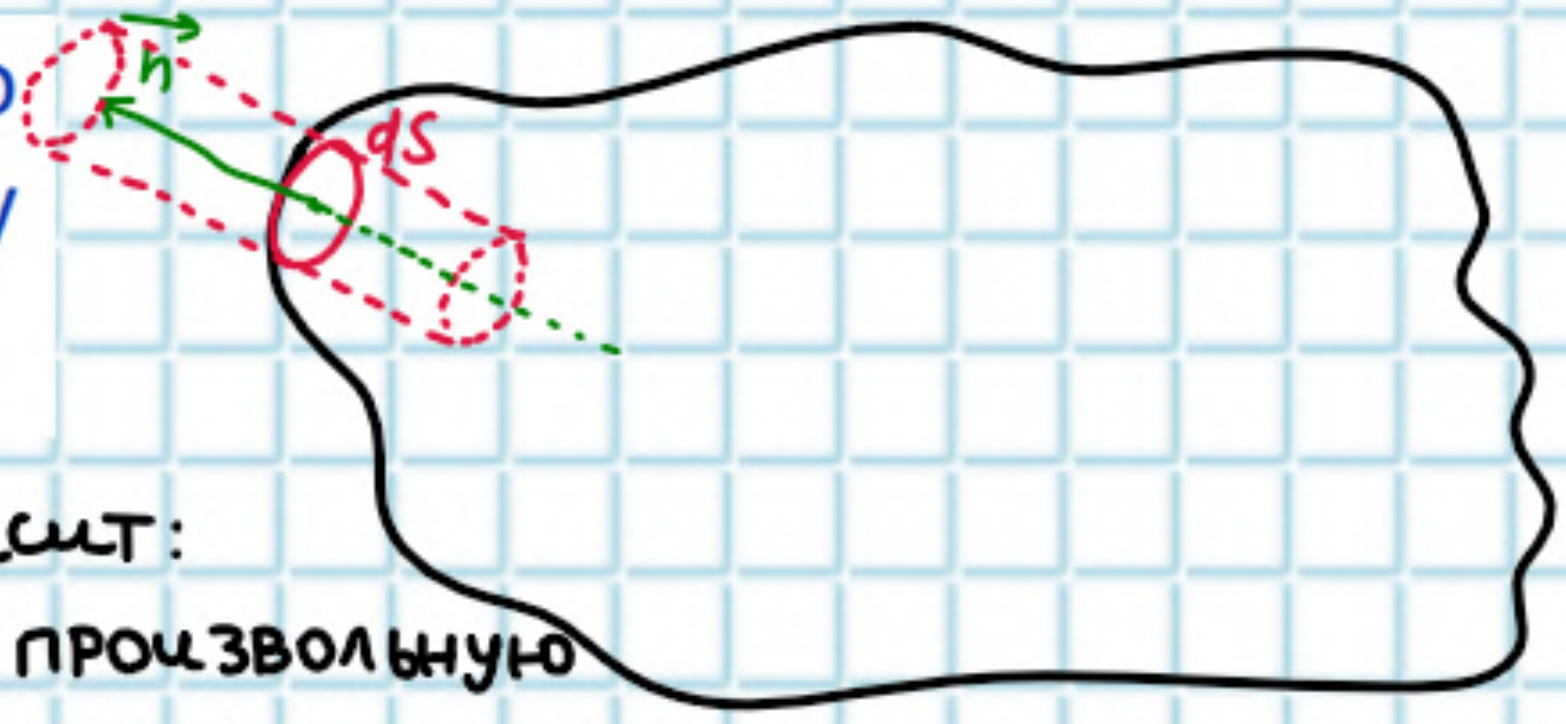
Лопатенко Георгий М3102

1. Чему равна напряженность поля около поверхности проводника? Примените теорему Гаусса.



