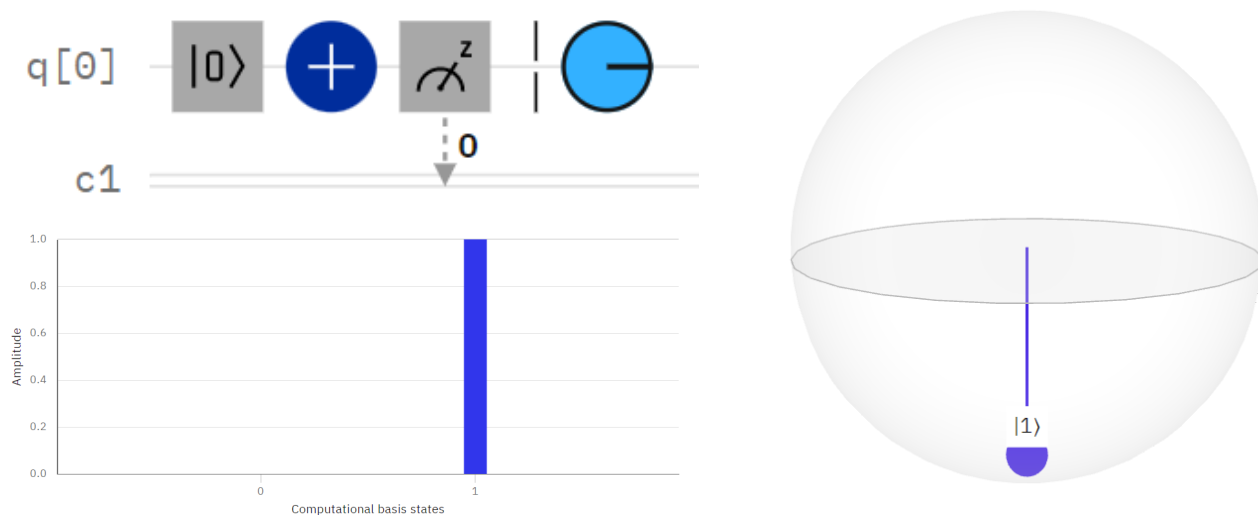
Ничего необычного не регистрируем, кубит имеет лишь одно состояние  $|0\rangle$ .



	Frequency (quantity)		Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
1024	0	1024	0	1

### 2) Кубит RESET + NOT + MEASUREMENT:

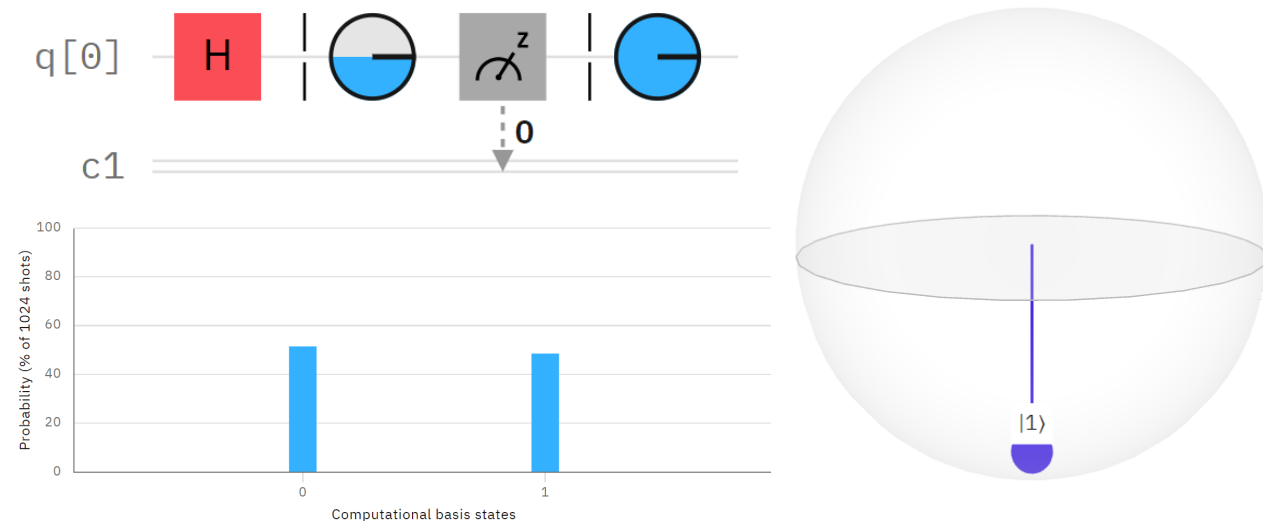
Ничего необычного не регистрируем, кубит имеет лишь одно состояние  $|1\rangle$ , ввиду  $X$  gate.



