

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

ZAVRŠNI RAD br. 5118

Gusta stereoskopska rekonstrukcija poluglobalnim podudaranjem

Nikola Bunjevac

Zagreb, svibanj 2017.

*Umjesto ove stranice umetnite izvornik Vašeg rada.
Kako biste uklonili ovu stranicu, obrišite naredbu \izvornik.*

SADRŽAJ

1. Uvod	1
2. Stereoskopska rekonstrukcija	3
2.1. Epipolarna geometrija	4
2.2. Rektifikacija	5
2.3. Rekonstrukcija udaljenosti	6
3. Lokalne metode	8
3.1. Općeniti algoritam	9
3.2. SSD	10
3.3. ZSAD	10
3.4. Census	11
3.5. Korespondencija neovisna o uzorkovanju	12
3.6. Usporedba lokalnih i globalnih metoda	12
4. Poluglobalno podudaranje	14
5. Opis implementacije	18
6. Rezultati	22
6.1. Middlebury	22
6.2. KITTI	26
7. Zaključak	30
Literatura	31

1. Uvod

Računalni vid iznimno je zanimljivo interdisciplinarno područje koje se svrstava kao grana umjetne inteligencije. Ono se bavi omogućavanjem računalima da shvate i interpretiraju podatke iz digitalnih slika i videozapisa. Vid je jedno od najznačajnijih osjetila jer pomoći njega primamo mnoštvo korisnih informacija. Pomoći vida se orijentiramo u prostoru, prepoznajemo druge ljudi i njihova lica, čitamo, prikupljamo informacije itd. Kada bi računala mogla interpretirati vizualne podražaje poput ljudi, to bi omogućilo velik napredak u umjetnoj inteligenciji. Nažalost, to je još uvijek neriješen problem.

Cijelo područje je nastalo šezdesetih godina prošlog stoljeća kada se mislilo da će se taj problem relativno brzo riješiti. Naime, profesor je kao zadatak studentu zadao da na robota stavi kameru i da robot opisuje ono što vidi. Vrlo brzo se pokazalo kako je problem puno složeniji nego što se mislilo. S druge strane, od tada su ostvareni veliki napretci u tom području kao i općenito u umjetnoj inteligenciji.

U ovom radu ćemo opisati neke metode za stvaranje rekonstrukcije dubine prostora iz slika dviju kamera. Takvi sustavi se nazivaju stereo sustavi, a takva vrsta vida stereo vid. Oni funkcioniraju analogno ljudskom vidu koji se još naziva binokularni vid zbog toga što ljudi gledaju pomoći dva oka. To ljudima omogućava stvaranje vrlo kvalitetnog dojma o 3D osobinama prostora kojega promatraju. Mogu zaključiti koliko je nešto udaljeno, odnos veličina raznih predmeta itd.

Gusta stereoskopska rekonstrukcija pokušava iz dvaju slika rekonstruirati gusti oblak točaka koji odgovara prostoru koji se promatra. Postupak se odvija u nekoliko koraka. Prvo je potrebno obraditi slike kako bi se otklonile fizičke nesavršenosti sustava poput nesavršenosti leće i položaja senzora. Zatim je potrebno piksele transformirati kako bi svi korespondenti pikseli ležali na istom pravcu, odnosno epipolarnoj liniji. Nakon toga se može krenuti u rekonstrukciju scene.

Postoje dvije glavne podjele metoda guste stereoskopske rekonstrukcije, a to su

1. lokalne metode i
2. globalne metode.

Lokalne metode se temelje na promatranju lokalne okoline svakog pojedinog piksela koju ćemo nazvati prozorčić. Postupak rekonstrukcije tada se svodi na traženje naj-sličnijeg prozorčića na drugoj slici. Važno je naglasiti kako se traženje vrši samo duž epipolarne linije. Za razliku od lokalnih, globalne metode rekonstrukciju rade pomoću svih piksela slike što intuitivno dovodi do zaključka da je postupak složeniji i zahtijeva više računalnih resursa.

Metoda poluglobalnog podudaranja, koju ćemo detaljnije obrađivati u ovom radu, može se svrstati negdje između. Naime, ona kao ulaz prima izračunate korespondencije lokalnih metoda, a zatim radi optimizaciju nad pikselima duž iste linije u osam ili šesnaest smjerova. Takva optimizacija dovodi do kvalitetnijih rezultata u dijelovima gdje dolazi do nagle promjene u dubini scene.

U sljedećem poglavlju ćemo ukratko objasniti postupke kalibracije stereo sustava te rektifikacije parova slika kao predradnja postupku rekonstrukcije.

U trećem poglavlju ćemo obraditi nekoliko lokalnih metoda guste stereoskopske rekonstrukcije. Lokalne metode nude relativno dobre rezultate uz prihvatljivu performansu.

