$\mathbb{S}=\omega^{\omega}$ Aktual unendliche, fraktale
Superial-Zahlen
Mit Primzahlen ins Unendliche

← *Primzahlprodukt-Vermutung*

Überrationalitätsvermutung (Beweis)

Lässt sich die „x“-te Wurzel aus „n“, wenn sie irrational ist, immer als Bruch mit aktual unendlich großem ganzen Nenner und Zähler ausdrücken?

Der folgende Beweis zeigt, die Antwort ist ja. Dann, wenn Nenner und Zähler aktual unendlich große ganze Zahlen sind, die wir beliebig endlich oft durch „n“ teilen können. Damit sind die Koeffizienten aller algebraischen Zahlen, viele davon irrationale Wurzeln, auch Koeffizienten der Superial-Zahlen

▾ Notizen

Fragen
• Wenn nun alle Koeffizienten der algebraischen Zahlen Faktoren von s sind, die ganze Zahlen ergeben:
– Werden diese dann beim Zählen der ganzen Superial-Zahlen mitgezählt oder nur die rationalen Koeffizienten? Ich denke, sie werden mitgezählt.
– Anders gefragt: gibt es dann immer noch $\frac{\mathrm{s}}{2\cdot\omega}$ rationale Zahlen im Intervall zwischen Null und ausschließlich Eins, oder müssen wir das korrigieren?

Nachdem wir in der **Einleitung** und in der **formalen Entwicklung** geklärt haben, dass ein Produkt unserer superialen Basis s mit jeder endlichen rationalen Zahl[1] q eine **unendliche natürliche Zahl aus** $\mathbb{N}_\infty$ ist; und im Besonderen eine natürliche Superial-Zahl aus $\mathbb{S}_N$:

$$(\forall q \in \mathbb{Q})\,[\; q \cdot \mathrm{s} \quad \in \quad \mathbb{N}_\infty \;] \qquad \text{(SN.ÜV.1)}$$

$$(\forall q \in \mathbb{Q})\,[\; q \cdot \mathrm{s} \quad \in \quad \mathbb{S}_N \;] \qquad \text{(SN.ÜV.2)}$$

Stellt sich nun die Frage, ob auch bestimmte irrationale Zahlen diese Eigenschaft erfüllen.

Ich vermute, dem ist so und die Realanteile der algebraischen Zahlen[2] $\mathbb{A}_R$, die auch rationale Potenzen von natürlichen Zahlen sein können

$$\mathbb{A}_{Ir} = \left\{ a \;\middle|\; (\forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\})\,(\forall z \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}) \left[a = \pm n^{\frac{1}{z}} \right] \right\} \tag{SN.ÜV.3}$$

$$\mathbb{A}_R = \mathbb{Q} \cup \mathbb{A}_{Ir} \;, \tag{SN.ÜV.4}$$

von denen viele irrationalen x-ten Wurzeln aus n entsprechen, sind als Produkte mit der superialen Basis s aktual unendlich große ganze Zahlen:

$$(\forall a \in \mathbb{A}_R)\,(0 \leq a) \left[a \cdot \mathrm{s} \overset{?}{\in} \mathbb{N}_\infty \right] \tag{SN.ÜV.5}$$

$$(\forall a \in \mathbb{A}_R) \left[a \cdot \mathrm{s} \overset{?}{\in} \mathbb{S}_Z \right] \tag{SN.ÜV.6}$$

Dies wäre schon etwas sehr besonderes.

Hier ist zu bemerken, dass algebraische Zahlen grundsätzlich komplexe Zahlen[3], also Zahlen auf der Gaußschen Zahlenebene sind und damit einen imaginären Anteil haben können. Deshalb habe ich sie hier auf ihre realen Anteile – oder auf die Faktoren beziehungsweise Koeffizienten ihrer Koordinaten – begrenzt.

Die Koeffizienten der algebraischen Zahlen müssten demnach also Anteile des Primzahl-Flächenprodukts von s sein. Oder sie müssen multipliziert mit Anteilen des Primzahl-Flächenprodukts von s ganze Zahlen ergeben. Beides ist allerdings nur möglich, wenn die realen Anteile der algebraischen Zahlen durch Brüche unendlicher ganzer Zahlen dargestellt werden können. Hier beginnt nun die Crux und hier wird es nachfolgend sehr spannend und erkenntnisreich.

Interessanterweise sind die algebraischen Zahlen, genau wie die rationalen Zahlen, abzählbar.[4] Dies gibt uns im Lichte der hier auch entwickelten **Ableitungen und Integrale** mit Superial-Zahlen den Hinweis, dass die Koeffizienten der algebraischen Zahlen tatsächlich zu den Superial-Zahlen gehören.

Beweis – Wurzel aus Zwei ist keine rationale Zahl, also irrational

Um in die Thematik einzusteigen und zu lernen, worum es geht und was die Eigenschaften der irrationalen Koeffizienten der algebraischen Zahlen bezüglich ihrer Darstellung durch Brüche ganzer Zahlen sind, schauen wir uns hier einmal exemplarisch den Widerspruchsbeweis an, der zeigt, dass die Wurzel aus Zwei $\sqrt{2}$ keine rationale Zahl ist, sondern eine irrationale Zahl.

Als Impuls gebende Einstimmung hier vorab ein Video dazu, wenn du Lust darauf hast: **Daniel Jung — Beweis, dass Wurzel aus 2 nicht rational, sondern irrational ist, indirekte Beweisführung**.

Eingangs schauen wir uns an, wie wir die Wurzel aus Zwei durch eine Potenz von 2 darstellen können:

$$\sqrt{2} = \pm 2^{\frac{1}{2}} \tag{SN.ÜV.7}$$

$$\Rightarrow \qquad \left|\sqrt{2}\right| \quad = \quad 2^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(SN.ÜV.8)}$$

Sei die Wurzel aus Zwei, hier dargestellt als halbe Potenz von Zwei, als rationaler Bruch, also als Bruch aus endlichen natürlichen Zahlen, darstellbar:

$$\left(\exists a \in \mathbb{N} \wedge b \in \mathbb{N}^{+}\right) \left[\, 2^{\frac{1}{2}} \quad = \quad \frac{a}{b} \,\right] \qquad \text{(SN.ÜV.9)}$$

Dann ist klar, dass es für diesen Bruch einen Nenner als auch einen Zähler geben muss, die teilerfremd sind

$$\Rightarrow \qquad \exists\, (a \perp b\ ] \quad , \qquad \text{(SN.ÜV.10)}$$

denn ein rationaler Bruch lässt bis auf einen kleinsten Nenner und Zähler kürzen, bis sie keine gemeinsamen Primfaktoren mehr haben.

Die Ausgangsbedingung ist nun äquivalent mit

$$2^{\frac{1}{2}} \quad = \quad \frac{a}{b} \qquad \text{(SN.ÜV.11)}$$

$$\Leftrightarrow \qquad 2 \quad = \quad \frac{a^2}{b^2} \qquad \text{(SN.ÜV.12)}$$

$$\Leftrightarrow \qquad 2 \cdot b^2 \quad = \quad a^2 \qquad \text{(SN.ÜV.11)}$$

woraus wir direkt erkennen, dass a^2 durch $2^2 = 4$ teilbar sein muss, denn ein Quadrat kann eine Primzahl nicht in einfacher Potenz enthalten:

$$\Rightarrow \qquad 2^1 \mid a^2 \quad \Leftrightarrow \quad 2 \mid a^2 \qquad \text{(SN.ÜV.14)}$$

$$\Leftrightarrow \qquad 2^1 \mid a \quad \Leftrightarrow \quad 2 \mid a \qquad \text{(SN.ÜV.15)}$$

$$\Leftrightarrow \qquad 2^2 \mid a^2 \quad \Leftrightarrow \quad 4 \mid a^2 \qquad \text{(SN.ÜV.16)}$$

Aus der gleichen, abermals angewandten Formel erkennen wir aber auch, dass dann ebenso b^2 durch $2^2 = 4$ teilbar sein muss:

$$2 \cdot b^2 \quad = \quad a^2 \qquad \text{(SN.ÜV.11)}$$

Denn, wenn in a^2 nun $2^2 = 4$ steckt, dann muss $\frac{2^2}{2} = 2^1$ in b^2 enthalten sein und damit auch wieder $2^2 = 4$:

$$\Rightarrow \quad 2^1 \mid b^2 \quad \Leftrightarrow \quad 2 \mid b^2 \tag{SN.ÜV.17}$$

$$\Leftrightarrow \quad 2^1 \mid b \quad \Leftrightarrow \quad 2 \mid b \tag{SN.ÜV.18}$$

$$\Leftrightarrow \quad 2^2 \mid b^2 \quad \Leftrightarrow \quad 4 \mid b^2 \tag{SN.ÜV.19}$$

Dann erkennen wir weiterhin, dass a^2 durch $2^3 = 8$ und schließlich durch $2^6 = 64$ teilbar sein muss:

$$2 \cdot b^2 \quad = \quad a^2 \tag{\textbf{SN.ÜV.11}}$$

$$\Rightarrow \quad 2^3 \mid a^2 \quad \Leftrightarrow \quad 8 \mid a^2 \tag{SN.ÜV.20}$$

$$\Leftrightarrow \quad 2^3 \mid a \quad \Leftrightarrow \quad 8 \mid a \tag{SN.ÜV.21}$$

$$\Leftrightarrow \quad 2^6 \mid a^2 \quad \Leftrightarrow \quad 64 \mid a^2 \tag{SN.ÜV.22}$$

$$\vdots \tag{SN.ÜV.23}$$

$$2 \cdot b^2 \quad = \quad a^2 \tag{\textbf{SN.ÜV.11}}$$

$$\Rightarrow \quad (\forall x \in \mathbb{N}) \left[\, 2^x \mid a \,\right] \tag{SN.ÜV.24}$$

$$\Rightarrow \quad (\forall x \in \mathbb{N}) \left[\, 2^x \mid b \,\right] \tag{SN.ÜV.25}$$

Und immer so fort, für alle endlichen ganzen Potenzen von Zwei – 2^x.