	Frequency (quantity)		Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
1024	1024	0	1	0

### 3) Кубит + оператор Адамара + MEASUREMENT

Регистрируем почти равномерное распределение вероятности приобретения одного из состояний  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$ . Заметим, что на Q-сфере отображается лишь одно состояние: это можно объяснить наличием детерминированного наблюдения MEASUREMENT.

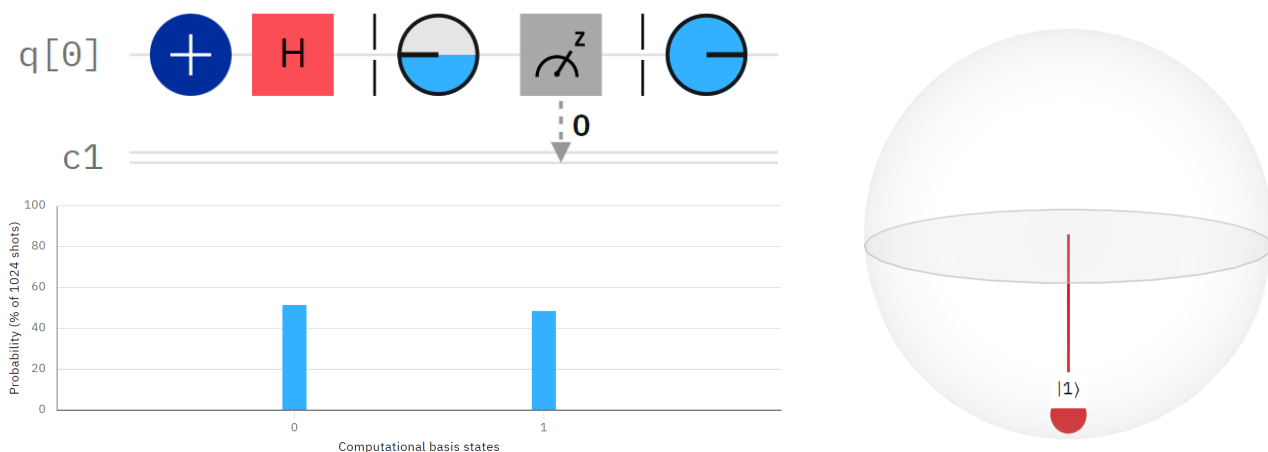


Симуляция подтверждает равновесное попадание в оба состояния:

	Frequency (quantity)		Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
1024	545	479	0.53	0.47

### 4) Кубит + NOT + оператор Адамара + MEASUREMENT

Регистрируем почти равномерное распределение вероятности приобретения одного из состояний  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$ . На Q-сфере отображается лишь одно состояние (с обратной фазой): это можно объяснить наличием детерминированного наблюдения MEASUREMENT.

