

# Progetto Elaborazione Statistica dei Segnali

LUCA ANGIOLONI

Università degli Studi di Firenze  
lucaangioloni@gmail.com

3 febbraio 2017

## Sommario

*Il progetto si pone come obiettivo lo studio e l'analisi del rumore moltiplicativo detto speckle che affligge segnali rifrattivi, dovuto alla mutua interferenza di una serie di fronti d'onda. Nel corso dell'elaborato verranno presi in esame vari approcci al problema con particolare attenzione ai metodi che utilizzano trasformate wavelet non decimate e stima Bayesiana LLMSE. Verranno infine proposti e confrontati i risultati dei vari metodi.*

## I. INTRODUZIONE

**I**N molti sistemi di acquisizione di immagini è spesso presente lo *speckle*, un rumore *signal dependent* che introduce sull'immagine ricevuta quel tipico aspetto granulare che presentano tutti i segnali acquisiti da sistemi di imaging attivi e coerenti (ad esempio sistemi SAR, ad ultrasuoni, tomografie, ecc..), dovuto alla mutua interferenza di una serie di fronti d'onda.

La presenza dello speckle determina una notevole riduzione dell'efficienza e dell'efficacia di tutte quelle tecniche che vogliono analizzare o estrarre informazioni da un dato segnale. E' per questo motivo che è stato necessario mettere a punto delle tecniche che permettessero di ridurre o rimuovere tale tipo di rumore dalle immagini: si parla in questo caso di *despeckling*.[3]

Lo speckle viene spesso modellato come un rumore moltiplicativo del tipo:

$$g = fu \quad (1)$$

dove  $f$  è un processo aleatorio auto-correlato e rappresenta il segnale senza

rumore;  $u$  è un processo aleatorio stazionario auto-correlato, indipendente da  $f$ , che rappresenta lo speckle;  $g$  è il segnale osservato afflitto dal rumore.

Il segnale viene spesso manipolato in modo che possa seguire un modello additivo:

$$\begin{aligned} g(n) &= f(n) \cdot u'(n) = f(n) + f(n) \cdot [u'(n) - 1] \\ &= f(n) + f(n) \cdot u(n) = f(n) + v(n) \end{aligned}$$

dove  $v(n)$  è un rumore che dipende dal segnale che vogliamo stimare e che prende pertanto il nome di *signal-dependent noise process*.

## II. METODI

Vari metodi per approcciarsi al problema sono stati studiati. Verranno confrontati alcuni dei più famosi ed utilizzati come:

- Γ-MAP
- KSVD
- Dominio Undecimated Wavelet
  - Hard e Soft Thresholding
  - Stima dei coefficienti Wavelet con LLMSE

Nello specifico verranno analizzati i metodi che operano nel dominio delle trasformate Wavelet, in particolare la stima dei coefficienti Wavelet con LLMSE.

### III. DOMINIO WAVELET

Le Wavelets (piccole onde) sono funzioni che sono concentrate nel tempo e in frequenza negli intorni di un certo punto.

Per una trattazione più completa sull'argomento si rimanda a [1] o altri testi equivalenti.

Per la linearità della trasformazione nel dominio Wavelet, il modello dello speckle nel dominio wavelet può essere rappresentato come:

$$\begin{aligned}\tilde{g}_k^{(l)}(n) &= \tilde{f}_k^{(l)}(n) + \tilde{v}_k^{(l)}(n) \\ \tilde{g}_k^{(h)}(n) &= \tilde{f}_k^{(h)}(n) + \tilde{v}_k^{(h)}(n)\end{aligned}\quad (2)$$

### IV. STIMA LLMSE

Siano  $g$ ,  $f$  e  $v$  un segnale osservato, un segnale privo di rumore e lo speckle.

La stima **MMSE** del valore atteso condizionato al segnale osservato è:

$$\hat{f}_{MMSE} = E[f|g] \quad (3)$$

Questa però necessita delle stime di ogni ordine e quindi le *pdfs* (stationary probability density functions). Un approccio più semplice e che richiede solo statistiche del secondo ordine è quello di utilizzare un MMSE lineare (LMMSE), imponendo allo stimatore il vincolo di essere una combinazione lineare dei dati osservati. In questo caso lo stimatore ottenuto è:

$$\hat{f}_{LMMSE} = E(f) + C_{fg} C_{gg}^{-1} (g - E(g)) \quad (4)$$

Seguendo l'approccio presentato da Argenti e Alparone in [2], si applica la stima LLMMSE (Local LMSE) al dominio *Wavelet non decimato*, nello specifico ai coefficienti della trasformata Wavelet modellati come in (2).

