$\mathbf{s} = \omega^{\omega}$ Aktual unendliche, fraktale Superial-Zahlen
Mit Primzahlen ins Unendliche

← *Primzahlprodukt-Vermutung*

Überrationalitätsvermutung (Beweis)

Lässt sich die Wurzel aus Zwei als Bruch mit aktual unendlich großen Quotienten ausdrücken?

Die Antwort ist ja. Und dies gilt generell für die Koordinaten aller algebraischen Zahlen, von denen viele irrational sind und Wurzeln entsprechen

▾ Notizen

Seitenstruktur
• Als erstes feststellen, dass Produkte von s mit Brüchen unendlich vieler Primzahlen endlicher Potenzen in Zähler und Nenner ganze Zahlen sind und erst dann die Frage stellen, ob diese reellen Anteilen algebraischer Zahlen, wie $\sqrt{2}$, entsprechen.

Fragen
• Falls die algebraischen reellen Zahlen Faktoren von s sind, die ganze Zahlen ergeben:
– Werden diese dann beim Zählen der ganzen Superial-Zahlen mitgezählt oder nur die rationalen Koeffizienten?
– Anders gefragt: gibt es dann immer noch $\frac{\mathrm{s}}{2\cdot\omega}$ rationale Zahlen im Intervall zwischen Null und ausschließlich Eins, oder müssen wir das korrigieren?

Nachdem wir in der **Einleitung** und in der **formalen Entwicklung** geklärt haben, dass ein Produkt unserer superialen Basis s mit jeder endlichen rationalen Zahl[1] q eine **unendliche natürliche Zahl aus** $\mathbb{N}_\infty$ ist; und im Besonderen eine natürliche Superial-Zahl aus $\mathbb{S}_N$:

$$(\forall q \in \mathbb{Q})\,[\; q \cdot \mathrm{s} \quad \in \quad \mathbb{N}_\infty \;] \qquad \text{(SN.ÜV.1)}$$

$$(\forall q \in \mathbb{Q})\,[\; q \cdot \mathrm{s} \quad \in \quad \mathbb{S}_N \;] \qquad \text{(SN.ÜV.2)}$$

Stellt sich nun die Frage, ob auch bestimmte irrationale Zahlen diese Eigenschaft erfüllen.

Ich vermute, dass dies für die Realanteile der algebraischen Zahlen[2] $\mathbb{A}_R$ gilt.

$$(\forall a \in \mathbb{A}_R)\left[\, a \cdot \mathrm{s} \quad \overset{?}{\in} \quad \mathbb{N}_\infty \,\right] \tag{SN.ÜV.3}$$

$$(\forall a \in \mathbb{A}_R)\left[\, a \cdot \mathrm{s} \quad \overset{?}{\in} \quad \mathbb{S}_N \,\right] \tag{SN.ÜV.4}$$

Dies wäre schon etwas sehr besonderes.

Hier ist zu bemerken, dass algebraische Zahlen grundsätzlich komplexe Zahlen[3], also Zahlen auf der Gaußschen Zahlenebene mit imaginärem Anteil, sein können. Deshalb habe ich sie hier auf ihre realen Anteile – oder auf die Faktoren beziehungsweise Koeffizienten ihrer Koordinaten – begrenzt.

Die realen Koeffizienten der algebraischen Zahlen müssen demnach also Anteile des Primzahl-Flächenprodukts von s sein. Oder sie müssen multipliziert mit Anteilen des Primzahl-Flächenprodukts von s ganze Zahlen ergeben. Beides ist allerdings nur möglich, wenn die realen Anteile der algebraischen Zahlen durch Brüche unendlicher ganzer Zahlen dargestellt werden können. Hier beginnt nun die Crux und hier wird es nachfolgend sehr spannend und erkenntnisreich.

Interessanterweise sind die algebraischen Zahlen, genau wie die rationalen Zahlen, abzählbar.[4] Dies gibt uns im Lichte der hier auch entwickelten **Ableitungen und Integrale** mit Superial-Zahlen den Hinweis, dass die realen Koeffizienten der algebraischen Zahlen tatsächlich zu den Superial-Zahlen gehören.

Beweis, dass die Wurzel aus Zwei keine rationale Zahl ist

Um in die Thematik einzusteigen und zu lernen, worum es geht und was die Eigenschaften der Koeffizienten der algebraischen Zahlen bezüglich ihrer Darstellung durch Brüche ganzer Zahlen sind, schauen wir uns hier einmal exemplarisch den Widerspruchsbeweis an, der zeigt, dass die Wurzel aus Zwei $\sqrt{2}$ keine rationale Zahl ist.

