

Ziele

An diesem Labornachmittag lernen Sie die wichtigsten Verfahren der „Fehlerrechnung“ anzuwenden:

- Berechnen von Mittelwert mit Fehlerangabe
- Berechnen eines gewichteten Mittelwertes
- Lineare Regression
- Nichtlineare Regression
- Fehlerfortpflanzungsgesetz

Ferner sollen Sie unser Standard-Auswerteprogramm „QTIPlot“ kennen lernen, mit dem Sie in den folgenden Versuchen Ihre Messdaten darstellen und durch Regression die gesuchten, physikalischen Parameter ermitteln. Der Vergleich „Berechnung mit dem Taschenrechner“ – „Berechnung mit Excel“ – „Berechnung mit QTIPlot“ soll die Stärke der nichtlinearen Regression demonstrieren und Ihnen Vertrauen zu dieser Berechnungsmethode geben.

Der dokumentierte Versuch soll auch für spätere Versuche als Auswertehilfsmittel dienen (wie berechnet man schon wieder?).

Voraussetzungen / Vorbereitung

Um die Aufgaben lösen zu können, müssen Sie das Kapitel „5. Anleitung zur Auswertung und Fehlerrechnung“ in den Unterlagen zum Physiklabor nochmals sorgfältig studieren. Stellen Sie die Auswerteformeln zu allen Aufgaben als Formelsammlung bereit (wie berechnet man den Fehler des Mittelwertes, wie ein gewichtetes Mittel etc.).

Diese Formelzusammenstellung sowie die Berechnungen mit dem Taschenrechner sowie die Excelübungen sind vorgängig durchzuführen und sauber dokumentiert mitzubringen. Beachten Sie, dass der Lernerfolg beim Abschreiben von einem Kollegen/Kollegin relativ klein ist. Verfassen Sie also die Zusammenstellung der Formeln selbständig und lösen Sie auch die Aufgaben seriös, eventuell in Zusammenarbeit mit Ihrem/Ihrer Labor-Partner/Partnerin.

Laborjournal

Als Laborjournal ist eine Dokumentation zu diesem Auswertenachmittag zusammenzustellen, welche als „Auswertespick“ für die nachfolgenden Versuche dienen soll.

Die Gliederung des Journals soll wie folgt aussehen.

1. **Arbeitsgrundlagen** (enthält eine Zusammenfassung der Fehlerrechnung und eine Zusammenfassung der benötigten Formeln);
2. **Durchführung** (Zusammenstellung der Hilfsmittel, Programme etc.);
3. **Auswertung** (Lösungen der einzelnen Aufgaben);
4. **Fehlerrechnung** (ausnahmsweise wird dies unter 3. erledigt)
5. **Resultate und Diskussion** (Zusammenstellung der Resultate, Gegenüberstellung der verschiedenen Methoden, Diskussion der Vor- und Nachteile der Methoden, allgemeiner Kommentar.)

Achten Sie darauf, Ergebnisse und Unsicherheiten mit korrekter Anzahl Stellen zu notieren sowie die korrekten Masseinheiten anzugeben.

Aufgabe 1: Schallgeschwindigkeit

Mittelwert, Fehler des Mittelwertes, Standardabweichung

Methoden:

- **Taschenrechner**
- **Excel**
- **QTIPlot**

Zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit wurde die Laufzeit eines Schallpulses über eine Strecke der Länge $s = (2.561 \pm 0.003)$ m mehrfach gemessen (die geschätzte Unsicherheit der Strecke ± 3 mm kommt daher, dass die genaue Lage der Mikrofonmembran nicht festgestellt werden konnte). Die Temperatur im Experimentierraum betrug $\vartheta = 23^\circ\text{C}$.

Gesucht sind:

- a) Mittlere Laufzeit sowie ihre Unsicherheit.
- b) Wert und Unsicherheit der Schallgeschwindigkeit.

Achtung: Die Unsicherheit der Schallgeschwindigkeit muss mit Hilfe des Gauss'schen Fehlerfortpflanzungsgesetzes berechnet werden.

Messprotokoll:

Messung	Laufzeit t_i (ms)	Messung	Laufzeit t_i (ms)
1	7.59	11	7.40
2	7.16	12	7.58
3	6.97	13	7.04
4	7.55	14	7.17
5	6.77	15	6.89
6	6.97	16	7.20
7	7.74	17	7.33
8	7.18	18	7.21
9	7.32	19	8.05
10	7.70	20	7.63

Berechnen Sie die gesuchten Größen mit Hilfe eines Taschenrechners und mit „Excel“. Erstellen Sie ein Diagramm mittels „QTIPlot“, in dem die einzelnen Laufzeiten, die mittlere Laufzeit und ihr Fehler sowie die Standardabweichung dargestellt ist. Was stellen Sie fest bezüglich der Lage der einzelnen Messwerte im Vergleich zur Standardabweichung?