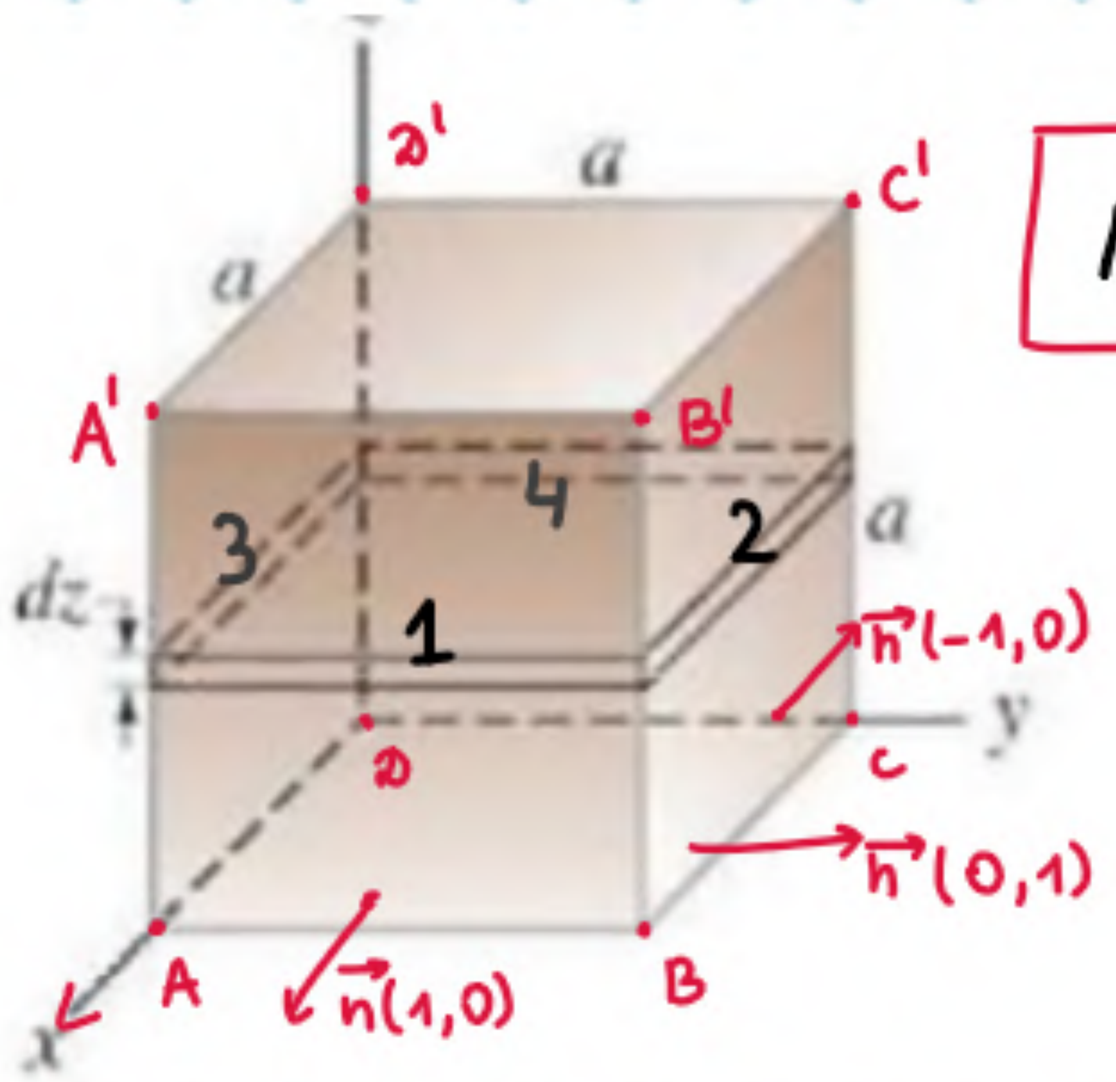
Воспользуемся теоремой Гаусса, которая гласит:

Поток вектора напряжённости поля через произвольную замкнутую поверхность является постоянной величиной, равной отношению суммы покрытых зарядов к электр. постоянной $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$... Тогда выделим вблизи поверхности проводника малую элементарную замкнутую площадку dS и восстановим цилиндр по вектору нормали $\vec{n}$. Тогда выражение для потока вектора напряжённости

$$N = \oint_S \vec{E}\, d\vec{S} \underset{(\vec{n} \uparrow\uparrow \vec{E})}{=} E(dS) = \frac{\sum q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma \cdot dS}{\varepsilon_0},$$ где σ - поверхностная плотность заряда.