> Dazu stellen wir einmal fest, wie wir die Wurzel aus Zwei durch eine Potenz von 2 beschreiben können:
>
> $$\sqrt{2} \quad = \quad \pm 2^{\frac{1}{2}} \tag{SN.ÜV.5}$$
>
> $$\Rightarrow \qquad \left|\sqrt{2}\right| \quad = \quad 2^{\frac{1}{2}} \tag{SN.ÜV.6}$$
>
> Sei die Wurzel aus Zwei beziehungsweise der halbe Potenz von Zwei als rationaler Bruch – aus endlichen natürlichen Zahlen – darstellbar:
>
> $$\left(\exists a \in \mathbb{N} \land b \in \mathbb{N}^+\right)\left[\, 2^{\frac{1}{2}} \quad = \quad \frac{a}{b} \,\right] \tag{SN.ÜV.7}$$
>
> Dann ist klar, dass es für diesen Bruch einen Nenner und einen Zähler geben muss, die teilerfremd sind:

$$\Rightarrow \quad \exists\,(a \perp b\,] \tag{SN.ÜV.8}$$

Die Ausgangsbedingung ist nun äquivalent mit

$$2^{\frac{1}{2}} = \frac{a}{b} \tag{SN.ÜV.9}$$

$$\Leftrightarrow \quad 2 = \frac{a^2}{b^2} \tag{SN.ÜV.10}$$

$$\Leftrightarrow \quad 2 \cdot b^2 = a^2 \tag{SN.ÜV.11}$$

woraus wir direkt erkennen, dass a^2 durch $2^2 = 4$ teilbar sein muss:

$$\Rightarrow \quad 2 \mid a^2 \tag{SN.ÜV.12}$$

$$\Leftrightarrow \quad 2 \mid a \tag{SN.ÜV.13}$$

$$\Leftrightarrow \quad 4 \mid a^2 \tag{SN.ÜV.14}$$

Aus der gleichen, abermals angewandten Formel erkennen wir aber auch, dass dann ebenso b^2 durch $2^2 = 4$ teilbar sein muss:

$$2 \cdot b^2 = a^2 \tag{SN.ÜV.15}$$

$$\Rightarrow \quad 2 \mid b^2 \tag{SN.ÜV.16}$$

$$\Leftrightarrow \quad 2 \mid b \tag{SN.ÜV.17}$$

$$\Leftrightarrow \quad 4 \mid b^2 \tag{SN.ÜV.18}$$

Dann erkennen wir weiterhin, dass a^2 durch $2^3 = 8$ und schließlich durch $2^4 = 16$ teilbar sein muss:

$$2 \cdot b^2 = a^2 \tag{SN.ÜV.19}$$

$$\Rightarrow \quad 8 \mid a^2 \tag{SN.ÜV.20}$$

$$\Leftrightarrow \quad 8 \mid a \tag{SN.ÜV.21}$$

$$\Leftrightarrow \qquad 16 \mid a^2 \tag{SN.ÜV.22}$$

$$\vdots \tag{SN.ÜV.23}$$

$$2 \cdot b^2 \quad = \quad a^2 \tag{SN.ÜV.24}$$

$$\Rightarrow \qquad (\forall x \in \mathbb{N}) \left[\, 2^x \mid a \,\right] \tag{SN.ÜV.25}$$

$$\Rightarrow \qquad (\forall x \in \mathbb{N}) \left[\, 2^x \mid b \,\right] \tag{SN.ÜV.26}$$

Und immer so fort, für alle ganzen endlichen Exponenten 2^x.

Daraus folgt dann, dass für all diese endlichen Exponenten keine Teilerfremdheit existiert:

$$\Rightarrow \qquad \neg\,(a \perp b) \tag{SN.ÜV.27}$$

$$\Rightarrow \qquad \neg\left(\frac{a}{2} \perp \frac{b}{2}\right) \tag{SN.ÜV.28}$$

$$\Rightarrow \qquad \neg\left(\frac{a}{4} \perp \frac{b}{4}\right) \tag{SN.ÜV.29}$$

$$\vdots \tag{SN.ÜV.30}$$

$$\Rightarrow \qquad (\forall x \in \mathbb{N}) \left[\, \neg\left(\frac{a}{2^x} \perp \frac{b}{2^x}\right) \,\right] \tag{SN.ÜV.31}$$

$$\Rightarrow \qquad (\forall a, x \in \mathbb{N}) \left(\forall b \in \mathbb{N}^+\right) \left[\, \nexists \left(\frac{a}{2^x} \perp \frac{b}{2^x}\right) \,\right] \tag{SN.ÜV.32}$$

Dies seht im Widerspruch zu der Eingangsfeststellung, dass es für den gesuchten Bruch – aus endlichen natürlichen Zahlen – einen Nenner und einen Zähler geben muss, die teilerfremd sind.

Aufgrund des Widerspruchs also können wir schließen, dass es keinen rationalen Bruch mit endlichem ganzen Nenner und Zähler gibt, der die Wurzel aus Zwei darstellen kann

$$\Rightarrow \qquad \left(\nexists a \in \mathbb{N} \wedge b \in \mathbb{N}^+\right) \left[\, 2^{\frac{1}{2}} \quad = \quad \frac{a}{b} \,\right] \ , \tag{SN.ÜV.33}$$

was wir zeigen wollten.

Doch unser Beweis hilft uns glücklicherweise dabei zu verstehen, wie ein Bruch ganzer Zahlen beschaffen sein muss, der die Wurzel aus Zwei darstellen kann.

Beweis der Überrationalitätsvermutung für die Wurzel aus Zwei

So verstanden und allgemeiner ausgedrückt, ergibt sich die Struktur der Lösung wie folgt:

$$(\forall x \in \mathbb{N}_\infty)\,(\forall n \in \mathbb{N})\,(n < x)\left[\,2^{\frac{1}{2}} \quad = \quad \frac{2^{x+\frac{1}{2}}}{2^x}\,\right] \tag{SN.ÜV.34}$$

Der obige Widerspruchsbeweis erzeugt eine Lösung des Problems darüber, dass Nenner und Zähler immer wieder durch 2 teilbar sein müssen. Und dies entspricht der Aussage, dass die sich im Beweis zeigende, notwendig fortlaufende Teilbarkeit einer vollständigen Induktion[5] der Teilbarkeit entspricht.