Hinweise:

Taschenrechner als auch das Programm „Excel“ können die Standardabweichung direkt berechnen. In Excel heisst die entsprechende Funktion „stabw()“ oder „sdev()“ (in der englischen Version für standard deviation). Für den Taschenrechner konsultieren Sie das Handbuch.

Bei der Verwendung von „QTIPlot“ können Sie (fast) immer wie folgt vorgehen:

- 1) Erfassen der Messwerte: **File: New Project** oder **File: Import ASCII**;
- 2) Graphische Darstellung der Messwerte: **Plot: Scatter**
- 3) Eine geeignete Fit-Funktion öffnen (aber oft ist es einfacher und schneller eine Fit-Funktion selber zu schreiben!): **Analysis → Fit Wizard**

Aufgabe 2: Eisengehalt

Gewichteter Mittelwert, Fehler des gewichteten Mittelwertes

Methoden:

- **Excel**
- QTIPlot (**Option "Scale Errors with $\sqrt{\text{Chi}^2/\text{doF}}$ " ausschalten!**)

Der Eisengehalt in einer Legierung wurde mit verschiedenen Methoden bestimmt. *Berechnen Sie mit „Excel“ den einfachen sowie den gewichteten Mittelwert und die Unsicherheit des Eisengehaltes.* Die Formeln zur Berechnung des gewichteten Mittelwertes finden Sie in den Unterlagen zur Fehlerrechnung.

Messprotokoll:

Messung	Eisengehalt (%)	absoluter Fehler (%)
1	20.3	1.2
2	21.9	1.3
3	21.1	1.1
4	19.6	0.8
5	19.9	1.3
6	18.0	1.3
7	19.4	1.0
8	23.2	2.0
9	21.6	0.8

Die Aufgabe kann auch folgendermassen gelöst werden:

Das Programm „QTIPlot“ bietet die Möglichkeit, gewichtete Regressionen zu berechnen. Als Fitfunktion wählen wir eine Konstante $y=a$ und lassen den Parameter a gewichtet fitten:

Anlysis → Fit Wizard → Funktion definieren → Fitten.

So schießt man im Prinzip mit Kanonen auf Spatzen. Wenn man das Programm aber zur Verfügung hat, ist es bequem und dieser Test zeigt die Richtigkeit der Berechnungen und man hat gleichzeitig – quasi gratis – eine graphische Darstellung der Messdaten und der gesuchten Grösse.

Immer dann, wenn Sie die Unsicherheiten explizit angeben, müssen Sie die Option "Scale" ausschalten. Nachher nicht vergessen, wieder einzuschalten!!!!

Stellen Sie die Daten inklusive Fehlerbalken sowie den daraus berechneten gewichteten Mittelwert mit Hilfe von „QTIPlot“ dar und vergleichen Sie die Resultate mit denen der Excel-Berechnungen.

Aufgabe 3: Federkonstante

Lineare Regression

Methoden:

- **Taschenrechner**
- QTIPlot

Die Federkonstante k einer Stahlfeder soll bestimmt werden. Da die Feder vorgespannt ist, machen wir den Ansatz (Betragsgleichung):

$$F = k \cdot z + F_0$$

wobei z die Verlängerung der Feder vom vorgespannten Zustand aus bezeichnet. Berechnen Sie aus den folgenden Daten die Federkonstante k sowie die Vorspannung F_0 mit entsprechenden Unsicherheiten.

Messprotokoll:

F (N)	z (m)
4.14	0.20
6.36	0.35
7.92	0.42
9.86	0.46
11.11	0.51
11.70	0.54
12.76	0.59
14.21	0.67
15.29	0.71
16.98	0.80

Berechnen Sie die gesuchten Größen F_0 und k mittels der linearen Regression mit dem Taschenrechner ohne Fehlerangabe (konsultieren Sie das dazugehörige Handbuch).

Stellen Sie die Daten sowie die daraus berechnete Regressionsgerade (linear Fit) mit Hilfe von „QTIPlot“ dar und vergleichen Sie die Resultate mit denen der Taschenrechner-Berechnungen.

Aufgabe 4: Offset, Amplitude, Frequenz und Phase eines Pendels

Nichtlineare Regression / Non linear curve fitting

Methoden:

➤ QTIPlot

Die gedämpfte Schwingung eines Pendels

$$y = A \cdot \exp(-\Gamma \cdot t) \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t - \delta) + y_0$$

wurde mittels Ultraschallsensor vermessen. Aus den zeitabhängigen Positionsdaten des Pendels sollen nun Amplitude A, Abklingkonstante G, Frequenz f, Phase d und Offset y_0 ermittelt werden. Mit „QTIPlot“ werden die Wertepaare dargestellt und durch Fitten die am besten passende, exponentiell gedämpfte Sinusfunktion gesucht.