Таким образом $\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$ вблизи поверхности проводника

(без учёта диэлектр. проницаемости среды ε)



*67. (III) An electric field is given by

$$\boxed{N = \oint \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS}$$

$$\mathbf{E} = E_{x0} e^{-\left(\frac{x+y}{a}\right)^2} \hat{\mathbf{i}} + E_{y0} e^{-\left(\frac{x+y}{a}\right)^2} \hat{\mathbf{j}},$$

where $E_{x0} = 50\,\mathrm{N/C}$, $E_{y0} = 25\,\mathrm{N/C}$, and $a = 1.0\,\mathrm{m}$. Given a cube with sides parallel to the coordinate axes, with one corner at the origin (as in Fig. 22–48), and with sides of length 1.0 m, estimate the flux out of the cube using a spreadsheet or other numerical method. How much total charge is enclosed by the cube?

Заметим, что напряжённость представима только по (i,j)-компонентам, т.е. если попытаться подсчитать поток напряжённости через верхнюю/нижнюю грань, то вектор нормали для этих случаев будет перпендикулярен $\vec{E}$, что обнулит выражение. То есть поток через верх./нижн. грани нулевой.

Зафиксируем $x = 1$ (грань $ABB'A'$), тогда $N_1 = \iint\limits_{S_{ABB'A'}} E_{x0} e^{-(1+y)^2} dy\,dz = \int_0^1 dz \int_0^1 E_{x0} e^{-(1+y)^2} dy$

Зафиксируем: $x = 0$ (грань $DCC'D'$), тогда $N_2 = \iint\limits_{S_{DCC'D'}} -E_{x0} e^{-y^2} dy\,dz = \int_0^1 dz \int_0^1 (-E_{x0}) \cdot e^{-y^2} dy$

Зафиксируем: $y = 1$ (грань $BCC'B'$), тогда $N_3 = \iint\limits_{S_{BCC'B'}} E_{y0} e^{-(1+x)^2} dx\,dz = \int_0^1 dz \int_0^1 E_{y0} e^{-(1+x)^2} dx$

Зафиксируем: $y = 0$ (грань $ADD'A'$), тогда $N_4 = \iint\limits_{S_{ADD'A}} -E_{y0} e^{-x^2} dx\,dz = \int_0^1 dz \int_0^1 (-E_{y0}) e^{-x^2} dx$

$\downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow$

```python
import math
Ex_0, Ey_0 = 50, 25
# Найти значение интегралов
# 1) \int_0^1 e^{-(1 + x)^2} dx
# 2) \int_0^1 e^{-x^2} dx
h, h_new = 0.0002, 0.0001
result1 = sum([h * math.e ** (-(((1 + y / 10000)) ** 2))
            for y in range(0, 1 * 10000, int(10000 * h))])
result1_new = sum([h_new * math.e ** (-(((1 + y / 10000)) ** 2))
            for y in range(0, 1 * 10000, int(10000 * h_new))])
percentage1 = 100 * abs((result1_new - result1)) / result1_new
result2 = sum([h * math.e ** (-((y / 10000) ** 2))
            for y in range(0, 1 * 10000, int(10000 * h))])
result2_new = sum([h_new * math.e ** (-((y / 10000) ** 2))
            for y in range(0, 1 * 10000, int(10000 * h_new))])
percentage2 = 100 * abs((result2_new - result2)) / result2_new
print(f"Result 1: [{str(result1_new)[:12]}] with {str(percentage1)[:5]}% accuracy")
print(f"Result 2: [{str(result2_new)[:12]}] with {str(percentage2)[:5]}% accuracy")
# Полный поток N = N1 + N2 + N3 + N4
# N1 = Ex_0 * result1;  N2 = -Ex_0 * result2
# N3 = Ey_0 * result1;  N4 = -Ey_0 * result2
print("Flux = {0}".format((Ex_0 + Ey_0) * (result1 - result2)))
```

PROBLEMS OUTPUT DEBUG CONSOLE TERMINAL

```
[Running] python -u "c:\Users\Georgy\Desktop\PCMS\ITMO-algo--21-22\ITMO-algo-2021-2022\tet.py"
Result 1: [0.1352747366] with 0.012% accuracy
Result 2: [0.7468557382] with 0.004% accuracy
Flux = -45.869634440792915
```

ВМ

это и есть значение потока

Тогда по теореме Гаусса-Остроградского: $Q = \varepsilon_0 \cdot N$

т.е. $Q \approx -4{,}0594 \cdot 10^{-12}$ Кл