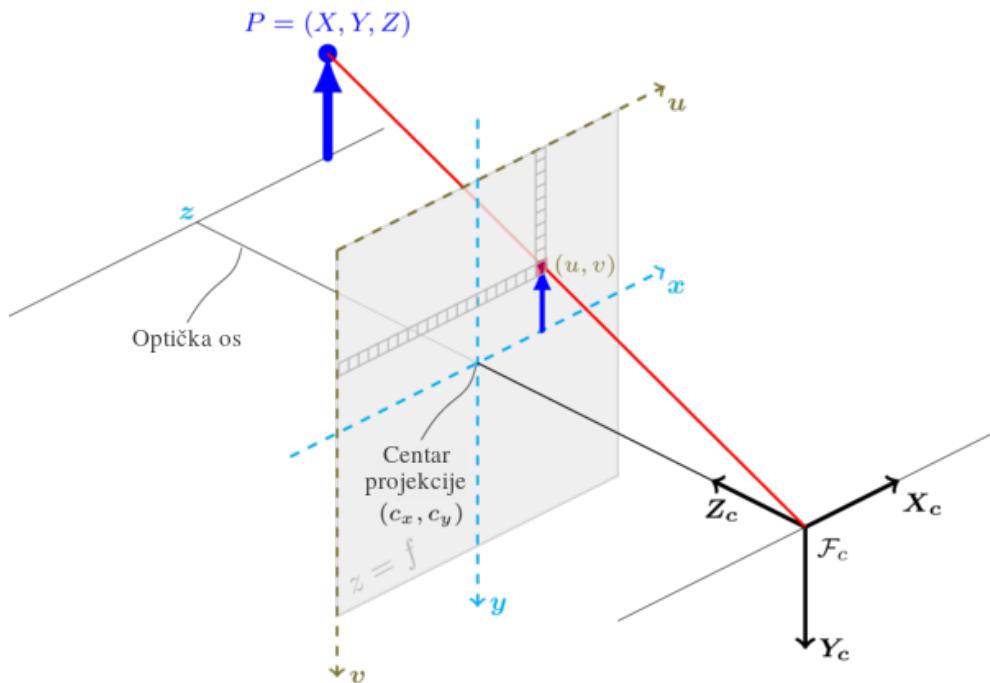
Zatim ćemo definirati algoritam poluglobalnog podudaranja, razraditi njegove hiperparametre te vidjeti kakva poboljšanja nudi u odnosu na lokalne metode.

Sljedeće poglavlje opisuje implementaciju navedenih algoritama i pomoćnih skripti te daje kratke upute za korištenje.

U petom poglavlju ćemo vidjeti rezultate eksperimenata na standardnim skupovima slika, usporedbe obrađenih metoda i komentare, nakon čega slijedi zaključak.

2. Stereoskopska rekonstrukcija

Prije same rekonstrukcije, potrebno je obraditi slike dobivene iz para kamera. Za to je potrebno znati geometrijske parametre sustava dvaju kamera. Kao model kamere uzet ćemo projekcijsku ravninu koja je udaljena od izvora/kamere za neku udaljenost f . Tako se sve točke u prostoru ispred kamere i ravnine projiciraju na tu zamišljenu ravninu.



Slika 2.1: Model kamere (preuzeto iz dokumentacije biblioteke OpenCV)

Na slici 2.1 prikazan je upravo takav model. Kamera se nalazi u ishodištu globalnog koordinatnog sustava s osima (X_c, Y_c, Z_c) . Ispred kamere u smjeru pozitivne Z osi na udaljenosti $z = f$ nalazi se projekcijska ravnina okomita na navedenu os. Udaljenost f još se naziva žarišna udaljenost (eng. *focal distance*). Koordinatni sustav projekcijske ravnine ili slike određen osima (u, v) je smješten tako da mu je ishodište u gornjem lijevom kutu slike.

Postupak stvaranja slike si možemo predočiti tako da zamislimo da za svaki piksel slike ispučamo zraku koja ide iz globalnog ishodišta (kamere), prolazi kroz ravninu

projekcije i ide sve dok ne pogodi neki najbliži vidljivi predmet. Boju u pogodenoj točki preslikavamo na ravninu projekciju, i to u točki sjecišta ispučane zrake i ravnine.

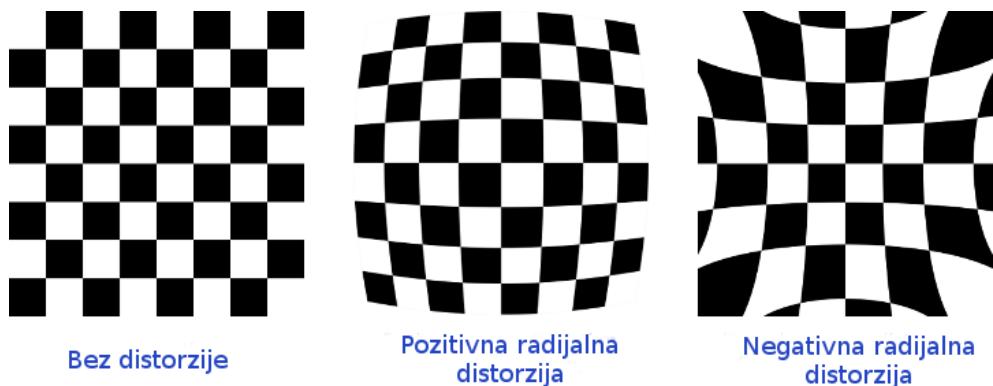
Naravno, ovo je vrlo rudimentaran model i u stvarnosti je postupak puno kompleksniji jer nismo uzeli u obzir valna svojstva svjetlosti već smo pretpostavili da se svjetlost širi pravocrtno.

2.1. Epipolarna geometrija

Geometrijske parametre sustava kamera možemo podijeliti u dvije skupine:

1. intrinzični parametri
2. ekstrinzični parametri.

