Лопатенко Георгий
М3102

Задание: Привести функцию $f(x)$, для которой справедливо, что численного предела $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ не существует, но существует предел $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x}\cdot\int f(x)\,dx$.

Решение: Заметим, что из первого условия неплохо было бы взять периодическую функцию, например, $f(x)=\cos x$.

Действительно предела $\lim\limits_{x\to\infty} \cos x$ не существует, однако

$$\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x}\int \cos x\,dx = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{\sin x}{x}+\frac{c}{x}\right)=$$

$$= \underbrace{\lim_{x\to\infty}\frac{c}{x}}_{0}^{\in\mathbb{R}} + \lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}\cdot\sin x = 0$$

по т. умножения б.м. на огранич. функцию
$\psi(x)=\sin x\in[-1;1]$

т.е. **Ответ:** $f(x)=\cos x$