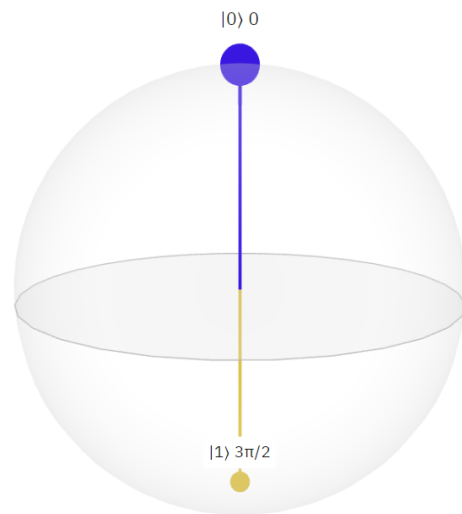
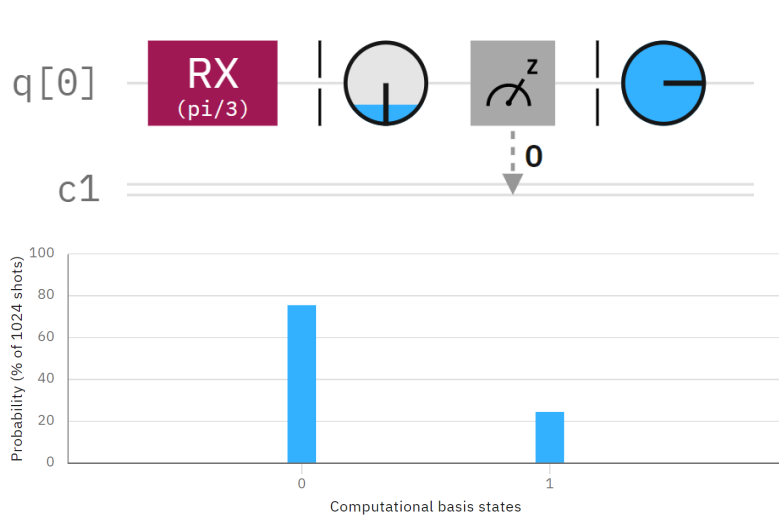


Симуляция подтверждает равновесное попадание в оба состояния:

	Frequency (quantity)		Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
1024	504	520	0.49	0.51

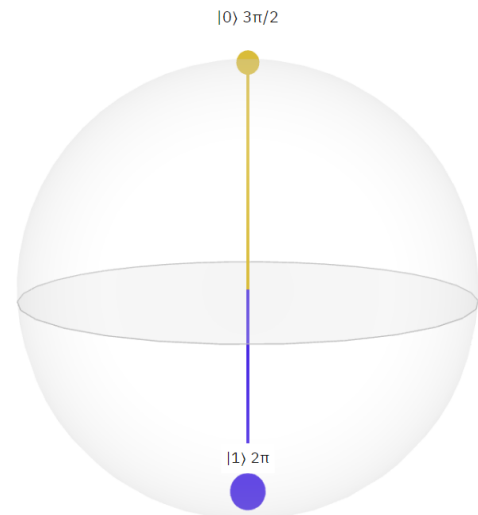
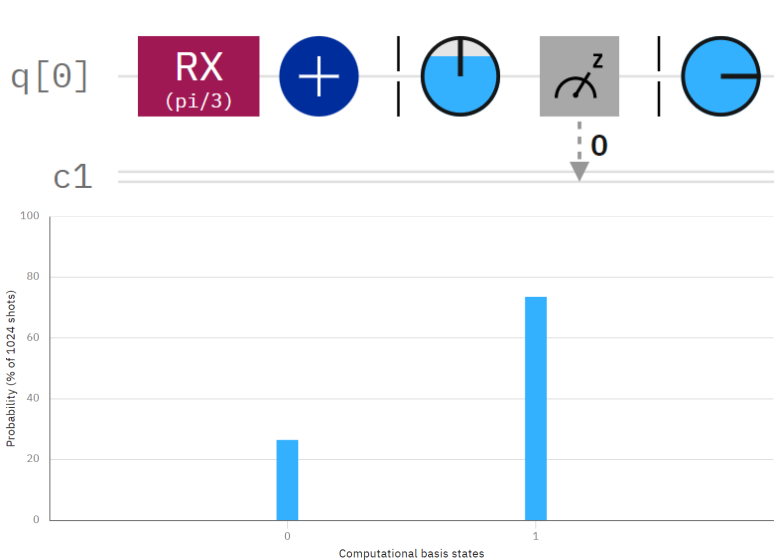
## 5) Кубит + RX(60) + MEASUREMENT

Вентиль RX отвечает за вращение относительно оси X на Q-сфере.



