Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
"Национальный исследовательский университет ИТМО"

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Дополнительные главы физики
Контрольная работа 02.06.2023

Выполнил:
Лопатенко Г. В., М32021

Преподаватель:
Тимофеева Э. О.

Июнь, 2023

Содержание

1 Энергия фотона

Вычислить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на первый.

Заметим, что достаточно вопользоваться формулой для определения серии Бальмера при описывающих энергетические уровни $n = 3$ и $m = 1$:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

Тогда очевидно, что квант энергии можно представить в виде:

$$\Delta E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \left|hcR\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)\right|$$

То есть высвобождаемая энергия фотона:

$$\Delta E_{31} = 6.64 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8} \cdot 10967758 \cdot \frac{8}{9} \approx 1.94 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$$

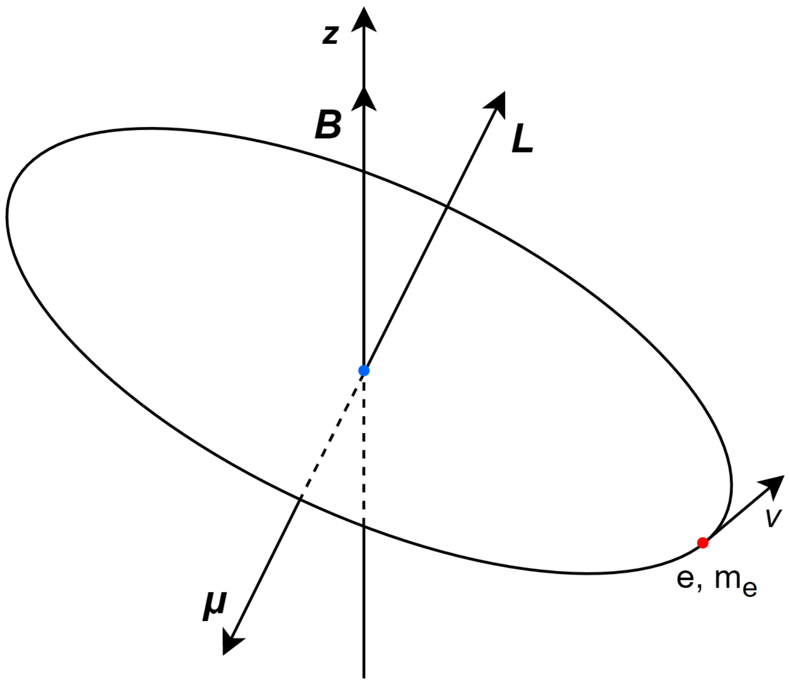
Ответ: $\Delta E = 12.125$ эВ

2 Атом в магнитном поле

Атом водорода находится в d-состоянии. Рассмотреть взаимодействие магнитного поля с орбитальным магнитным дипольным моментом атома. Вычислите расщепление уровней в магнитном поле 0,4 Тл, расположенном в направлении $+z$. Какой уровень будет иметь наименьшую энергию? Нарисовать диаграмму уровней энергии.

Обратим внимание, что любой атом может быть охаракетиризован дипольным магнитным моментом, который в классическом представлении:

$$\vec{\mu_c} = -\gamma\vec{L} = -\frac{e}{2m_e}\vec{L} \quad \longrightarrow \quad \mu = \frac{e}{2m_e}\hbar\sqrt{l(l+1)} \leq \frac{e}{2m_e}\hbar m$$

