Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
"Национальный исследовательский университет ИТМО"

Дополнительные главы физики
Задание после лекции 27.02.2023
"Волна Де Бройля. Уравнение Шредингера"

Выполнил:
Лопатенко Г. В., M32021

Преподаватель:
Музыченко Я. Б.

Февраль, 2023

Содержание

1 Соотношение неопределенности

Вывести соотношение неопределенности из эффекта Доплера.

Рассмотрим систему из плоского идеально отражающего зеркала (то есть нет потерь на поглощение), тогда фотон может падать по нормали и по направлению движения зеркала, что охарактеризуем в записи законов сохранения энергии и импульса:

$$\text{ЗСЭ: } h\mu_0 + \frac{mv_0^2}{2} = h\mu + \frac{mv^2}{2} \quad \text{ЗСИ: } h\frac{\mu_0}{c} + mv_0 = -h\frac{\mu}{c} + mv$$

Здесь учитывается масса, скорости зеркала и циклические частоты фотона до и после соударения. Перепишем в другом виде:

$$m\left(v^2 - v_0^2\right) = 2h\left(\mu_0 - \mu\right), \quad m\left(v - v_0\right) = \frac{h\left(\mu_0 + \mu\right)}{c}$$

Тогда разделив одно тождество на второе получим:

$$v + v_0 = 2c \cdot \frac{\mu_0 - \mu}{\mu_0 + \mu}$$

При рассмотрении системы стоит отметить, что масса отражателя намного больше массы фотона, поэтому можно считать, что скорость зеркала до и после соударения изменилась на малую величину, то есть:

$$v \equiv v_0 = c \cdot \frac{\mu_0 - \mu}{\mu_0 + \mu}$$

Заметим, что отношение частот уж очень явно намекает нам на эффект Доплера. Далее рассуждения можно построить на чем-то почти метафизическом, ведь для измерения частоты μ с точностью $\Delta\mu$ потербуется минимальный временной промежуток в Δt, при этом $\Delta\mu\Delta t \sim 1$. Тогда продолжим:

$$\Delta v = 2c \cdot \frac{\mu_0\Delta\mu}{\left(\mu_0 + \mu\right)^2} \approx -\frac{\Delta\mu c}{2\mu_0} \quad \longrightarrow \quad \Delta x = \Delta v\Delta t = \frac{c\Delta\mu\Delta t}{2\mu_0} \sim \frac{c}{2\mu_0}$$

Обратим внимание на закон сохранения импульса Δp для условия $\mu \approx \mu_0$:

$$\Delta p = \frac{2h\mu_0}{c} \quad \longrightarrow \Delta x\Delta p \sim \frac{c}{2\mu_0} \cdot \frac{2h\mu_0}{c} = h$$

1. Сивухин, Атомная и ядерная физика. П20: Соотношение неопределенностей

2 Парадокс Эйнштейна-Подольского-Розана

Пояснить парадокс ЭПР. Как этот парадокс можно объяснить?

Любопытно, но в квантовой физике стирается грань между понятиями состояния наблюдаемого объекта и максимально-точными сведениями о нем. Каждому наблюдению или максимально точному снятию параметра системы можно сопоставить волновую функцию. Например, невозможно требовать от сведений системы максимальную точность: это значит, что система не обязана иметь определенную волновую функцию. Понятно, что волновая функция сама по себе имеет строго вероятностный характер, поэтому и измерения проводятся с некоторой долей уверенности. Эйнштейн, Подольский и Розан попытались опровергнуть вероятностную трактовку волновой функции: неоднозначность результата измерения физической величины объяснялось неполнотой квантовой теории и наличием у частицы невыявленных степеней свободы, диктуемых неопределенными параметрами. Тогда для того, чтобы снять более одного измерения параметра системы без редукции волновой функции, необходимо мысленно клонировать измеряемый объект. В ответ господину Эйнтштейну и компании Нильс Бор почти сразу пояснил, что в теории квантового мира нельзя говорить о безотносительности системы к окружающему миру и, в частности, к измерительным приборам. На лекции мы еще не упоминали термин запутанности систем по Шредингеру, но как раз об этом и идет речь, если разговор идет о взаимодействующих какое-то время системах, которые после разнесли и пытаются установить параметры одной системы, не повлияв при этом на первую. Математическую базу статьи великой троицы приводить не буду, хотя попытки понять суть предпринимались.

1. Успехи физических наук [1936], "В.А. Фок: Можно ли считать, что квантово-механическое представление физической реальности является полным?"

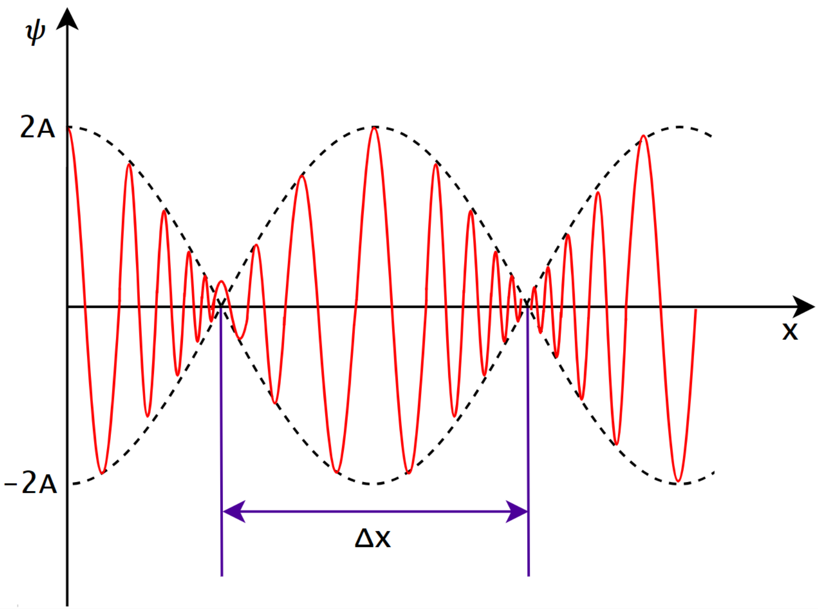
3 Неопределенность волнового пакета

Show that the uncertainty principle holds for a wave packet that is formed by two waves with similar wavelength λ_1 and λ_2. To do so, use $\psi_1 = Asink_1x$ and $\psi_2 = Asink_2x$. Then show that the width of each wave packet is $\Delta x = 2\pi/(k_1 - k_2) = 2\pi/\Delta k$. Finally, show that $\Delta x \Delta p = h$ for this simple situation.

Совершенно очевидно, что при формировании волнового пакета из двух волн со схожими длинами волн (а то есть и со схожими волновыми числами) волновою суперпозицию можно охарактеризовать биением. Тогда запишем математическое обоснование:

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = A\left(sink_1x + sink_2x\right) = 2Acos\left(\frac{k_1 - k_2}{2} \cdot x\right) sin\left(\frac{k_1 + k_2}{2} \cdot x\right)$$

Заметим, что с точки зрения анализа функций, гармоника с разностным аргументом будет представлять из себя медленно изменяющуюся по аргументу амплитуду результирующего волнового пакета.



Как раз из этой словесной игры в пинг-понг можно понять, что ширина одного такого периодического фрагмента равна периоду биения по аргументу $\Delta x = 2\pi/(k_1 - k_2)$.
Тогда наконец запишем в виде:

$$\Delta x \Delta k = \frac{2\pi \Delta x \Delta p}{h} = 2\pi \quad \longrightarrow \quad \Delta x \Delta p = h$$