Intrinzični parametri su svojstveni svakoj kameri pojedinačno, dok su im ekstrinzični parametri zajednički. Neka svojstva koja utječu na intrinzične parametre su nesavršenost leće (radijalna distorzija, slika 2.2), pomak senzora od centra leće (tangencijalna distorzija) i slične fizičke nesavršenosti koje je ponekad nemoguće izbjegći. Stoga priskačemo programskom otklanjanju tih nedostataka. Ekstrinzični parametri dovode do transformacija kako bismo slike doveli u istu ravninu projekcije te postigli da svi pikseli duž horizontalnog pravca jedne slike odgovaraju istom pravcu (na istoj visini) na drugoj slici. Taj pravac se naziva epipolarna linija. Razlog takvih transformacija je olakšavanje traženja korespondentnih točaka koje sada treba tražiti samo duž epipolarne linije čime je problem sveden na jednu dimenziju. Vidimo da uz malo preprocesiranja puno olakšavamo problem rekonstrukcije.



Slika 2.2: Primjeri distorzije (preuzeto iz dokumentacije biblioteke OpenCV)

2.2. Rektifikacija

Postupak rektifikacije odgovara transformaciji slika kako bismo dobili slike koje zadovoljavaju gore navedena svojstva, a to su:

1. Pikseli koji odgovaraju točkama u prostoru na istoj visini nalaze se duž iste epipolarne linije
2. Nema distorzije uzrokovane lećom
3. Projekcijske ravnine leže u istoj ravnini

Za rektifikaciju su potrebni ekstrinzični parametri sustava kamera, a za izračun ekstrinzičnih parametara su potrebni intrinzični. Nakon provedenih transformacija intrinzični parametri obaju kamera su jednaki (npr. imaju istu žarišnu udaljenost što je lako predočiti kada znamo da projekcije sada leže u istoj ravnini te je svaka točka u prostoru ispred jednakog udaljenog od oba projekcijska platna).

Ovaj postupak se obično provodi uz pomoć šahovske ploče koja je pogodna za to zbog svojih svojstava. Potrebno je parom kamera uslikati dovoljan broj slika na kojima se u potpunosti vidi šahovnica. Nakon toga se mogu odrediti ranije navedeni parametri. Postupak se odvija u nekoliko koraka, od kojih je prvi traženje šahovskih polja. Nakon toga se pomoću kuteva iz uglova polja može odrediti distorzija i ostali parametri.

Navedene postupke implementira i nudi biblioteka OpenCV¹. Korisno je istaknuti kako je u korištenim skupovima slika postupak kalibracije i rektifikacije već proveden, barem u skupovima za treniranje. Moguće je doći i do nerektificiranih, sirovih slika pa sam provesti navedene postupke.



Slika 2.3: Prikaz epipolarnih linija

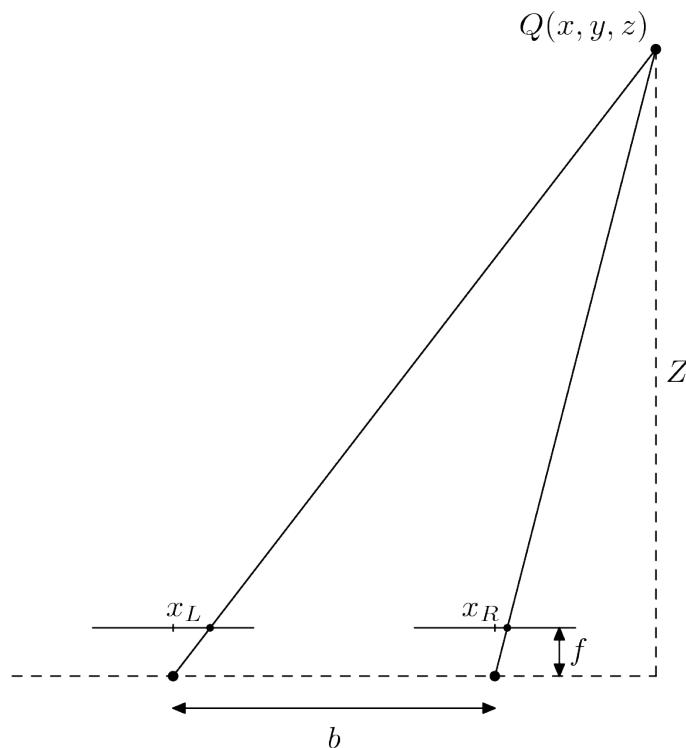
Na slici 2.3 su prikazane dvije slike iz skupa Middlebury na kojima se vide epipolarne linije. Možemo primijetiti kako iste točke u prostoru leže na istim epipolarnim linijama.

¹<http://opencv.org/>

To je upravo svojstvo koje smo htjeli dobiti rektifikacijom parova slika lijeve i desne kamere. Sada možemo lako uvidjeti zašto je korespondentne piksele potrebno tražiti samo duž iste y -koordinate.

2.3. Rekonstrukcija udaljenosti

Sada ćemo opisati postupak za rekonstrukciju udaljenosti pojedinih točaka u prostoru od kamere. Taj postupak se još naziva i trijangularacija. Izračun se temelji na dispartitetima određenim prilikom stereoskopske rekonstrukcije. Stanje je prikazano na slici 2.4.



Slika 2.4: Skica uz rekonstrukciju udaljenosti

Slika predstavlja dvije kamere duž horizontalne iscrtkane linije, iznad kojih se nalaze projekcijske ravnine. Trenutno promatramo točku u prostoru $Q(x, y, z)$ koja se projicira na navedene ravnine. Projicirani pikseli se nalaze na apscisnim koordinatama x_L lijeve slike i x_R desne slike uz pretpostavku da je ishodište u središtu ravnine projekcije. Udaljenost između kamera i promatrane točke označena je sa Z , žarišna udaljenost s f , dok je razmak između kamera (eng. *baseline*) označen s b .