Messprotokoll: Pendeldaten

t(s)	y(m)	t(s)	y(m)	t(s)	y(m)
0.5	-0.352	15.5	-0.572	30.5	-0.018
1	-0.204	16	-0.439	31	-0.041
1.5	0.124	16.5	-0.362	31.5	-0.147
2	0.255	17	-0.394	32	-0.095
2.5	0.302	17.5	-0.211	32.5	-0.144
3	0.516	18	-0.292	33	-0.232
3.5	0.754	18.5	-0.122	33.5	-0.162
4	0.819	19	-0.008	34	-0.112
4.5	0.866	19.5	0.084	34.5	-0.171
5	0.916	20	0.126	35	-0.086
5.5	1.014	20.5	0.192	35.5	-0.130
6	0.942	21	0.200	36	-0.075
6.5	0.931	21.5	0.216	36.5	-0.098
7	0.858	22	0.400	37	0.056
7.5	0.678	22.5	0.329	37.5	0.056
8	0.630	23	0.409	38	0.072
8.5	0.538	23.5	0.411	38.5	0.006
9	0.434	24	0.472	39	0.136
9.5	0.323	24.5	0.381	39.5	0.180
10	0.185	25	0.448	40	0.110
10.5	0.068	25.5	0.379	40.5	0.087
11	-0.073	26	0.340	41	0.225
11.5	-0.204	26.5	0.203	41.5	0.113
12	-0.248	27	0.184	42	0.184
12.5	-0.353	27.5	0.111	42.5	0.167
13	-0.392	28	0.089	43	0.198
13.5	-0.576	28.5	0.094	43.5	0.212
14	-0.543	29	0.106	44	0.142
14.5	-0.468	29.5	-0.003	44.5	0.128
15	-0.496	30	-0.013	45	0.138

Zur Erstellung einer Fit-Funktion in „QTIPlot“ können Sie wie folgt vorgehen:

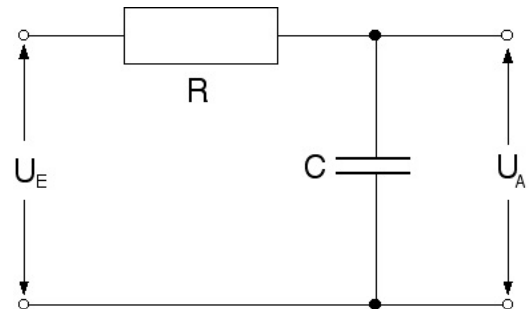
Analysis → Fit Wizard ... → User-Funktion definieren → Fitten z.B.: Physiklabor, Eigene Funktionen o.ä.;

Aufgabe 5: RC–Glied (Tiefpass)

Nichtlineare Regression / Non linear curve fitting (2)

Methoden:

- QTIPlot
- a) Schreiben Sie eine Fit-Funktion für die Ausgangsspannung U_A eines Tiefpasses, aus welcher die Kapazität C bei bekanntem Widerstand R ermittelt werden kann (oder Berechnung von R bei bekanntem C).
- b) Schreiben Sie eine zweite Funktion für die Phase φ , welche ebenfalls C liefert.



Gemäss Theorie berechnen sich Ausgangsspannung U_A und Phase φ mit folgenden Formeln:

$$U_A = \frac{X_C}{\sqrt{X_C^2 + R^2}} \cdot U_E = \frac{1}{\omega \cdot C \cdot \sqrt{\frac{1}{(\omega \cdot C)^2} + R^2}} \cdot U_E = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \cdot C \cdot R)^2}} \cdot U_E$$

$$\varphi = \arctan(-\omega RC)$$

Folgende Messung wurde durchgeführt:

Am Eingang des RC-Tiefpasses wurde eine sinusförmige Wechselspannung mit konstanter Spannung $U_E = 4 \text{ V}_{pp}$ (Peak-Peak = PP) und variabler Frequenz angelegt. Sodann wurde die Ausgangsspannung U_A (PP-Werte) sowie die Phasenverschiebung φ in Funktion der Frequenz f mit Hilfe eines Kathodenstrahloszilloskopes (KO) gemessen. Der Widerstand R wurde zu $R = 500 \, \Omega$ bestimmt. Dabei wurde untenstehendes Messprotokoll erstellt.

