参考答案与提示

第 6 章　常微分方程

6.3　高阶线性微分方程

6.3.1　高阶线性微分方程解的结构

6.3.2　常系数线性微分方程

1、(1)　$y=C_1(x^2-1)+C_2(x-1)+1$　(2)　$y=C_1e^{3x}+C_2e^{-3x}$

(3)　$y=C_1+C_2e^{4x}$　　(4)　$\boldsymbol{y=(C_1+C_2x)e^x}$

(5)　$y=e^{-\frac{1}{2}x}(C_1\cos\frac{\sqrt{3}}{2}x+C_2\sin\frac{\sqrt{3}}{2}x)$

2、(1)　$y=C_1+C_2\cos x+C_3\sin x$

(2)　当$\lambda^2=1$时, $y=(C_1+C_2x)e^{-\lambda x}$

当$\lambda^2>1$时, $y=C_1e^{(-\lambda+\sqrt{\lambda^2-1})x}+C_2e^{(-\lambda-\sqrt{\lambda^2-1})x}$

当$\lambda^2<1$时, $y=e^{-\lambda x}(C_1\cos\sqrt{1-\lambda^2}x+C_2\sin\sqrt{1-\lambda^2}x)$

3、(1)　$y^*=xe^{3x}(ax^2+bx+c)$

(2)　$y^*=xe^{4x}[(ax+b)\cos 2x+(cx+d)\sin 2x]$

(3)　$y^*=e^x(a\cos x+b\sin x)$

(4)　$y^*=Ce^x+(ax+b)\cos x+(dx+e)\sin x$

4、(1)　$y=(C_1+C_2x)e^{2x}+\frac{1}{4}(1+x)$

(2)　$\boldsymbol{y=(C_1+C_2x)e^{2x}+\frac{1}{2}x^2e^{2x}}$

(3)　$y=C_1+C_2e^{-x}-\frac{1}{2}(\sin x+\cos x)$

5、(1)　$y=e^{-x}(x-\sin x)$　　(2)　$y=\frac{1}{24}\cos 3x+\frac{1}{8}\cos x$

6.3.3　欧拉方程

1、　$y=C_1x^3+C_2x^2+\frac{1}{2}x$

2、　$y=x[C_1\cos(\sqrt{3}\ln x)+C_2\sin(\sqrt{3}\ln x)]+\frac{1}{2}x\sin(\ln x)$

6.4　总习题

1、（1）C　　（2）D

2、(1)　$y''+2y'+5y=0$　（2）$x[(ax+b)\cos x+(dx+e)\sin x]$

3、(1)　$y=(C_1+C_2x)e^{2x}+\frac{1}{16}e^{-2x}+\frac{3}{4}$

(2)　$y=e^{-\frac{1}{2}x}(C_1\cos\frac{\sqrt{3}}{2}x+C_2\sin\frac{\sqrt{3}}{2}x)+\frac{3}{26}\cos 2x-\frac{1}{13}\sin 2x+\frac{1}{2}$

(3)　$y=(\frac{3}{4}+\frac{3}{2}x)e^x+\frac{1}{2}x^2e^x+\frac{e^{-x}}{4}$

(4)　$y=2xe^x\sin x$

4、$f(x)=\frac{1}{2}\sin x+\frac{x}{2}\cos x$

第 7 章　多元函数微分学及其应用

7.1　多元函数的概念

1、(1) $\{(x,y)|y > x^2, x^2 \le 1-y\}$

(2) $\{(x,y,z)|x^2+y^2 \ge z^2, x^2+y^2 \ne 0\}$　(3)不存在　(4)连续

3、(1) 0　　(2) 0

7.2　偏导数与全微分

1、(1) $\frac{1}{2}$　(2) $ye^{\sin(xy)}\cos(xy)$　(3) $e^{-xy}(x^2y-2x)$

(4) $(2e^{-y}-\frac{3}{2\sqrt{x}})dx-2xe^{-y}dy$　(5) $2dx$　(6) $0.25e$

2、(1) $f_x = x^{y-1}y^{z+1}$　$f_y = x^y y^z \ln x + x^y zy^{z-1}$　$f_z = x^y y^z \ln y$