Für die vollständige Induktion verwenden wir das **Symbol** ω mit dem ihr entsprechenden aktual unendlich großen Wert. Und ω setzen wir nun in die vorstehende Formel ein, womit die Bedingung der fortlaufenden Teilbarkeit erfüllt ist:

$$2^{\frac{1}{2}} \quad = \quad \frac{2^{\omega+\frac{1}{2}}}{2^\omega} \tag{SN.ÜV.35}$$

$$\Leftrightarrow \qquad 2^{\frac{1}{2}} \quad = \quad \frac{2^\omega \cdot 2^{\frac{1}{2}}}{2^\omega} \tag{SN.ÜV.36}$$

Hierdurch können wir nun beliebig endlich oft – und damit potenziell endlos – die Zwei im Bruch kürzen.

Im Zähler hilft uns dies aber nicht wirklich weiter, da er, wie wir sehen, in einen Anteil zerlegt werden kann, der dem Nenner entspricht und der übrige Faktor ist genau die Wurzel aus Zwei, die ein wesentlicher Teil unseres Problems ist, wofür wir eine Lösung suchen.

Führt das wirklich zur Lösung unseres Problems, wenn wir nicht mehr darauf bestehen, dass Nenner und Zähler endliche Zahlen sein müssen?

Wir können nun schon einmal sehen, dass der Nenner des Bruchs tatsächlich eine unendlich große ganze Zahl ist, weil es sich um eine unendliche ganze Potenz einer endlichen ganzen Zahl handelt:

$$2^\omega \quad \in \quad \mathbb{N}_\infty \tag{SN.ÜV.37}$$

Aber ist der Zähler des Bruchs auch eine unendlich große ganze Zahl?

Eine auf den ersten Blick nicht gleich realistisch erscheinende Möglichkeit ist, das es ja durchaus sein könnte, dass der Zähler ansich bereits so wie er ist, genau wie der Nenner, eine ganze Zahl darstellt.

Ich komme darauf, weil uns der obige Widerspruchsbeweis einen Hinweis darauf gibt, dass die Darstellung der Wurzel aus Zwei mit einem Bruch aus zwei ganzen Zahlen nur dann möglich ist, wenn beliebig endlich oft – und damit potenziell endlos – Zweien gekürzt werden können. Die Lösung könnte also sein, dass eine aktual unendlich große natürliche Potenz von Zwei multipliziert mit der Wurzel aus Zwei einfach schon eine ganze unendlich große Zahl ergibt. Denn so erhalten wir, in einem Exponenten zusammengefasst, einen unendlich großen ganzen Exponenten plus Einhalb. Und anders als das bei endlichen Exponenten, die rationale Anteile in der Summe haben, der Fall ist, ergibt unser Exponent direkt eine ganze Zahl.

Der Widerspruchsbeweis enthält eine Vorschrift, wie die Lösung aussieht: Auch der so konstruierte Zähler des Bruchs muss eine unendlich große ganze Zahl sein, wie der Beweis zeigt, eben einfach schon dadurch, dass er beliebig endlich oft durch 2 teilbar ist. Mit anderen Worten, der Faktor 2^ω vor $2^{\frac{1}{2}}$ macht, nach unserem Beweis, aus der Wurzel aus Zwei eine ganze unendlich große Zahl:

$$2^{\omega+\frac{1}{2}} \quad \in \quad \mathbb{N}_\infty \qquad \text{(SN.ÜV.38)}$$

$$\Leftrightarrow \qquad 2^\omega \cdot 2^{\frac{1}{2}} \quad \in \quad \mathbb{N}_\infty \qquad \text{(SN.ÜV.39)}$$

Darüber hinaus müssen der Nenner b und der Zähler a die im Beweis abgeleitete Bedingung erfüllen:

In die Bedingung des Beweises

$$2 \cdot b^2 \quad = \quad a^2 \qquad \text{(SN.ÜV.40)}$$

unseren Lösungsansatz eingesetzt, führt zu

$$a \quad = \quad 2^{\omega+\frac{1}{2}} \qquad \text{(SN.ÜV.41)}$$

$$b \quad = \quad 2^\omega \qquad \text{(SN.ÜV.42)}$$

$$\Rightarrow \qquad 2 \cdot \left(2^\omega\right)^2 \quad = \quad \left(2^{\omega+\frac{1}{2}}\right)^2 \qquad \text{(SN.ÜV.43)}$$

$$\Leftrightarrow \qquad 2 \cdot 2^{2\omega} \quad = \quad 2^{2\omega+2\frac{1}{2}} \qquad \text{(SN.ÜV.44)}$$

$$\Leftrightarrow \qquad 2^{2\omega+1} \quad = \quad 2^{2\omega+1} \quad , \qquad \text{(SN.ÜV.45)}$$

was zu zeigen war.

Damit haben wir bewiesen, dass unsere Lösung die Wurzel aus Zwei als Bruch aus ganzen Zahlen darstellt, wenn der Nenner und der Zähler unendlich groß, im Bereich der vollständigen Induktion, sind.