Messprotokoll:

Messprotokoll «Tiefpass»		
Datum: 1. Okt. 1999		
Versuchsleiterin:		
Ruth Metzler		
f (Hz)	U _a (V)	phi (°)
100	4	-3.24
500	3.8	-16.9
1000	3.3	-31.3
1500	2.8	-43.6
5000	1.14	-72.4
10000	0.58	-82.5
100000	0.075	-90
1592	2.7	-44

Auswertung der Messung:

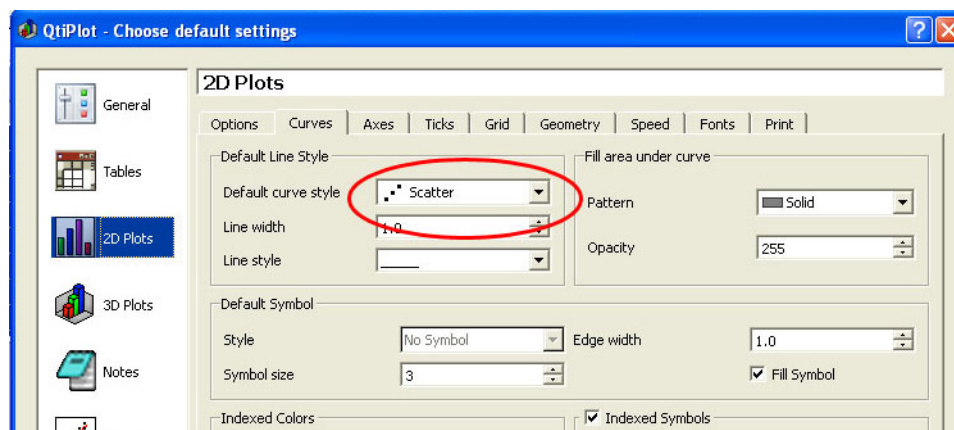
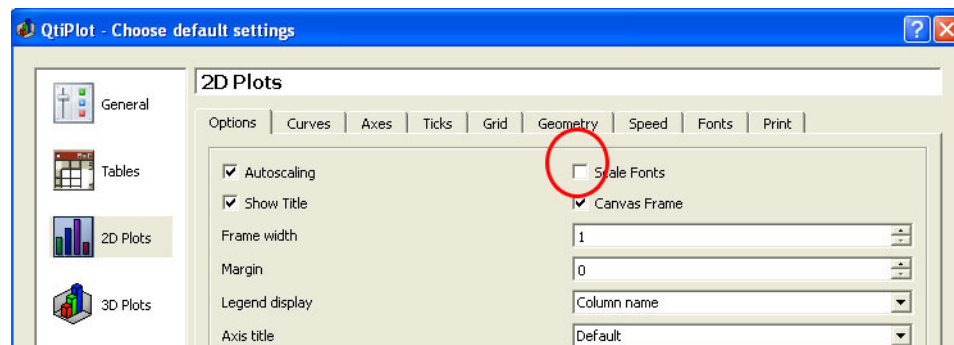
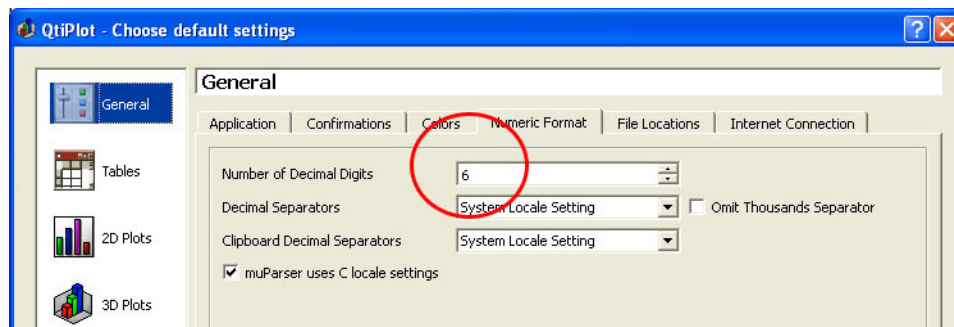
Die Ausgangsspannung U_A ist in Abhängigkeit der Frequenz mit „QTIPlot“ darzustellen und eine gefittete Funktion durch die Messpunkte zu legen.