(2) $z_x = (1+xy)^y \frac{y^2}{1+xy}$　$z_y = (1+xy)^y[\ln(1+xy)+\frac{xy}{1+xy}]$

3、$\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} = 0$　$\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2} = -\frac{1}{y^2}$

7.3　多元复合函数求导法

1、(1) $24t^3+3t^2-2t$　(2) $\frac{e^x(1+x)}{1+x^2e^{2x}}$　(3) $2xyf(\frac{y}{x})$或$2z$

2、(1) $u_x = f_1'+yf_2'+yzf_3'$　$u_y = xf_2'+xzf_3'$　$u_z = xyf_3'$

(2) $f_1'+xyf_{11}''-\frac{1}{y^2}f_2'-\frac{x}{y^3}f_{22}''$

(3) $2f'+4x^2f''$　$4xyf''$

(4) $-\sin y(\cos xf_{21}''+e^{x+y}f_{23}'')+e^{x+y}(f_3'+\cos xf_{31}''+f_{33}''e^{x+y})$

7.4　隐函数求导法

1、$\frac{2xy-y\cos(xy)}{x\cos(xy)-x^2}$　2、$\frac{2z^2-2z-z^3}{x^2(z-1)^3}$

3、$\frac{xF_1'}{z(F_1'+F_2')}$　$\frac{yF_2'}{z(F_1'+F_2')}$

4、(1) $-\frac{x(1+6z)}{2y(1+3z)}$　$\frac{x}{1+3z}$

(2) $\frac{f_2'g_1'+uf_1'(2yvg_2'-1)}{f_2'g_1'-(1-xf_1')(1-2yvg_2')}$　$\frac{g_1'(1-xf_1'-uf_1')}{f_2'g_1'-(1-xf_1')(1-2yvg_2')}$

7.5　多元函数微分学的几何应用

1、(1) $x-\frac{1}{4}=y-\frac{1}{3}=z-\frac{1}{2}$　(2) $x+y+\sqrt{2}z=\frac{\pi}{2}+4$

(3) $\frac{3}{\sqrt{22}}$　(4) $\frac{x-3}{3}=\frac{y-4}{4}=\frac{z-12}{12}$

2、$x+4y+6z=\pm 21$　3、$\frac{x+2}{27}=\frac{y-1}{28}=\frac{z-6}{4}$

4、$a=-5, b=-2$

7.6　方向导数与梯度

1、(1) $\frac{\sqrt{2}}{3}$　(2) $\frac{1}{2}$　(3) $\frac{2}{9}\{1,2,-2\}$

2、$\frac{1}{ab}\sqrt{2(a^2+b^2)}$　3、$\sqrt{3}$　4、$\frac{1}{\sqrt{21}}\{2,-4,1\}$　$\sqrt{21}$

7.7 多元函数极值及其求法

1、极小值：$f(-\frac{1}{4},-\frac{1}{2})=-\frac{1}{2\sqrt{e}}$

2、最大值 $z(2,1)=4$，最小值 $z(4,2)=-64$

3、$\frac{8abc}{3\sqrt{3}}$　　4、$d_{\max}=\sqrt{9+5\sqrt{3}}$　$d_{\min}=\sqrt{9-5\sqrt{3}}$

7.8 总 习 题

1、(1) 1　(2) $\frac{2y^3+xz\varphi'}{xy\varphi'}$　(3) $4f''_{11}+\frac{4}{y}f''_{12}+\frac{1}{y^2}f''_{22}$

(4) $\frac{1}{\sqrt{5}}(0,\sqrt{3},\sqrt{2})$

2、(1) C　(2) B　(3) D　(4) C

(5) A　(6) B

3、$f_1'+xyf''_{11}+2xye^{xy}f''_{12}+(xy+1)e^{xy}f_2'+xye^{2xy}f''_{22}+\varphi''$

$$dz=(yf_1'+ye^{xy}f_2'+\varphi')dx+(xf_1'+xe^{xy}f_2'+\varphi')dy$$

4、$e^{u+v}\frac{2[x(u-v)+y^2]}{u+v}$　$e^{u+v}\frac{2y(2x+u-v)}{u+v}$

7、点$(1,\frac{1}{2},1)$处 $\frac{x-1}{1}=\frac{y-\frac{1}{2}}{2}=\frac{z-1}{-2}$　$x+2y-2z=0$

