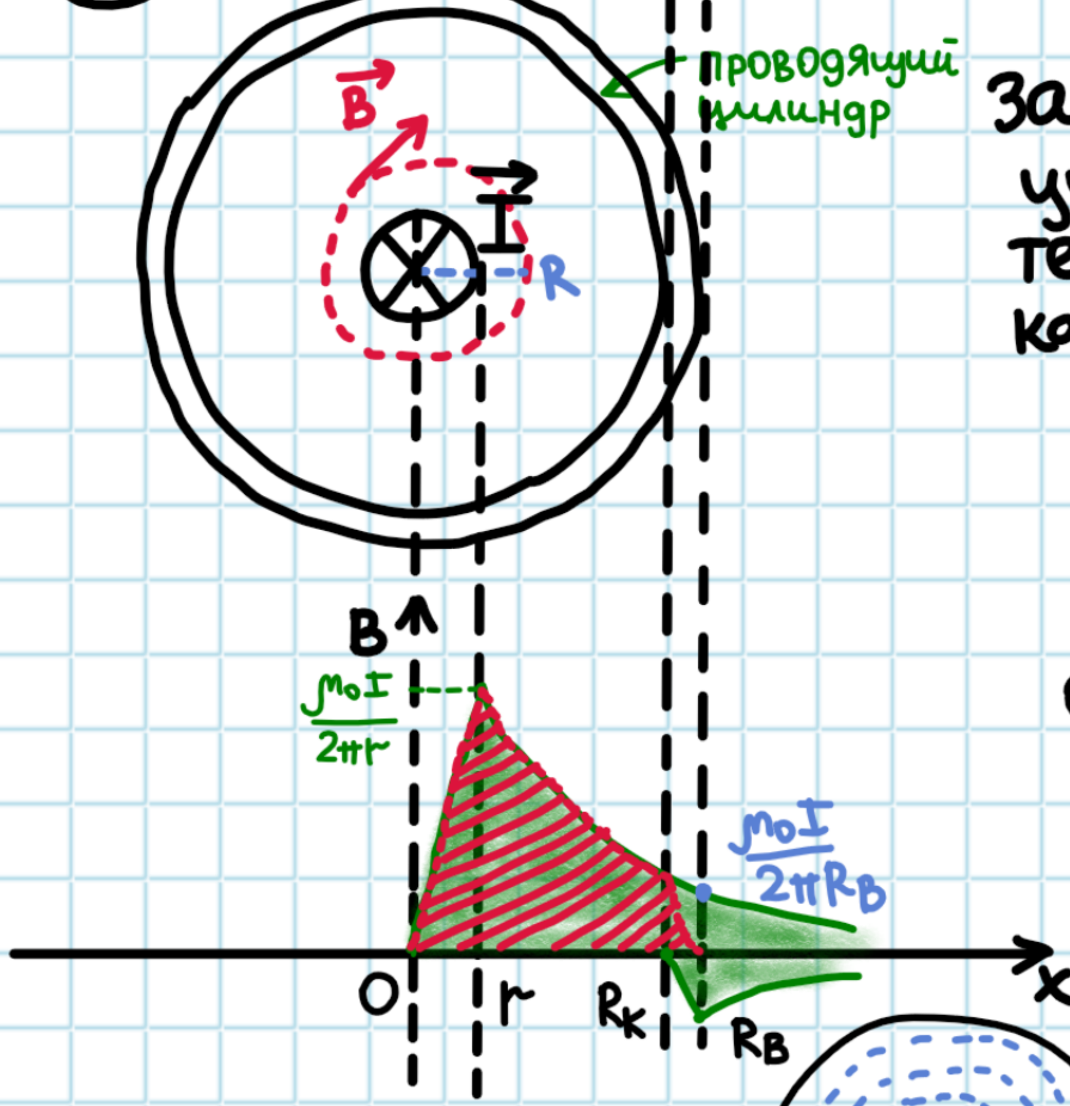
Лопатенко Георгий
M32021

② Описать магнитное поле внутри и вне коаксиального кабеля.



