Prezime i ime ______________________________ **br. indeksa:**__________

11.5.2019. MATEMATIČKA ANALIZA - PREDISPITNE OBAVEZE (15 poena)

1. **GRANIČNE VREDNOSTI (5 poena):**

   a) [1 poen] Napisati skup adherentnih tačaka skupa $A = [1,2) \cup ([3,4) \cap \mathbb{Q})$ u metričkom prostoru $\mathbb{R}$.

   b) [1 poen] Definisati Košijev niz u metričkom prostoru $\mathbb{R}$ sa Euklidskom (uobičajenom) metrikom.

   c) [1 poen] Formulisati Bolcano-Vajerštrasovu teoremu.

   d) [1 poen] Izračunati $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x+8} - \sqrt[3]{x^3+x+25}}{x-1}$.

   e) [1 poen] Napisati definiciju neprekidnosti funkcije $f : D \to \mathbb{R}$, $D \subset \mathbb{R}$ u tački $x_0 \in D$.

2. **FUNKCIJE JEDNE PROMENLJIVE (5 poena):**

   a) [1 poen] Izračunati (po definiciji) levi i desni izvod funkcije $f(x) = |x-3|$ u tački $x = 3$.

   $f'_+(3) =$ $\qquad\qquad$ $f'_-(3) =$

   b) [2 poena] Formulisati Lagranžovu teoremu i dati njenu geometrijsku interpretaciju.

c) [1 poen] Pokazati po definiciji da je funkcija $f(x) = x^3$ diferencijabilna.

e) [1 poen] Odrediti jednačine tangente i normale na krivu $y = x^2 + 2x - 1$ u tačkama $A(-1, y_0)$ i $B(1, y_1)$.

3. **FUNKCIJE VIŠE PROMENLJIVIH (5 poena):**

a) [1 poen] Odrediti totalni diferencijal drugog reda funkcije $f(x, y, z) = xy^2z^3$ u tački $A(1, 2, 3)$.

b) [1 poen]Napisati šta je po definiciji za funkciju $z = f(x, y)$ parcijalni izvod po promenljivoj x u tački $A(1, 4)$.

[1 poen] Koja je njegova geometrijska interpretacija?

c) [1 poen] Ako je $u(x, y, z) = e^{2x} f\left(\frac{x^2}{y^3}\right)$, gde je $f(t)$ diferencijabilna funkcija, odrediti $\frac{\partial u}{\partial x}$.

d) [1 poen] Odrediti, ako je to moguće, stacionarne tačke funkcije $z = x^2 + y$ pod uslovom da je $5x - y = -10$.

Prezime i ime ____**br. indeksa:**__________

19.VI 2019. MATEMATIČKA ANALIZA, II kolokvijum - PREDISPITNE OBAVEZE

INTEGRALNI RAČUN

1. **[1 poen]** Da li je $F(x) = \cos x$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \sin x$ nad $\mathbb{R}$? Obrazložiti odgovor! Ako nije, napisati bar jednu njenu primitivnu funkciju. Ako jeste, napisati još jednu njenu primitivnu funkciju.

2. **[1 poen]** Da li za funkciju $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \leq \pi \\ 17, & x > \pi \end{cases}$ postoji neodređeni integral nad intervalom $[0, 2\pi]$? Obrazložiti odgovor! Ako postoji, odrediti ga.

3. **[1 poen]** Da li za funkciju $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \leq \pi \\ 17, & x > \pi \end{cases}$ postoji određeni integral nad intervalom $[0, 2\pi]$? Obrazložiti odgovor. Ako postoji izračunati ga.

4. **[1 poen]** Napisati (bez izračunavanja integrala) kako se primenom određenog integrala izračunava deo površine ravnog lika ograničenog parabolom $y = x^2$ i pravom $y = x + 1$, koji se nalazi u prvom kvadrantu.