Die Wurzel aus Zwei und die natürlichen Superial-Zahlen

Wie wir wissen ist 2^{ω} ein Teil des Produkts von s:

$$\frac{\mathrm{s}}{2^{\omega}} \quad \in \quad \mathbb{N}_{\infty} \qquad \text{(SN.ÜV.46)}$$

So macht es dann auch Sinn, dass ein Produkt aus unserer superialen Basis s mit der Wurzel aus Zwei eine natürliche Superial-Zahl ergibt, weil zwei unendlich große ganze Zahlen multipliziert werden:

$$2^{\omega} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\mathrm{s}}{2^{\omega}} \quad :\in \quad \mathbb{S}_N \qquad \text{(SN.ÜV.47)}$$

$$\Leftrightarrow \qquad \frac{2^{\omega} \cdot 2^{\frac{1}{2}}}{2^{\omega}} \cdot \mathrm{s} \quad :\in \quad \mathbb{S}_N \qquad \text{(SN.ÜV.48)}$$

$$\Leftrightarrow \qquad 2^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{s} \quad :\in \quad \mathbb{S}_N \qquad \text{(SN.ÜV.49)}$$

Auf diese Weise erhalten die natürlichen und die ganzen Superial-Zahlen eine sehr wesentliche und interessante Erweiterung und die Mathematik gewinnt fundamentale Erkenntnisse.

Denn wie wir im folgenden zeigen werden, können wir diese Erweiterung auf alle algebraischen Koeffizienten erweitern.

Beweis der Überrationalitätsvermutung

Erweiterung des Beweises auf alle algebraischen Koeffizienten, die irrationale Zahlen sind

Der oben gezeigte Widerspruchsbeweis lässt sich direkt von der Wurzel aus Zwei auf die Wurzel aus einer beliebigen endlichen Primzahl erweitern. Aufgrund der Potenzgesetze gilt dies dann auch für die Wurzel aus einem beliebigen Produkt endlicher Primzahlen und so für die Wurzel aus jeder endlichen natürlichen Zahl n.

Desweiteren gilt unser Beweis im Prinzip auch für jede endliche natürliche x-te Wurzel aus n. So erhalten wir als Lösungsansatz:

$$n^{\frac{1}{x}} \quad = \quad \frac{n^{\omega+\frac{1}{x}}}{n^{\omega}} \qquad \text{(SN.ÜV.50)}$$

$$\Leftrightarrow \qquad n^{\frac{1}{x}} \quad = \quad \frac{n^{\omega} \cdot n^{\frac{1}{x}}}{n^{\omega}} \qquad \text{(SN.ÜV.51)}$$

Dementsprechend sind dann auch hier der Nenner und der Zähler aktual unendliche ganze Zahlen, die beliebig endlich oft durch n teilbar sind.

Auch hier müssen der Nenner b und der Zähler a die im erweiterten Beweis abgeleitete Bedingung erfüllen:

In die Bedingung des Beweises

$$n \cdot b^x \quad = \quad a^x \tag{SN.ÜV.52}$$

unseren Lösungsansatz eingesetzt, führt zu

$$a \quad = \quad n^{\omega + \frac{1}{x}} \tag{SN.ÜV.53}$$

$$b \quad = \quad n^{\omega} \tag{SN.ÜV.54}$$

$$\Rightarrow \qquad n \cdot \left(n^{\omega}\right)^x \quad = \quad \left(n^{\omega + \frac{1}{x}}\right)^x \tag{SN.ÜV.55}$$

$$\Leftrightarrow \qquad n \cdot n^{x\omega} \quad = \quad n^{n\omega + x\frac{1}{x}} \tag{SN.ÜV.56}$$

$$\Leftrightarrow \qquad n^{x\omega+1} \quad = \quad n^{x\omega+1} \quad , \tag{SN.ÜV.57}$$

was zu zeigen war.

Damit haben wir bewiesen, dass unsere Lösung die x-te Wurzel aus n als Bruch aus ganzen Zahlen darstellt, wenn der Nenner und der Zähler unendlich groß, im Bereich der vollständigen Induktion, sind.

Überrationale Zahlen und die natürlichen Superial-Zahlen

Die x-te Wurzel aus n sind Superial-Zahlen

Das entscheidende beim ersten Beweis, für die Wurzel aus Zwei, ist der Übergang ins aktual Unendliche, denn wie groß die aktuale Unendlichkeit des ganzen Anteils der Potenz genau ist, spielt keine Rolle, wie wir leicht zeigen können. Denn unsere neue natürliche Superial-Zahl können wir in ihrem ganzen Potenzanteil um eine beliebige ganze Potenz von 2 verringern oder erweitern:

$$(\forall z \in \mathbb{Z}) \left[\; 2^z \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{s} \quad :\in \quad \mathbb{S}_N \;\right] \tag{SN.ÜV.58}$$

Wir werden eine natürlich Superial-Zahl behalten, weil dessen Primzahlprodukt vollständig in s steckt.