点$(1,\frac{1}{2},-1)$处 $\frac{x-1}{1}=\frac{y-\frac{1}{2}}{2}=\frac{z+1}{2}$　$x+2y+2z=0$

8、（1）$x+y+\frac{1}{2}z-2=0$和$x+y+\frac{1}{2}z+2=0$　(2) $\frac{1}{3}$

9、最大值为 8，最小值为 0

第 8 章 重积分

8.1 重积分的概念与性质

1、$I_1=4I_2$

2、(1) $\iint_D \ln(x+y)dxdy < \iint_D [\ln(x+y)]^2 dxdy$

(2) $\iiint_\Omega (x^2+y^2+z^2)^2 dv \le \iiint_\Omega (x^2+y^2+z^2)dv$

3、(1) $36\pi \le I \le 100\pi$　(2) $-\frac{32\pi}{3}\le I \le \frac{32\sqrt[3]{3}\pi}{3}$

8.2 二重积分的计算法

8.2.1 利用直角坐标计算二重积分

1、(1) $\int_0^4 dx\int_x^{2\sqrt{x}} f(x,y)dy$ 或 $\int_0^4 dy\int_{\frac{y^2}{4}}^{y} f(x,y)dx$

(2) $\int_0^1 dx\int_{x-1}^{1-x} f(x,y)dy$

或 $\int_{-1}^0 dy\int_0^{1+y} f(x,y)dx+\int_0^1 dy\int_0^{1-y} f(x,y)dx$

(3) $\int_0^1 dy\int_{e^y}^{e} f(x,y)dx$　(4) $\int_{-1}^1 dy\int_{\frac{1}{2}(y-1)}^{\frac{1}{2}(y+1)} f(x,y)dx$

2、(1) -2　(2) $\frac{9}{4}$　(3) $\frac{1}{2}$　3、$\frac{7}{2}$　4、$\frac{4}{3}$

8.2.2 利用极坐标计算二重积分

1、(1) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta\int_0^{2R\sin\theta} f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta)\rho d\rho$

(2) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta\int_{\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}}^{\frac{1}{\cos\theta}} f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta)\rho d\rho$　(3) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta\int_0^R \rho^3 d\rho$

(4) $\int_0^{\arctan R} d\theta \int_0^R f(\tan\theta)\rho d\rho$

2、(1) $\frac{\pi^2}{6}$ (2) πR^3 (3) $\frac{\pi}{4}(2\ln 2-1)$ 3、$\frac{16}{9}(3\pi-4)$

8.3 三重积分的计算法

8.3.1 直角坐标系下三重积分的计算法

1、(1) $\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_0^{xy} f(x,y,z)dz$

(2) $\int_{-2}^{2} dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} dy \int_0^{x+y+10} f(x,y,z)dz$

(3) $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} dx \int_{-\sqrt{1-4x^2}}^{\sqrt{1-4x^2}} dy \int_{3x^2+y^2}^{1-x^2} f(x,y,z)dz$

2、(1) $\frac{5}{2}$ (2) 0 (3) 72π

8.3.2 柱面坐标系下三重积分的计算法

1、(1) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\sqrt{3}} \rho d\rho \int_{\frac{\rho^2}{3}}^{\sqrt{4-\rho^2}} f(\rho^2)dz$

(2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^1 \rho d\rho \int_0^1 f(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta, z)dz$

2、(1) 8π (2) $\frac{7\pi}{12}$ (3) 336π 3、$\frac{32}{3}\pi$

8.3.3 球面坐标系下三重积分的计算法

1、(1) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin\varphi d\varphi \int_0^{4\cos\varphi} f(r^2\sin^2\varphi, r^3\cos^3\varphi) r^2 dr$

(2) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\varphi d\varphi \int_0^1 f(r\sin\varphi\cos\theta, r\sin\theta\sin\varphi,$