Заметим, что для внутреннего провода справедлива теорема о циркуляции: если взять контур радиуса R и предположить, что ток течёт от нас, то по правилу буравчика вектор магнитной индукции в каждой точке контура направлен по часовой стрелке и по касательной.

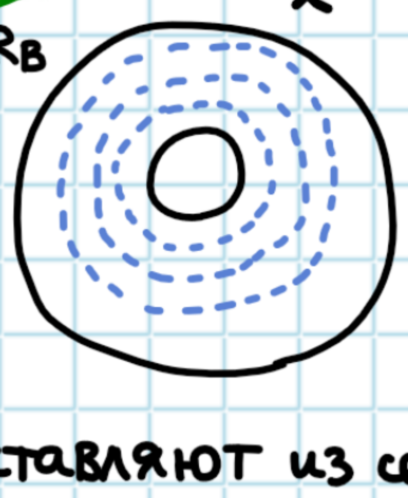
Тогда $\oint \vec{B}\,d\vec{\ell} = B\ell = \underbrace{\frac{\mu_0 I}{2\pi R}}_{\text{для прямого тока}} \cdot \ell = \mu_0 I \cdot \frac{R_K}{R}$, где R_K – радиус проводящего цилиндра

Очевидно, что для контура x
при $x<r$:

$$\left.\begin{aligned} B\ell &= \mu_0 I_x \\ j &= \frac{I}{S} = \frac{I_x}{S_x} \end{aligned}\right\} B = \frac{\mu_0 2\pi x^2}{2\pi x}\cdot j = \frac{\mu_0 I x}{2\pi r^2}$$

при $x>r$:

$$B = \underbrace{\frac{\mu_0 I}{2\pi x}}_{\text{как для прямого тока}}$$

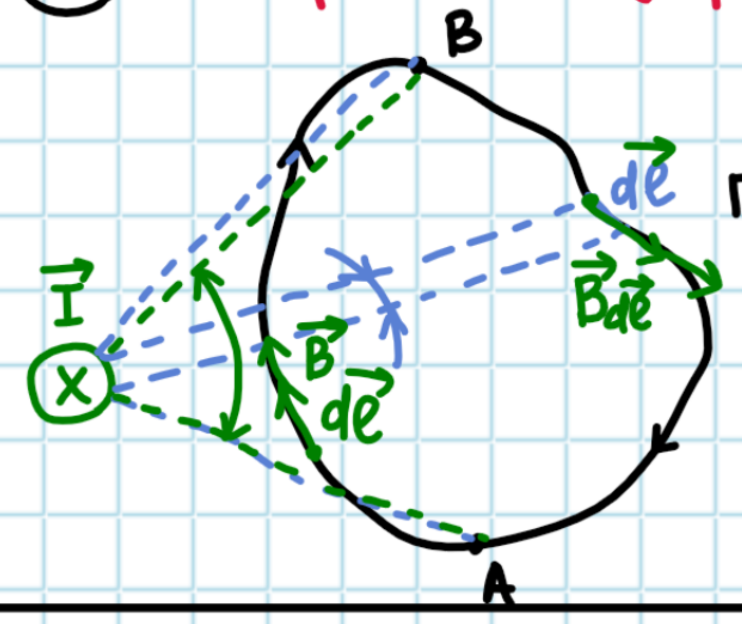


для внешнего проводящего цилиндра размышления похожи, только вектор магнит. индукции компенсирует поле центрального проводника и внутри по т. циркуляции поля трубки нет (то есть в $x \in (0; R_K)$ поле только внутр. проводника)

силовые линии представляют из себя концентрические окружности, а за пределами проводящего толстостенного цилиндра поля нет.

