Повезаност графова

Шетња W у графу је произвољан низ чворова и грана (дозвољено је понављање и чворова и грана).

$$W = v_0 e_1 v_1 e_2 v_2 e_3 v_3 \ldots e_k v_k = v_0 v_1 v_2 v_3 \ldots v_k.$$

Стаза је шетња на којој се не понављају гране, а *пут* је шетња на којој нема понављања чворова.

Чворови u и v су *повезани* акко постоји $u-v$ пут у G.

$$\begin{aligned} \text{Граф } G \text{ је } \textit{повезан} &\iff \forall\, u,v \in V\ \exists\ u-v \text{ пут у } G \\ &\iff w(G)=1, \text{ где је } w(G) \text{ број компоненти повезаности графа } G \end{aligned}$$

Растојање између чворова u и v у графу G, у ознаци $d_G(u,v)$, је дужина најкраћег $u-v$ пута у G.
Дијаметар графа G је $d(G) = \max\limits_{u,v \in V} d(u,v)$.
Напомена: $d(P_5) = 4$, док је $d(C_5) = 2$.

Теорема. Сваки граф са $n \geq 2$ чворова и мање од $n-1$ грана је неповезан.
($\not\Leftarrow$: контрапример $C_3 \cup C_3$)

Графови и матрице

Нека је дат граф G такав да је $V(G) = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ и $E(G) = \{e_1, e_2, \ldots, e_m\}$.

Матрица *инциденције* је матрица $B(G)$ димензија $n \times m$, где је

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & v_i \in e_j \\ 0, & v_i \notin e_j \end{cases}$$

Матрица *суседства* је матрица $A(G)$ димензија $n \times n$, где је

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & v_i v_j \in E(G) \\ 0, & v_i v_j \notin E(G) \end{cases}$$

Теорема. Број различитих $v_i - v_j$ шетњи дужине $k \geq 1$ у графу G једнак је елементу a_{ij} матрице $A^k(G)$.