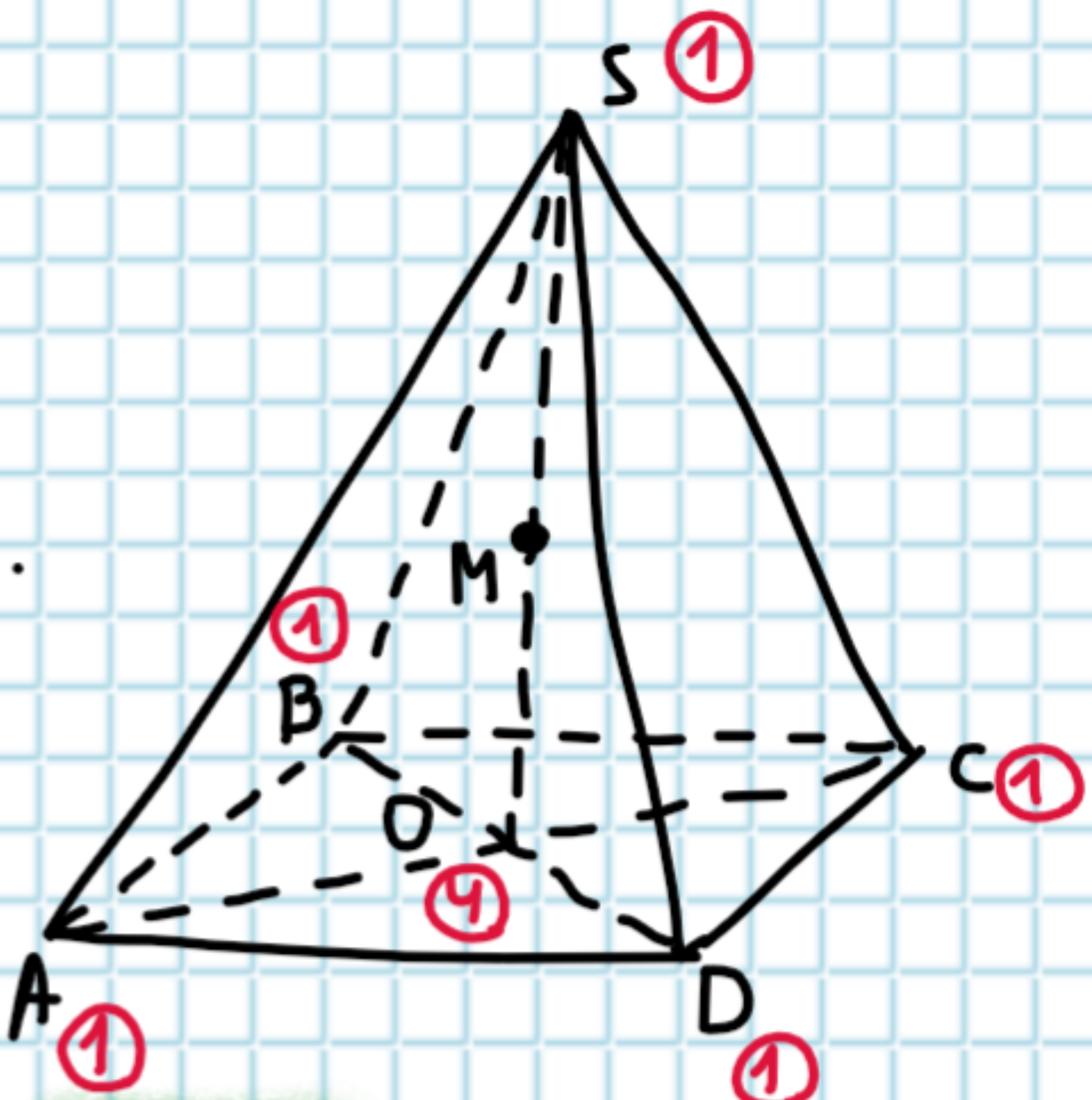
Лопатенко Георгий М3102

2. Найти центр масс пирамиды с квадратным основанием стороной *a* и такой же высотой.



• заметим, что центр масс из симметрии должен находиться на отрезке высоты. Назовём эту точку M, тогда для решения задачи необходимо узнать отношение $\frac{|SM|}{|MO|}$.

Тогда положим в точки основания пирамиды единичные массы, и так как точка O является центром масс для этих точек, в точке O масса 4. Тогда искомое отношение равно $\frac{|SM|}{|MO|} = \frac{4}{1}$.

(отношение масс в вершинах S O)

Ответ: центр масс ∈ отрезку высоты и лежит на $\frac{4}{5}a$ от S.

NB: рассуждения про симметрию работают для случая правильной пирамиды, тогда для остальных случаев отношение будет 1:4, но лежать точка M будет на отрезке, соединяющем вершину и центр квадратного основания.

1. Будет ли работать акселерометр в состоянии невесомости? Ответ пояснить.

Ответ: акселерометр работать в невесомости НЕ будет, потому что измеряет разность между полным ускорением и ускорением, вызванным гравитац. полем.

При этом в невесомости истинное и гравитац. ускорения совпадают, т.е. регистрировать будем нуль.