5. **[1 poen]** Formulisati teoremu o srednjoj vrednosti integrala.

BROJNI REDOVI (dodatni poeni)

1. **[1 poen]** Da li je red $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{n} \right)^n$ konvergentan? Obrazložiti odgovor.

2. **[1 poen]** Definisati apsolutnu konvergenciju reda.

DIFERENCIJALNE JEDNAČINE

1. **[1 poen]** Ukoliko je moguće, odrediti vrednost parametra a tako da prava $y = ax$ bude partikularno rešenje diferencijalne jednačine $(1-x^2)y' + y^2 - 1 = 0$.

2. **[1 poen]** Rešiti Kleroovu diferencijalnu jednačinu $y = xy' + \frac{a}{y'}$.

3. **[1 poen]** Linijski elemenat diferencijalne jednačine $y = xy' + \frac{1}{4y'}$ u tački $A(1,1)$ je $(\quad , \quad , \quad)$, a jednačine tangente t i normale n njenog rešenja u tački $A(1,1)$ su

   t : $\qquad\qquad\qquad\qquad$ n : $\qquad\qquad\qquad\qquad$.

4. **[1 poen]** Sniziti red diferencijalnoj jednačini $xy'' + y' = 4x$.

   [1 poen] Nakon snižavanja reda date jednačine, dobija se jednačina prvog reda - kog je ona tipa? Kojom smenom se rešava?

5. Ako je $k^3 - 2021k^2 + 4039k - 2019$ karakteristični polinom homogene linearne jednačine $L_n[y] = 0$ sa konstantnim koeficijentima tada

   a) **[1 poen]** ta jednačina glasi ______________________, a njeno opšte rešenje je ______________________.

   b) **[1 poen]** koreni karakteristične jednačine te jednačine su ____

   c) **[1 poen]** za jednačinu $L_n[y] = e^x$ partikularno rešenje $y_p(x)$ je oblika $y_p(x) =$____________________ .

   d) **[1 poen]** za jednačinu $L_n[y] = xe^x$ partikularno rešenje $y_p(x)$ je oblika $y_p(x) =$___________________ .

   e) **[1 poen]** za jednačinu $L_n[y] = (x + \sin x)e^{2019x}$ partikularno rešenje $y_p(x)$ je oblika

   $y_p(x) =$____ .

MATEMATIČKA ANALIZA **SIIT** **11.05.2019.**

I KOLOKVIJUM

1. (10 poena) **GRANIČNE VREDNOSTI**

   a) Dokazati da je niz $\{a_n\}$ definisan sa: $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \sqrt[3]{2a_n + 4}$ konvergentan i naći njegovu graničnu vrednost.

   b) Pokazati da niz $\{b_n\}$ sa opštim članom

$$b_n = \frac{1}{\sqrt{n^2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + ... + \frac{1}{\sqrt{(n+1)^2}}$$

   konvergira i naći njegovu graničnu vrednost.

2. (12 poena) **FUNKCIJE JEDNE PROMENLJIVE**
   Detaljno ispitati tok i nacrtati grafik funkcije $f(x) = \dfrac{1+\ln|x|}{x\cdot(1-\ln|x|)}$.

3. (8 poena) **FUNKCIJE VIŠE PROMENLJIVIH**

   Ako je proizvod tri pozitivna realna broja jednak 27, odrediti minimalnu vrednost njihovog zbira.

MATEMATIČKA ANALIZA **SIIT** **13.05.2017.**

I KOLOKVIJUM

1. (10 poena) **GRANIČNE VREDNOSTI**

   a) Dokazati da je niz $\{a_n\}$ definisan sa: $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \sqrt[3]{2a_n + 4}$ konvergentan i naći njegovu graničnu vrednost.

   b) Pokazati da niz $\{b_n\}$ sa opštim članom

$$b_n = \frac{1}{\sqrt{n^2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + ... + \frac{1}{\sqrt{(n+1)^2}}$$

   konvergira i naći njegovu graničnu vrednost.