$r\cos\varphi)r^2 dr$

2、(1) $\frac{\pi}{8}$ (2) $\frac{4}{5}\pi R^5$ (3) $\frac{3968}{15}\pi$ (4) $\frac{\pi}{10}$

8.4 重积分的应用

1、$\sqrt{2}\pi$ 2、$(0,0,\frac{5}{4}R)$ 3、$(0,\frac{4b}{3\pi})$

4、$\frac{96}{7}$ 5、$\frac{3}{2}\pi R^4 \mu H$

8.5 总习题

1、(1) 0

(2) $\int_{-1}^{0} dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx + \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y}}^{\sqrt{1-y}} f(x,y)dx$

2、(1) A (2) B (3) C

3、(1) $e^{-\frac{1}{2}}$ (2) $\frac{3}{8}e-\frac{1}{2}\sqrt{e}$ (3) 80π

(4) $\frac{\pi^2}{8}-\frac{\pi}{4}$ (5) $\frac{1}{3}R^3(\pi-\frac{4}{3})$

6、(1) $\frac{31}{15}\pi$ (2) $\ln\sqrt{2}-\frac{5}{16}$ (3) $\frac{256}{3}\pi$ (4) $\frac{59}{480}\pi R^5$

7、$2\pi\ t[\frac{h^3}{3}+hf(t^2)]$ 8、1 9、$\frac{16}{3}a^2\pi$

10、 (1) $(0,0,\frac{7}{15}a^2)$ (2) $\frac{112}{45}\mu a^6$

第 9 章　曲线积分与曲面积分

9.1　曲线积分

9.1.1　对弧长的曲线积分

1、(1) $\sqrt{2}$　　(2) π

2、(1) $\frac{5\sqrt{5}-1}{12}+\frac{\sqrt{2}}{2}$　　(2) $e^{a}(2+\frac{\pi}{4}a)-2$　　(3) π

3、$a^{2}\pi\sqrt{a^{2}+k^{2}}(2a^{2}+\frac{8}{3}k^{2}\pi^{2})$

9.1.2　对坐标的曲线积分

1、(1) $-\frac{56}{15}$　(2) 13　(3) -2π　(4) $-\frac{\pi}{2}a^{3}$　(5) 14

2、$\int_{L}[\sqrt{2x-x^{2}}P(x,y)+(1-x)Q(x,y)]ds$

9.2　格林公式及其应用

1、(1) -18π　(2) 4　2、(1) -2π　(2) $a^{2}\pi$　3、$\frac{\pi^{2}}{4}$

4、$x^{4}y^{3}-3xy^{2}+5x-4y+C$　　5、$\frac{3}{8}a^{2}\pi$

9.3　曲面积分

9.3.1　对面积的曲面积分

1、(1) $\frac{4}{3}\pi R^{4}$　(2) $\frac{32}{9}\sqrt{2}$　(3) $2\pi\arctan\frac{H}{R}$　2、$\frac{1}{2}\pi^{2}R^{3}$

9.3.2　对坐标的曲面积分

1、(1) $-\frac{2}{3}\pi$　　(2) $\frac{2\pi}{105}R^{7}$　　(3) $\frac{3}{2}\pi$

2、$\iint_{\Sigma}(\frac{3}{5}P+\frac{2}{5}Q+\frac{2\sqrt{3}}{5}R)dS$　　3、$\frac{1}{2}$

9.4　高斯公式　通量与散度

1、(1) $3V$　　(2) $2x-6yz$

2、(1) $\frac{6}{5}a^{5}\pi$　　(2) $-\frac{\pi}{4}h^{4}$　　(3) 4π　　3、108π

9.5　斯托克斯公式　环流量与旋度

1、$(0,0,0)$

2、(1) $-\sqrt{3}\pi R^{2}$　　(2) $-2\pi a(a+b)$　3、2π

9.6　总习题

1、(1) $12a$　(2) -6π　(3) $\frac{4}{3}\pi R^{4}(\alpha^{2}+\beta^{2}+\gamma^{2})$　(4) 0

