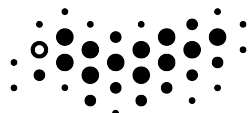


Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
"Национальный исследовательский университет ИТМО"



**УНИВЕРСИТЕТ ИТМО**

Дополнительные главы физики  
Задание после лекции 20.02.2023  
"Эффект Комптона. Атом водорода"

Выполнил:  
Лопатенко Г. В., М32021

Преподаватель:  
Музыченко Я. Б.

Февраль, 2023

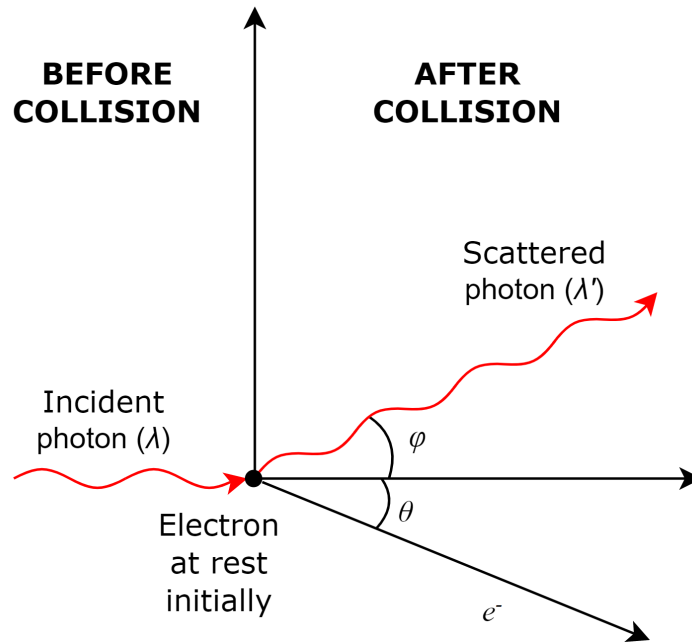
## Содержание

1	Эффект Комптона	2
2	Классика в теории строения атома	4
3	Электронный микроскоп и литография	5

# 1 Эффект Комптона

Вывести формулу для длины волны при эффекте Комптона.

Пусть на исследуемое вещество падает монохроматическое излучение с фиксированной частотой. Тогда до столкновения с фотоном энергии  $E_{p_0} = h\nu$  и импульса  $P_{p_0} = \hbar\vec{k}/2\pi$  импульс электрона равен нулю, а его энергия равна энергии покоя  $\epsilon = m_0c^2$ .



После столкновения электрон будет обладать ненулевым импульсом  $\vec{p}$  и энергией  $\epsilon_e$ , при этом энергия фотона  $E_p = h\nu'$  и его импульс  $P_p = \hbar\vec{k}'/2\pi$ . Воспользуемся замечаниями из теории относительности:

$$\epsilon_e = c \sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}$$

Тогда формально запишем **законы сохранения энергии и импульса**:

$$\text{ЗСЭ: } h\nu + m_0c^2 = h\nu' + c \sqrt{p^2 + m_0^2 c^2} \quad \text{ЗСИ: } \frac{\hbar\vec{k}}{2\pi} = \vec{p} + \frac{\hbar\vec{k}'}{2\pi}$$

И чисто из геометрических соображений (по теореме косинусов):

$$p^2 = \left(\frac{\hbar k}{2\pi}\right)^2 + \left(\frac{\hbar k'}{2\pi}\right)^2 - 2 \cdot \frac{\hbar^2 k k'}{4\pi^2} \cdot \cos\phi$$

А из закона сохранения энергии:

$$p^2 = \left( \frac{h(k - k')}{2\pi} \right)^2 + 2 \cdot \frac{m_0 c h (k - k')}{2\pi}$$

Тогда окончательно получим:

$$\frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\phi) = 2\pi \cdot \frac{k - k'}{kk'} = \lambda' - \lambda = \Delta\lambda$$

что и требовалось доказать.

