

## 1 Problème initial

Des citadins en mal de campagne ont acheté une ferme disposant de 200 ares pour y élever des vaches et y cultiver différents types de végétaux. Il faut au moins deux ares pour faire paître une vache. Les ares qui ne sont pas utilisés par les vaches peuvent être mis en culture. Tout le terrain ne doit pas obligatoirement être utilisé. Différents végétaux sont cultivés : betterave, blé, maïs. Ces végétaux doivent suffire à nourrir les vaches. Les végétaux qui ne sont pas consommés par les vaches peuvent être vendus. Chaque vache fournit du lait. Les produits laitiers ainsi obtenus rapportent 200 euros par vache et par année. On cherche à déterminer le nombre de vaches à élever ainsi que les nombres de tonnes de différents végétaux à cultiver pour maximiser le profit. Le tableau suivant donne le rendement des végétaux en tonnes par are et par année, les quantités consommées en tonnes par vache et par année, le nombre de tonnes qu'il est possible de vendre au maximum chaque année et les prix de vente à la tonne.

|                               | Végétaux  |     |      |
|-------------------------------|-----------|-----|------|
|                               | betterave | blé | maïs |
| rendement (tonne/are/an)      | 1         | 0.6 | 0.5  |
| consommation (tonne/vache/an) | 0.6       | 0.2 | 0.2  |
| vente max (tonne/an)          | 10        | 20  | 20   |
| prix de vente (euros/tonne)   | 100       | 120 | 90   |

**Question 1.** Modéliser ce problème en AMPL et le résoudre. Quelle est la solution optimale ? Quel est l'objectif réalisé à l'optimum ?

**Question 2.** Dans cette question, on ne s'intéresse qu'aux contraintes portant sur les ventes maximum de végétaux. On aimerait savoir quel serait l'effet sur l'objectif d'une petite variation sur les quantités maximales de végétaux qu'il est possible de vendre. En vous servant des valeurs marginales, dites quelles contraintes (sur les ventes max) sont actives. En donnant des exemples, illustrer le lien entre les valeurs marginales et la variation de l'objectif quand on perturbe légèrement les ventes maximum.

## 2 Variante avec hangars et moutons

Les vaches doivent être abritées dans des hangars (situés en dehors des 200 ares où paissent les vaches et où les légumes sont cultivés). Un hangar contient au maximum 20 vaches. Un hangar ne doit pas obligatoirement être rempli. On dispose de 5 hangars en tout. Les vaches doivent être abritées dans les hangars. Si il reste des hangars complètement vides, ils peuvent être loués avec un loyer de 1500 euros par année.

De plus les citoyens se demandent si il ne gagneraient pas plus d'argent en élevant des moutons plutôt que des vaches. D'après la législation, ils ne peuvent pas élever deux types d'animaux, ils doivent donc choisir entre moutons et vaches.

Un hangar peut contenir 29 moutons, et un mouton rapporte par année 150 euros. Un mouton mange par année 0.8 tonne de betterave, 0.1 tonne de blé et 0.3 tonne de maïs. Il faut au minimum 1 are pour faire paître un mouton.

**Question 3.** Donner un modèle unique en AMPL qui va déterminer automatiquement si il vaut mieux élever uniquement des moutons ou uniquement des vaches. Cela signifie que vous n'avez pas le droit de lancer deux résolutions différentes (par exemple l'une avec des vaches uniquement, l'autre avec des moutons uniquement), et d'en déduire le plus rentable.

### 3 Planification sur plusieurs années

Un système de subventions européennes vient aider les éleveurs. Les subventions varient suivant les années et les animaux.

|        | <i>Subventions (en euros/animal/an)</i> |      |      |      |      |
|--------|---|------|------|------|------|
|        | 2013                                    | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 |
| vache  | 450                                     | 280  | 170  | 500  | 220  |
| mouton | 150                                     | 160  | 250  | 240  | 130  |

Nos citoyens vont s'autoriser à changer de type d'animal qu'ils élèvent, si cela améliore leur profit. Toutefois, au sein d'une même année, ils choisissent d'élever le même type d'animal. L'Europe donne également un coup de pouce de 5000 euros pour les éleveurs qui changent de type d'animal entre l'année  $N$  et l'année  $N+1$ , pour  $N$  entre 2013 et 2016.

**Question 4.** Résoudre le problème sur les années entre 2013 et 2017.

### 4 Travail demandé

Vous travaillerez obligatoirement en binôme pour ce projet. Vous rendrez un rapport au format papier (évitez les polices d'écriture fantaisistes, choisissez une police classique comme times). Le rapport n'est pas une suite de listings en AMPL. Le rapport attendu met l'accent sur la phase de modélisation, c'est-à-dire :

- le choix des variables, des paramètres, la façon de coder les contraintes, ...
- les hypothèses faites, au cas où le sujet contiendrait des imprécisions, ou pourrait être interprété de plusieurs façons
- en annexe, le code AMPL, commenté (sens des variables, des contraintes, ...)

Le rapport mettra bien en évidence le travail réalisé (quelles questions ont été faites), les difficultés rencontrées, les problèmes non résolus, . . . De plus, votre code Ampl devra être convaincant : quelqu'un qui lirait votre code devrait être capable de le comprendre grâce aux commentaires.

Vous êtes censé faire au moins les questions 1 et 2, 3. La question 4 est plus difficile. Si la question 3 vous résiste, faites des hypothèses simplificatrices (en retirant des contraintes par exemple). Dans ce cas, vous préciserez quelles simplifications vous avez faites.

Pour terminer, ce travail comptera pour un quart de la note de TP. Des questions sur le DM seront également présentes dans l'examen de fin de semestre.

Le rapport sera à rendre à votre enseignant de TD lors du TD de la semaine du 19 Novembre. Tout retard sera sanctionné dans la note (1 point par jour de retard). N'attendez pas la dernière minute pour rédiger votre rapport. Bon courage.