Daraus folgt dann, dass für all diese endlichen Exponenten keine Teilerfremdheit existiert:

$$\Rightarrow \quad \neg\, (a \perp b) \tag{SN.ÜV.26}$$

$$\Rightarrow \quad \neg \left(\frac{a}{2} \perp \frac{b}{2} \right) \tag{SN.ÜV.27}$$

$$\Rightarrow \qquad \neg\left(\frac{a}{4} \perp \frac{b}{4}\right) \tag{SN.ÜV.28}$$

$$\vdots \tag{SN.ÜV.29}$$

$$\Rightarrow \qquad (\forall x \in \mathbb{N})\left[\neg\left(\frac{a}{2^x} \perp \frac{b}{2^x}\right)\right] \tag{SN.ÜV.30}$$

$$\Rightarrow \qquad (\forall a, x \in \mathbb{N})\left(\forall b \in \mathbb{N}^+\right)\left[\nexists\left(\frac{a}{2^x} \perp \frac{b}{2^x}\right)\right] \tag{SN.ÜV.31}$$

Dies seht im Widerspruch zu der Eingangsfeststellung, dass es für den gesuchten Bruch – aus endlichen natürlichen Zahlen – einen Nenner und einen Zähler geben muss, die teilerfremd sind.

Aufgrund des Widerspruchs also können wir schließen, dass es keinen rationalen Bruch mit endlichem ganzen Nenner und Zähler gibt, der die Wurzel aus Zwei darstellen kann

$$\Rightarrow \qquad \left(\nexists a \in \mathbb{N} \wedge b \in \mathbb{N}^+\right)\left[2^{\frac{1}{2}} \quad = \quad \frac{a}{b}\right] \;, \tag{SN.ÜV.32}$$

was wir zeigen wollten.

Doch unser Beweis hilft uns glücklicherweise dabei zu verstehen, wie ein Bruch ganzer Zahlen beschaffen sein muss, der die Wurzel aus Zwei dann doch darstellen kann.

Beweis der Überrationalitätsvermutung für die Wurzel aus Zwei

So verstanden und allgemeiner ausgedrückt, ergibt sich die Struktur der Lösung wie folgt:

$$(\forall x \in \mathbb{N}_\infty)\,(\forall n \in \mathbb{N})\,(n < x)\left[2^{\frac{1}{2}} \quad = \quad \frac{2^{x+\frac{1}{2}}}{2^x}\right] \tag{SN.ÜV.33}$$

Der obige Widerspruchsbeweis erzeugt eine Lösung des Problems darüber, dass Nenner und Zähler immer wieder durch 2 teilbar sein müssen. Und dies entspricht der Aussage, dass die sich im Beweis zeigende, notwendig fortlaufende Teilbarkeit einer vollständigen Induktion[5] der Teilbarkeit entspricht.

Für die vollständige Induktion verwenden wir das **Symbol** ω mit dem ihm entsprechenden aktual unendlich großen Wert. Und ω setzen wir nun in die vorstehende Formel ein, womit die Bedingung der fortlaufenden Teilbarkeit erfüllt ist:

$$2^{\frac{1}{2}} \quad = \quad \frac{2^{\omega+\frac{1}{2}}}{2^\omega} \tag{SN.ÜV.34}$$

$$\Leftrightarrow \qquad 2^{\frac{1}{2}} = \frac{2^{\omega} \cdot 2^{\frac{1}{2}}}{2^{\omega}} \qquad \text{(SN.ÜV.35)}$$

Hierdurch können wir nun beliebig endlich oft – und damit potenziell endlos – die Zwei im Bruch kürzen.

Im Nenner erhalten wir nun offensichtlich eine ganze Zahl, weil es sich um eine unendliche ganze Potenz einer endlichen ganzen Zahl handelt:

$$2^{\omega} \in \mathbb{N}_{\infty} \qquad \text{(SN.ÜV.36)}$$

Aber im Zähler können wir uns dessen noch nicht sicher sein, da er, wie wir sehen, in einen Anteil zerlegt werden kann, der dem Nenner entspricht und der übrige Faktor ist genau die irrationale Wurzel aus Zwei, die ein wesentlicher Teil unseres Problems ist, wofür wir eine Lösung suchen.

Führt das also wirklich zur Lösung unseres Problems, wenn wir einfach nicht mehr darauf bestehen, dass Nenner und Zähler endliche Zahlen sein müssen?

Eine auf den ersten Blick nicht gleich realistisch erscheinende Möglichkeit ist, das es ja durchaus sein könnte, dass der Zähler ansich bereits so wie er ist, genau wie der Nenner, eine ganze Zahl darstellt.

Ich komme darauf, weil uns der obige Widerspruchsbeweis einen Hinweis darauf gibt, dass die Darstellung der Wurzel aus Zwei mit einem Bruch aus zwei ganzen Zahlen nur dann möglich ist, wenn beliebig endlich oft – und damit potenziell endlos – Zweien gekürzt werden können. Die Lösung könnte also sein, dass eine aktual unendlich große natürliche Potenz von Zwei multipliziert mit der Wurzel aus Zwei einfach schon eine ganze unendlich große Zahl ergibt. Denn so erhalten wir, in einem Exponenten zusammengefasst, einen unendlich großen ganzen Exponenten plus Einhalb. Und anders als das bei endlichen Exponenten, die rationale Anteile in der Summe haben, der Fall ist, ergibt unser Exponent direkt eine ganze Zahl.

Der Widerspruchsbeweis enthält eine Vorschrift, wie die Lösung aussieht: Auch der so konstruierte Zähler des Bruchs muss eine unendlich große ganze Zahl sein, wie der Beweis zeigt, eben einfach schon dadurch, dass er beliebig endlich oft durch 2 teilbar ist. Mit anderen Worten, der Faktor 2^{ω} vor $2^{\frac{1}{2}}$ macht, nach unserem Beweis, aus der Wurzel aus Zwei eine ganze unendlich große Zahl:

$$2^{\omega+\frac{1}{2}} \in \mathbb{N}_{\infty} \qquad \text{(SN.ÜV.37)}$$

$$\Leftrightarrow \qquad 2^{\omega} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \in \mathbb{N}_{\infty} \qquad \text{(SN.ÜV.38)}$$

Darüber hinaus müssen der Nenner b und der Zähler a die im Beweis abgeleitete Bedingung erfüllen:

In die Bedingung des Beweises

$$2 \cdot b^2 \quad = \quad a^2 \tag{SN.ÜV.39}$$

unseren Lösungsansatz eingesetzt, führt zu

$$a \quad = \quad 2^{\omega+\frac{1}{2}} \tag{SN.ÜV.40}$$

$$b \quad = \quad 2^{\omega} \tag{SN.ÜV.41}$$

$$\Rightarrow \qquad 2 \cdot \left(2^{\omega}\right)^2 \quad = \quad \left(2^{\omega+\frac{1}{2}}\right)^2 \tag{SN.ÜV.42}$$

$$\Leftrightarrow \qquad 2 \cdot 2^{2\omega} \quad = \quad 2^{2\omega+2\frac{1}{2}} \tag{SN.ÜV.43}$$

$$\Leftrightarrow \qquad 2^{2\omega+1} \quad = \quad 2^{2\omega+1} \quad , \tag{SN.ÜV.44}$$

was zu zeigen war.

Damit haben wir bewiesen, dass unsere Lösung die Wurzel aus Zwei als Bruch aus ganzen Zahlen darstellt, wenn der Nenner und der Zähler unendlich groß, im Bereich der vollständigen Induktion, sind.

Die Wurzel aus Zwei und die natürlichen Superial-Zahlen

Wie wir wissen ist 2^{ω} ein Teil des Produkts von s:

$$\frac{\mathrm{s}}{2^{\omega}} \quad \in \quad \mathbb{N}_{\infty} \tag{SN.ÜV.45}$$

So macht es dann auch Sinn, dass ein Produkt aus unserer superialen Basis s mit der Wurzel aus Zwei eine natürliche Superial-Zahl ergibt, weil zwei unendlich große ganze Zahlen multipliziert werden:

$$2^{\omega} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\mathrm{s}}{2^{\omega}} \quad :\in \quad \mathbb{S}_N \tag{SN.ÜV.46}$$

$$\Leftrightarrow \qquad \frac{2^{\omega} \cdot 2^{\frac{1}{2}}}{2^{\omega}} \cdot \mathrm{s} \quad :\in \quad \mathbb{S}_N \tag{SN.ÜV.47}$$

$$\Leftrightarrow \qquad 2^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{s} \quad :\in \quad \mathbb{S}_N \tag{SN.ÜV.48}$$

Auf diese Weise erhalten die natürlichen und die ganzen Superial-Zahlen eine sehr wesentliche und interessante Erweiterung und die Mathematik gewinnt fundamentale

Erkenntnisse.

Denn wie wir im folgenden zeigen werden, können wir diese Erweiterung auf alle algebraischen Koeffizienten ausdehnen.

Beweis der Überrationalitätsvermutung

Erweiterung des Beweises auf alle algebraischen Koeffizienten, die irrationale Zahlen sind

Um nachfolgend den Widerspruchsbeweis für alle algebraischen irrationalen Koeffizienten führen zu können, möchte ich eingangs einmal klären, was passiert, wenn es tatsächlich eine Lösung für den vermeintlichen Widerspruchsbeweis gibt.