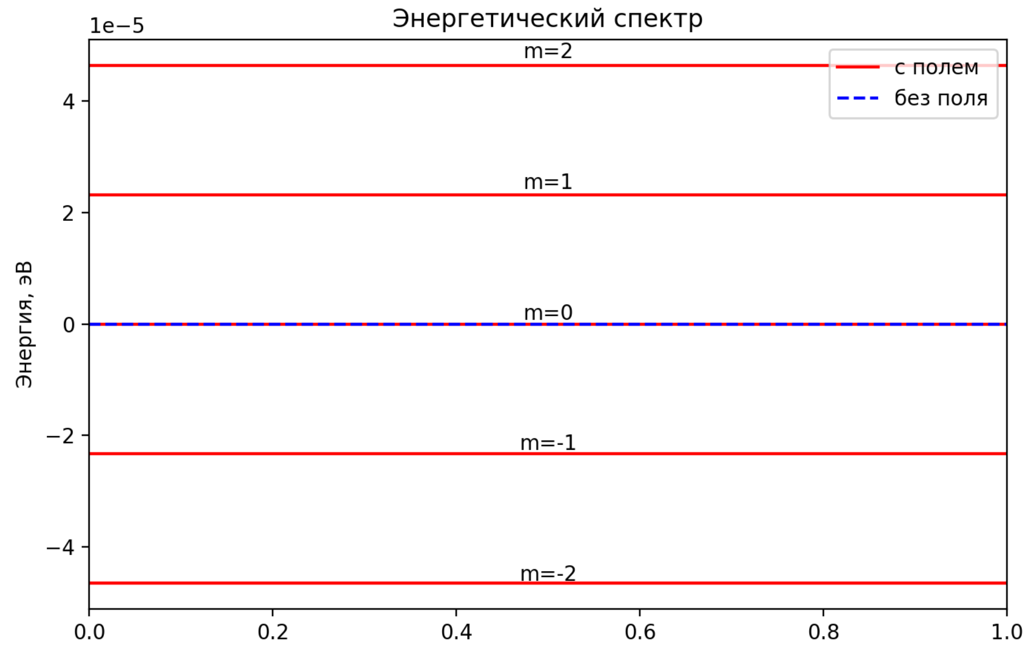


Тогда очевидно, что магнитное поле будет ориентировать контур горизонтально, смещая векторы моментов коллинерано вектору однородного магнитного поля. Энергия взаимодействия при этом будет выражаться скалярным произведением вектора магнитного дипольного момента и вектора магнитной индукции:

$$\Delta E = (\vec{\mu},\ \vec{B}) = \mu \cdot B \cdot \cos\!\left(\vec{\mu},\ \vec{B}\right) = \frac{e}{2m_e}\hbar m \cdot B$$

Тогда для состояния d, где $l = 2$ и $m \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ можно записать расщепление:

$$\begin{array}{lcl}
\Delta\varepsilon_{m=-2} = 2 \cdot 2.322 \cdot 10^{-5} \text{ эВ} & \longrightarrow & E_{m=-2} = E_0 - 4.645 \cdot 10^{-5} \text{ эВ} \\
\Delta\varepsilon_{m=-1} = 2.322 \cdot 10^{-5} \text{ эВ} & \longrightarrow & E_{m=-1} = E_0 - 2.322 \cdot 10^{-5} \text{ эВ} \\
\Delta\varepsilon_{m=0} = 0 \text{ эВ} & \longrightarrow & E_{m=0} = E_0 \text{ эВ} \\
\Delta\varepsilon_{m=1} = 2.322 \cdot 10^{-5} \text{ эВ} & \longrightarrow & E_{m=1} = E_0 + 2.322 \cdot 10^{-5} \text{ эВ} \\
\Delta\varepsilon_{m=2} = 2 \cdot 2.322 \cdot 10^{-5} \text{ эВ} & \longrightarrow & E_{m=2} = E_0 + 4.645 \cdot 10^{-5} \text{ эВ}
\end{array}$$



И сразу стновится очевидно, что при $m = -2$ значение по энергии будет минимальным из этой энергетической группы.

3 Нормированные состояния

Рассмотрим нормированные состояния $\begin{pmatrix}\cos\theta_1\\ \sin\theta_1\end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix}\cos\theta_2\\ \sin\theta_2\end{pmatrix}$.

Определить, при каких θ_1 и θ_2 выражение $\begin{pmatrix}\cos\theta_1\\ \sin\theta_1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\cos\theta_2\\ \sin\theta_2\end{pmatrix}$ нормировано.

Состояние $\begin{pmatrix}\cos\theta_1\\ \sin\theta_1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\cos\theta_2\\ \sin\theta_2\end{pmatrix}$ нормировано, если выполняется:

$$(\cos\theta_1+\cos\theta_2)^2+(\sin\theta_1+\sin\theta_2)^2=1$$

Раскроем скобки и заметим основное тригонометрическое тождество:

$$\cos^2\theta_1+2\cos\theta_1\cos\theta_2+\cos^2\theta_2+\sin^2\theta_1+2\sin\theta_1\sin\theta_2+\sin^2\theta_2=1$$

$$\cos\theta_1\cos\theta_2+\sin\theta_1\sin\theta_2=-\frac{1}{2}$$

Перепишем выражение через косинус разности:

$$\cos(\theta_2-\theta_1)=-\frac{1}{2}$$

Тогда на разность углов, при которых выражение будет нормировано, накладывается условие в виде совокупности точек:

$$\left[\begin{aligned}&\theta_2-\theta_1=\tfrac{2\pi}{3}+2\pi k,\ \ k\in\mathbb{Z}\\ &\theta_2-\theta_1=\tfrac{4\pi}{3}+2\pi k,\ \ k\in\mathbb{Z}\end{aligned}\right.$$

что и будет являться ответом.