	Frequency (quantity)		Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
1024	271	753	0.26	0.74

## 6) Кубит + RX(60) + NOT + MEASUREMENT

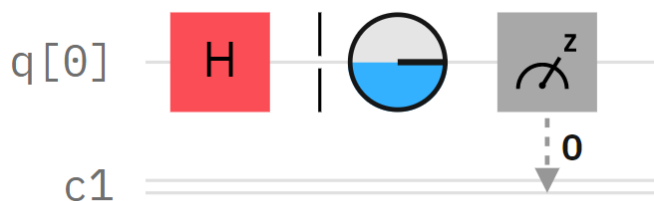


	Frequency (quantity)		Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
1024	783	241	0.76	0.24



## 6. Выполнение упражнения №2:

6.1. Получить кубит в состоянии суперпозиции  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$



	Frequency (quantity)		Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
1024	501	523	0.4893	0.5107

6.2. Получить кубит в состоянии суперпозиции  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$  двумя способами



Стоит заметить, что схема  $XH$  не сохраняет коэффициенты состояний, в отличие от схемы  $HZ$

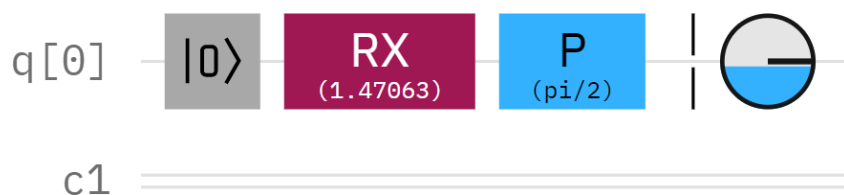
	Frequency (quantity)		Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
1024	505	519	0.4932	0.5068

6.3. Получить кубит в состоянии суперпозиции  $\frac{1}{\sqrt{2}}(-|0\rangle + |1\rangle)$



	Frequency (quantity)		Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
1024	508	516	0.4961	0.5039

#### 6.4. С помощью $RX$ получить кубит в состоянии $(\sqrt{0.55}|0\rangle + \sqrt{0.45}|1\rangle)$



Вентиль  $RX$  отвечает за вращение на угол  $\theta$  относительно состояния  $|0\rangle$ .

Необходимо рассмотреть оператор матрицы поворота и заметить, что в общем случае

$$\hat{RX} = \exp(-i\frac{\theta}{2}\hat{X}) = \cos\frac{\theta}{2}\hat{I} - i\sin\frac{\theta}{2}\hat{X}$$

$$\hat{RX} = ((\cos\frac{\theta}{2}; -i\sin\frac{\theta}{2})^T; (-i\sin\frac{\theta}{2}; \cos\frac{\theta}{2})^T)$$

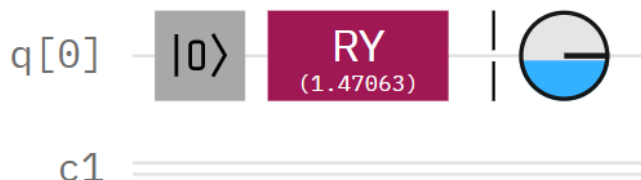
Тогда очевидно, что для удовлетворения условия варианта необходимо взять угол

$$\theta = 2\arccos(\sqrt{0.55}) \approx 1.47063$$

Необходимо также применить квантиль  $P(\frac{\pi}{2}) \equiv S$  для компенсации по фазе  $\varphi$ .

	Frequency (quantity)		Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
2048	928	1120	0.4531	0.5469

#### 6.5. С помощью $RY$ получить кубит в состоянии $(\sqrt{0.55}|0\rangle + \sqrt{0.45}|1\rangle)$



Вентиль  $RY$  отвечает за вращение на угол  $\theta$  относительно состояния оси  $Y$ .

Необходимо рассмотреть оператор матрицы поворота и заметить, что в общем случае

$$\hat{RY} = \exp(-i\frac{\theta}{2}\hat{Y}) = \cos\frac{\theta}{2}\hat{I} - i\sin\frac{\theta}{2}\hat{Y}$$

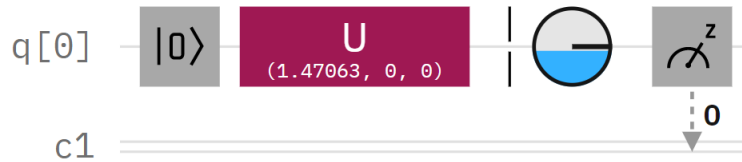
$$\hat{RY} = ((\cos\frac{\theta}{2}; \sin\frac{\theta}{2})^T; (-\sin\frac{\theta}{2}; \cos\frac{\theta}{2})^T)$$