Rationale Wurzeln — Wenn eine Wurzel eine rationale Zahl als Lösung hat

Was passiert, wenn die Wurzel eine rationale Zahl als Lösung besitzt, sie also nicht irrational ist.

Dazu stellen wir einmal fest, wie wir die x-te Wurzel aus n durch eine Potenz von n beschreiben können:

$$\sqrt[x]{n} \quad = \quad \pm n^{\frac{1}{x}} \qquad \text{(SN.ÜV.49)}$$

$$\Rightarrow \qquad \left|\sqrt[x]{n}\right| \quad = \quad n^{\frac{1}{x}} \qquad \text{(SN.ÜV.50)}$$

Sei die x-te Wurzel aus n als endlicher rationaler Bruch – aus endlichen natürlichen Zahlen – darstellbar:

$$\left(\exists a \in \mathbb{N} \land b, n, x \in \mathbb{N}^{+} \land n, x \geq 2\right) \left[\, n^{\frac{1}{x}} \quad = \quad \frac{a}{b} \,\right] \qquad \text{(SN.ÜV.51)}$$

Für den Fall, dass die Wurzel eine rationale Lösung hat, muss der Radikand unter der Wurzel n von der Potenz des Wurzel Radix x sein:

$$\Rightarrow \qquad (m \in \mathbb{Q}) \left[\, n^{\frac{1}{x}} \quad = \quad m \,\right] \qquad \text{(SN.ÜV.52)}$$

$$\Leftrightarrow \qquad \left(n^{\frac{1}{x}}\right)^{x} \quad = \quad m^{x} \qquad \text{(SN.ÜV.53)}$$

$$\Leftrightarrow \qquad n \quad = \quad m^{x} \qquad \text{(SN.ÜV.54)}$$

Die Ausgangsbedingung ist nun äquivalent mit

$$n^{\frac{1}{x}} \quad = \quad \frac{a}{b} \qquad \text{(SN.ÜV.55)}$$

$$\Leftrightarrow \qquad n \quad = \quad \frac{a^x}{b^x} \tag{SN.ÜV.56}$$

$$\Leftrightarrow \qquad m^x \quad = \quad \frac{a^x}{b^x} \tag{SN.ÜV.57}$$

$$\Leftrightarrow \qquad m \quad = \quad \frac{a}{b} \;\; ; \tag{SN.ÜV.58}$$

damit existent und nicht im Widerspruch, was wir zeigen wollten.

Auf die einzelnen Primfaktoren des Radikanden n bezogen bedeutet dies, dass all ihre Potenzen ein natürliches Vielfaches des Radix x sein müssen, weil m eine natürliche Zahl größer Null ist, die eine Primfaktorzerlegung besitzt:

$$(\forall p_i \in \mathbb{P}(n))\,(\forall j_i \in \mathbb{N})\left[\, m \quad = \quad p_1^{j_1} \cdot p_2^{j_2} \cdot p_3^{j_3} \cdot p_4^{j_4} \cdot \cdots \,\right] \tag{SN.ÜV.59}$$

$$n \quad = \quad m^x \tag{\textbf{SN.ÜV.54}}$$

$$\Rightarrow \qquad n \quad = \quad p_1^{j_1 x} \cdot p_2^{j_2 x} \cdot p_3^{j_3 x} \cdot p_4^{j_4 x} \cdot \cdots \tag{SN.ÜV.60}$$

Diese Erkenntnis wird im nachfolgenden Widerspruchsbeweis eine Rolle spielen.

Irrationale Wurzeln — Wenn es keine rationale Zahl als Lösung für eine Wurzel gibt

Für alle x-ten Wurzeln aus n, bei denen n nicht die x-te Potenz einer natürlichen Zahl m ist, gilt der folgende Widerspruchsbeweis und zeigt, dass deren x-ten Wurzeln algebraische irrationale Zahlen sind.

Dazu schauen wir uns an, wie wir die x-te Wurzel aus n durch eine Potenz von n beschreiben können:

$$\sqrt[x]{n} \quad = \quad \pm n^{\frac{1}{x}} \tag{SN.ÜV.61}$$

$$\Rightarrow \qquad \left|\sqrt[x]{n}\right| \quad = \quad n^{\frac{1}{x}} \tag{SN.ÜV.62}$$

Sei die x-te Wurzel aus n als endlicher rationaler Bruch darstellbar – also als Bruch endlicher natürlicher Zahlen:

$$\left(\exists a \in \mathbb{N} \wedge b, n, x \in \mathbb{N}^{+} \wedge n, x \geq 2\right)\left[\, n^{\frac{1}{x}} \quad = \quad \frac{a}{b} \,\right] \tag{\textbf{SN.ÜV.51}}$$

Dann ist klar, dass es für diesen Bruch einen Nenner und einen Zähler geben muss, die teilerfremd sind:

$$\Rightarrow \qquad \exists \, (a \perp b \,] \qquad \text{(SN.ÜV.63)}$$

Die Ausgangsbedingung ist nun äquivalent mit

$$n^{\frac{1}{x}} \quad = \quad \frac{a}{b} \qquad \text{(SN.ÜV.64)}$$

$$\Leftrightarrow \qquad n \quad = \quad \frac{a^x}{b^x} \qquad \text{(SN.ÜV.65)}$$

$$\Leftrightarrow \qquad n \cdot b^x \quad = \quad a^x \qquad \text{(SN.ÜV.66)}$$

woraus wir im Folgenden direkt erkennen können, dass a^x durch n teilbar sein muss:

$$\Rightarrow \qquad n \mid a^x \qquad \text{(SN.ÜV.67)}$$

Weil wir es hier mit algebraischen irrationalen Wurzeln zu tun haben, ist nach den Formeln **SN.ÜV.54** und **SN.ÜV.60** n nicht die x-te Potenz einer natürlichen Zahl m:

$$\Rightarrow \qquad \left(\nexists m \in \mathbb{N}^+\right) \left[\, n \quad = \quad m^x \,\right] \qquad \text{(SN.ÜV.68)}$$

$$\Rightarrow \qquad \left(\nexists n \in \mathbb{N}^+\right) (\forall p_i \in \mathbb{P}(n)) \, (\forall j_i \in \mathbb{N}) \left[\, n \quad = \quad p_1^{j_1 x} \cdot p_2^{j_2 x} \cdot p_3^{j_3 x} \cdot p_4^{j_4 x} \cdot \cdots \,\right] \qquad \text{(SN.ÜV.69)}$$

Da für n aber eine Primfaktorzerlegung existieren muss

$$\left(n \in \mathbb{N}^+\right) (\forall p_i \in \mathbb{P}(n)) \, (\forall k_i \in \mathbb{N}) \left[\, n \quad = \quad p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot p_3^{k_3} \cdot p_4^{k_4} \cdot \cdots \,\right] \qquad \text{(SN.ÜV.70)}$$

hat diese die Bedingung, dass mindestens eine der Potenzen k_i ihrer Primfaktoren nicht durch x teilbar sein darf:

$$\Rightarrow \qquad \neg \, (x \mid k_1) \vee \neg \, (x \mid k_2) \vee \neg \, (x \mid k_3) \vee \neg \, (x \mid k_4) \vee \cdots \qquad \text{(SN.ÜV.71)}$$

Wegen Formel **SN.ÜV.67** gilt nun auch

$$p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot p_3^{k_3} \cdot p_4^{k_4} \cdot \cdots \mid a^x \qquad \text{(SN.ÜV.72)}$$

woraus dann

$$\Rightarrow \qquad p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot p_3^{k_3} \cdot p_4^{k_4} \cdot \cdots \mid a \qquad \text{(SN.ÜV.73)}$$

$$\Leftrightarrow \qquad n \mid a \qquad \text{(SN.ÜV.74)}$$

$$\Leftrightarrow \qquad n^x \mid a^x \qquad \text{(SN.ÜV.75)}$$

▾ **Nebenrechnung:**

$$\Rightarrow \qquad a^x = n^x \cdot c_{a,1} \qquad \text{(SN.ÜV.76)}$$

folgt, weil ja, wie eben festgestellt, eines der k_i nicht durch x teilbar ist.

Aus der obigen Ausgangsbedingung **SN.ÜV.66**, abermals angewandt, erkennen wir aber auch, nach dem gleichen Argument, wie direkt zuvor, dass dann ebenso b^x durch n^x teilbar sein muss:

$$n \cdot b^x = a^x \qquad \text{(}\textbf{SN.ÜV.66}\text{)}$$

▾ **Nebenrechnung:**

$$\Leftrightarrow \qquad n \cdot b^x = n^x \cdot c_{a,1} \qquad \text{(SN.ÜV.77)}$$

$$\Leftrightarrow \qquad b^x = n^{x-1} \cdot c_{a,1} \qquad \text{(SN.ÜV.78)}$$

und, weil ja schon ein n auf der Seite von b^x vorhanden ist, müssen wir bei der Teilbarkeit eines abziehen:

$$\Rightarrow \qquad n^{x-1} \mid b^x \qquad \text{(SN.ÜV.79)}$$

Wegen der Nichtteilbarkeit von x durch $x - 1$ ist dies äquivalent mit:

$$\Leftrightarrow \qquad n^{x-1} \mid b \qquad \text{(SN.ÜV.80)}$$

▼ ausblenden

$$\Leftrightarrow \qquad \left(n^{x-1}\right)^x \mid b^x \qquad \text{(SN.ÜV.81)}$$

$$\Leftrightarrow \qquad n^{(x-1)\cdot x} \mid b^x \tag{SN.ÜV.82}$$

▲ ausblenden

$$\Leftrightarrow \qquad n^{x^2-x} \mid b^x \tag{SN.ÜV.83}$$

Nebenrechnung:

$$\Rightarrow \qquad b^x \quad = \quad n^{x^2-x} \cdot c_{b,1} \tag{SN.ÜV.84}$$

Wenn b^x durch n^x teilbar ist, dann folgt durch die Ausgangsbedingung

$$n \cdot b^x \quad = \quad a^x \tag{SN.ÜV.66}$$

Nebenrechnung:

$$\Leftrightarrow \qquad n \cdot n^{x^2-x} \cdot c_{b,1} \quad = \quad a^x \tag{SN.ÜV.85}$$

$$\Leftrightarrow \qquad n^{x^2-x+1} \cdot c_{b,1} \quad = \quad a^x \tag{SN.ÜV.86}$$