Dallo studio emerge che, i coefficienti della trasformata wavelet privi di rumore possono essere stimati nei vari livelli come:

$$\hat{f}_k(n) = \frac{\max \left\{ \left[ \overline{\tilde{g}_k^2}(n) - \overline{\tilde{v}_k^2}(n) \right], 0 \right\}}{\overline{\tilde{g}_k^2}(n)} \cdot \tilde{g}_k^2(n) \quad (5)$$

dove  $\tilde{g}_k(n)$  sono i coefficienti della trasformata wavelet al livello  $k$  in posizione  $n$  del segnale  $g$  affetto da *speckle*,  $\overline{\tilde{g}_k^2}(n)$  è la media del quadrato dei coefficienti,  $\hat{f}_k(n)$  sono i coefficienti della trasformata wavelet al livello  $k$  in posizione  $n$  stimati e non affetti da *speckle* e  $\overline{\tilde{v}_k^2}(n)$  è la media dei quadrati dei coefficienti  $\tilde{v}_k(n)$ .

Il valore di  $\overline{\tilde{v}_k^2}(n)$  può essere calcolato come:

$$\begin{aligned}E[\tilde{v}_k^2(n)] &= E \left[ \sum_i \sum_j h_{eq,k}^{(h)}(i) h_{eq,k}^{(h)}(j) \right. \\ &\quad \cdot f(n-1) u(n-1) f(n-j) u(n-j) \left. \right] = \dots \approx \\ &\approx \overline{\tilde{v}_k^2}(n) \approx \frac{\sigma_u^2}{1 + \sigma_u^2} \sum_i h_{eq,k}^{(h)}(i)^2 \cdot \overline{g^2}(n-i)\end{aligned}\quad (6)$$

Calcolando i dati necessari e stimando quindi i coefficienti della trasformata wavelet non affetti da *speckle* ad ogni livello di trasformazione, siamo in grado di ricostruire l'immagine originale priva di rumore dovuto allo *speckle*.

### V. RISULTATI

I risultati ottenuti dall'applicazione del metodo proposto sono ottimi e permettono di ridurre notevolmente l'effetto dello speckle sull'immagine osservata (Figura 3). Per valutare qualitativamente e quantitativamente i risultati si sono utilizzate delle immagini di test (nello specifico la famosa "lena") alle quali sono stati aggiunti artificialmente gli effetti dello speckle equivalenti ad un'immagine SAR con 4 *looks* (Figura 2).

**Figura 1:** Immagine originale non affetta da speckle



**Figura 2:** Immagine affetta da speckle. #Looks: 4,  $\sigma_u$  : 0.261



**Figura 3:** Immagine ricostruita tramite stima LLMSE.  
PSNR: 18.3819 db



Possiamo confrontare i risultati ottenuti con quelli di altri approcci di risoluzione al problema citati nella sezione II come la tecnica di thresholding (Figura 4), KSVD (Figura 5) e  $\Gamma$ -Map (Figura 6). (Si utilizza la stessa immagine affetta da rumore)

**Figura 4:** Immagine ricostruita tramite thresholding.  
PSNR: 7.8017 db



**Figura 5:** Immagine ottenuta applicando l'algoritmo KSVD con modello di speckle omomorfo.  
PSNR: 10.0215 db (vedi [3])



**Figura 6:** Immagine ottenuta applicando la stima  $\Gamma$ -Map con finestra gaussiana  $W = 5$ . PSNR: 11.2215 db



**Figura 8:** Immagine ottenuta applicando il metodo proposto LLMSE



Anche confrontato agli altri approcci il metodo proposto risulta tra i più validi.

Si è pensato di applicare lo stesso approccio anche ad immagini ottenute attraverso tomografia ottica ed affette da rumore. Le immagini rappresentano parti di occhio per scopi medici sulle quali effettuare delle diagnosi.

**Figura 7:** Immagine originale ottenuta dalla tomografia ed affetta da rumore



**Figura 9:** Immagine ottenuta applicando thresholding ai coefficienti delle trasformate Wavelet



Non avendo delle immagini originali pulite non è stato possibile valutare quantitativamente i risultati ottenuti. Si nota che l'approccio di stima LMMSE non ottiene i risultati sperati, probabilmente perché il modello del rumore utilizzato non corrisponde a quello che realmente affligge queste immagini. Si ottengono però risultati accettabili con l'approccio di *thresholding* dei coefficienti delle trasformate Wavelet. In particolare si è trasformato il rumore moltiplicativo in additivo applicando il logaritmo e procedendo poi all'applicazione della tecnica di *thresholding* sui coefficienti delle trasformate Wavelet.

#### RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] Lee A. Barford, R. Shane Fazzio, David R. Smith, Settembre 1992  
An Introduction To Wavelets  
Instruments and Photonics Laboratory  
HPL-92-124
- [2] Argenti e Alparone, 2002  
Speckle Removal From SAR Images in the Undecimated Wavelet Domain  
*IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 40, no. 11.
- [3] Riccardo Reali, 2016  
Metodi di Despeckling per immagini SAR basati su rappresentazioni sparse