Sada možemo izvesti izraz kojim ćemo dobiti udaljenost između kamere i promatrane točke prostora koristeći navedene poznate parametre. Izvod se temelji na sličnosti

trokuta. Iz trokuta lijeve kamere imamo

$$\frac{f}{x_L} = \frac{Z}{X} \quad (2.1)$$

dok iz trokuta desne kamere imamo

$$\frac{f}{x_R} = \frac{Z}{X - b} \quad (2.2)$$

Iz 2.2 možemo izvući X :

$$X = Z \frac{x_R}{f} + b \quad (2.3)$$

i uvrštavanjem u 2.1 dolazimo do krajnjeg izraza

$$Z = \frac{fb}{d} \quad (2.4)$$

gdje je $d = x_L - x_R$ disparitet.

3. Lokalne metode

Metode guste stereoskopske rekonstrukcije se mogu podijeliti na lokalne i globalne. U ovom poglavlju ćemo načelno opisati takve metode te detaljnije obraditi neke koje su korištene u ovom radu.

Lokalne metode se temelje na principu prozorčića ili okna fiksne širine oko piksela. Označimo širinu prozora s w . Primijetimo kako bi w trebao biti neparan broj jer se promatrani piksel nalazi u sredini prozora, a sa svake strane oko njega nalazi se jednak broj piksela.

Ideja je da trčimo po svim pikselima lijeve slike te ih uspoređujemo s pikselima desne slike, ali s određenim pomakom. Taj pomak naziva se disparitet i upravo je on cilj koji trebamo odrediti. Kako je disparitet unaprijed zadan rasponom $[0, maksimalni_disparitet]$, moramo se odlučiti koji iz navedenog raspona ćemo odabrati. Naravno, odabrat ćemo onaj koji daje najbolje rezultate, no nekako moramo vrednovati takve rezultate. Rješenje leži u ideji da svakom mogućem disparitetu dodijelimo cijenu koja opisuje u kakvom je odnosu piksel desne slike spram piksela lijeve slike za koji želimo odrediti točan disparitet. Prirodno je da želimo proći što je jeftinije moguće pa ćemo odabrati upravo onaj disparitet koji ima najmanju cijenu (eng. *winner takes all*). Cijenu također možemo shvatiti kao količinu razlike između intenziteta prozora oko odgovarajućih piksela.

Postavlja se pitanje što napraviti na rubovima slike gdje nije moguće izračunati sve vrijednosti prozora iz razloga što se koordinate piksela mogu nalaziti izvan slike. Nekoliko je mogućih rješenja:

- računati samo piksele koje je moguće obuhvatiti unutar slike
- proširiti sliku crnim (intenziteta 0) okvirom širine $w/2$
- uopće ne računati korespondenciju za rub slike.

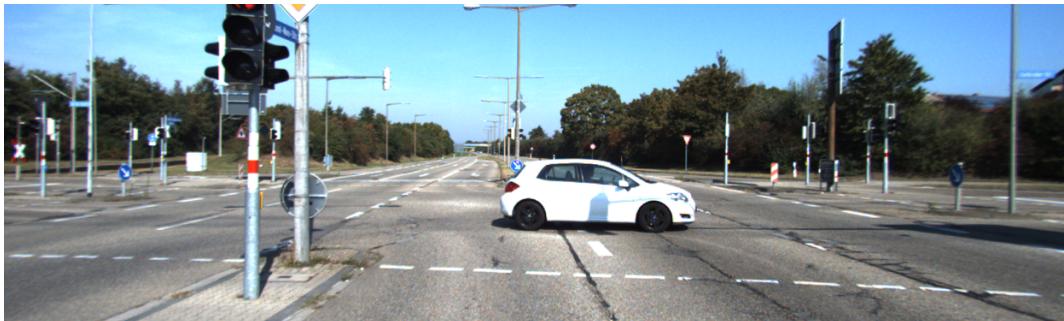
Svaki pristup ima svoje mane i prednosti. U vlastitoj implementaciji je korišteno treće rješenje gdje se uopće ne računa korespondencija na rubnim pikselima, radi jednostavnosti. Razlika u pogrešci je relativno mala, a u skupu slika KITTI¹ su rubovi uglavnom i isključeni iz provjere točnih dispariteta.

¹http://www.cvlibs.net/datasets/kitti/eval_scene_flow.php?benchmark=stereo

Kod svake navedene metode korespondencije ćemo prikazati rezultat na jednom paru slika (slike 3.1 i 3.2 iz skupa KITTI).



Slika 3.1: Primjer slike iz lijeve kamere skupa KITTI



Slika 3.2: Primjer slike iz desne kamere skupa KITTI

3.1. Općeniti algoritam

Sada ćemo opisati općeniti algoritam za lokalno podudaranje.

za svaki piksel $p(x, y)$ lijeve slike:

za svaki disparitet $0 \leq d \leq \text{maksimalni_disparitet}$:

za svaki piksel $q(x', y')$ u prozoru piksela $p'(x - d, y)$ desne slike:

cijena[y] [x] += f(p, q)