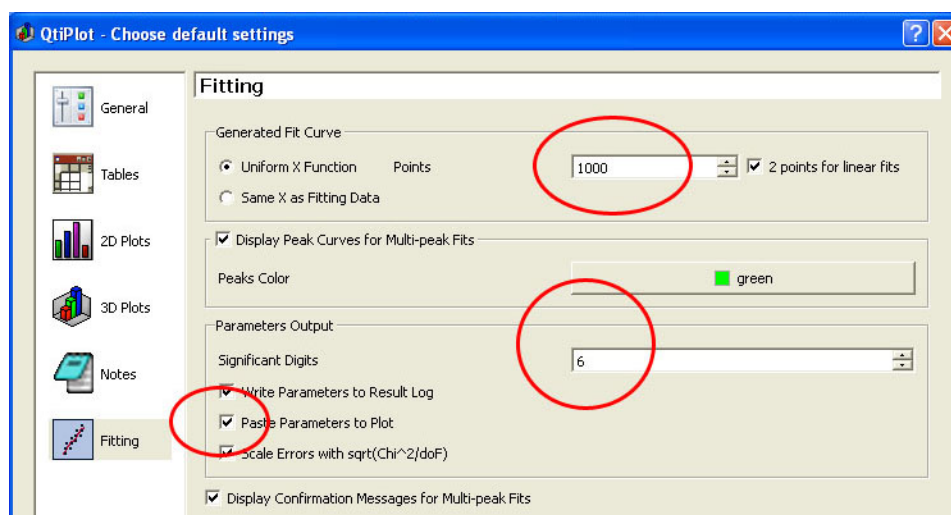
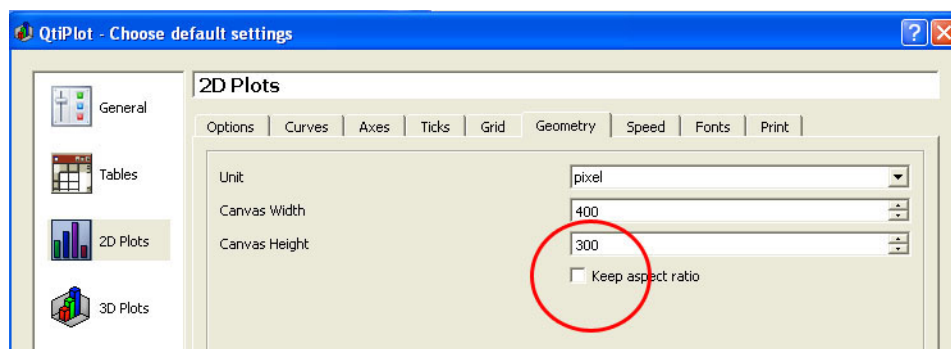
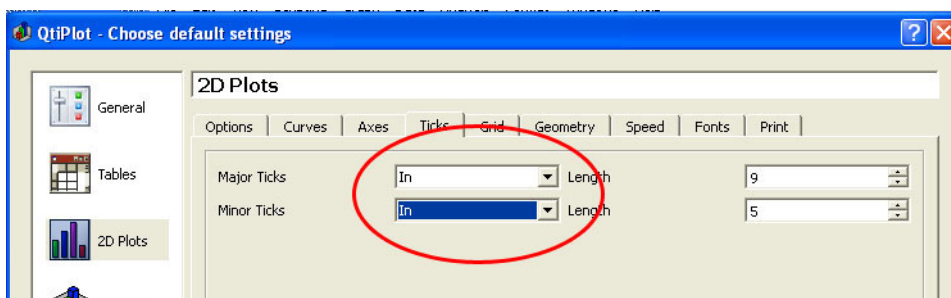
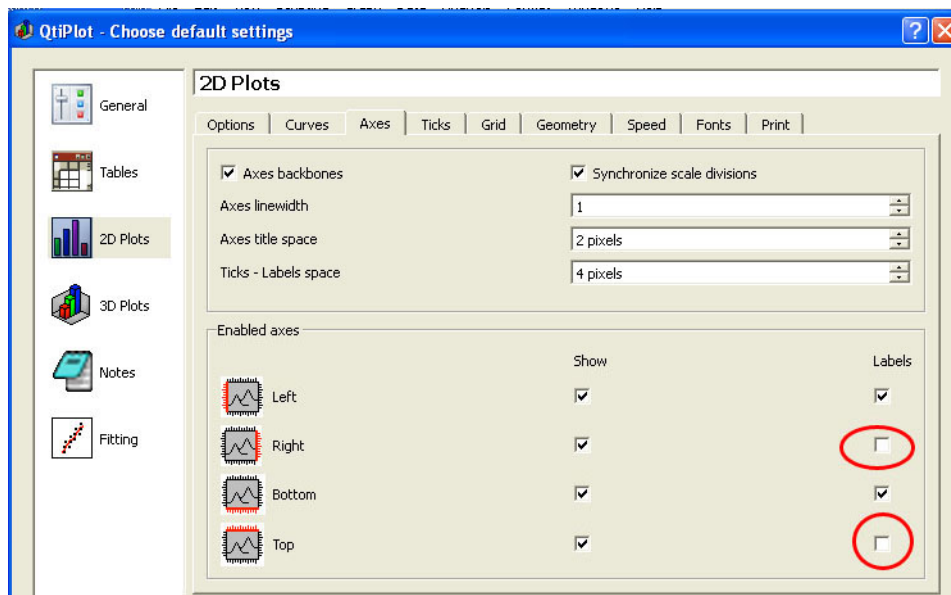
Beachten Sie, dass der berechnete Fehler der Kapazität nur den statistischen Fehler darstellt. Als systematischer Fehler müsste noch die Unsicherheit des Widerstandswertes mitberücksichtigt werden. Diskutieren Sie evt. mit Ihrem Dozenten, wie dies zu bewerkstelligen ist.