Ebenso gilt dies dann für jeden endlichen positiven natürlichen Faktor, der natürlich selber beliebige endliche Potenzen von Primzahlen enthalten kann:

$$\left(\forall k \in \mathbb{N}^{+}\right)\left[\ k \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{s} \quad :\in \quad \mathbb{S}_N\ \right] \tag{SN.ÜV.59}$$

Die Frage, die sich bei der x-te Wurzel aus n stellt ist: Wenn wir in der gerade vorgestellten Erweiterung des Beweises für die x-te Wurzel aus n nun bei den Primzahlpotenzen vielfache Potenzen von ω bekommen:

$$n \quad = \quad p_1^{j_1} \cdot p_2^{j_2} \cdot p_3^{j_3} \cdot p_4^{j_4} \cdot \cdots \tag{SN.ÜV.60}$$

$$\Leftrightarrow \qquad n^{\omega} \quad = \quad p_1^{j_1\omega} \cdot p_2^{j_2\omega} \cdot p_3^{j_3\omega} \cdot p_4^{j_4\omega} \cdot \cdots \tag{SN.ÜV.61}$$

Dann haben wir diese auch in unserer Formel **SN.ÜV.50**:

$$n^{\frac{1}{x}} \quad = \quad \frac{n^{\omega+\frac{1}{x}}}{n^{\omega}} \tag{SN.ÜV.62}$$

$$\Leftrightarrow \qquad n^{\frac{1}{x}} \quad = \quad \frac{\left(p_1^{j_1} \cdot p_2^{j_2} \cdot p_3^{j_3} \cdot p_4^{j_4} \cdot \cdots\right)^{\omega+\frac{1}{x}}}{\left(p_1^{j_1} \cdot p_2^{j_2} \cdot p_3^{j_3} \cdot p_4^{j_4} \cdot \cdots\right)^{\omega}} \tag{SN.ÜV.63}$$

$$\Leftrightarrow \qquad n^{\frac{1}{x}} \quad = \quad \frac{\left(p_1^{j_1} \cdot p_2^{j_2} \cdot p_3^{j_3} \cdot p_4^{j_4} \cdot \cdots\right)^{\omega} \cdot n^{\frac{1}{x}}}{\left(p_1^{j_1} \cdot p_2^{j_2} \cdot p_3^{j_3} \cdot p_4^{j_4} \cdot \cdots\right)^{\omega}} \tag{SN.ÜV.64}$$

$$\Leftrightarrow \qquad n^{\frac{1}{x}} \quad = \quad \frac{\left(p_1^{j_1\omega} \cdot p_2^{j_2\omega} \cdot p_3^{j_3\omega} \cdot p_4^{j_4\omega} \cdot \cdots\right) \cdot n^{\frac{1}{x}}}{p_1^{j_1\omega} \cdot p_2^{j_2\omega} \cdot p_3^{j_3\omega} \cdot p_4^{j_4\omega} \cdot \cdots} \tag{SN.ÜV.65}$$

Weil $n^{\frac{1}{x}}$ bedeutet, dass aus jedem Primfaktor in n die x-te Wurzel gezogen wird

$$n^{\frac{1}{x}} \quad = \quad p_1^{j_1\frac{1}{x}} \cdot p_2^{j_2\frac{1}{x}} \cdot p_3^{j_3\frac{1}{x}} \cdot p_4^{j_4\frac{1}{x}} \cdot \cdots \tag{SN.ÜV.66}$$

$$n^{\frac{1}{x}} \quad = \quad \prod_{\forall[1,j_1]_{\mathbb{N}}} p_1^{\frac{1}{x}} \cdot \prod_{\forall[1,j_2]_{\mathbb{N}}} p_2^{\frac{1}{x}} \cdot \prod_{\forall[1,j_3]_{\mathbb{N}}} p_3^{\frac{1}{x}} \cdot \prod_{\forall[1,j_4]_{\mathbb{N}}} p_4^{\frac{1}{x}} \cdot \cdots \tag{SN.ÜV.67}$$

und so durch unseren um unendliche Faktoren erweiterten Bruch jeder dieser Wurzeln seinen unendlichen Faktor bekommt

$$\Leftrightarrow \quad n^{\frac{1}{x}} = \frac{\left(p_1^{j_1\omega} \cdot p_2^{j_2\omega} \cdot \cdots\right) \cdot \left(\prod_{\forall[1,j_1]_{\mathbb{N}}} p_1^{\frac{1}{x}} \cdot \prod_{\forall[1,j_2]_{\mathbb{N}}} p_2^{\frac{1}{x}} \cdot \cdots\right)}{p_1^{j_1\omega} \cdot p_2^{j_2\omega} \cdot p_3^{j_3\omega} \cdot p_4^{j_4\omega} \cdot \cdots} \qquad \text{(SN.ÜV.68)}$$

$$\Leftrightarrow \quad n^{\frac{1}{x}} = \frac{\left(p_1^{j_1\omega} \cdot \prod_{\forall[1,j_1]_{\mathbb{N}}} p_1^{\frac{1}{x}}\right) \cdot \left(p_2^{j_2\omega} \cdot \prod_{\forall[1,j_2]_{\mathbb{N}}} p_2^{\frac{1}{x}}\right) \cdot \cdots}{p_1^{j_1\omega} \cdot p_2^{j_2\omega} \cdot p_3^{j_3\omega} \cdot p_4^{j_4\omega} \cdot \cdots} \qquad \text{(SN.ÜV.69)}$$

reicht es zum Ganzmachen jeder einzelnen Wurzel einer reinen Primzahl aus, wenn für alle gleichen Primzahlen gemeinsam eine einzige unendliche Potenz der Primzahl vorhanden ist.