---

① Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции в общем виде

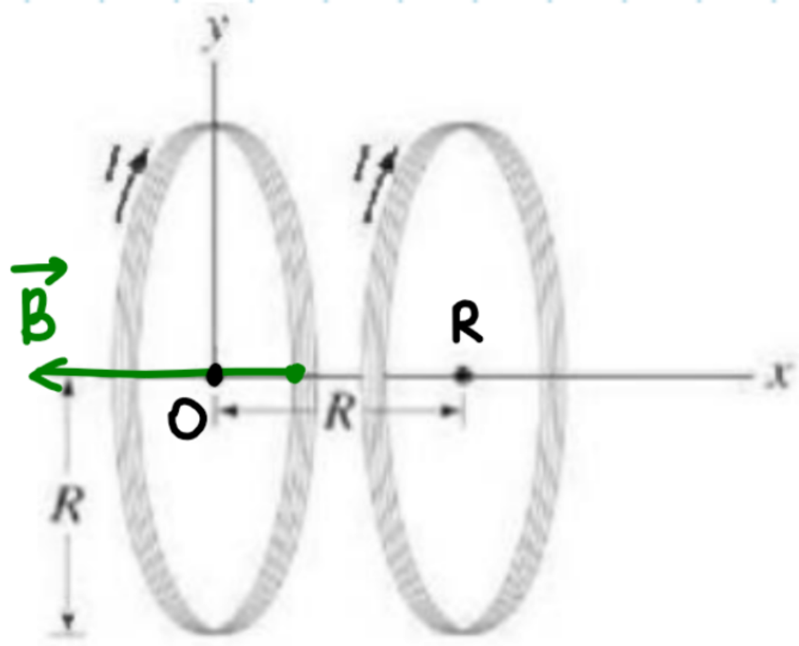


Возьмём произвольный замкнутый ориентируемый контур, не лежащий в плоскости, перпендикулярной току.

Тогда очевидно, что $\oint \vec{B}\,d\vec{\ell} = 0$, т.к. $\oint d\varphi = 0$ $\left(d\varphi = (\widehat{\vec{B};d\vec{\ell}})\right)$ и направление обхода $A \to B$ и $B \to A$. $\left(\int_{AB} \vec{B}d\vec{\ell},\ \int_{BA} \vec{B}d\vec{\ell}\right)$

по формуле Стокса циркуляция $C = \oint_{\ell} \vec{B}d\vec{\ell} = \iint_S \mathrm{rot}\,\vec{B}\cdot d\vec{S} = \iint_S \underbrace{\mathrm{rot}\,\vec{B}}_{\mu_0 \vec{j}}\cdot\vec{n}\,dS$, где S – заметаемая контуром площадь.

(III) A set of Helmholtz coils (see Problem 61, Fig. 28–58) have a radius $R = 10.0$ cm and are separated by a distance $R = 10.0$ cm. Each coil has 250 loops carrying a current $I = 2.0$ A. (*a*) Determine the total magnetic field B along the x axis (the center line for the two coils) in steps of 0.2 cm from the center of one coil ($x = 0$) to the center of the other ($x = R$). (*b*) Graph B as a function of x. (*c*) By what % does B vary from $x = 5.0$ cm to $x = 6.0$ cm?

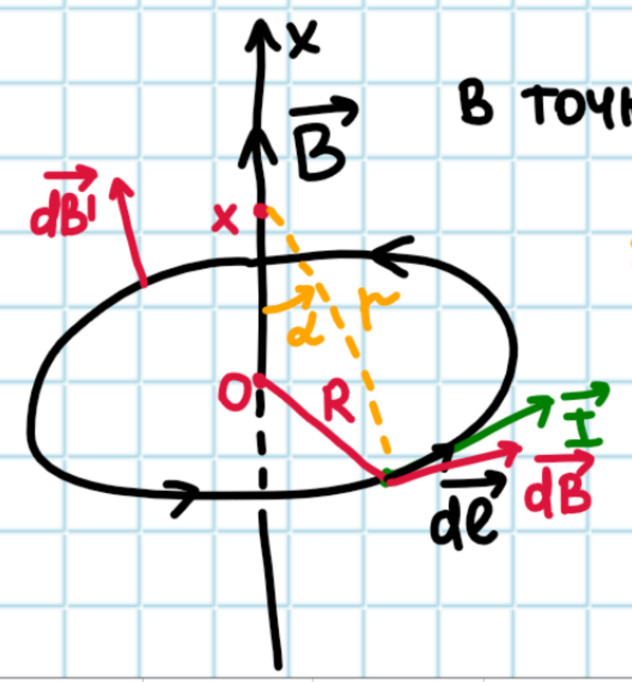


по правилу правого винта (буравчика) вектор магнитной индукции направлен по оси OX влево.