2. (12 poena) **FUNKCIJE JEDNE PROMENLJIVE**
   Detaljno ispitati tok i nacrtati grafik funkcije $f(x) = \dfrac{1+\ln|x|}{x\cdot(1-\ln|x|)}$.

3. (8 poena) **FUNKCIJE VIŠE PROMENLJIVIH**

   Ako je proizvod tri pozitivna realna broja jednak 27, odrediti minimalnu vrednost njihovog zbira.

MATEMATIČKA ANALIZA **SIIT** **05.07.2019.**

I KOLOKVIJUM

1. (10 poena) **GRANIČNE VREDNOSTI**

   a) Ukoliko je moguće, odrediti vrednost konstante A tako da funkcija $f(x) = \begin{cases} A & , \; x = 0 \\ \dfrac{\sqrt[3]{1+x}-1}{x} & , \; x \neq 0 \end{cases}$ bude neprekidna u $x = 0$.

   b) Pokazati da niz $\{b_n\}$ sa opštim članom

$$b_n = \frac{1}{\sqrt[4]{81n^4+1}} + \frac{1}{\sqrt[4]{81n^4+2}} + ... + \frac{1}{\sqrt[4]{81n^4+6n}}$$

   konvergira i naći njegovu graničnu vrednost.

2. (12 poena) **FUNKCIJE JEDNE PROMENLJIVE**

   Detaljno ispitati funkciju $f(x) = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$ i nacrtati njen grafik.

3. (8 poena) **FUNKCIJE VIŠE PROMENLJIVIH**

   Odrediti ekstremne vrednosti funkcije $z(x, y) = (x^2 + y^2)e^{y-x}$.

II KOLOKVIJUM

4. (15 poena) **INTEGRALI**

   a) Izračunati $\displaystyle\int (\sin^4 x \cos^3 x + \frac{3x^3}{\sqrt{x^2+4x+5}})dx$.

   b) Primenom određenog integrala odrediti graničnu vrednost niza $\{a_n\}$ sa opštim članom

$$a_n = \frac{1}{n} \ln \frac{(n+1)(n+2)\cdots(2n)}{n^n}.$$

5. (15 poena) **DIFERENCIJALNE JEDNAČINE**

   a) Odrediti opšte rešenje diferencijalne jednačine $(x^3 + xy^2 + x^2)dx + x^2 y dy = 0$.

   b) Odrediti opšte rešenje diferencijalne jednačine $y^{(IV)} + 2y'' + y = x^2 + e^{2x}$.

MATEMATIČKA ANALIZA **SIIT** **30.08.2019.**

I KOLOKVIJUM

1. (10 poena) **GRANIČNE VREDNOSTI**

   a) Ukoliko je moguće, odrediti vrednost konstante A tako da funkcija $f(x) = \begin{cases} A & , \ x = 0 \\ \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{\sqrt[3]{1+x^2}-1} & , \ x \neq 0 \end{cases}$

   bude neprekidna u $x = 0$.

   b) Izračunati $\lim\limits_{x\to 0}(1+\sin 3x)^{\frac{2}{x}}$.

2. (12 poena) **FUNKCIJE JEDNE PROMENLJIVE**

   Detaljno ispitati funkciju $f(x) = \dfrac{x^3 - 2x^2}{e^x}$ i nacrtati njen grafik.

3. (8 poena) **FUNKCIJE VIŠE PROMENLJIVIH**

   Odrediti ekstremne vrednosti funkcije $u(x, y, z) = (x-3)^2 + (y-4)^2 + z^2$ pod uslovom da je $4x^2 + 4y^2 = 25$.

II KOLOKVIJUM

4. (15 poena) **INTEGRALI**

   a) Izračunati $\displaystyle\int \left(\frac{x^2+1}{x^4+1}x + \frac{x}{\sqrt{1-3x-2x^2}}\right)dx$.

   b) Odrediti dužinu luka krive odredjene funkcijom $y = \ln(2x^2 - 2)$ za $2 \leq x \leq 5$.