Experimentelle Rechnung:

$$\Leftrightarrow \qquad n^{x^2-x+1} \cdot c_{b,1} \quad = \quad n^x \cdot c_{a,1} \tag{SN.ÜV.87}$$

$$\Leftrightarrow \qquad n^{x^2-2x+1} \cdot c_{b,1} \quad = \quad c_{a,1} \tag{SN.ÜV.88}$$

$$\Leftrightarrow \qquad n^{x^2-2x+1} \quad = \quad \frac{c_{a,1}}{c_{b,1}} \quad , \tag{SN.ÜV.89}$$

weil hier ja ein n zum b^x hinzukommt

$$\Rightarrow \qquad n^{x^2-x+1} \mid a^x \tag{SN.ÜV.90}$$

und wegen der nicht Teilbarkeit von $x^2 - x + 1$ durch x:

$$\Leftrightarrow \qquad n^{x^2-x+1} \mid a \tag{SN.ÜV.91}$$

▼ ausblenden

$$\Leftrightarrow \qquad \left(n^{x^2-x+1}\right)^x \mid a^x \tag{SN.ÜV.92}$$

$$\Leftrightarrow \quad n^{(x^2-x+1)\cdot x} \mid a^x \qquad \text{(SN.ÜV.93)}$$

▲ ausblenden

$$\Leftrightarrow \quad n^{x^3-x^2+x} \mid a^x \qquad \text{(SN.ÜV.94)}$$

Und wieder weiter aus der Ausgangsbedingung

$$n \cdot b^x \quad = \quad a^x \qquad \text{(\textbf{SN.ÜV.66})}$$

und, weil ja schon ein n auf der Seite von b^x vorhanden ist, folgt:

$$\Rightarrow \quad n^{x^3-x^2+x-1} \mid b^x \qquad \text{(SN.ÜV.95)}$$

$$\Leftrightarrow \quad n^{x^3-x^2+x-1} \mid b \qquad \text{(SN.ÜV.96)}$$

▼ ausblenden

$$\Leftrightarrow \quad \left(n^{x^3-x^2+x-1}\right)^x \mid b^x \qquad \text{(SN.ÜV.97)}$$

$$\Leftrightarrow \quad n^{(x^3-x^2+x-1)\cdot x} \mid b^x \qquad \text{(SN.ÜV.98)}$$

▲ ausblenden

$$\Leftrightarrow \quad n^{x^4-x^3+x^2-x} \mid b^x \qquad \text{(SN.ÜV.99)}$$

Und dann weiter

$$n \cdot b^x \quad = \quad a^x \qquad \text{(\textbf{SN.ÜV.66})}$$

$$\Rightarrow \quad n^{x^4-x^3+x^2-x+1} \mid a^x \qquad \text{(SN.ÜV.100)}$$

$$\Leftrightarrow \quad n^{x^4-x^3+x^2-x+1} \mid a \qquad \text{(SN.ÜV.101)}$$

▼ ausblenden

$$\Leftrightarrow \quad \left(n^{x^4-x^3+x^2-x+1}\right)^x \mid a^x \qquad \text{(SN.ÜV.102)}$$

$$\Leftrightarrow \quad n^{(x^4-x^3+x^2-x+1)\cdot x} \mid a^x \qquad \text{(SN.ÜV.103)}$$

▲ ausblenden

$$\Leftrightarrow \qquad n^{x^5-x^4+x^3-x^2+x} \mid a^x \qquad \text{(SN.ÜV.104)}$$

$$\vdots$$

und immer so fort, bis zum Beweisschritt r, wobei ein Schritt immer für a und b gemeinsam gezählt wird:

$$\Rightarrow \qquad \left(\forall r \in \mathbb{N}^+\right)(t = 2 \cdot r - 1)\left[\, n^{\sum_{\forall i \in [1,t]_{\mathbb{N}}} -1^{t-i} \cdot x^i} \mid a \,\right] \qquad \text{(SN.ÜV.105)}$$

$$\Rightarrow \qquad \left(\forall r \in \mathbb{N}^+\right)(t = 2 \cdot r)\left[\, n^{\sum_{\forall i \in [1,t]_{\mathbb{N}}} -1^{t-i} \cdot x^i} \mid b \,\right] \qquad \text{(SN.ÜV.106)}$$

Und immer so fort ...

An dieser Stelle ist es aber auch einsichtig, dass a und b, wenn sie durch die entwickelten Polynom-Potenzen von n teilbar sind, ebenso durch jede endliche kleinere positive ganzzahlige Potenz von n teilbar sein müssen. Das bedeutet, aus unserer Ausgangsbedingung folgt die Teilbarkeit durch alle endlichen natürlichen Potenzen von n:

$$n \cdot b^x \quad = \quad a^x \qquad (\textbf{SN.ÜV.66})$$

$$\Rightarrow \qquad (\forall x \in \mathbb{N})\left[\, n^x \mid a \,\right] \qquad \text{(SN.ÜV.107)}$$

$$\Rightarrow \qquad (\forall x \in \mathbb{N})\left[\, n^x \mid b \,\right] \qquad \text{(SN.ÜV.108)}$$

Daraus folgt dann, dass für all diese endlichen Exponenten von n keine Teilerfremdheit existiert:

$$\Rightarrow \qquad \neg\,(a \perp b) \qquad \text{(SN.ÜV.109)}$$

$$\Rightarrow \qquad \neg\left(\frac{a}{n^1} \perp \frac{b}{n^1}\right) \qquad \text{(SN.ÜV.110)}$$

$$\Rightarrow \qquad \neg\left(\frac{a}{n^2} \perp \frac{b}{n^2}\right) \qquad \text{(SN.ÜV.111)}$$

$$\vdots \qquad \text{(SN.ÜV.112)}$$

$$\Rightarrow \qquad (\forall a \in \mathbb{N}) \left(\forall b, n, x \in \mathbb{N}^{+}\right) (n, x \geq 2) \left[\neg \left(\frac{a}{n^{x}} \perp \frac{b}{n^{x}} \right) \right] \qquad \text{(SN.ÜV.113)}$$

$$\Rightarrow \qquad \left(\nexists a \in \mathbb{N} \wedge b, n, x \in \mathbb{N}^{+} \wedge n, x \geq 2\right) \left[\frac{a}{n^{x}} \perp \frac{b}{n^{x}} \right] \qquad \text{(SN.ÜV.114)}$$

Dies seht im Widerspruch zu der Eingangsfeststellung, dass es für den gesuchten Bruch – aus endlichen natürlichen Zahlen – einen Nenner und einen Zähler geben muss, die teilerfremd sind.

Aufgrund des Widerspruchs also können wir schließen, dass es für irrationale Wurzeln keinen rationalen Bruch mit endlichem ganzen Nenner und Zähler gibt

$$\Rightarrow \qquad \left(\nexists a \in \mathbb{N} \wedge b, n, x \in \mathbb{N}^{+} \wedge n, x \geq 2\right) \left[n^{\frac{1}{x}} \quad = \quad \frac{a}{b} \right] \quad , \qquad \text{(SN.ÜV.115)}$$

was wir zeigen wollten.

Gleich zeitig zeigen wir mit dem Widerspruchsbeweis nun auch, wie die Lösung aussieht.

Irrationale Wurzeln — Die Lösung

Wollen wir eine Lösung finden, wie wir die n-te Wurzel aus x als Bruch darstellen können, dann kommen wir durch den Widerspruchsbeweis zu dem Schluss:

Verzichten wir darauf, dass der Zähler a und der Nenner b endlich sein müssen und wir akzeptieren, dass die beiden, also der Bruch, immer weiter zu kürzen sind, nur so häufig, dass Nenner und Zähler nicht endlich werden, dann erhalten wir mögliche Lösungen von Bruchen für die Wurzeln, bei denen sowohl der Nenner als auch der Zähler ganze Zahlen sind.

Gehen wir ans Werk formulieren dies.

Setzen wir die Entwicklung des Zählers a und des Nenners b des Bruchs oben fort, bis zur vollständigen Induktion, dann kommen wir zu folgendem Ausdruck

$$\Rightarrow \qquad (t = 2 \cdot \omega - 1) \left[n^{\sum_{\forall i \in [1,t]_{\mathbb{N}}} -1^{t-i} \cdot x^{i}} \mid a \right] \qquad \text{(SN.ÜV.116)}$$

$$\Rightarrow \qquad (t = 2 \cdot \omega) \left[n^{\sum_{\forall i \in [1,t]_{\mathbb{N}}} -1^{t-i} \cdot x^{i}} \mid b \right] \quad , \qquad \text{(SN.ÜV.117)}$$

in dem wir nun die Entwicklungsschritte r durch die vollständigen Induktion ω ersetzt haben. Direkt ω in die Summe eingesetzt, anstatt durch t ausgedrückt, und die Summe beispielhaft ausgeschrieben erhalten wir

$$\Rightarrow \qquad n^{x^{2\omega-1} - x^{2\omega-2} + x^{2\omega-3} - \cdots + x} \mid a \qquad \text{(SN.ÜV.118)}$$

$$\Rightarrow \qquad n^{x^{2\omega}-x^{2\omega-1}+x^{2\omega-2}-x^{2\omega-3}+\cdots-x} \mid b \quad , \qquad \text{(SN.ÜV.119)}$$

von wo aus wir weiter vorangehen können.