(Fakultativ: Stellen Sie die Phasenverschiebung φ in Abhängigkeit der Frequenz dar und fitten Sie die Daten.)

Preferences:

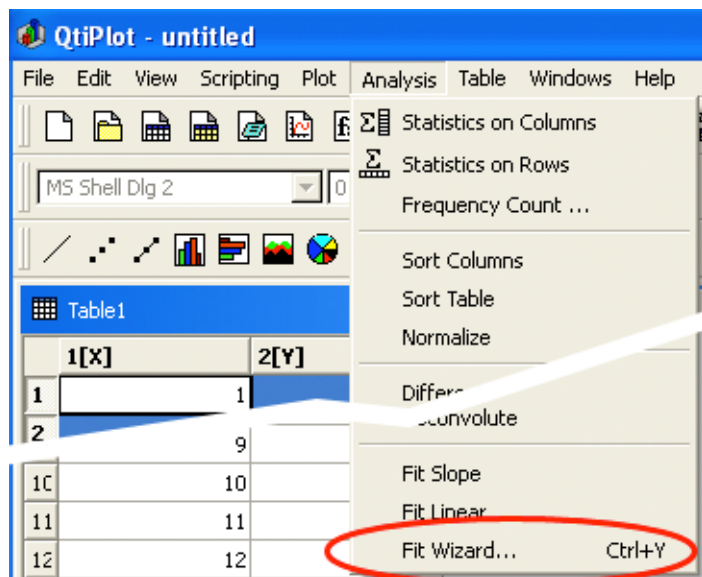
- Sprache: Englisch!!





Allgemeiner Fit:

- Menu "Analyze, Fit Wizard .."

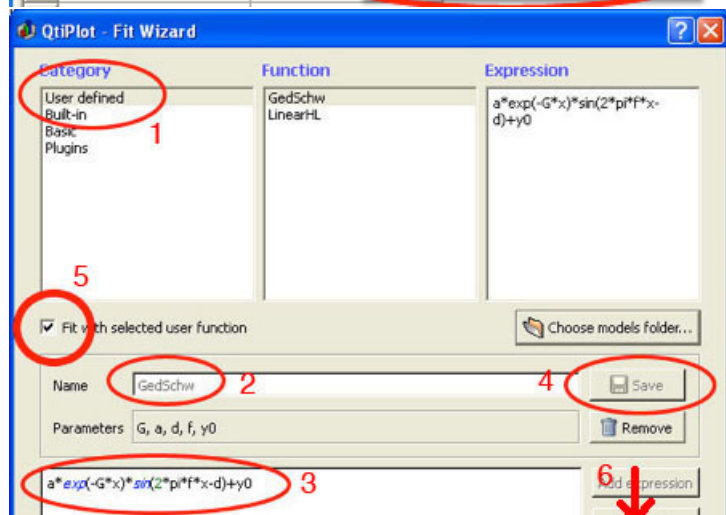


Funktion schreiben:

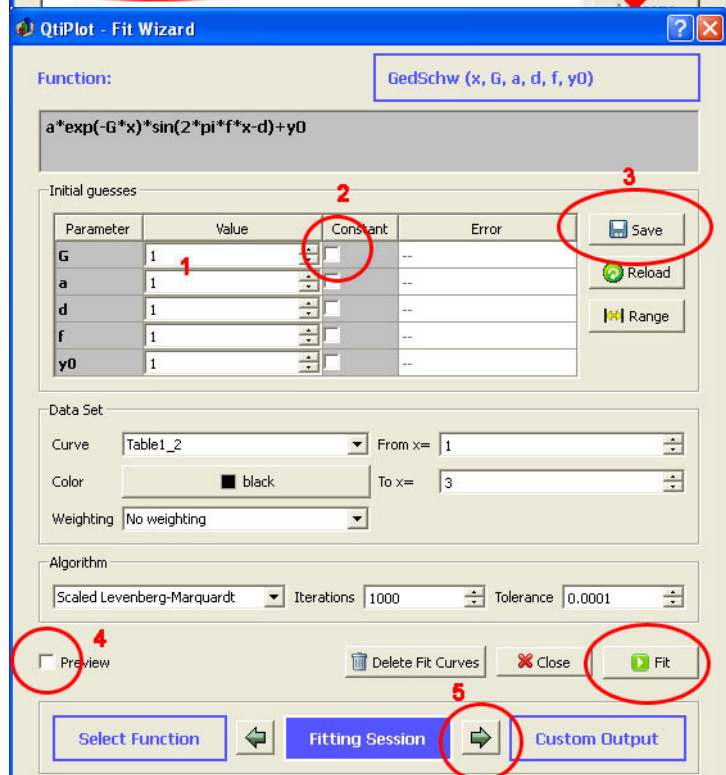
- 1) **User defined** anwählen
- 2) **Name**: passenden Namen
- 3) Funktion schreiben (**Parameter benennen**)
- 4) **Save**