5. (15 poena) **DIFERENCIJALNE JEDNAČINE**

   a) Odrediti opšte rešenje diferencijalne jednačine $(3x^2 - \frac{1}{y})dx + \frac{x}{y^2}dy = 0$.

   b) Odrediti opšte rešenje diferencijalne jednačine $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$.

MATEMATIČKA ANALIZA **SIIT** **25.09.2019.**

I KOLOKVIJUM

1. (10 poena) **GRANIČNE VREDNOSTI**

   a) Pokazati da je niz $\{b_n\}$ dat sa $b_n = \dfrac{\sin 3}{1\cdot 2} + \dfrac{\sin 3^2}{2\cdot 3} + \cdots + \dfrac{\sin 3^n}{n(n+1)}$ Košijev.

   b) Izračunati $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x^2+3} - \sqrt[3]{x^3+x^2+6}}{x^2-4x+3}$.

2. (12 poena) **FUNKCIJE JEDNE PROMENLJIVE**

   Detaljno ispitati funkciju $y = \dfrac{1+\ln x^2}{\sqrt[3]{x}}$ i skicirati njen grafik.

3. (8 poena) **FUNKCIJE VIŠE PROMENLJIVIH**

   Proveriti da li funkcija $z = x^3 + y^3 - 2xy$ ima u tačkama $A(1,1)$ i $B(-1,-1)$ uslovni ekstrem uz uslov $x^2 + y^2 = 2$.

II KOLOKVIJUM

1. (15 poena) **INTEGRALI**

   a) Rešiti integral $\displaystyle\int \left(x\ln(x^2-1) + \frac{x}{\sqrt{1-3x^2-x^4}} \right) dx$.

   b) Data je funkcija $g(x) = (x - \frac{3}{2})e^x$. Izračunati površinu ograničenu krivom $g(x)$, pravama $x = 1$ i $x = 2$ i $x-$osom.

2. (15 poena) **DIFERENCIJALNE JEDNAČINE**

   a) Odrediti opšte rešenje diferencijalne jednačine $y' - \dfrac{y}{x} = y^3 \operatorname{arctg}(x^3+5)$.

   b) Smenom $x = t^2$ svesti diferencijalnu jednačinu $2xy'' + y' - 2y = \dfrac{x}{2}$ na jednačinu sa konstantnim koeficijentima i odrediti njeno opšte rešenje.

MATEMATIČKA ANALIZA **SIIT** **12.10.2019.**

I KOLOKVIJUM

1. (10 poena) **GRANIČNE VREDNOSTI**

   a) Pokazati da je niz $\{a_n\}$ dat sa $a_n = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} + \cdots + \dfrac{1}{n}$ divergentan.

   b) Izračunati $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sqrt{x^2-2x+6}-\sqrt{x^2+2x-6}}{x^2-4x+3}$.

2. (12 poena) **FUNKCIJE JEDNE PROMENLJIVE**

   Detaljno ispitati funkciju $y = \dfrac{x}{1-\ln x}$ i skicirati njen grafik.

3. (8 poena) **FUNKCIJE VIŠE PROMENLJIVIH**

   Odrediti eskremne vrednosti funkcije $f(x,y) = x + y + 1$ pod uslovom $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$.

II KOLOKVIJUM

1. (15 poena) **INTEGRALI**

   a) Rešiti integral $\displaystyle\int \left(\frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt[3]{x+2}} + x \ln \frac{2+x}{2-x} \right) dx$.

   b) Izračunati dužinu luka krive $y = \ln x$ od tačke $x = \sqrt{3}$ do $x = \sqrt{7}$.