Wir bauen im Grunde eine „Leiter bis in den Himmel" des Unendlichen und kommen je nach der x-ten Wurzel aus n dort an einer bestimmten Stelle an oder heraus. Dies bedeutet aber nicht, dass nur die Ankunftsorte die jeweilige Lösung darstellen. Es bedeutet nur, dass diese Orte Ausstiegspunkte funktionierender Leitern sind.

Denn schon unsere im Widerspruchsbeweis gefundene Bedingung fordert, dass es unendlich viele Lösungen gibt: Wir können nämlich den Bruch beliebig oft kürzen, solange Nenner und Zähler nicht endlich werden; solange es nämlich keinen kleinsten Bruch geben kann, der nicht weiter zu kürzen ist. Bleiben wir nach unserer Konstruktion mit Nenner und Zähler so im Unendlichen, dass alle Primzahlen der Primfaktorenzerlegung des Radikand n unter der Wurzel unendlich große Potenzen behalten, dann ist diese Bedingung ja erfüllt.

Was wissen wir also bisher denn sicher über a und b?

Wir können im Moment sicher sagen, dass a um den Faktor der x-ten Wurzel aus n größer ist als b. Und wir können sagen, dass sowohl a als auch b aktual unendlich oft durch n teilbar sein müssen. Nehmen wir probeweise einmal an, dies seien alle Eigenschaften, die nötig sind, und definieren damit unseren Zähler und Nenner unserer Ausgangsbedingung.

Sei g ein aktual unendlich großer ganzer Exponent von n, der der Potenz die Eigenschaft gibt, dass sie beliebig endlich oft durch n teilbar ist, ohne eine endliche Potenz zu werden

$$(\forall i \in \mathbb{N})\,(g \in \mathbb{N}_\infty)\,[\ i < g\ ] \qquad \text{(SN.ÜV.120)}$$

dann definieren wir b und a nun, indem wir die Ausgangsbedingung **SN.ÜV.51** wie gerade beschrieben abwandeln:

$$a \quad = \quad n^g \cdot n^{\frac{1}{x}} \qquad \text{(SN.ÜV.121)}$$

$$b \quad = \quad n^g \qquad \text{(SN.ÜV.122)}$$

$$\left(\exists a, b \in \mathbb{N}_\infty \land n, x \in \mathbb{N}^+ \land n, x \geq 2\right) \left[\ n^{\frac{1}{x}} \quad = \quad \frac{a}{b}\ \right] \qquad \text{(SN.ÜV.123)}$$

$$\Rightarrow \qquad n^{\frac{1}{x}} \quad = \quad \frac{n^g \cdot n^{\frac{1}{x}}}{n^g} \qquad \text{(SN.ÜV.124)}$$

$$\Leftrightarrow \qquad n^{\frac{1}{x}} \quad = \quad n^{\frac{1}{x}} \qquad \text{(SN.ÜV.125)}$$

Hier erkennen wir jetzt, durch vollständiges Kürzen des Bruchs: Diese beiden Bedingungen beschreiben a und b vollständig.

Es kann keine weiteren Faktoren im Nenner geben, die nicht auch im Zähler hinzukommen müssten und daher immer gekürzt werden können.

Sowohl der Nenner b als auch der Zähler a sind ganze Zahlen, wie wir ja schon im Widerspruchsbeweis vorausgesetzt haben, der uns ja gerade über diese Bedingung dann zur „Himmelsleiter" geführt hat:

$$\Rightarrow \quad n^g \quad \in \quad \mathbb{N}_\infty \tag{SN.ÜV.126}$$

$$\Rightarrow \quad n^g \cdot n^{\frac{1}{x}} \quad \in \quad \mathbb{N}_\infty \tag{SN.ÜV.127}$$

$$\Leftrightarrow \quad n^{g+\frac{1}{x}} \quad \in \quad \mathbb{N}_\infty \tag{SN.ÜV.128}$$

$$\Rightarrow \quad (\forall z \in \mathbb{Z}) \left[n^{g+z+\frac{1}{x}} \quad \in \quad \mathbb{N}_\infty \right] \tag{SN.ÜV.129}$$

So sind wir zur Lösungsmenge gekommen, die wir finden wollten.

Die algebraischen irrationalen Koeffizienten gehören zu den *überrationalen Zahlen*.

Dass ein Produkt einer bestimmten riesigen Zahl mit einer dazu passenden irrationalen Wurzel immer noch eine ganze Zahl ergibt, ist etwas sehr bemerkenswertes. Wir erhalten eine aktual unendlich große Potenz, mit einem rationalen Summanden, die trotzdem eine ganze Zahl ergibt.

Dies ist eine große Erkenntnis der Mathematik, die ich bisher noch nicht gesehen habe. Sie eröffnet eine neue Welt, in der ein großes Entdeckungspotenzial liegt.

Überrationale Zahlen und die natürlichen Superial-Zahlen

Die x-ten Wurzeln aus n sind Superial-Zahlen

Nun möchte ich herausarbeiten, dass die gerade gefundene Lösung der Darstellung x-ter Wurzeln aus n durch die gefundenen *überrationalen Brüche* genau zur Struktur der Superial-Zahlen passt. Wir werden gleich erkennen, dass die zunächst auf rationale Koeffizienten zugeschnitten erscheinenden Superial-Zahlen genauso gut auch zu den überrationalen Koeffizienten – also zu algebraischen irrationalen Koeffizienten – passen.

So erweitern sich nachfolgend die Koeffizienten der Superial-Zahlen von rationalen Brüchen auch auf überrationale.

Wie oben festgestellt, sind wir in der Wahl der aktual unendlichen großen ganzen Potenz g von n frei, um die überrationalen Brüche der x-ten Wurzeln aus n darzustellen, solange g größer bleibt, als jede endliche natürliche Zahl – also solange g nicht endlich wird. So können wir für g auch die vollständige Induktion ω einsetzen und damit den Exponenten des Primzahl-Flächenprodukts unserer superialen Basis s verwenden:

Sei ω der Exponent von n, um die x-te Wurzel aus n als überrationalen Bruch darzustellen:

$$n^{\frac{1}{x}} = \frac{n^{\omega} \cdot n^{\frac{1}{x}}}{n^{\omega}} \qquad \text{(SN.ÜV.130)}$$

$$\Leftrightarrow \quad n^{\frac{1}{x}} = \frac{n^{\omega+\frac{1}{x}}}{n^{\omega}} \qquad \text{(SN.ÜV.131)}$$

Wegen der Primfaktorzerlegung von n in Formel **SN.ÜV.70** gilt dann auch:

$$\Leftrightarrow \quad n^{\frac{1}{x}} = \frac{\left(p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot p_3^{k_3} \cdot p_4^{k_4} \cdot \cdots\right)^{\omega+\frac{1}{x}}}{\left(p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot p_3^{k_3} \cdot p_4^{k_4} \cdot \cdots\right)^{\omega}} \qquad \text{(SN.ÜV.132)}$$

$$\Leftrightarrow \quad \left(p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot p_3^{k_3} \cdot p_4^{k_4} \cdot \cdots\right)^{\frac{1}{x}} = \frac{\left(p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot p_3^{k_3} \cdot p_4^{k_4} \cdot \cdots\right)^{\omega+\frac{1}{x}}}{\left(p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot p_3^{k_3} \cdot p_4^{k_4} \cdot \cdots\right)^{\omega}} \qquad \text{(SN.ÜV.133)}$$

$$\Leftrightarrow \quad p_1^{k_1\left(\frac{1}{x}\right)} \cdot p_2^{k_2\left(\frac{1}{x}\right)} \cdot p_3^{k_3\left(\frac{1}{x}\right)} \cdot p_4^{k_4\left(\frac{1}{x}\right)} \cdot \cdots = \frac{p_1^{k_1\left(\omega+\frac{1}{x}\right)} \cdot p_2^{k_2\left(\omega+\frac{1}{x}\right)} \cdot p_3^{k_3\left(\omega+\frac{1}{x}\right)} \cdot p_4^{k_4\left(\omega+\frac{1}{x}\right)} \cdot \cdots}{p_1^{k_1\omega} \cdot p_2^{k_2\omega} \cdot p_3^{k_3\omega} \cdot p_4^{k_4\omega} \cdot \cdots} \qquad \text{(SN.ÜV.134)}$$

Weil n in unserem Ansatz **SN.ÜV.131** hier ja für jede beliebige positive natürliche Zahl gilt, so gilt sie logischerweise auch für jede Primzahl der Primfaktorzerlegung von n, wenn $\mathbb{P}(n)$ die Menge der Primfaktoren von n ist,

$$\Rightarrow \quad (\forall p_i \in \mathbb{P}(n))\left[\, p_i^{\frac{1}{x}} = \frac{p_i^{\omega+\frac{1}{x}}}{p_i^{\omega}} \,\right] \qquad \text{(SN.ÜV.135)}$$

$$\Leftrightarrow \quad (\forall p_i \in \mathbb{P}(n))\left[\, p_i^{\frac{1}{x}} = \frac{p_i^{\omega} \cdot p_i^{\frac{1}{x}}}{p_i^{\omega}} \,\right] , \qquad \text{(SN.ÜV.136)}$$

womit wir jetzt bei den einzelnen Primzahltürmen des Primzahl-Flächenprodukts von $\mathbb{S}$ angekommen sind.