Тогда очевидно, что для удовлетворения условия варианта необходимо взять угол

$$\theta = 2\arccos(\sqrt{0.55}) \approx 1.47063$$

	Frequency (quantity)		Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
2048	924	1124	0.4512	0.5488

### 6.6. С помощью $U$ получить кубит в состоянии $(\sqrt{0.55}|0\rangle + \sqrt{0.45}|1\rangle)$



Вентиль  $U$  отвечает за вращение на углы  $(\theta, \varphi, \lambda)$  относительно любого состояния. Необходимо рассмотреть оператор матрицы поворота и заметить, что в общем случае

$$\hat{U}(\theta, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) = \hat{R}\hat{X}(\theta)$$

$$\hat{U}(\theta, 0, 0) = \hat{R}\hat{Y}(\theta)$$

$$\hat{U} = ((\cos\frac{\theta}{2}; e^{i\varphi}\sin\frac{\theta}{2})^T; (-e^{i\lambda}\sin\frac{\theta}{2}; e^{i(\varphi+\lambda)}\cos\frac{\theta}{2})^T)$$

Тогда очевидно, что для удовлетворения условия варианта необходимо взять угол

$$\theta = 2\arccos(\sqrt{0.55}) \approx 1.47063$$

	Frequency (quantity)		Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
2048	921	1127	0.4497	0.5503

### 6.7. С помощью $RX$ получить кубит в состоянии $(\sqrt{0.55}|0\rangle - \sqrt{0.45}|1\rangle)$



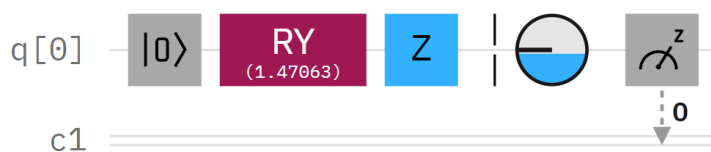
Для получения состояния относительно данных в варианте значений необходимо применить оператор Паули (отображающий  $|0\rangle \rightarrow |0\rangle$  и  $|1\rangle \rightarrow -|1\rangle$ ).

$$Z = ((1; 0)^T; (0; -1)^T)$$

$P$ -gate для компенсации фазы состояния  $(\cos\frac{1.47063}{2}|0\rangle + \sin\frac{1.47063}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}|1\rangle)$

	Frequency (quantity)		Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
2048	948	1100	0.4629	0.5371

### 6.8. С помощью $RY$ получить кубит в состоянии $(\sqrt{0.55}|0\rangle - \sqrt{0.45}|1\rangle)$



	Frequency (quantity)		Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
2048	949	1099	0.4634	0.5366

### 6.9. С помощью U получить кубит в состоянии $(-\sqrt{0.55}|0\rangle + \sqrt{0.45}|1\rangle)$

В этот раз подробнее распишем принцип построения с математической точки зрения.

Ранее мы получали состояние  $(\sqrt{0.55}|0\rangle + \sqrt{0.45}|1\rangle)$ , а в этом задании необходимо найти такую цепочку гейтов, которые бы преобразовали в состояние суперпозиции  $(-\sqrt{0.55}|0\rangle + \sqrt{0.45}|1\rangle)$

Очень жаль, что нет обратного гейта  $Z^{-1} \equiv ((-1; 0)^T; (0; 1)^T)$

Составим такой вентиль самостоятельно, ведь это ни что иное, как  $XZX$ :

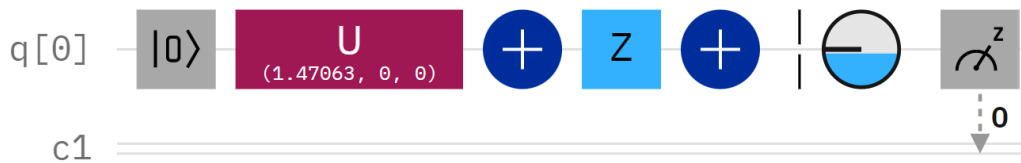
$$\hat{X}\hat{Z} = ((0; 1)^T; (1; 0)^T) \cdot ((1; 0)^T; (0; -1)^T) = ((0; 1)^T; (-1; 0)^T)$$

$$\hat{X}\hat{Z}\hat{X} = ((0; 1)^T; (-1; 0)^T) \cdot ((0; 1)^T; (1; 0)^T) = ((-1; 0)^T; (0; 1)^T) = Z^{-1}$$