2. (15 poena) **DIFERENCIJALNE JEDNAČINE**

   a) Odrediti opšte rešenje diferencijalne jednačine $y' = \dfrac{2x+3y+1}{3x+4y-1}$.

   b) Odrediti opšte rešenje diferencijalne jednačine $y'' - 5y' = 2x - e^{5x}$.

MATEMATIČKA ANALIZA **SIIT** **26.10.2019.**

I KOLOKVIJUM

1. (10 poena) **GRANIČNE VREDNOSTI**

   a) Odrediti $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$, ako je $a_n = \dfrac{1}{\sqrt[3]{n^6+1}} + \dfrac{1}{\sqrt[3]{n^6+2}} + \dfrac{1}{\sqrt[3]{n^6+3}} + \ldots + \dfrac{1}{\sqrt[3]{n^6+19n^2}}$;

   b) U zavisnosti od realnih parametara a, b i c, $a \geq 0$ odrediti kada će za niz $\{d_n\}$ sa opštim članom
   $$d_n = n - 3 - \sqrt{an^2 + bn + c}$$
   važiti da je

   1) $\lim\limits_{n\to\infty} d_n = \infty$, 2) $\lim\limits_{n\to\infty} d_n = -\infty$, 3) $\lim\limits_{n\to\infty} d_n = 0$, 4) $\lim\limits_{n\to\infty} d_n = k$, $k \neq 0$.

2. (12 poena) **FUNKCIJE JEDNE PROMENLJIVE**

   Detaljno ispitati funkciju $f(x) = \dfrac{\sqrt[3]{x^2}}{x+1}$ i nacrtati njen grafik.

3. (8 poena) **FUNKCIJE VIŠE PROMENLJIVIH**

   Proveriti da li funkcija $z = x^3 + y^3 - 2xy$ ima u tačkama $A(1,1)$ i $B(-1,-1)$ uslovni ekstrem uz uslov $x^2 + y^2 = 2$.

II KOLOKVIJUM

1. (15 poena) **INTEGRALI**

   a) Izračunati $\displaystyle\int \left(\frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{\sin x}{1-\cos^4 x} \right) dx$.

   b) Izračunati $\displaystyle\int_0^5 |2x-6|dx$.

2. (15 poena) **DIFERENCIJALNE JEDNAČINE**

   a) Odrediti opšte rešenje diferencijalne jednačine $dx = \dfrac{x+y^3}{y}dy$.

   b) Odrediti opšte rešenje diferencijalne jednačine $y^{IV} - 4y''' + 5y'' = 4e^x + x^2 - 2$.

MATEMATIČKA ANALIZA **SIIT** **24.11.2019.**

I KOLOKVIJUM

1. (10 poena) **GRANIČNE VREDNOSTI**

   a) Koristeći princip monotonije pokazati da je niz $\{a_n\}$ dat sa $a_1 = 3$, $a_{n+1} = \dfrac{9a_n + 4}{a_n + 6}$ konvergentan i odrediti njegovu graničnu vrednost.

   b) Pokazati da niz $\{b_n\}$ sa opštim članom

$$b_n = \frac{1}{\sqrt[4]{81n^4 + 1}} + \frac{1}{\sqrt[4]{81n^4 + 2}} + ... + \frac{1}{\sqrt[4]{81n^4 + 7n}}$$

   konvergira i naći njegovu graničnu vrednost.

2. (12 poena) **FUNKCIJE JEDNE PROMENLJIVE**

   Detaljno ispitati funkciju $f(x) = \dfrac{\sqrt[3]{x^2}}{x + 1}$ i nacrtati njen grafik.

3. (8 poena) **FUNKCIJE VIŠE PROMENLJIVIH**

   Naći tri pozitivna realna broja čiji je proizvod 27 tako da zbir kvadrata recipročnih vrednosti bude minimalan.