Deswegen können wir problemlos bis auf die reinen unendlich großen ω Potenzen von Primzahlen kürzen, die alle in s enthalten sind:

$$\Leftrightarrow \quad n^{\frac{1}{x}} = \frac{\left(p_1^{\omega} \cdot p_2^{\omega} \cdot p_3^{\omega} \cdot p_4^{\omega} \cdot \cdots\right) \cdot n^{\frac{1}{x}}}{p_1^{\omega} \cdot p_2^{\omega} \cdot p_3^{\omega} \cdot p_4^{\omega} \cdot \cdots} \qquad \text{(SN.ÜV.70)}$$

$$\Leftrightarrow \quad n^{\frac{1}{x}} = \frac{(p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot \cdots)^{\omega} \cdot n^{\frac{1}{x}}}{(p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot \cdots)^{\omega}} \qquad \text{(SN.ÜV.71)}$$

Der Nenner ist also, wie oben, wieder ein ganzer Teiler des Primzahl-Flächenprodukts von s:

$$\frac{\mathrm{s}}{(p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot \cdots)^{\omega}} \quad \in \quad \mathbb{N}_{\infty} \qquad \text{(SN.ÜV.72)}$$

So macht es dann auch wieder Sinn, dass ein Produkt aus unserer superialen Basis s mit der x-ten Wurzel aus n eine natürliche Superial-Zahl ergibt, weil zwei unendlich große ganze Zahlen multipliziert werden:

$$(p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot \cdots)^{\omega} \cdot n^{\frac{1}{x}} \cdot \frac{\mathrm{s}}{(p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot \cdots)^{\omega}} \quad :\in \quad \mathbb{S}_N \qquad \text{(SN.ÜV.73)}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{(p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot \cdots)^{\omega} \cdot n^{\frac{1}{x}}}{(p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot \cdots)^{\omega}} \cdot \mathrm{s} \quad :\in \quad \mathbb{S}_N \qquad \text{(SN.ÜV.74)}$$

$$\Leftrightarrow \quad n^{\frac{1}{x}} \cdot \mathrm{s} \quad :\in \quad \mathbb{S}_N \qquad \text{(SN.ÜV.75)}$$

Hiermit erhalten die natürlichen und die ganzen Superial-Zahlen eine Erweiterung auf alle algebraischen Koeffizienten. Etwas ganz besonderes.

Alter Entwurf der Überrationalitätsvermutung:

Die Überrationalitätsvermutung geht davon aus, dass sich die Koordinaten (aus der Menge $\mathbb{A}_R$) der algebraischen Zahlen immer durch rationale Zahlen aus der Menge $\mathbb{A}$ oder durch einen *überrationalen Bruch* von unendlich großen Primzahlprodukten endlicher Primzahlen in Nenner und Zähler ausdrücken lassen. Die Wurzel aus Zwei $\sqrt{2}$ wäre demnach Beispielsweise auch ein überrationaler Bruch:

Angenommen $\sqrt{2}$ sei ein Beispiel eines überrationalen Bruchs:

$$\sqrt{2} \quad \stackrel{?}{=} \quad \frac{a}{b} \qquad \text{(SN.ÜV.76)}$$

Ihre Quotienten a und b, als Zähler und Nenner, sollen gekürzt und damit von minimaler Größe sein. Die minimalen a und b, die den wesentlichen Kern des Bruchs ausmachen, wären damit teilerfremd[6,7]:

$$a \perp b \qquad \text{(SN.ÜV.77)}$$

Diese Brüche können als die Menge $\mathbb{Qr}^+$ mit folgender Formel minimalistisch beschrieben werden, wobei uns die Funktion $ord(p, \mathbb{P})$ den Index als Ordnungszahl einer Primzahl p in der Menge der endlichen Primzahlen $\mathbb{P}$ gibt. Auch müssen sie die Bedingung erfüllen, dass sie endlich groß sind:

$$\mathbb{Qr}^+ \quad := \quad \left\{ x \;\middle|\; (\exists x)\,(\exists n \in \mathbb{N})\,(x < n) \left[x \quad = \prod_{(\forall p_i \in \mathbb{P})(i = ord(p,\mathbb{P}))(z_i \in \mathbb{Z})} p_i^{z_i} \right] \right\} \qquad \text{(SN.ÜV.78)}$$

Verallgemeinert für alle überrationalen Zahlen muss ihr Bruch auch negativ oder Null sein können. Daher benötigen wir den Bruch mit Vorzeichen, um die Menge $\mathbb{Qr}$ der überrationalen Zahlen zu definieren:

$$\mathbb{Qr} \quad := \quad \{\, x \mid \left(q^+ \in \mathbb{Qr}^+\right) (\forall v \in \{-1, 0, 1\}) \left[\, x \quad = \quad v \cdot q^+ \,\right] \} \qquad \text{(SN.ÜV.79)}$$

XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX

Das bedeutet, dass wir unser Beispiel nun so in seiner Beschreibung verfeinern können:

$$\sqrt{2} \quad \stackrel{?}{\in} \quad \mathbb{Qr} \qquad \text{(SN.ÜV.80)}$$

Wir können jetzt Überlegungen anstellen, ob dies prinzipiell überhaupt möglich ist:

Wenn wir die $\sqrt{2}$ in einer Näherung berechnen, dann erhalten wir ja immer mehr Nachkommastellen. Dies müsste bedeuten, dass im Zähler und Nenner unseres Bruchs immer mehr teilerfremde Primzahlen hinzukommen, die das Ergebnis dann immer genauer werden lassen. Denn die Wurzel aus Zwei hat als irrationale Zahl ja unendlich viele, aperiodische Nachkommastellen.