Wenn n nur aus Primzahlen erster Potenz besteht, dann ergibt sich das Bild:

Sei probehalber n eine positive natürliche Zahl, die nur aus Primzahlen erster

Potenz besteht

$$(\forall p_i \in \mathbb{P}(n)) \left[n^{\frac{1}{x}} \quad = \quad \frac{(p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot \cdots)^{\omega} \cdot n^{\frac{1}{x}}}{(p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot \cdots)^{\omega}} \right] \quad , \qquad \text{(SN.ÜV.137)}$$

dann erhalten wir einen Nenner und diesen auch als Faktor im Zähler, der immer ein Teil des Primzahl-Flächenprodukts von s ist und der Zähler ist auch immer eine ganze Zahl:

$$(\forall p_i \in \mathbb{P}(n)) \left[\, (p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot \cdots)^{\omega} \cdot n^{\frac{1}{x}} \quad \in \quad \mathbb{N}_{\infty} \right] \qquad \text{(SN.ÜV.138)}$$

In Bezug auf die Superial-Zahlen hat dies eine besondere Bedeutung. Denn nehmen wir die x-te Wurzel aus unserem besonderen n mit der superialen Basis s mal, dann erhalten wir ebenfalls eine ganze Zahl, weil der Faktor vor der Wurzel im Zähler ja ein Teilprodukt des Primzahl-Flächenprodukts ist:

$$(\forall p_i \in \mathbb{P}(n)) \left[\, (p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot \cdots)^{\omega} \mid \mathrm{s} \, \right] \qquad \text{(SN.ÜV.139)}$$

$$\Rightarrow \qquad n^{\frac{1}{x}} \cdot \mathrm{s} \quad \in \quad \mathbb{N}_{\infty} \qquad \text{(SN.ÜV.140)}$$

Das führt uns unweigerlich zu der Frage, ob diese besonderen Wurzel nicht auch zu den Superial-Zahlen gehören

$$n^{\frac{1}{x}} \cdot \mathrm{s} \quad \stackrel{?}{\in} \quad \mathbb{S}_N \quad , \qquad \text{(SN.ÜV.141)}$$

deren Beantwortung wir nachgehen sollten.

Wenn wir uns Gedanken darüber machen, was der Unterschied zwischen der vorstehend probehalber angenommenen Bedingung, n besteht nur aus Primzahlen erster Potenz, und n hat jede mögliche Primfaktorzerlegung, dann geht es nur darum, wie sich höhere Potenzen der Primzahlen in n bezüglich des Produkts mit der superialen Basis s verhalten.

Die Primzahltürme p_i^{ω}, die als Faktoren dazu führen, dass die x-ten Wurzeln aus diesen Primzahlen $p_i^{\frac{1}{x}}$ zu ganzen Zahlen werden, werden in unserer bisher gefundenen Lösung entsprechend der Potenzen k_i der jeweiligen Primzahlen in n potenziert:

$$(\forall p_i \in \mathbb{P}(n)) \left[\left(p_i^{k_i}\right)^{\frac{1}{x}} \quad = \quad \frac{\left(p_i^{k_i}\right)^{\omega} \cdot \left(p_i^{k_i}\right)^{\frac{1}{x}}}{\left(p_i^{k_i}\right)^{\omega}} \right] \qquad \text{(SN.ÜV.142)}$$

Die Frage, die sich bezüglich der Superial-Zahlen also stellt, ist: Reicht der einfach aktual unendliche Potenzturm als Faktor der Wurzel aus, um auch die entsprechende Wurzel aus einer Potenz der Primzahl zu einer ganzen Zahl zu machen?

$$(\forall p_i \in \mathbb{P}(n))\left[\ \left(p_i^{k_i}\right)^{\frac{1}{x}} \quad = \quad \frac{p_i^{\omega} \cdot \left(p_i^{k_i}\right)^{\frac{1}{x}}}{p_i^{\omega}}\ \right] \qquad \text{(SN.ÜV.143)}$$

$$(\forall p_i \in \mathbb{P}(n))\left[\ p_i^{\omega} \cdot \left(p_i^{k_i}\right)^{\frac{1}{x}} \quad \overset{?}{\in} \quad \mathbb{N}_\infty\ \right] \qquad \text{(SN.ÜV.144)}$$

Und ich denke, diese Frage können wir ruhigen Gewissens mit Ja beantworten. Der einfache aktual unendliche Potenzturm reicht aus.

Zum einen ist dies so, weil auch der einfache Potenzturm die notwendige Bedingung erfüllt, aktual unendlich groß zu sein und in dem oben angegebenen überrationalen Bruch beliebig endlich oft gekürzt werden zu können. Zum anderen können wir uns dies über Raster-Überlegungen klar machen:

Gemeinsam mit der Null und der Eins definieren die hier allgemein betrachteten x-ten Wurzeln aus n ein extrem feines Raster. Dieses feine Raster wird durch den aktual unendlich großen Faktor im Zahler so stark vergrößert, dass es auf das Raster der aktual unendlich großen ganzen Zahlen fällt. Eine ganze Potenz k_i einer Primzahl p_i definiert aber kein noch feineres Raster als ihre einfache Potenz. Im Gegenteil fällt die x-te Potenz der x-ten Wurzel aus n per Definition sogar selber auf die ganze Zahl n, sogar ohne die unendliche Vergrößerung des Rasters.

Der einfache aktual unendliche Potenzturm p_i^{ω} vergrößert das Raster für alle dazu passenden x-ten Wurzel aus p_i so, dass auch ein Produkt dieser Wurzeln auf das Zählraster der ganzen Zahlen fällt. Es gilt also tatsächlich:

$$p_i^{\omega} \cdot \left(p_i^{k_i}\right)^{\frac{1}{x}} \quad \in \quad \mathbb{N}_\infty \qquad \text{(SN.ÜV.145)}$$

Damit sind alle Produkte der x-ten Wurzeln aus n mit der superialen Basis s aktual unendlich große ganze Zahlen:

$$n^{\frac{1}{x}} \cdot \mathrm{s} \quad \in \quad \mathbb{N}_\infty \qquad \text{(SN.ÜV.146)}$$

Damit sind sie sinnvollerweise auch ganze Superial-Zahlen, denn es macht ja dann gar keinen Sinn, diese Zahlen aus den Superial-Zahlen auszuschließen:

$$n^{\frac{1}{x}} \cdot \mathrm{s} \quad :\in \quad \mathbb{S}_N \qquad \text{(SN.ÜV.147)}$$

Die x-ten Wurzeln aus n sind als Koeffizienten in den Superial-Zahlen also grundsätzlich zugelassen.

Die Kehrwerte der Wurzeln

Was uns nun noch fehlt, sind die Kehrwerte der Wurzeln, oder anders ausgedrückt, die negativen Wurzeln. Dazu gucken wir uns diese jetzt näher an.

Sei es erlaubt, dass die x-te Wurzel aus n eine negative Zahl, aber nicht Null ist

$$\left(\forall n, x \in \mathbb{N}^{+}\right) (n, x \geq 2) (\forall p_i \in \mathbb{P}(n)) \left[n^{-\frac{1}{x}} = \frac{p_i^{\omega} \cdot n^{-\frac{1}{x}}}{p_i^{\omega}} \right] \quad \text{(SN.ÜV.148)}$$

$$\Leftrightarrow \quad n^{-\frac{1}{x}} = \frac{p_i^{\omega}}{p_i^{\omega} \cdot n^{\frac{1}{x}}} , \quad \text{(SN.ÜV.149)}$$

dann bleibt der Bruch trotzdem ein überrationaler Bruch, wie wir sehen.

Die x-te Wurzel aus n rutscht einfach in den unteren Teil des Bruchs, in den Nenner, zum anderen identischen Primzahlturm, wo das Produkt dann ebenso eine aktual unendlich große ganze Zahl ergibt, wie zuvor im Zähler. Das ist alles in sich ganz plausibel.

Jedoch kommt nun die Frage auf: Ist das Produkt des Kehrwerts einer Wurzel mit der superialen Basis s auch immer eine natürliche Superial-Zahl? Dies ist nicht ganz so offensichtlich, weil es bedeutet, dass s durch eine x-te Wurzel aus n geteilt auch immer eine ganze positive Superial-Zahl sein muss:

$$\left(\forall n, x \in \mathbb{N}^{+}\right) (n, x \geq 2) \left[n^{-\frac{1}{x}} \cdot \mathrm{s} \overset{?}{\in} \mathbb{S}_N \right] \quad \text{(SN.ÜV.150)}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\mathrm{s}}{n^{\frac{1}{x}}} \overset{?}{\in} \mathbb{S}_N \quad \text{(SN.ÜV.151)}$$

Dass die Division durch eine möglicherweise irrationale positive Wurzel auch immer eine aktual unendlich große ganze Zahl bleibt, kann in der Tat fragwürdig erscheinen.

Ich möchte damit ansetzen, dies an der Quadratwurzel aus aus n zu zeigen und von hier aus zu verallgemeinern. Denn im Fall der Quadratwurzel können wir durch eine erlaubte Division ganz leicht zeigen, dass unsere fragliche Aussage wahr ist:

Sei die uns bekannte wahre Aussage, dass die Quadratwurzel aus n im Produkt mit der superialen Basis s eine ganze Zahl ist

$$\left(\forall n \in \mathbb{N}^{+}\right) (n \geq 2) \left[n^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{s} \in \mathbb{S}_N \right] \quad \text{(SN.ÜV.152)}$$

unser Ansatz, so gelangen wir durch die erlaubte Division von s durch n, die den Wahrheitsgehalt der Aussage nicht verändert, und deren Umformung

$$\Leftrightarrow \quad n^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\mathrm{s}}{n} \quad \in \quad \mathbb{S}_N \qquad \text{(SN.ÜV.153)}$$

$$\Leftrightarrow \quad n^{\frac{1}{2}-1} \cdot \mathrm{s} \quad \in \quad \mathbb{S}_N \qquad \text{(SN.ÜV.154)}$$

$$\Leftrightarrow \quad n^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{s} \quad \in \quad \mathbb{S}_N \qquad \text{(SN.ÜV.155)}$$

zu der Aussage, dass auch der Kehrwert der Quadratwurzel aus n im Produkt mit der superialen Basis s ist eine ganze Zahl sein muss, was wir zeigen wollten.