II KOLOKVIJUM

1. (15 poena) **INTEGRALI**

   a) Izračunati $\displaystyle\int \left(\frac{1}{(x+1)^3\sqrt{x^2 + 2x}} + \frac{x\cos x}{\sin^2 x} \right) dx.$

   b) Primenom određenog integrala odrediti graničnu vrednost niza $\{a_n\}$ sa opštim članom

$$a_n = \frac{1}{n} \ln \frac{(n+1)(n+2)\cdots(2n)}{n^n}.$$

2. (15 poena) **DIFERENCIJALNE JEDNAČINE**

   a) Pokazati da diferencijalna jednačina

$$xdx + (4y^4 + 4x^2y^2 + y)dy = 0$$

   ima integracioni množitelj oblika $h = h(x^2 + y^2)$ i odrediti njeno opšte rešenje.

   b) Koristeći metod varijacije konstanti rešiti diferencijalnu jednačinu $y'' - y' = \dfrac{1}{e^x + 1}$.

MATEMATIČKA ANALIZA **SIIT** **22.12.2019.**

I KOLOKVIJUM

1. (10 poena) **GRANIČNE VREDNOSTI**

   a) Odrediti $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$, ako je $a_n = \dfrac{1}{\sqrt[4]{16n^8+1}} + \dfrac{1}{\sqrt[4]{16n^8+2}} + \dfrac{1}{\sqrt[4]{16n^8+3}} + \ldots + \dfrac{1}{\sqrt[4]{16n^8+4n^2}}$.

   b) Ukoliko je moguće, odrediti konstante A i B tako da funkcija $f(x) = \begin{cases} 7 + \frac{1}{x}e^{\frac{1}{x}} & , \quad x < 0 \\ A & , \quad x = 0 \\ \dfrac{\sin 3x}{\sin Bx} & , \quad x > 0 \end{cases}$

   bude neprekidna.

2. (12 poena) **FUNKCIJE JEDNE PROMENLJIVE**

   a) Detaljno ispitati funkciju $f(x) = \dfrac{1 - \ln x^2}{1 + \ln x^2}$ i nacrtati njen grafik.

   b) Da li jednačina $\dfrac{1}{3(e-1)} = \dfrac{1}{x(1+\ln x^2)^2}$ ima rešenje nad intervalom $(1, e)$? Objasniti.

3. (8 poena) **FUNKCIJE VIŠE PROMENLJIVIH**

   Odrediti ekstremne vrednosti funkcije $f(x,y,z) = (x^2+y^2+z^2)^2$ uz uslov $x+y+z=3$.

II KOLOKVIJUM

1. (15 poena) **INTEGRALI**

   a) Izračunati $\displaystyle\int \left(\frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+4x+5}} + \frac{1}{x(\ln^2 x + 4)^2} \right) dx$.

   b) Izračunati površinu ograničenu parabolom $y = x^2 - 2x$, pravama $x = -2$, $x = 1$ i x-osom.

2. (15 poena) **DIFERENCIJALNE JEDNAČINE**

   a) Odrediti opšte rešenje diferencijalne jednačine $\left(3x^2y^2 + \dfrac{1}{y}\right) dx + \left(2x^3y + 8y^3 - \dfrac{x}{y^2}\right) dy = 0$.

   b) Prelaskom na inverznu funkciju pokazati da se diferencijalna jednačina

   $$-y'y''' + 3(y'')^2 + 3y''(y')^2 - (y - 2 + \sin 3y)(y')^5 = 0.$$

   svodi na jednačinu $x''' - 3x'' = y - 2 + \sin 3y$ i odrediti njeno opšte rešenje.