Nun gibt es im Grunde zwei naiv denkbare Möglichkeiten für die Entwicklung der Primzahlen, jeweils im Nenner und Zähler:

- Entweder die Primzahlen wechseln dabei ständig alle und es ist keine Annäherung an eine bestimmte Primzahlzusammensetzung zu beobachten.
- Oder nach und nach kristallisieren sich Primzahlen heraus, die ab einer bestimmten Genauigkeit bleiben, und diese werden dann immer mehr.

Um das zu klären, bietet sich natürlich ein **Rechenexperiment**, also vermutlich eher ein Computer-Experiment, an.

Im ersten Fall fällt es mir schwer zu verstehen, wie wir da weiterkommen wollen.

Im zweiten Fall können wir uns vielleicht überlegen, ob das grundsätzlich möglich ist, denn die sich herauskristallisierenden Primzahl müssen wohl bestimmte Eigenschaften haben, damit das Ergebnis konvergiert, also immer genauer wird, und nicht wieder zerstört wird:

XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX

In Arbeit ... XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX

→ Untersuchung

Untersuchung

In Arbeit ...

← *Überrationalitätsvermutung*

Wikipedia: Quadratwurzel aus 2, Geschichte

Alte Inder:

$$\sqrt{2} \approx \frac{577}{408} = \sqrt{2} \approx \frac{577}{2^3 \cdot 3 \cdot 17} \qquad \text{(SN.ÜV.U.1)}$$

XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX

Babylonier:

$$\sqrt{2} \approx \frac{30547}{21600} = \frac{11 \cdot 2777}{2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2} \qquad \text{(SN.ÜV.U.2)}$$

XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX

Näherungsbrüche der Kettenbruchentwicklung von Wurzel aus Zwei

OEIS: **A002965 – Interleave denominators (A000129) and numerators (A001333) of convergents to sqrt(2).** XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX

$$\sqrt{2} \approx 1,414213562373095048801688724209698\\078569671875376948073176679737990\\732478462107038850387534327641 57\ldots \tag{SN.ÜV.U.3}$$ [8]

$$\sqrt{2} \approx \frac{1}{1} \tag{SN.ÜV.U.4}$$

▼ ausblenden

$$\frac{1}{1} = 1,|\overline{0} \tag{SN.ÜV.U.5}$$

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{3}{2} \tag{SN.ÜV.U.6}$$

▼ ausblenden

$$\frac{3}{2} = 1,|5\overline{0} \tag{SN.ÜV.U.7}$$

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{7}{5} \tag{SN.ÜV.U.8}$$

▼ ausblenden

$$\frac{7}{5} = 1,4|\overline{0} \tag{SN.ÜV.U.9}$$

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{17}{12} = \frac{17}{2^2 \cdot 3} \tag{SN.ÜV.U.10}$$

▼ ausblenden

$$\frac{17}{12} = 1,41|\overline{6} \tag{SN.ÜV.U.11}$$

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{41}{29} \tag{SN.ÜV.U.12}$$

▼ ausblenden

$$\frac{41}{29} = 1,\overline{41|37931034482758620689655172} \quad \text{(SN.ÜV.U.13)}$$

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{99}{70} = \frac{3^2 \cdot 11}{2 \cdot 5 \cdot 7} \quad \text{(SN.ÜV.U.14)}$$

▼ ausblenden

$$\frac{99}{70} = 1,41\overline{42|8571} \quad \text{(SN.ÜV.U.15)}$$

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{239}{169} = \frac{239}{13^2} \quad \text{(SN.ÜV.U.16)}$$

▼ ausblenden

$$\begin{aligned} \frac{239}{169} = {} & 1,\overline{4142|0118343195266272189349} \\ & \overline{1124260355029585798816568 0} \\ & \overline{4733727810650887573964497 0} \end{aligned} \quad \text{(SN.ÜV.U.17)}$$

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{577}{408} = \frac{577}{2^3 \cdot 3 \cdot 17} \quad \text{(SN.ÜV.U.18)}$$

▼ ausblenden

$$\frac{577}{408} = 1,41421|56\overline{8627450980392156} \quad \text{(SN.ÜV.U.19)}$$

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{1393}{985} = \frac{7 \cdot 199}{5 \cdot 197} \quad \text{(SN.ÜV.U.20)}$$

▼ ausblenden

$$\begin{aligned} \frac{1393}{985} = {} & 1,41\overline{4213|19796954314720812 18} \\ & \overline{2741116751269035532994923} \\ & \overline{8578680203045685279187817} \\ & \overline{2588832487309644670050761} \end{aligned} \quad \text{(SN.ÜV.U.21)}$$

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{3363}{2378} = \frac{3 \cdot 19 \cdot 59}{2 \cdot 29 \cdot 41} \quad \text{(SN.ÜV.U.22)}$$

▼ ausblenden

$$\frac{3363}{2378} = 1,41\overline{4213|6248948696383515559}\;\overline{2935239697224558452481076}\;\overline{5349032800672834314550042}\;\overline{0521446593776282590412111}\;\overline{0176619007569386038687973}\;\overline{0866274179983179}$$ (SN.ÜV.U.23)

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{8119}{5741} = \frac{23 \cdot 353}{5741}$$ (SN.ÜV.U.24)

▼ ausblenden

$$\frac{8119}{5741} = 1,4142135|5164605469430412 82\ldots$$ (SN.ÜV.U.25)[9]