Посмотрим, как такой вентиль будет действовать на состояния  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$ :

$$Z^{-1}|0\rangle = Z^{-1} \cdot (1; 0)^T = (-1; 0)^T \equiv -|0\rangle$$

$$Z^{-1}|1\rangle = Z^{-1} \cdot (0; 1)^T = (0; 1)^T \equiv |1\rangle$$



	Frequency (quantity)		Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
2048	896	1152	0.4375	0.5625

### 6.10. Экспериментально показать унитарность гейта Адамара

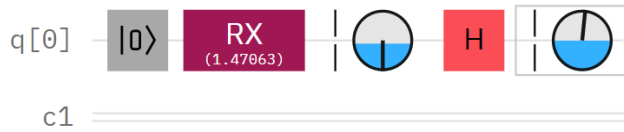


	Frequency (quantity)		Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
2048	0	2048	0	1

И это очевидно, ведь оператор Адамара унитарен. Докажем это:

$$\hat{H}\hat{H} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 ((1; 1)^T; (1; -1)^T) \cdot ((1; 1)^T; (1; -1)^T) = ((1; 0)^T; (0; 1)^T) = \hat{I}$$

**6.11. С помощью RX получить кубит  $(\sqrt{0.55}|0\rangle + \sqrt{0.45}|1\rangle)$  и составить схему**



q[0]

Phase  $\varphi$ : 1.4706

$\text{Re}[e^{j\varphi}]$ : 0.10000000149011612

$\text{Im}[e^{j\varphi}]$ : 0.9950000047683716

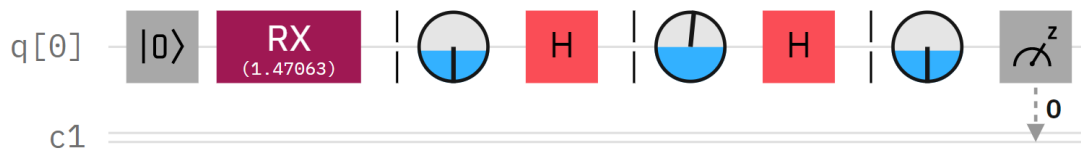
● Prob of |1>: 50%

○ Purity of reduced state: 1.0000125048935413

Результаты напоминают распределение вероятности при суперпозиции для оператора Адамара с равновероятными состояниями  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$ , однако стоит учесть, что от поворота  $\hat{R}X(1.47063)$  останется фазовый сдвиг по  $\varphi$ .

	Frequency (quantity)		Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
2048	1045	1003	0.5103	0.4897

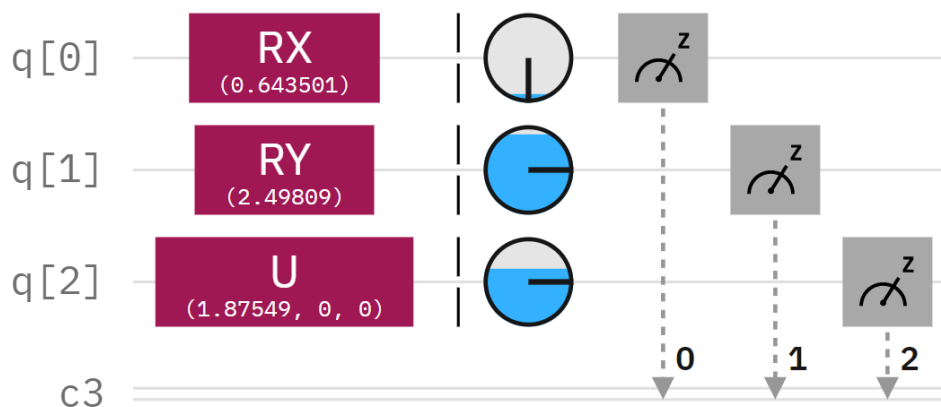
**6.12. С помощью RX получить кубит  $(\sqrt{0.55}|0\rangle + \sqrt{0.45}|1\rangle)$  и составить схему**



Повторное последовательное включение в схему оператора Адамара не влияет на результаты симуляции, так как легко показывается, что  $\hat{H}$  унитарен.