MATEMATIČKA ANALIZA **SIIT** **29.01.2019.**

I KOLOKVIJUM

1. (10 poena) **GRANIČNE VREDNOSTI**

   a) Odrediti $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$, ako je $a_n = \dfrac{1}{\sqrt[4]{16n^8+1}} + \dfrac{1}{\sqrt[4]{16n^8+2}} + \dfrac{1}{\sqrt[4]{16n^8+3}} + \ldots + \dfrac{1}{\sqrt[4]{16n^8+4n^2}}$.

   b) Pokazati da je niz $\{b_n\}$ sa opštim članom $b_n = \dfrac{\sin 4}{4} + \dfrac{\sin 4^2}{4^2} + \cdots + \dfrac{\sin 4^n}{4^n}$ Košijev.

2. (12 poena) **FUNKCIJE JEDNE PROMENLJIVE**

   Detaljno ispitati funkciju $y = \dfrac{1+\ln x^2}{\sqrt[3]{x}}$ i skicirati njen grafik.

3. (8 poena) **FUNKCIJE VIŠE PROMENLJIVIH**

   Proveriti da li funkcija $z = x^3 + y^3 - 2xy$ ima u tačkama $A(1,1)$ i $B(-1,-1)$ uslovni ekstrem uz uslov $x^2 + y^2 = 2$.

II KOLOKVIJUM

1. (15 poena) **INTEGRALI**

   a) Odrediti $\displaystyle\int \left(x\ln(x^2-1) + \frac{x}{\sqrt{1-3x^2-x^4}} \right) dx$.

   b) Data je funkcija $g(x) = (x - \frac{3}{2})e^x$. Izračunati površinu ograničenu krivom $g(x)$, pravama $x = 1$ i $x = 2$ i $x-$osom.

2. (15 poena) **DIFERENCIJALNE JEDNAČINE**

   a) Odrediti opšte rešenje diferencijalne jednačine $\left(3x^2y^2 + \dfrac{1}{y}\right) dx + \left(2x^3y + 8y^3 - \dfrac{x}{y^2}\right) dy = 0$.

   b) Koristeći metod varijacije konstanti rešiti diferencijalnu jednačinu $y'' - y' = \dfrac{1}{e^x+1}$.

MATEMATIČKA ANALIZA **SIIT** **12.04.2019.**

I KOLOKVIJUM

1. (10 poena) **GRANIČNE VREDNOSTI**

   a) Pokazati da je niz $\{a_n\}$ sa opštim članom $a_n = \dfrac{\sin 2}{2} + \dfrac{\sin 2^2}{2^2} + \cdots + \dfrac{\sin 2^n}{2^n}$ Košijev.

   b) Izračunati $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x^2+3} - \sqrt[3]{x^3+x^2+6}}{x^2-4x+3}$.

2. (12 poena) **FUNKCIJE JEDNE PROMENLJIVE**

   Detaljno ispitati funkciju $f(x) = \dfrac{1-\ln x^2}{1+\ln x^2}$ i nacrtati njen grafik.

3. (8 poena) **FUNKCIJE VIŠE PROMENLJIVIH**

   Odrediti ekstremne vrednosti funkcije $f(x,y,z) = (x^2+y^2+z^2)^2$ uz uslov $x+y+z=3$.

II KOLOKVIJUM

1. (15 poena) **INTEGRALI**

   a) Izračunati $\displaystyle\int \left(\frac{dx}{x(\ln^2 x+4)^2} + \frac{dx}{\sqrt{x}(4-\sqrt[3]{x})}\right)$.

   b) Primenom definicije određenog integrala odrediti graničnu vrednost niza $\{a_n\}$ sa opštim članom
   $$a_n = \frac{1}{n^2}\left(e^{\frac{n+1}{n}} + 2e^{\frac{n+2}{n}} + 3e^{\frac{n+3}{n}} + \ldots + ne^2\right).$$

2. (15 poena) **DIFERENCIJALNE JEDNAČINE**

   a) Odrediti opšte rešenje diferencijalne jednačine $dx = \dfrac{x+y^3}{y}dy$.

   b) Odrediti opšte rešenje diferencijalne jednačine $y^{IV} - 4y''' + 5y'' = 4e^x + x^2 - 2$.