Nun verallgemeinern wir auf die generelle Aussage des Kehrwerts der x-ten Wurzel aus einer endlichen natürlichen Zahl n größer gleich Zwei.

Sei die uns bekannte wahre Aussage, dass die x-ten Wurzel aus n im Produkt mit der superialen Basis s eine ganze Zahl ist

$$\left(\forall n, x \in \mathbb{N}^+\right) (n, x \geq 2) \left[\, n^{\frac{1}{x}} \cdot \mathrm{s} \quad \in \quad \mathbb{S}_N \,\right] \qquad \text{(SN.ÜV.156)}$$

unser Ansatz, so gelangen wir durch die erlaubte Division von s durch n und durch einen Faktor, der eine erlaubte Potenz der x-ten Wurzel aus n ist, die beide den Wahrheitsgehalt der Aussage nicht verändern, und durch deren Umformung

$$\Leftrightarrow \quad n^{\frac{1}{x}} \cdot \left(n^{\frac{1}{x}}\right)^{x-2} \cdot \frac{\mathrm{s}}{n} \quad \in \quad \mathbb{S}_N \qquad \text{(SN.ÜV.157)}$$

▼ ausblenden

$$\Leftrightarrow \quad n^{\frac{1}{x}} \cdot n^{\frac{x-2}{x}} \cdot \frac{\mathrm{s}}{n^{\frac{x}{x}}} \quad \in \quad \mathbb{S}_N \qquad \text{(SN.ÜV.158)}$$

▲ ausblenden

$$\Leftrightarrow \quad n^{\frac{1}{x}} \cdot n^{\frac{x-2}{x}} \cdot n^{-\frac{x}{x}} \cdot \mathrm{s} \quad \in \quad \mathbb{S}_N \qquad \text{(SN.ÜV.159)}$$

▼ ausblenden

$$\Leftrightarrow \quad n^{\frac{1}{x}} \cdot n^{\frac{-x+(x-2)}{x}} \cdot \mathrm{s} \quad \in \quad \mathbb{S}_N \qquad \text{(SN.ÜV.160)}$$

$$\Leftrightarrow \quad n^{\frac{1}{x}} \cdot n^{-\frac{2}{x}} \cdot \mathrm{s} \quad \in \quad \mathbb{S}_N \qquad \text{(SN.ÜV.161)}$$

▲ ausblenden

$$\Leftrightarrow \quad n^{\frac{1}{x}-\frac{2}{x}} \cdot \mathrm{s} \quad \in \quad \mathbb{S}_N \tag{SN.ÜV.162}$$

$$\Leftrightarrow \quad n^{-\frac{1}{x}} \cdot \mathrm{s} \quad \in \quad \mathbb{S}_N \tag{SN.ÜV.163}$$

zu der Aussage, dass auch der Kehrwert der x-ten Wurzel aus n im Produkt mit der superialen Basis s eine ganze Zahl sein muss, was wir zeigen wollten.

Über erlaubte Operationen, die die Ganzzahligkeit unseres Ansatzes erhalten, erreichen wir also die gesuchte Aussage, dass auch die Kehrwerte der x-ten Wurzeln aus n natürliche Superial-Zahlen sind.

Zusammenfassung für alle entsprechenden Wurzeln

So können wir die Superial-Zahlen sinnvollerweise noch auf die Koeffizienten der Kehrwerte der Wurzeln verallgemeinern:

$$(\forall z \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}) \left[n^{\frac{1}{z}} \cdot \mathrm{s} \quad :\in \quad \mathbb{S}_N \right] \tag{SN.ÜV.164}$$

Wir stellen also fest, dass auch die irrationalen Koeffizienten algebraischer Zahlen als Produkt mit der superialen Basis s ganze Zahlen ergeben. Das ist schon ziemlich erfreulich und cool.

Durch den Beweis der eingangs aufgestellt Überrationalitätsvermutung sind nun alle Koeffizienten algebraischer Zahlen, die Zahlen der Menge $\mathbb{A}_R$, als Produkt mit der superialen Basis s ganze Zahlen und sinnvollerweise dann auch ganze Superial-Zahlen:

$$(\forall a \in \mathbb{A}_R)\,(0 \leq a)\,[\; a \cdot \mathrm{s} \quad \in \quad \mathbb{N}_\infty \;] \tag{SN.ÜV.165}$$

$$(\forall a \in \mathbb{A}_R)\,[\; a \cdot \mathrm{s} \quad \in \quad \mathbb{S}_Z \;] \tag{SN.ÜV.166}$$

Etwas wirklich besonderes.

→ Untersuchung

Struktur der Wurzeln

← *Überrationalitätsvermutung*

▾ Notizen

Fargen

• Können die irrationalen Wurzeln dann trotzdem Brüche unendlich vieler Primzahlen endlicher Potenzen in Zähler und Nenner sein?

• Oder ist dies nach dem Beweis der Überrationalitätsvermutung ausgeschlossen?

Es ist uns gelungen den vorstehenden Beweis der Überrationalitätsvermutung zu führen, ohne uns explizit mit den gegebenenfalls irrationalen Werten der Wurzeln und deren genauer Entstehung auseinander zu setzen.

Welche tieferen Einsichten haben wir vorstehend schon gewonnen und welche können wir noch weiter schöpfen?

Einen ersten Ansatz dazu finden wir im Beweis in den Nebenrechnungen. XXX XXX XXX XXX

XXX

In Arbeit ... XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX

Alter Entwurf der Überrationalitätsvermutung:

Die Überrationalitätsvermutung geht davon aus, dass sich die Koordinaten (aus der Menge $\mathbb{A}_R$) der algebraischen Zahlen immer durch rationale Zahlen aus der Menge $\mathbb{A}$ oder durch einen *überrationalen Bruch* von unendlich großen Primzahlprodukten endlicher Primzahlen in Nenner und Zähler ausdrücken lassen. Die Wurzel aus Zwei $\sqrt{2}$ wäre demnach Beispielsweise auch ein überrationaler Bruch:

Angenommen $\sqrt{2}$ sei ein Beispiel eines überrationalen Bruchs:

$$\sqrt{2} \stackrel{?}{=} \frac{a}{b} \tag{SN.ÜV.167}$$

Ihre Quotienten a und b, als Zähler und Nenner, sollen gekürzt und damit von minimaler Größe sein. Die minimalen a und b, die den wesentlichen Kern des Bruchs ausmachen, wären damit teilerfremd[6,7]:

$$a \perp b \tag{SN.ÜV.168}$$

Diese Brüche können als die Menge $\mathbb{Qr}^+$ mit folgender Formel minimalistisch beschrieben werden, wobei uns die Funktion $ord(p, \mathbb{P})$ den Index als Ordnungszahl einer Primzahl p in der Menge der endlichen Primzahlen $\mathbb{P}$ gibt. Auch müssen sie die Bedingung erfüllen, dass sie endlich groß sind:

$$\mathbb{Qr}^+ := \left\{ x \;\middle|\; (\exists x)\,(\exists n \in \mathbb{N})\,(x < n) \left[x = \prod_{(\forall p_i \in \mathbb{P})(i = ord(p,\mathbb{P}))(z_i \in \mathbb{Z})} p_i^{z_i} \right] \right\} \tag{SN.ÜV.169}$$

Verallgemeinert für alle überrationalen Zahlen muss ihr Bruch auch negativ oder Null sein können. Daher benötigen wir den Bruch mit Vorzeichen, um die Menge $\mathbb{Qr}$ der überrationalen Zahlen zu definieren:

$$\mathbb{Qr} := \left\{ x \;\middle|\; \left(q^+ \in \mathbb{Qr}^+\right)(\forall v \in \{-1, 0, 1\}) \left[x = v \cdot q^+ \right] \right\} \tag{SN.ÜV.170}$$

XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX

Das bedeutet, dass wir unser Beispiel nun so in seiner Beschreibung verfeinern können:

$$\sqrt{2} \quad \overset{?}{\in} \quad \mathbb{Q}\mathrm{r} \qquad \text{(SN.ÜV.171)}$$

Wir können jetzt Überlegungen anstellen, ob dies prinzipiell überhaupt möglich ist:

Wenn wir die $\sqrt{2}$ in einer Näherung berechnen, dann erhalten wir ja immer mehr Nachkommastellen. Dies müsste bedeuten, dass im Zähler und Nenner unseres Bruchs immer mehr teilerfremde Primzahlen hinzukommen, die das Ergebnis dann immer genauer werden lassen. Denn die Wurzel aus Zwei hat als irrationale Zahl ja unendlich viele, aperiodische Nachkommastellen.

Nun gibt es im Grunde zwei naiv denkbare Möglichkeiten für die Entwicklung der Primzahlen, jeweils im Nenner und Zähler:

- Entweder die Primzahlen wechseln dabei ständig alle und es ist keine Annäherung an eine bestimmte Primzahlzusammensetzung zu beobachten.
- Oder nach und nach kristallisieren sich Primzahlen heraus, die ab einer bestimmten Genauigkeit bleiben, und diese werden dann immer mehr.

Um das zu klären, bietet sich natürlich ein **Rechenexperiment**, also vermutlich eher ein Computer-Experiment, an.

Im ersten Fall fällt es mir schwer zu verstehen, wie wir da weiterkommen wollen.