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{19601}{13860} = \frac{17 \cdot 1153}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11}$$ (SN.ÜV.U.26)

▼ ausblenden

$$\frac{19601}{13860} = 1,41\overline{421356|}$$ (SN.ÜV.U.27)[10]

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{47321}{33461} = \frac{79 \cdot 599}{33461}$$ (SN.ÜV.U.28)

▼ ausblenden

$$\frac{47321}{33461} = 1,414213562|0573204626281342\ldots$$ (SN.ÜV.U.29)[11]

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{114243}{80782} = \frac{3 \cdot 113 \cdot 337}{2 \cdot 13^2 \cdot 239}$$ (SN.ÜV.U.30)

▼ ausblenden

$$\frac{114243}{80782} = 1,4\overline{14213562|4272734024906538\ldots}^{\,546}$$ (SN.ÜV.U.31)[12]

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{195025}{114243} = \frac{5^2 \cdot 29 \cdot 269}{3 \cdot 113 \cdot 337} \qquad \text{(SN.ÜV.U.32)}$$

$$\sqrt{2} \approx \frac{XXX}{275807} = \frac{XXX}{7 \cdot 31^2 \cdot 41} \qquad \text{(SN.ÜV.U.33)}$$

$$\sqrt{2} \approx \frac{XXX}{470832} = \frac{XXX}{2^4 \cdot 3 \cdot 17 \cdot 577} \qquad \text{(SN.ÜV.U.34)}$$

$$\sqrt{2} \approx \frac{XXX}{XXX} = \frac{XXX}{XXX} \qquad \text{(SN.ÜV.U.35)}$$

$$\sqrt{2} \approx \frac{XXX}{XXX} = \frac{XXX}{XXX} \qquad \text{(SN.ÜV.U.36)}$$

$$\sqrt{2} \approx \frac{XXX}{XXX} = \frac{XXX}{XXX} \qquad \text{(SN.ÜV.U.37)}$$

$$\sqrt{2} \approx \frac{30547}{21600} = \frac{11 \cdot 2777}{2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2} \qquad \text{(SN.ÜV.U.38)}$$

$$\sqrt{2} \approx \frac{XXX}{XXX} = \frac{XXX}{XXX} \qquad \text{(SN.ÜV.U.39)}$$

$$\sqrt{2} \approx \frac{XXX}{XXX} = \frac{XXX}{XXX} \qquad \text{(SN.ÜV.U.40)}$$

$$\sqrt{2} \approx \frac{XXX}{XXX} = \frac{XXX}{XXX} \qquad \text{(SN.ÜV.U.41)}$$

$$\sqrt{2} \approx \frac{XXX}{XXX} = \frac{XXX}{XXX} \qquad \text{(SN.ÜV.U.42)}$$

$$\sqrt{2} \approx \frac{XXX}{XXX} = \frac{XXX}{XXX} \qquad \text{(SN.ÜV.U.43)}$$

In Arbeit ... XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX

XXX

In Arbeit ... XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX

Fußnoten

1. ↑(Primärliteratur einfügen!)

   Internet:

   Vgl. Wikipedia, ***Rationale Zahl***.
2. ↑(Primärliteratur einfügen!)

   Internet:

   Vgl. Wikipedia, ***Algebraische Zahl***.
3. ↑(Primärliteratur einfügen!)

   Internet:

   Vgl. Wikipedia, ***Komplexe Zahl***.
4. ↑(Primärliteratur einfügen!)

   Internet:

   Vgl. Wikipedia, ***Algebraische Zahl***, Eigenschaften.
5. ↑(Primärliteratur einfügen!)

   Internet:

   Vgl. Wikipedia, ***Unendlichkeitsaxiom***, Formulierung; Bedeutung für die Mathematik, Natürliche Zahlen.
6. ↑(Primärliteratur einfügen!)

   Internet:

   Vgl. Wikipedia, ***Teilerfremdheit***.
7. ↑Die Teilerfremdheit hat eine Verbindung zur Riemannschen Zeta-Funktion:

   Internet:

   Vgl. Wikipedia, ***Teilerfremdheit***, Eigenschaften.
8. ↑Vgl. **OEIS: A002193 as a constant (usually base 10)**
9. ↑Beginn und Ende der Periode sind unbekannt:

   Vgl. **WolframAlpha: 8119/5741**
10. ↑Vgl. **WolframAlpha: 19601/13860**
11. ↑Beginn und Ende der Periode sind unbekannt:

    Vgl. **WolframAlpha: 47321/33461**
12. ↑Vgl. **WolframAlpha: 114243/80782**

Stand 31. Januar 2024, 21:00 CET.

Permanente Links:
(Klicke auf die Archivlogos zum Abruf und Ansehen der Archive dieser Seite.)

Wolfgang Huß

Superial-Zahlen (SN)
© 1988–2024 by
Wolfgang Huß und
Media Line Digital e.K.
is licensed under
CC BY-ND 4.0

Wolfgang Huß
und Media Line Digital e.K.
Steinburger Straße 38
22527 Hamburg, Germany, EU

E-Mail: wolle.huss at pjannto.com
Telefon: +49. 40. 38 03 77 37
Mobil: +49. 173. 622 60 91

© 1986–2024 by Wolfgang Huß und Media Line Digital e.K. is licensed under CC BY-ND 4.0 • Impressum •
v9.34