Für Fit

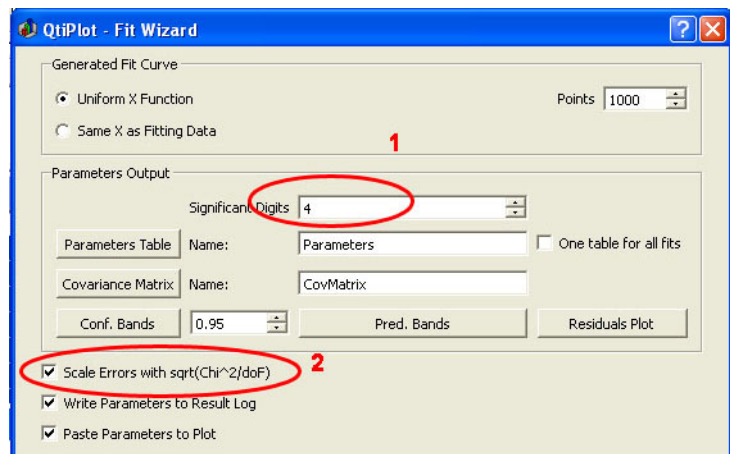
- 5) Anwählen
- 6) "Fit"



- 1) Startwerte setzen
- 2) Constant
- 3) Startwerte speichern
- 4) Vorschau der Funktion
- 5) **Berechnungsweise der Unsicherheiten!**



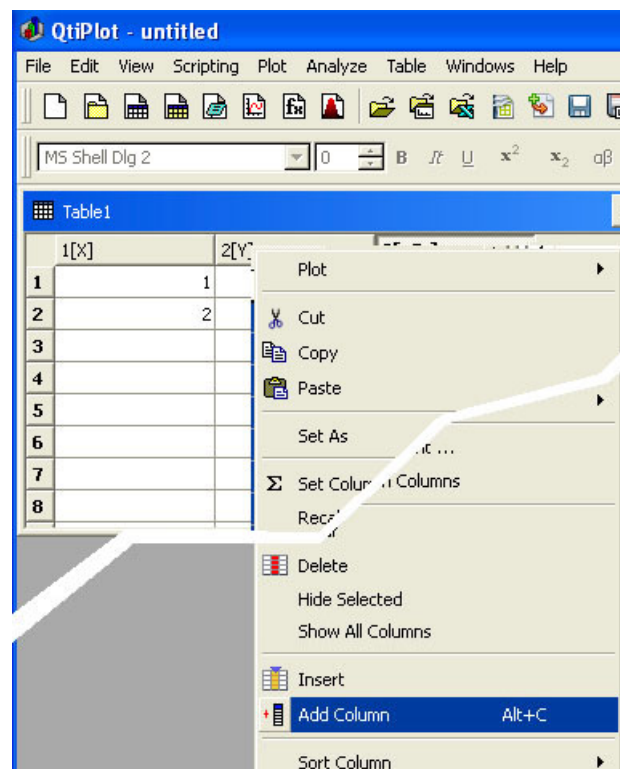
- 1) 4 Stellen genügen meistens
- 2) **Berechnungsweise der Unsicherheiten!**



Fehlerbalken zeigen

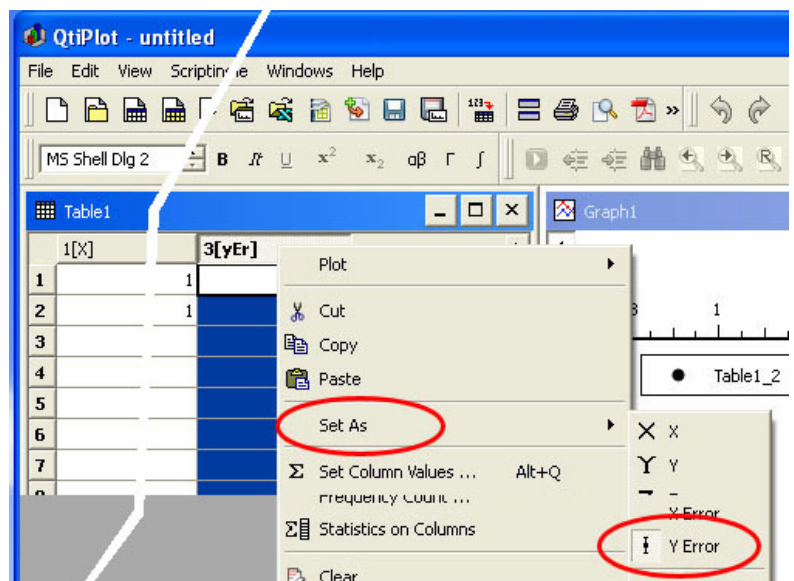
Neue Kolonne erstellen:

Rechts-Click in Tabelle und ..