из коллинеарности векторов справедливо заметить, что

$$\vec{B}_\Sigma = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

для кольцевого тока



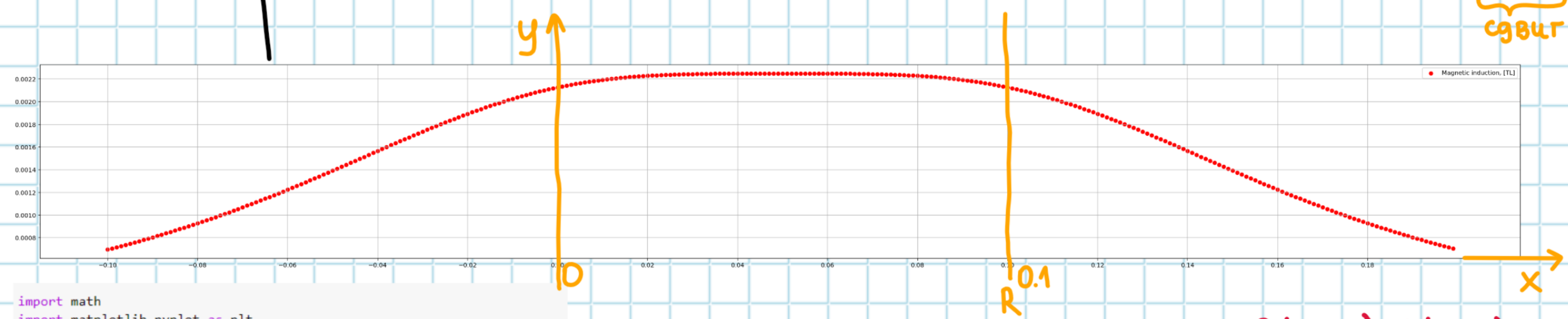
закон Био–Савара–Лапласа:

в точке x: $|d\vec{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I|[d\vec{\ell},\vec{r}]|}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I\,d\ell}{(R^2+x^2)}$ и на ось OX: $dB_x = dB\sin\alpha = dB\cdot\frac{R}{r} = \frac{\mu_0 I R}{4\pi(R^2+x^2)^{3/2}}\,\ell\Big|_0^{2\pi R}$

$\sin\alpha = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}}$

т.е. $B_x = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$

Тогда для искомой задачи $B_\Sigma(x) = \frac{\mu_0 I R^2 N}{2(R^2+x^2)^{3/2}} + \frac{\mu_0 I R^2 N}{2(R^2+\underbrace{(x-R)^2}_{\text{сдвиг по оси OX для второго кольца}})^{3/2}}$




```python
import math
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

def f(x):
    return (0.5 * N * m_0 * I * R ** 2) *((1 / (R ** 2 + x ** 2) ** 1.5)
    + (1 / (R ** 2 + (x - R) ** 2) ** 1.5))

R, N, I, m_0 = 0.1, 250, 2, 2 * math.pi * 10 ** -7
fig, ax = plt.subplots(1, 1, figsize=(35, 5))
ax.scatter(x=[i / 1000 for i in range(-100, 200)],
           y=[f(x / 1000) for x in range(-100, 200)],
           c="r", label='Magnetic induction, [TL]')
ax.legend()
ax.xaxis.set_ticks(np.linspace(-0.1, 0.2, 15, endpoint=0))
ax.grid(axis='both')
fig.tight_layout()
```

c) $\frac{B(0.06) - B(0.05)}{B(0.05)} = -0{,}01139\ldots$

```python
print(100 * (f(0.06) - f(0.05)) / f(0.05))
```

```
-0.011394232446980032
```