2、(1) D　(2) A　(3) D　(4) C

3、(1) $2a^{2}$　(2) 18π　(3) $\frac{4}{3}$　(4) $\frac{\sqrt{2}}{16}\pi$

(5) $(\frac{\pi}{2}+2)a^{2}b-\frac{\pi}{2}a^{3}$　(6) 当 $R<1$ 时 0　当 $R>1$ 时 π

(7) $-\frac{4}{\pi}$　　4、$\frac{1}{2}$　　5、$x^{2}+2y-1$

6、(1) $4R^{2}\pi(R^{2}+a^{2}+b^{2}+c^{2})$

(2) $\frac{64\sqrt{2}}{15}a^{4}$　(3) $\frac{29\pi}{20}a^{5}$　(4) 34π

(5) 不包围原点 0，包围原点时 4π

7、-24

第 10 章　无穷级数

10.1　常数项级数的概念与性质

1、(1) 收敛 ， 2　　(2) 发散　2、(1) 发散　　(2) 收敛

3、(1) 收敛　　(2) 发散　　(3) 收敛　　(4) 发散

10.2　常数项级数的审敛法

1、(1) 发散　(2) 收敛　(3) 收敛　　(4) 收敛

　(5) 收敛　(6) 当 0< a ≤1 时发散　　当 a > 1 时收敛

2、(1) 收敛　(2) 收敛　(3) 收敛

3、(1) 收敛　(2) 发散　(3) 当 b < a 时收敛　当 b > a 时发散

4、(1) 条件收敛　　(2) 绝对收敛　　(3) 绝对收敛

　(4) 当 0< p ≤1 时条件收敛　　当 p > 1 时绝对收敛

　(5) 条件收敛

10.3　幂级数

1、(1) $R=1$　$(-1,1)$　　(2) $(-\infty,+\infty)$　　(3) 绝对收敛

2、(1) $[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$　　(2) $(-\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})$　　(3) $[-\frac{3}{2},-\frac{1}{2})$

3、(1) $\dfrac{2x}{(1-x^2)^2}, x\in(-1,1)$

　(2) $\dfrac{1}{2}\arctan x+\dfrac{1}{4}\ln\dfrac{1+x}{1-x}-x, x\in(-1,1)$

10.4　将函数展开成幂级数

1、(1) $\cos^2 x=1+\sum\limits_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\dfrac{(2x)^{2n}}{2(2n)!}\quad -\infty<x<+\infty$

　(2) $(1+x)\ln(1+x)=x+\sum\limits_{n=2}^{+\infty}(-1)^n\dfrac{x^n}{(n-1)n}\quad -1<x\le 1$

　(3) $\dfrac{1}{(1+x)^2}=\sum\limits_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n-1}nx^{n-1}\quad -1<x<1$

2、$\dfrac{1}{x^2+4x+3}=\sum\limits_{n=0}^{+\infty}(-1)^n(\dfrac{1}{2^{n+2}}-\dfrac{1}{2^{2n+3}})(x-1)^n, -1<x<3$

3、$\ln(3+x)=\ln 4+\sum\limits_{n=0}^{+\infty}(-1)^n\dfrac{1}{4^{n+1}(n+1)}(x-1)^{n+1}, -3<x\le 5$

4、$\sin x=\dfrac{1}{2}\sum\limits_{n=0}^{+\infty}(-1)^n[\dfrac{(x+\frac{\pi}{3})^{2n+1}}{(2n+1)!}-\sqrt{3}\dfrac{(x+\frac{\pi}{3})^{2n}}{(2n)!}]\quad -\infty<x<+\infty$

10.5　傅里叶级数

1、0　$\dfrac{\pi^2+\pi}{2}$　$\dfrac{\pi^2}{4}$

2、$f(x)=3x^2+1=\pi^2+1+\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{12}{n^2}(-1)^n\cos nx\quad -\infty<x<+\infty$

3、$x=\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{2}{n}\sin nx$， $x\in(-\pi,\pi)$

4、正弦级数：$f(x)=\dfrac{2}{\pi}\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\dfrac{1-\cos nh}{n}\sin nx, 0<x\le\pi 且 x\ne h$