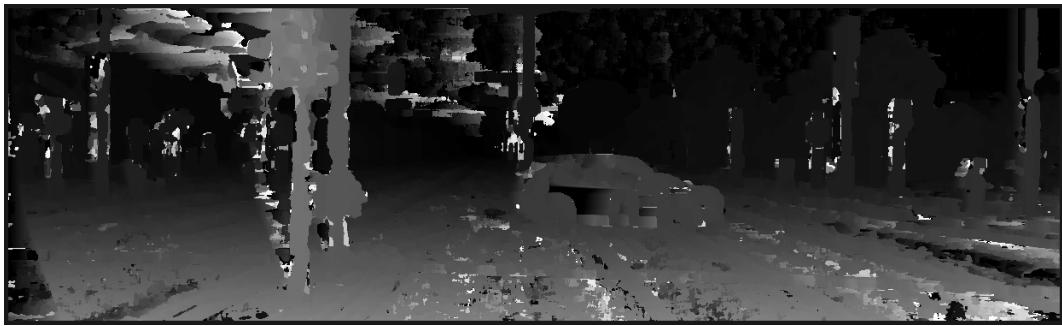
pri čemu je funkcija $f(x, y, d)$ funkcija korespondencije koja određuje cijenu razlike odgovarajućih piksela lijeve i desne slike. Svaki piksel lijeve slike s pozicijom (x, y) uspoređuje se s pikselom desne slike u prozoru oko piksela na poziciji $(x - d, y)$, gdje je d disparitet. Vidimo kako se odgovarajući pikseli nalaze na istoj y koordinati što je posljedica rektifikacije slike. Stoga je potrebno razmatrati samo piksele duž epipolarne linije.

3.2. SSD

Prva metoda koju ćemo opisati je SSD (eng. *Sum of Squared Differences*) koja se temelji na zbroju kvadrata razlika intenziteta piksela. Matematički ju možemo opisati sljedećim izrazom:

$$C_{SSD}(x, y, d) = \sum (I_R(x - d, y) - I_L(x, y))^2$$

gdje su (x, y) koordinate piksela lijeve slike, d trenutni disparitet, a I_L lijeva slika te I_R desna slika. Zbroj ide po svim pikselima unutar prozora promatranog piksela. Najbolja podudarnost kod SSD-a postiže se kada je vrijednost funkcije cijene jednaka 0. Lako je vidjeti zašto je tomu tako kada bismo usporedili dva prozora s istim intenzitetima piksela. Tada će vrijednost funkcije biti 0 jer oduzimamo iste vrijednosti. Iz toga slijedi da što se intenziteti više razlikuju, to će i cijene biti veće. Također, kvadrat doprinosi tome da vrijednosti ne budu negativne tako da možemo raditi samo s pozitivnim brojevima.



Slika 3.3: Rezultat primjene metode SSD uz veličinu prozora 11

3.3. ZSAD

Sljedeća metoda je ZSAD (eng. *Zero Sum of Absolute Differences*). Matematički ju možemo definirati ovako:

$$C_{ZSAD}(x, y, d) = \sum |(M_L - I_L(x, y)) - (M_R - I_R(x - d, y))|$$

gdje je I_L lijeva slika, I_R desna slika, a M_L i M_R srednje vrijednosti intenziteta piksela u trenutnom prozoru lijeve, odnosno desne slike. Nedostatak ove metode je što moramo računati i srednje vrijednosti svakog mogućeg prozora. Za razliku od SSD-a, ovdje nenegativnost cijena postižemo korištenje absolutne vrijednosti, a ne kvadriranjem. Idealna vrijednost iznosi 0, odnosno u slučaju kada su svi odgovarajući pikseli u oba prozora jednakih intenziteta.



Slika 3.4: Rezultat primjene metode ZSAD uz veličinu prozora 11

3.4. Census

Funkcija korespondencije Census se temelji na Hammingovoj udaljenosti između dvije binarne riječi. Kako bismo odredili cijenu između dvaju piksela, potrebno je transformirati prozore oko piksela u binarne riječi. Svakom pikselu u prozoru ćemo pridružiti bit prema sljedećoj funkciji:

$$b(p, q) = \begin{cases} 0, & I(p) \leq I(q) \\ 1, & I(p) > I(q) \end{cases}$$

gdje je I slika, p piksel u sredini prozora za kojega računamo transformaciju, q bilo koji piksel unutar prozora. Važno je napomenuti da redoslijed pridruživanja bitova mora biti jednak u oba prozora koja se uspoređuju kako bi rezultat bio ispravan. Zgodno je primijetiti kako će rezultat biti isti ukoliko zamijenimo vrijednosti gornjih jednadžbi, odnosno invertiramo bitove. Nakon što svakom pikselu pridružimo binarnu vrijednost, cijenu možemo izračunati računski tako primijenimo operaciju isključivo-ili između binarnih riječi prozora lijeve i desne slike te zatim prebrojimo broj bitova u jedinici.



Slika 3.5: Rezultat primjene metode Census uz veličinu prozora 11

Do sada navedene metode opisane su u projektnoj dokumentaciji kolega [2] te u članku [4].

3.5. Korespondencija neovisna o uzorkovanju

Birchfield-Tomasijeva korespondencija se malo razlikuje od do sada navedenih metoda. Razlikuje se po tome što ona ne koristi prozorčić već se temelji na usporedbama s dvaju susjednih piksela duž epipolarne linije. Funkcija cijene je definirana preko simetričnih funkcija:

$$C_{BT} = \min(C_{BT}(x_i, y_i, I_L, I_R), C_{BT}(y_i, x_i, I_R, I_L))$$

gdje se x_i i y_i pikseli lijeve slike I_L , odnosno desne slike I_R .