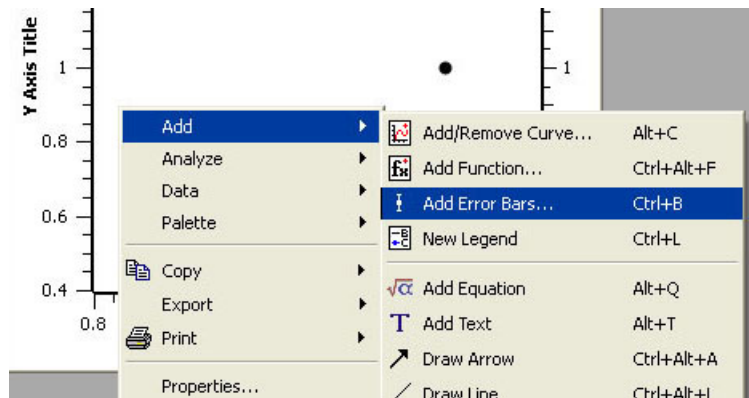


Als Fehler deklarieren:

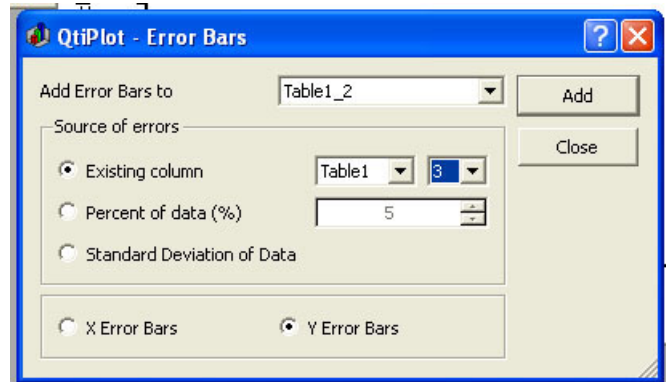
Rechts-Click in Kopf von Kolonne



Fehler darstellen:
 Rechts-Click in Graphik

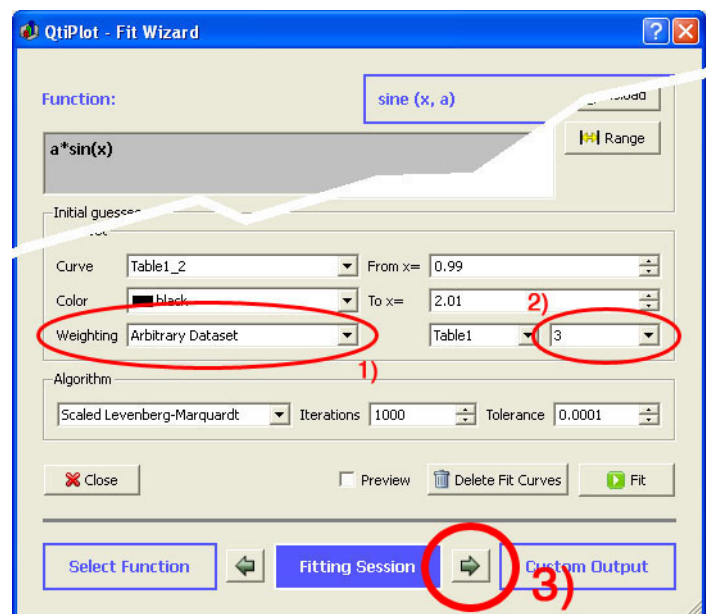


Kolonne angeben

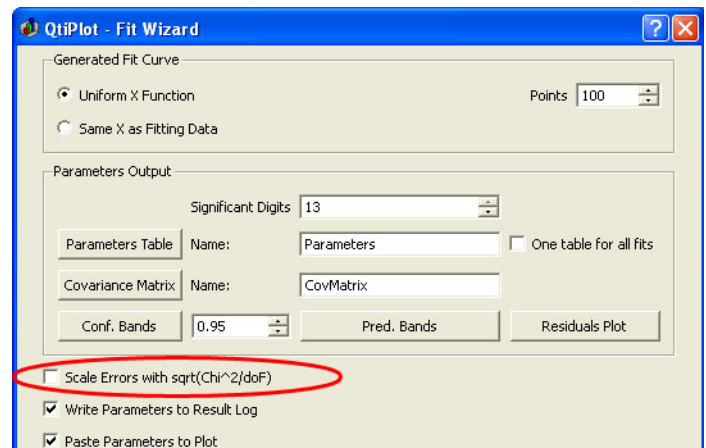


Gewichtete Regression

- 1), 2) Fehlerkolonne angeben
- 3) Einstellung ändern



Option anpassen!!



Plotbereich der gefitteten Funktion einstellen:

- Doppelklick auf Plot
- Funktion anwählen