　余弦级数：$f(x)=\dfrac{h}{\pi}+\dfrac{2}{\pi}\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\dfrac{\sin nh}{n}\cos nx, 0\le x\le\pi 且 x\ne h$

10.6　一般周期函数的傅里叶级数

1、$f(x)=\dfrac{5}{2}-\dfrac{4}{\pi^2}\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{(2n-1)^2}\cos(2n-1)\pi x\quad x\in[-1,1]$

2、 正弦级数：$x=\dfrac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n+1}}{n}\sin\dfrac{n\pi x}{2}, x\in[0,2)$

10.7 总习题

1、(1) 8 (2) 2 (3) $-\ln(1-x)$ $(-1\le x<1)$

(4) $2e$ (5) $-\dfrac{3}{4}\pi$ ， $\dfrac{2}{3}-\dfrac{2}{9\pi}$

2、(1) B (2) B (3) A (4)C (5) B

3、(1) 发散 (2) 收敛 (3) 当 0< a <1 时收敛，当 a >1 时发散，当 a =1 时，$s>1$ 收敛，0< s ≤1 发散

4、(1) 绝对收敛 (2)条件收敛

5、(1) $\dfrac{2x^2}{1+x^2}+\ln(1+x^2)$ $x\in(-1,1)$ (2) $\dfrac{2x}{(1-x)^3}$ $x\in(-1,1)$

6、 $\dfrac{5}{8}-\dfrac{3}{4}\ln 2$

7、(1) $\ln(1+x-2x^2)=\sum_{n=1}^{+\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}2^n-1}{n}x^n$ $-\dfrac{1}{2}<x\le\dfrac{1}{2}$

(2) $\dfrac{1}{2x^2+x-3}=\sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^n\dfrac{1}{5}[\dfrac{1}{2^{n+1}}-(\dfrac{2}{9})^{n+1}](x-3)^n$ $1<x<5$

8、(1) $x=\dfrac{\pi}{2}-\sum_{n=1}^{+\infty}\dfrac{4}{\pi(2n-1)^2}\cos nx$ $x\in(0,\pi)$

(2) $x=\dfrac{\pi}{2}-\sum_{n=1}^{+\infty}\dfrac{1}{n}\sin 2nx$ $x\in(0,\pi)$

9、 $f(x)=\dfrac{\pi-x}{2}=\sum_{n=1}^{+\infty}\dfrac{1}{n}\sin nx$ $x\in(0,\pi]$， $\dfrac{\pi}{4}$

10、提示：在 $x_0=0$ 处展开成一阶泰勒级数

第 11 章 复变函数与解析函数

11.1 复数及其运算

1、(1) $-\dfrac{3}{2}$ ， $\dfrac{3}{2}$ ， $-\dfrac{3}{2}-\dfrac{3}{2}i$ ， $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$， $\dfrac{3}{4}\pi$

(2) $-\dfrac{7}{2}-13i$ (3) $-8i$

2、(1) A (2) D

3、 $\sqrt{2}[\cos(-\dfrac{3\pi}{4})+i\sin(-\dfrac{3\pi}{4})]$

4、 $w_0=\sqrt[6]{2}e^{-\frac{\pi}{12}i}=\sqrt[6]{2}(\cos\dfrac{\pi}{12}-i\sin\dfrac{\pi}{12})$

$w_1=\sqrt[6]{2}e^{\frac{7\pi}{12}i}=\sqrt[6]{2}(\cos\dfrac{7\pi}{12}+i\sin\dfrac{7\pi}{12})$

$w_2=\sqrt[6]{2}e^{\frac{5\pi}{4}i}=\sqrt[6]{2}(\cos\dfrac{5\pi}{4}+i\sin\dfrac{5\pi}{4})$

11.2 复数函数

1、 $u^2+v^2=\dfrac{1}{4}$ 2、$-\dfrac{1}{2}$ 3、除 $z=\pm i$ 外处处连续

11.3 解析函数

1、(1) $3z^2+2i$ (2) $-i,0, i$.