Im zweiten Fall können wir uns vielleicht überlegen, ob das grundsätzlich möglich ist, denn die sich herauskristallisierenden Primzahl müssen wohl bestimmte Eigenschaften haben, damit das Ergebnis konvergiert, also immer genauer wird, und nicht wieder zerstört wird:

XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX

In Arbeit ... XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX

→ Untersuchung

Untersuchung

In Arbeit ...

← Struktur der Wurzeln

Wikipedia: Quadratwurzel aus 2, Geschichte

Alte Inder:

$$\sqrt{2} \quad \approx \quad \frac{577}{408} \quad = \quad \sqrt{2} \quad \approx \quad \frac{577}{2^3 \cdot 3 \cdot 17} \qquad \text{(SN.ÜV.U.1)}$$

XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX

Babylonier:

$$\sqrt{2} \quad \approx \quad \frac{30547}{21600} \quad = \quad \frac{11 \cdot 2777}{2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2} \qquad \text{(SN.ÜV.U.2)}$$

XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX

Näherungsbrüche der Kettenbruchentwicklung von Wurzel aus Zwei

OEIS: **A002965 – Interleave denominators (A000129) and numerators (A001333) of convergents to sqrt(2).** XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX

$$\begin{aligned}\sqrt{2} \quad \approx \quad 1,&414213562373095048801688724209698\\ &078569671875376948073176679737990\\ &73247846210703885038753432764157\ldots\end{aligned} \qquad \text{(SN.ÜV.U.3)}$$ [8]

$$\sqrt{2} \quad \approx \quad \frac{1}{1} \qquad \text{(SN.ÜV.U.4)}$$

▼ ausblenden

$$\frac{1}{1} \quad = \quad 1,|\overline{0} \qquad \text{(SN.ÜV.U.5)}$$

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \quad \approx \quad \frac{3}{2} \qquad \text{(SN.ÜV.U.6)}$$

▼ ausblenden

$$\frac{3}{2} \quad = \quad 1,|5\overline{0} \qquad \text{(SN.ÜV.U.7)}$$

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \quad \approx \quad \frac{7}{5} \qquad \text{(SN.ÜV.U.8)}$$

▼ ausblenden

$$\frac{7}{5} \quad = \quad 1,4|\overline{0} \qquad \text{(SN.ÜV.U.9)}$$

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \quad \approx \quad \frac{17}{12} \quad = \quad \frac{17}{2^2 \cdot 3} \qquad \text{(SN.ÜV.U.10)}$$

▼ ausblenden

$$\frac{17}{12} = 1,41|\overline{6} \tag{SN.ÜV.U.11}$$

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{41}{29} \tag{SN.ÜV.U.12}$$

▼ ausblenden

$$\frac{41}{29} = 1,\overline{41|37931034482758620689655172} \tag{SN.ÜV.U.13}$$

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{99}{70} = \frac{3^2 \cdot 11}{2 \cdot 5 \cdot 7} \tag{SN.ÜV.U.14}$$

▼ ausblenden

$$\frac{99}{70} = 1,41\overline{42|8571} \tag{SN.ÜV.U.15}$$

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{239}{169} = \frac{239}{13^2} \tag{SN.ÜV.U.16}$$

▼ ausblenden

$$\begin{aligned} \frac{239}{169} = 1,&\overline{4142|0118343195266272189349} \\ &\overline{11242603550295857988165680} \\ &\overline{47337278106508875739644970} \end{aligned} \tag{SN.ÜV.U.17}$$

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{577}{408} = \frac{577}{2^3 \cdot 3 \cdot 17} \tag{SN.ÜV.U.18}$$

▼ ausblenden

$$\frac{577}{408} = 1,41421|56\overline{8627450980392156} \tag{SN.ÜV.U.19}$$

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{1393}{985} = \frac{7 \cdot 199}{5 \cdot 197} \tag{SN.ÜV.U.20}$$

▼ ausblenden

$$\frac{1393}{985} = 1,41\overline{4213|19796954314720812l8}$$
$$\overline{274111675126903553299492 3}$$
$$\overline{857868020304568527918781 7}$$
$$\overline{258883248730964467005076 1}$$
(SN.ÜV.U.21)

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{3363}{2378} = \frac{3 \cdot 19 \cdot 59}{2 \cdot 29 \cdot 41}$$ (SN.ÜV.U.22)

▼ ausblenden

$$\frac{3363}{2378} = 1,41\overline{4213|6248948696383515559}$$
$$\overline{293523969722455845248107 6}$$
$$\overline{534903280067283431455004 2}$$
$$\overline{052144659377628259041211 1}$$
$$\overline{017661900756938603868797 3}$$
$$\overline{0866274179983179}$$
(SN.ÜV.U.23)

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{8119}{5741} = \frac{23 \cdot 353}{5741}$$ (SN.ÜV.U.24)

▼ ausblenden

$$\frac{8119}{5741} = 1,4142135|516460546943041282\ldots$$ (SN.ÜV.U.25)[9]

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{19601}{13860} = \frac{17 \cdot 1153}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11}$$ (SN.ÜV.U.26)

▼ ausblenden

$$\frac{19601}{13860} = 1,41\overline{421356}|$$ (SN.ÜV.U.27)[10]

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{47321}{33461} = \frac{79 \cdot 599}{33461}$$ (SN.ÜV.U.28)

▼ ausblenden

$$\frac{47321}{33461} = 1,414213562|0573204626281342\ldots$$ (SN.ÜV.U.29)[11]

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{114243}{80782} = \frac{3 \cdot 113 \cdot 337}{2 \cdot 13^2 \cdot 239}$$ (SN.ÜV.U.30)

▼ ausblenden

$$\frac{114243}{80782} = 1,\overline{414213562|4272734024906538\ldots}^{546}$$ (SN.ÜV.U.31)[12]

▲ ausblenden

$$\sqrt{2} \approx \frac{195025}{114243} = \frac{5^2 \cdot 29 \cdot 269}{3 \cdot 113 \cdot 337}$$ (SN.ÜV.U.32)

$$\sqrt{2} \approx \frac{XXX}{275807} = \frac{XXX}{7 \cdot 31^2 \cdot 41}$$ (SN.ÜV.U.33)

$$\sqrt{2} \approx \frac{XXX}{470832} = \frac{XXX}{2^4 \cdot 3 \cdot 17 \cdot 577}$$ (SN.ÜV.U.34)

$$\sqrt{2} \approx \frac{XXX}{XXX} = \frac{XXX}{XXX}$$ (SN.ÜV.U.35)

$$\sqrt{2} \approx \frac{XXX}{XXX} = \frac{XXX}{XXX}$$ (SN.ÜV.U.36)

$$\sqrt{2} \approx \frac{XXX}{XXX} = \frac{XXX}{XXX}$$ (SN.ÜV.U.37)

$$\sqrt{2} \approx \frac{30547}{21600} = \frac{11 \cdot 2777}{2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2}$$ (SN.ÜV.U.38)

$$\sqrt{2} \approx \frac{XXX}{XXX} = \frac{XXX}{XXX}$$ (SN.ÜV.U.39)

$$\sqrt{2} \approx \frac{XXX}{XXX} = \frac{XXX}{XXX}$$ (SN.ÜV.U.40)

$$\sqrt{2} \approx \frac{XXX}{XXX} = \frac{XXX}{XXX}$$ (SN.ÜV.U.41)

$$\sqrt{2} \approx \frac{XXX}{XXX} = \frac{XXX}{XXX}$$ (SN.ÜV.U.42)

$$\sqrt{2} \approx \frac{XXX}{XXX} = \frac{XXX}{XXX} \qquad \text{(SN.ÜV.U.43)}$$

In Arbeit ... XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX

XXX

In Arbeit ... XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX

Fußnoten

1. ↑(Primärliteratur einfügen!)
   Internet:
   Vgl. Wikipedia, ***Rationale Zahl***.
2. ↑(Primärliteratur einfügen!)
   Internet:
   Vgl. Wikipedia, ***Algebraische Zahl***.
3. ↑(Primärliteratur einfügen!)
   Internet:
   Vgl. Wikipedia, ***Komplexe Zahl***.
4. ↑(Primärliteratur einfügen!)
   Internet:
   Vgl. Wikipedia, ***Algebraische Zahl***, Eigenschaften.
5. ↑(Primärliteratur einfügen!)
   Internet:
   Vgl. Wikipedia, ***Unendlichkeitsaxiom***, Formulierung; Bedeutung für die Mathematik, Natürliche Zahlen.
6. ↑(Primärliteratur einfügen!)
   Internet:
   Vgl. Wikipedia, ***Teilerfremdheit***.
7. ↑Die Teilerfremdheit hat eine Verbindung zur Riemannschen Zeta-Funktion:
   Internet:
   Vgl. Wikipedia, ***Teilerfremdheit***, Eigenschaften.
8. ↑Vgl. **OEIS: A002193 as a constant (usually base 10)**
9. ↑Beginn und Ende der Periode sind unbekannt:
   Vgl. **WolframAlpha: 8119/5741**
10. ↑Vgl. **WolframAlpha: 19601/13860**
11. ↑Beginn und Ende der Periode sind unbekannt:
    Vgl. **WolframAlpha: 47321/33461**
12. ↑Vgl. **WolframAlpha: 114243/80782**

Stand 29. Februar 2024, 17:00 CET.

Permanente Links:
(Klicke auf die Archivlogos zum Abruf und Ansehen der Archive dieser Seite.)

Wolfgang Huß

Wolfgang Huß
und Media Line Digital e.K.
Steinburger Straße 38
22527 Hamburg, Germany, EU

E-Mail: wolle.huss at pjannto.com
Telefon: +49. 40. 38 03 77 37
Mobil: +49. 173. 622 60 91