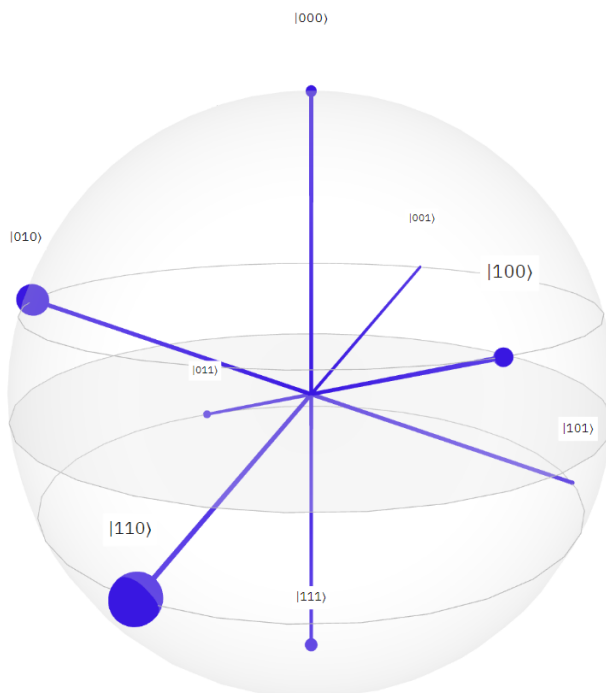
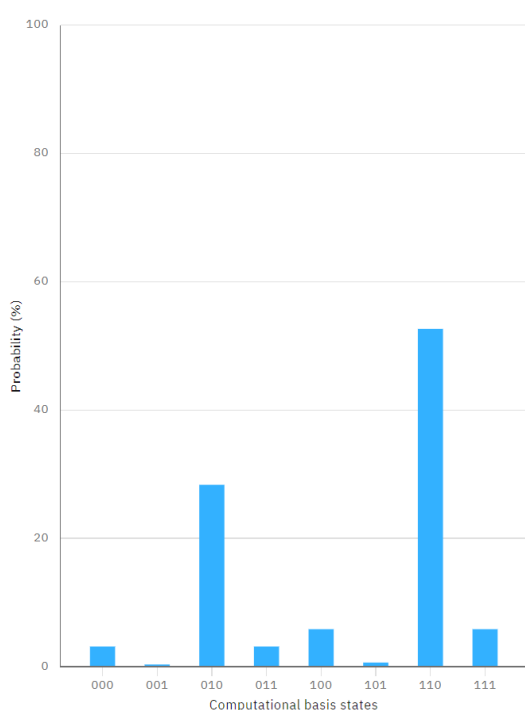
	Frequency (quantity)		Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
2048	924	1124	0.4512	0.5488

### 6.13. Реализовать трехкубитную систему ( $\sqrt{0.9}|0\rangle$ ; $\sqrt{0.1}|0\rangle$ ; $\sqrt{0.35}|0\rangle$ )



Можно заметить, что регистрируем достаточно интересное распределение по состояниям системы, где  $|abc\rangle$  - совместное состояние  $q[2]q[1]q[0]$  соответственно. В системе с наибольшей вероятностью возникнет состояние  $|110\rangle$ , что можно было оценить по произведению вероятностей  $p(110) = 0.65 \cdot 0.9 \cdot 0.9 = 0.5265$

	Frequency (quantity)							
Shots	$ 000\rangle$	$ 001\rangle$	$ 010\rangle$	$ 011\rangle$	$ 100\rangle$	$ 101\rangle$	$ 110\rangle$	$ 111\rangle$
2048	58	5	594	64	120	13	1075	119
	Frequency (out of 1)							
Shots	$ 000\rangle$	$ 001\rangle$	$ 010\rangle$	$ 011\rangle$	$ 100\rangle$	$ 101\rangle$	$ 110\rangle$	$ 111\rangle$
2048	0.0283	0.0024	0.2900	0.0313	0.0586	0.0063	0.5249	0.0582



## 7. Вывод:

В ходе выполнения лабораторной работы были разобраны особенности рабочего процесса в системе IBM Quantum и сделаны выводы о том, что кубитные системы – это что-то не из мира сего, а заниматься построением схем очень интересно, но опасно для психики. И это только однокубитные цепочки! Всё веселье впереди!