Funkcije C_{BT} je definirana ovako:

$$I^+ = \frac{1}{2}(I_i(y_i) + I_R(y_i + 1)) \quad (3.1)$$

$$I^- = \frac{1}{2}(I_R(y_i) + I_R(y_i - 1)) \quad (3.2)$$

$$I_{min} = \min(I_R^-, I_R^+, I_R(y_i)) \quad (3.3)$$

$$I_{max} = \max(I_R^-, I_R^+, I_R(y_i)) \quad (3.4)$$

$$C_{BT}(x_i, y_i, I_L, I_R) = \max(0, I_L(x_i) - I_{max}, I_{min} - I_L(x_i)) \quad (3.5)$$



Slika 3.6: Rezultat primjene metode Birchfield-Tomasija

Birchfield-Tomasijeva cijena je opisana u diplomskom radu Dine Kovača [5], a izvorno u radu Stana Birchfielda i Carla Tomasija [1].

3.6. Usporedba lokalnih i globalnih metoda

U ovom odjeljku dana je usporedba lokalnih i globalnih metoda podudaranja. U tablici se nalaze neka važnija svojstva lokalnih metoda s lijeve strane te analognih svojstava globalnih metoda s desne strane.

Tablica 3.1: Svojstva lokalnih i globalnih metoda

Lokalne metode	Globalne metode
cijene temeljene na prozorčićima oko svakog pojedinog piksela	cijene temeljene na svim pikselima slike
odabir pojedinog dispariteta po principu minimalne agregirane cijene	minimizacija globalne funkcije kroz vrijednosti svih piksela slike
značajno jednostavnije za implementaciju	teže za implementaciju
daju lošije rezultate	daju značajno bolje rezultate
u pravilu brže	u pravilu sporije

U sljedećem poglavlju ćemo uvesti algoritam poluglobalnog podudaranja koji kao ulaz prima cijene izračunate kod lokalne korespondencije, a optimizaciju radi nad svim pikselima u određenim smjerovima. Time ga, kao što mu i naziv govori, možemo svrstati negdje između jer koristi lokalne korespondencije, a optimira (točnije, aproksimira) globalno.

4. Poluglobalno podudaranje

Sada ćemo oblikovati algoritam poluglobalnog podudaranja (eng. *semi-global matching, SGM*). Vidjeli smo kako funkcioniraju lokalne metode pa razmislimo koje nedostatke imaju. Jedan od nedostataka je što smo kod traženja najsličnijeg piksela ograničeni veličinom prozorčića. Jedna loša strana je što ne možemo uzeti u obzir sve piksele, već moramo pogadati na temelju trenutnih spoznaja. To ponekad dovodi do artefakata koji su dobro vidljivi na gornjim slikama, npr. slika 3.4. Drugi nedostatak *lokalnosti* je što dobivamo loše rezultate na rubovima glatkih površina gdje dolazi do naglih prekida u dubini ili gdje ima čestih izmjena dubine.

Poluglobalno podudaranje pokušava otkloniti neke od navedenih nedostataka. Pokušajmo razmisliti kako bismo mogli unaprijediti postupak stereoskopske rekonstrukcije uz smanjenje navedenih nedostataka (ipak ih ne možemo u potpunosti izbjjeći).

Prvo što bismo mogli napraviti jest ne promatrati samo malu konačnu okolinu piksela već proširiti područje traženja najboljeg dispariteta. Time bismo dobili bolju globalnu sliku jer se možemo bolje prilagoditi pretpostavci da radimo uglavnom s glatkim površinama.

Drugo poboljšanje koje bismo mogli uvesti je da na neki način forsiramo ograničenje glatkoće rekonstrukcije. To možemo učiniti tako da za svaki disparitet probamo prvo uzeti okolne piksele s istim disparitetom, a svaku razliku u disparitetu kažnjavamo određenim povećanjem cijene.

Upravo navedena poboljšanja su glavne ideje algoritma poluglobalnog podudaranja. Algoritam se odvija u nekoliko koraka:

1. izračun cijena korespondencija (pomoću ranije navedenih lokalnih metoda),
2. agregacija cijena te
3. odabir dispariteta s najboljim cijenama.

Globalne metode obično definiraju globalnu funkciju energije koju pokušavaju optimirati. No, taj postupak je izrazito zahtjevan pa poluglobalno podudaranje tome priskače na način da aproksimira najbolju moguću energiju.

Definirajmo funkciju energije koja ovisi o disparitetu D na sljedeći način:

$$E(D) = \sum_{\mathbf{p}} (C(\mathbf{p}, D_{\mathbf{p}}) + \sum_{\mathbf{q} \in N_{\mathbf{p}}} P_1 T[|D_{\mathbf{p}} - D_{\mathbf{q}}| = 1] + \sum_{\mathbf{q} \in N_{\mathbf{p}}} P_2 T[|D_{\mathbf{p}} - D_{\mathbf{q}}| > 1]) \quad (4.1)$$

gdje je $C(\mathbf{p}, D_{\mathbf{p}})$ cijena piksela \mathbf{p} ovisno o pripadnom disparitetu, a P_1 i P_2 konstantni parametri koji predstavljaju kazne da diskontinuitete. Uvijek mora vrijediti $P_1 \leq P_2$. Funkcija $T[x]$ je definirana na sljedeći način:

$$T[x] = \begin{cases} 0, & x \text{ je laž} \\ 1, & x \text{ je istina} \end{cases}$$

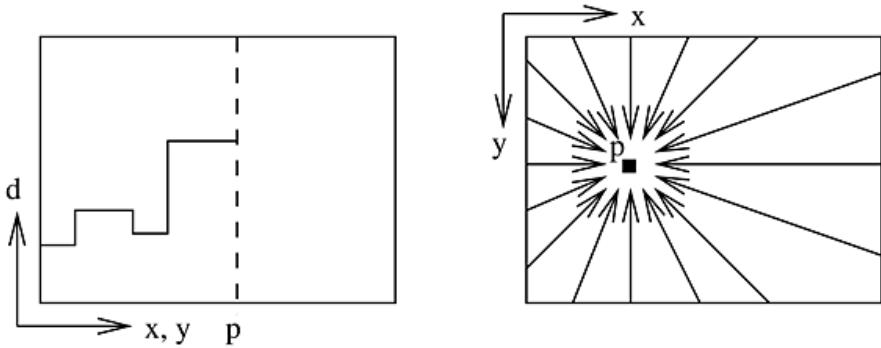
Idea je aproksimirati optimalnu vrijednost navedene funkcije energije, odnosno odbriati mapu dispariteta D za koju će vrijednost $E(D)$ biti minimalna.