2、(1) A (2) C

3、 $l=-3, m=1, n=-3$

$f(z)=(y^3-3x^2y)+i(x^3-3xy^2)=z^3i$ $f'(z)=3z^2i$

4、 仅在 $y=\pm\sqrt{\dfrac{2}{3}}x$ 上可导，处处不解析

11.4 初等函数

(1) $\ln\sqrt{2}+i(\frac{\pi}{4}+2k\pi)$ $k=0,\pm1,\cdots,$ $\ln\sqrt{2}+i\frac{\pi}{4}$

(2) $e^{-(\frac{\pi}{4}+2k\pi)}[\cos(\ln\sqrt{2})+i\sin(\ln\sqrt{2})]$

第 12 章 复变函数的积分

12.1 复数函数积分的概念

1、(1) $6+\frac{26}{3}i$ (2) $6+\frac{26}{3}i=\frac{1}{3}(3+i)^3$

2、 $-\frac{1}{6}+\frac{5}{6}i$ 3、$\frac{2}{3}(1+i)$

12.2 基本积分定理

1、0 2、0 3、0 4、$-\frac{1}{2}\sin\pi^2$

12.3 基本积分公式

1、(1) $2\pi i$ 2、 $2\pi ie^{-1}-\pi ie^{-\frac{1}{2}}$ 3、 0

4、当$|\alpha|>1$时等于 0 当$|\alpha|<1$时等于$-\pi ie^{\alpha i}$

第 13 章 复变函数的级数与留数定理

13.1 复变函数项级数

1、(1) $R=\frac{\sqrt{2}}{2}$ (2) $R=1$ (3) $R=1$

2、(1) D (2) A

13.2 泰勒级数

1、 (1) $f(z)=\frac{1}{i}z+z^3-\frac{1}{i}z^4+\cdots$ $|z|<1$

(2) $f(z)=-\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{z^{n+1}}{n+1}$ $|z|<1$

2、 $f(z)=\sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^n(\frac{1}{2^{2n+1}}-\frac{1}{3^{n+1}})(z-2)^n$ $|z-2|<3$

13.3 洛朗级数

1、$f(z)=-\frac{2}{z}-4-\frac{4}{3}z-\cdots$ $0<|z|<+\infty$

2、$f(z)=\sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^n\frac{2^n}{z^{n+2}}$ $2<|z|<+\infty$

3、$f(z)=\sum_{n=1}^{+\infty}nz^{n-2}$ $0<|z|<1$

4、$f(z)=\sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^n(z-1)^{n-2}$ $0<|z-1|<1$

5、$f(z)=\sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^n\frac{1}{(z-1)^{n+3}}$ $1<|z-1|<+\infty$

13.4 留数与留数定理

1、(1) $-\frac{1}{2}$ ， $\frac{3}{2}$ (2) 2 ，1

2、(1) A (2) B (3) C (4) C

3、(1) $2\pi i$ (2) $-\frac{\pi}{2}i$

复变函数总习题

1、(1) $5^{\frac{1}{6}}e^{i\frac{\arctan 2+(2k-1)\pi}{3}}$ $k=0,1,\cdots$ (2) $-8i$

(3) $\ln 3+i(2k\pi-\frac{\pi}{2})$ $k=0,\pm1,\cdots$ (4) $e^{-(2k\pi+\frac{\pi}{2})}$ $k=0,\pm1,\cdots$

(5) $R=1$ $|z-i|\le 1$ (6) $n-m$，极

2、(1) B (2) C (3) A (4) C

3、$2-2\sqrt{3}i$

4、处处解析 $f'(z)=e^{z}(1+z)$

5、(1) $\sqrt{2}\pi i$ (2) $-\frac{2\pi i}{5!}$ (3) 0 (4) $-4\pi i$

6、(1) $f(z)=\sum\limits_{n=0}^{+\infty}(-1)^n\frac{4^n}{(z-3)^{n+2}}$ $4<|z-3|<+\infty$

(2) $f(z)=\sum\limits_{n=0}^{+\infty}(-1)^n(\frac{1}{z^{n+1}}+\frac{2}{z^{n+2}})$ $1<|z|<+\infty$