



Praktische Übungen zu Numerik 1

Blatt 2 – 8.11.2021

Abgabe: 19.11.2021, 10:00 Uhr

Homepage zur Vorlesung:

<https://aam.uni-freiburg.de/agba/lehre/ws21/num>

Projekt 1. Schreiben Sie Programme `solve_upper` und `solve_lower` zur Lösung linearer Gleichungssysteme mit regulärer oberer beziehungsweise unterer Dreiecksmatrix. Die Lösungen von $Ux = b$ und $Lx = b$ sind dabei mit rückwärts beziehungsweise vorwärts laufenden Schleifen gegeben durch

$$x_j = (b_j - \sum_{k=j+1}^n u_{jk}x_k)/u_{jj}, \quad x_j = (b_j - \sum_{k=1}^{j-1} \ell_{jk}x_k)/\ell_{jj},$$

wobei die leere Summe den Wert Null habe. Testen Sie die Routinen für die Gleichungssysteme $A_\ell x = b_\ell$, $\ell = 1, 2$, mit

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ & 4 & 5 \\ & & 6 \end{bmatrix}, \quad b_1 = \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \\ 6 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & & \\ 2 & 3 & \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}, \quad b_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 12 \\ 28 \end{bmatrix}.$$

Projekt 2. Schreiben Sie ein Programm, das für eine LU -zerlegbare Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ihre LU -Zerlegung bestimmt. Unter welchen Umständen sollte man die Berechnung von L abbrechen? Testen Sie die Implementierung mit den Matrizen

$$A_1 = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 & & \\ -1 & \ddots & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & -1 \\ & & -1 & 2 \end{bmatrix},$$

um die Gleichungssysteme $A_i x = b_i$, $i = 1, 2$ für $b_1 = [1, 1, 1]^\top$ und $b_2 = [1, \dots, 1]^\top$ zu lösen, wobei $A_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und $b_2 \in \mathbb{R}^n$ mit $n = 10, 20, 40, 80, 160$ gelte. Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse mit Hilfe der Matlab-Befehle `[L,U] = lu(A)` und `x=A\b`. Was lässt sich über die Laufzeit für die Lösung des Gleichungssystems $A_2 x = b_2$ in Abhängigkeit von n aussagen?

Hinweis: Mit den Befehlen `tic` und `t = toc` wird in Matlab der Variable `t` die Zeit in Sekunden zugeordnet, die zwischen `tic` und `toc` vergangen ist. Damit können Sie die Laufzeit von Programmen oder Programmabschnitten bestimmen.