Prepostavimo da smo već izračunali cijene korespondencija koristeći neku od ranije navedenih lokalnih metoda. Sljedeći korak je agregacija cijena. To ćemo provesti tako da za svaki piksel računamo cijene po putevima u različitim smjerovima. Preporučeno je da bude barem 8, a idealno bi bilo 16 puteva. Ti putevi su ilustrirani na slici 4.1 (16 puteva). Cijena po putu \mathbf{r} može se opisati sljedećom rekurzivnom funkcijom:

$$\begin{aligned} L'_{\mathbf{r}}(\mathbf{p}, d) = & C(\mathbf{p}, d) + \min(L'_{\mathbf{r}}(\mathbf{p} - \mathbf{r}, d), \\ & L'_{\mathbf{r}}(\mathbf{p} - \mathbf{r}, d - 1) + P_1, \\ & L'_{\mathbf{r}}(\mathbf{p} - \mathbf{r}, d + 1) + P_1, \\ & \min_i L'_{\mathbf{r}}(\mathbf{p} - \mathbf{r}, i) + P_2) \end{aligned} \quad (4.2)$$

gdje je \mathbf{p} trenutni piksel, d trenutni disparitet, $C(\mathbf{p}, d)$ ranije izračunata cijena, a $P_1 \leq P_2$ fiksni, unaprijed određeni parametri koji kažnjavaju prekide u kontinuitetu.

Probajmo sada riječima opisati što funkcija radi. Za trenutni piksel aggregira unaprijed izračunatu cijenu te joj pridodaje minimalnu cijenu puta prošlog piksela ovisno o najboljem disparitetu. Vidimo da se u ovom koraku događa spomenuto kažnjavanje. Ukoliko se disparitet razlikuje malo (u ovom slučaju točno 1), tada ćemo dodati malu kaznu P_1 na cijenu, a ukoliko se razlikuje puno (u ovom slučaju više od 1), onda ćemo dodati veću kaznu P_2 .



Slika 4.1: Ilustracija rada algoritma poluglobalnog podudaranja

Primijetimo sada jedan nedostatak ove funkcije. Kako agregiramo cijene duž određenog puta, cijena puta uvijek raste i može poprimiti veliku vrijednost. Tome ćemo doskočiti tako da od trenutne cijene puta oduzmemo najmanju cijenu puta u prošlom koraku, što je opisano u 4.3. Ova modifikacija neće promijeniti put jer je ta vrijednost konstantna za sve disparitete konkretnog piksela. Stoga se disparitet s najmanjom cijenom, tj. minimum funkcije, neće promijeniti. Najveća vrijednost cijene će sada biti $L \leq C_{\max} + P_2$.

$$\begin{aligned}
 L_r(\mathbf{p}, d) = & C(\mathbf{p}, d) + \min(L_r(\mathbf{p} - \mathbf{r}, d), \\
 & L_r(\mathbf{p} - \mathbf{r}, d - 1) + P_1, \\
 & L_r(\mathbf{p} - \mathbf{r}, d + 1) + P_1, \\
 & \min_i L_r(\mathbf{p} - \mathbf{r}, i) + P_2) - \min_k L_r(\mathbf{p} - \mathbf{r}, k)
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Agregiranje cijena provodimo po svim putevima \mathbf{r} . Kako bi se dobio zadovoljavajući rezultat, preporučeno je barem 8 puteva kako bi se što bolje pokrila cijela slika. U slučaju 8 puteva, jasno je kako se treba kretati (po horizontalnim i vertikalnim osima te po dijagonalama), no što u slučaju 16 smjerova? Tada se još treba kretati i između dijagonala, a to ćemo postići tako da se pomaknemo 2 piksela horizontalno, a zatim 1 vertikalno ili obratno što je prikazano na slici 4.2. Pretpostavljamo da je ishodište koordinatnog sustava slike u gornjem lijevom kutu, pozitivni smjer apscise je udesno, a ordinate prema dolje.

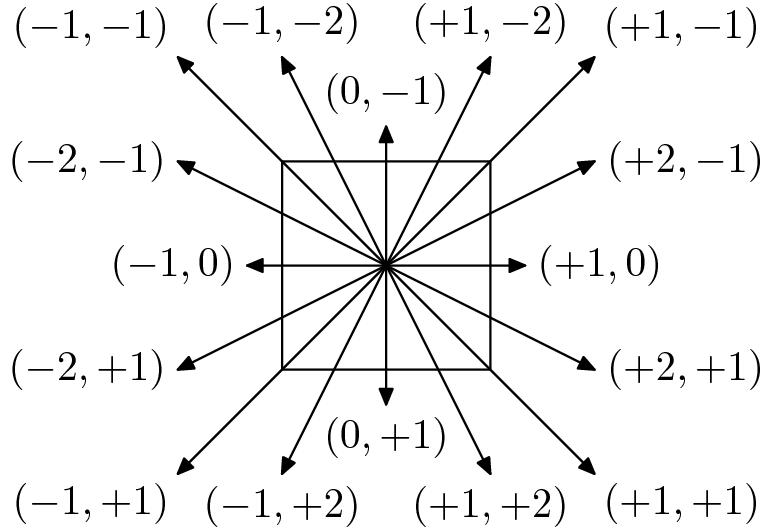
Nakon što smo izračunali cijene za sve puteve, sada cijenu pojedinog dispariteta za određeni piksel možemo izraziti sljedećom funkcijom:

$$S(\mathbf{p}, d) = \sum_{\mathbf{r}} L_r(\mathbf{p}, d) \tag{4.4}$$

čija najveća vrijednost će biti 16 puta već od najveće cijene pojedinog puta iz razloga