(III) The force of air resistance (drag force) on a rapidly falling body such as a skydiver has the form $F_D = -kv^2$, so that Newton's second law applied to such an object is

$$m\frac{dv}{dt} = mg - kv^2,$$

where the downward direction is taken to be positive. (*a*) Use numerical integration [Section 2–9] to estimate (within 2%) the position, speed, and acceleraton, from $t = 0$ up to $t = 15.0$ s, for a 75-kg skydiver who starts from rest, assuming $k = 0.22$ kg/m. (*b*) Show that the diver eventually reaches a steady speed, the *terminal speed*, and explain why this happens. (*c*) How long does it take for the skydiver to reach 99.5% of the terminal speed?

a) Решим диффур: $v' = g - \frac{k}{m}v^2$

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{k}{m}v^2 \longrightarrow \int \frac{\frac{dv}{\cancel{dt}}}{g - \frac{k}{m}v^2}\cancel{dt} = \int dt$$

т.е. $t = c + \left(-\frac{m}{k}\cdot\frac{1}{2\sqrt{\frac{gm}{k}}}\ln\ldots\right)$

$$t = c - \frac{1}{2\sqrt{\frac{kg}{m}}}\cdot\ln\left|\frac{v+\sqrt{\frac{mg}{k}}}{v-\sqrt{\frac{mg}{k}}}\right|$$

и при $t = v = 0$ $\Rightarrow c = 0$.

отсюда $e^{-2t\sqrt{\frac{kg}{m}}} = \frac{v+\sqrt{\frac{mg}{k}}}{v-\sqrt{\frac{mg}{k}}} \to v = \frac{\sqrt{\frac{mg}{k}}\left(-1+e^{2t\sqrt{\frac{kg}{m}}}\right)}{e^{2t\sqrt{\frac{kg}{m}}}+1}$

Тогда $a(t) = \frac{dv}{dt} = mg - k(v(t))^2$

$$a(15) = 75\cdot 9{,}81 - 0{,}22\left(\frac{\sqrt{\frac{75\cdot 9{,}81}{0{,}22}}\left(e^{2\cdot 15\sqrt{\frac{0{,}22\cdot 9{,}81}{75}}}+1\right)}{e^{2\cdot 15\sqrt{\frac{0{,}22\cdot 9{,}81}{75}}}-1}\right)^2 = 18{,}3661\ \frac{м}{с^2}$$

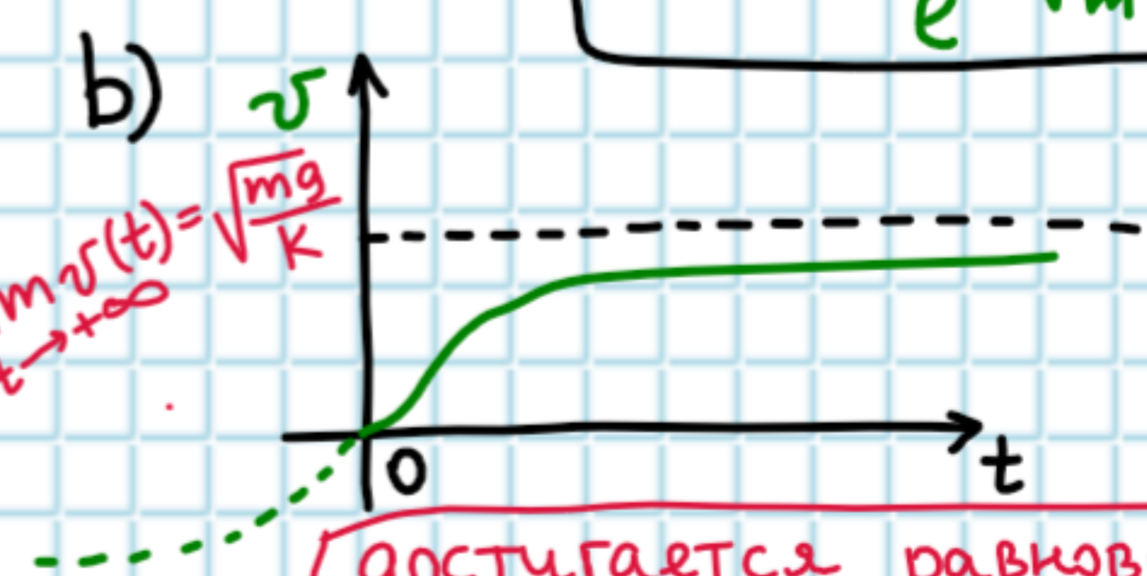
$v(15) = 57{,}1215\ \frac{м}{с}$

$v_{TERM} \approx 57{,}83\ \frac{м}{с}$

$x(t) = \int v\,dt$; $x(15) = 633{,}25$ м

$$X(t) = \frac{\sqrt{\frac{mg}{k}}}{\sqrt{\frac{kg}{m}}}\ln\left(e^{2t\sqrt{\frac{kg}{m}}}+1\right) - \sqrt{\frac{mg}{k}}\,t - \frac{m}{k}\ln 2.$$

b)



$\lim\limits_{t\to+\infty} v(t) = \sqrt{\frac{mg}{k}}$

достигается равновесие сил сопротивления среды и гравитационного притяжения.

c) необходимо решить $v(t) = 0{,}995\cdot\sqrt{\frac{mg}{k}}$

Ответ: $t_{99,5} = \sqrt{\frac{m}{4kg}}\cdot\ln(399)$ (17,6525 с).