Generalized Algebraic Data Types

in OCaml

Sprachdefinition

 $egin{aligned} Atom ::= ext{true} \mid ext{false} \mid -? \ 0..9^+ \ Expr ::= Atom \mid ext{if} \ Expr ext{then} \ Expr ext{else} \ Expr \end{aligned}$

Gültige Programme

Ungültige Programme

```
true
```

if true then 42 else 0

```
if true then
if true then 42 else 0
else
0
```

if true then 0

if 0 then true else false

```
if true then
  if true then 42 else 0
else
  false
```

In einer Welt ohne GADTs

```
type atom =
    | Bool of bool
    | Int of int

type expr =
    | Atom of atom
    | If of expr * expr * expr
```

```
let rec eval : expr \rightarrow atom = function
    Atom a \rightarrow a
   | If (c, t, e) \rightarrow begin match eval c with
          Bool true \rightarrow eval t
          Bool false \rightarrow eval e
          _ → failwith "need bool!"
     end
```

Evaluations funktion ohne GADTs

```
- : atom = Atom (Int 42)
```

Exception: Failure "need bool!"

Beispiele ohne GADTs

- Ungültige Programmdefinitionen
- Laufzeitfehler im Interpreter
- Zweige mit verschiedenen Typen

In einer Welt mit GADTs

```
type _ atom =
    | Bool : bool → bool atom
    | Int : int → int atom

type _ expr =
    | Atom : 'a atom → 'a expr
    | If : bool expr * 'a expr * 'a expr → 'a expr
```

Syntaxbaum mit GADTs

```
let rec eval : .. = function 
 | Atom (Bool b) \rightarrow b 
 | Atom (Int i) \rightarrow i 
 | If (c, t, e) \rightarrow if eval c then eval t else eval e
```

Error: Type int is not compatible with type bool

Beispiele mit GADTs

- Nur gültige Programmdefinitionen
- Keine Laufzeitfehler im Interpreter
- Exhaustive Patternmatching

Locally Abstract Types

```
let rec eval (type a) (e : a expr) : a = match e with \mid Atom (Bool b) \rightarrow b \mid Atom (Int i) \rightarrow i \mid If (c, t, e) \rightarrow if eval c then eval t else eval e
```

```
Error: This expression has type a expr but an expression was expected of type bool expr
```

Polymorphic Recursion

```
let rec eval : 'a. 'a expr \rightarrow 'a = fun (type a) (e : a expr) : a \rightarrow match e with | Atom (Bool b) \rightarrow b | Atom (Int i) \rightarrow i | If (c, t, e) \rightarrow if eval c then eval t else eval e
```

Syntactic Sugar

```
let rec eval : type a. a expr \rightarrow a = function 
 | Atom (Bool b) \rightarrow b 
 | Atom (Int i) \rightarrow i 
 | If (c, t, e) \rightarrow if eval c then eval t else eval e
```

Existential Types

```
type stringable =
  Stringable : {
    item: 'a;
    to_string: 'a → string
} → stringable
```

```
let print (Stringable s) =
  print_endline (s.to_string s.item)
```

Unterschiedliche Rückgabewerte

```
type (_, _) mode =
    | Unsafe : ('a, 'a) mode
    | Option : ('a, 'a option) mode
```

Limitationen

- Typinferenz unentscheidbar
 - → Typannotationen notwendig
- | -Patterns nicht auflösbar
 - ightarrow Manuell auflösen und Logik auslagern
- [@@-deriving ..] -Annotation nicht möglich
 - ightarrow Non-GADT Version benötigt

In einer Nussschale

- GADTs erlauben Konstrukturen verschiedene Typparameter einzusetzen
- Stärkere Aussagen auf Typebene möglich
- Patternmatching nutzt die zusätzlichen Informationen
- Generalisierung von Existentials
- Typinferenz wird unentscheidbar

Folien & Code

github.com/Mari-W/ocaml-gadts

Literatur

- Real World OCaml: GADTs
 Yaron Minsky, Anil Madhavapeddy 2021
- Detecting use-cases for GADTs in OCaml
 Mads Hartmann 2015
- Stanford CS242: Programming Languages Will Crichton 2019