1. Сивухин, Атомная и ядерная физика. ПЗ: Эффект Комптона
2. Сивухин, Атомная и ядерная физика. П9: Ядерная модель атома и опыты Резерфорда

## 2 Классика в теории строения атома

Через какой промежуток времени электрон в атоме водорода, вращающийся вокруг ядра по окружности радиусом  $r_0 = 52$  пм, упал бы на ядро вследствие потерь на излучение, если бы к нему были применимы законы классической механики и электродинамики?

---

Распишем энергию по Бору (закон сохранения энергии):

$$\epsilon = \epsilon_k + \epsilon_n = \frac{m_e v^2}{2} + (-e) \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Далее пойдем по стопам Резерфорда, который считал, что электрон движется вокруг ядра по круговой орбите и удерживается за счет электрических сил, то есть:

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \longrightarrow \frac{m_e v^2}{2} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

Заметим, что даже для такой математической модели спектр излучения должен быть сплошной, а экспериментальные данные говорят о линейчатом характере спектра водорода. Продолжим с энергией:

$$\epsilon = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} + (-e) \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

Из теории известно, что энергия, излучаемая электроном за единицу времени при движении с ускорением  $a$  равна:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{2e^2}{3c^3}\right) \cdot a^2, \text{ где } a = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e r^2}$$

Тогда продифференцируем полную энергию и приравняем:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} \right) = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{dr}{dt} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{2e^2}{3c^3}\right) \cdot \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e r^2}\right)^2$$

Выразим время и проинтегрируем:

$$dt = \frac{12c^3 m_e^2 \pi^2 \epsilon_0^2}{e^4} \cdot r^2 dr \longrightarrow t = \frac{4c^3 m_e^2 \pi^2 \epsilon_0^2}{e^4} \cdot r^3 \Big|_0^{r_0}$$

Произведем расчет:

$$t = \frac{4 \cdot 299792458^3 \cdot (9.1 \cdot 10^{-31})^2 \cdot 3.1415^2 \cdot (8.85 \cdot 10^{-12})^2 \cdot (52 \cdot 10^{-12})^3}{(1.6 \cdot 10^{-19})^4} = 14.8012 \cdot 10^{-12} \text{ с}$$

Ответ:  $t = 14.8$  пс

### 3 Электронный микроскоп и литография

Поясните физические принципы работы электронного микроскопа и электронной литографии. Где применяется электронная литография?

---

Оптический микроскоп – отличный и относительно дешевый прибор, так как состоит из набора определенных линз и окуляров, однако на нижних границах наномира, когда размеры рассматриваемого объекта в метrage уходят на  $-10$  разряд, такие оптические системы уже не так эффективны (нижняя граница разрешения Аббе составляет половину длины электромагнитной волны). Поэтому в определенный момент специалисты начали строить системы на коротковолновом спектре – например, очень хорошо подходит пучок электронов, эмитированных с катода. Естественно, для отражения такого пучка электронов от объекта и дальнейшего попадания в регистрирующий блок необходимо ускорить поток электронов дополнительным магнитным полем и сконцентрировать пучок, используя электро-статические линзы. По принципу работы стоит отметить **СЭМ** (сканирующий электронный микроскоп), в котором сфокусированный пучок электронов выбивает из осматриваемого вещества свободные электроны, создавая вторичный поток. Такая картина потоков считывается специальным приемником и формируется карта вещества в черно-белом формате (по интенсивности). Есть еще и **ПЭМ** (просвечивающий электронный микроскоп), который фиксирует долю электронов из начального пучка, прошедших вещество.

Электронная литография в принципе работы практически ничем не отличается от ПЭМа, с помощью подобных технологий можно наносить крайне мелкие рисунки: в частности, электронная литография применяется в строении процессоров на кристалле, в биологии и микроэлектронике (при изготовлении полупроводниковых приборов).

1. [Droider. Как работает электронный микроскоп?](#)