što ćemo svaki piksel obići 16 puta (ukoliko radimo sa 16 smjerova). Dakle, vrijedi $S \leq 16(C_{\max} + P_2)$.

Označimo širinu slike s W , visinu s H , a najveći disparitet s D . Postupak računanja radimo tako da krenemo od rubnih piksela slike i računamo po 4.3. Za to nam je potrebno polje $S[W][H][D]$ (početno inicijalizirano na 0) u koje ćemo pohranjivati izračunate cijene.



Slika 4.2: Ilustracija smjerova kretanja kod agregacije cijena

Sljedeći korak nakon agregacije je odabrati najbolju mapu dispariteta, a to radimo na identičan način kao kod lokalnih metoda—odabirom dispariteta s najmanjom cijenom.

Pokušajmo sada odrediti kolika je složenost navedenog postupka. Prepostavimo da radimo sa 16 smjerova. Kako krećemo od svakog rubnog piksela i širimo se u svim mogućim smjerovima, svaki piksel ćemo posjetiti 16 puta, iz svakog smjera jedanput, i tako za svaki mogući disparitet. Iz toga slijedi da je složenost postupka $O(16WHD)$, tj. $O(WHD)$. Minimalnu cijenu puta prošlog piksela možemo izračunati u složenosti $O(D)$, ali pošto je konstantna za sve disparitete trenutnog piksela, možemo ju unaprijed izračunati. Zaključujemo da je složenost algoritma vrlo povoljna (linearna), pogotovo u kombinaciji sa korespondencijom Birchfield-Tomasi.

Također, zbog svoje pravilne strukture, algoritam je pogodan za korištenje vektorskih instrukcija. Najveći nedostatak je memorijска zahtjevnost. Autor algoritma kao rješenje tog problema predlaže razlaganje velike slike na više manjih segmenta koji se preklapaju, te zatim provođenje algoritma kako je opisano, za svaki segment posebno.

Algoritam poluglobalnog podudaranja izvorno je opisao Heiko Hirschmüller [3], a alternativno objašnjenje je proučeno iz diplomskog rada Dine Kovača [5].

5. Opis implementacije

Navedeni algoritmi implementirani su u programskom jeziku C++, a ispitni slijedovi, kao i pomoćne skripte napisani su u programskom jeziku Python verzije 3. Operacijski sustav na kojemu je implementacija razvijana i isprobana jest GNU/Linux distribucija Debian. Kako biste mogli pokrenuti programe, prvo je potrebno prevesti izvorni kod. Za to je potrebno imati kompjajler, preporučeno g++, verzije koja podržava barem standard C++11. Potrebno je imati sljedeće:

- C++ kompjajler (isprobano na g++ verzije 6.3.0 ¹)
- biblioteka png++, C++ omotač oko izvorne PNG biblioteke ²
- OpenMP biblioteka ³
- Python (isprobano u Pythonu 3)
- biblioteka matplotlib (Python) za izradu grafova

Osim navedenoga, potrebno je preuzeti i raspakirati standardne skupove slika Middlebury i KITTI.

Prvo ćemo krenuti s prevodenjem programa. U direktoriju s kôdom nalazi se nekoliko Bash skripti koje olakšavaju prevodenje programa. Prva skripta koju trebate pokrenuti je

```
./compileStereoMatching.sh
```

Ona prevodi sve potrebne lokalne metode korespondencije kao i implementacije lokalnog podudaranja te poluglobalnog podudaranja. Prevedeni program omogućava obradu jednog para slika (s lijeve i desne kamere) uz određene parametre te pohranjuje dobivene neskalirane mape dispariteta u obliku PNG (eng. *Portable Network Graphics*) slika. Naredba za pokretanje je sljedeća:

```
./stereoMatching lijeva_slika desna_slika metoda_korespondencije\  
velicina_prozora maksimalni_disparitet P1 P2 izlaz_lokalno izlaz_SGM
```

¹<https://gcc.gnu.org/>

²<http://www.nongnu.org/pngpp/>

³<http://www.openmp.org/>

Metoda korespondencije može biti SSD, ZSAD, Census ili BT. P_1 i P_2 su parametri kažnjanja diskontinuiteta kod algoritma poluglobalnog podudaranja. Kao što vidimo, program obrađuje slike i lokalnim i poluglobalnim podudaranjem odjednom, koristeći istu metodu korespondencije. Važno je naglasiti kako veličina prozora mora biti neparan broj jer se piksel oko kojega se računa cijena nalazi u sredini prozora pa sa svake strane mora biti jednak broj piksela. Nepoštivanje navedenog ograničenja rezultirat će upozorenjem.

Drugi program za obradu slika omogućava korištenje poluglobalnog podudaranja i metode korespondencije Birchfield-Tomasi, što je kombinacija koja daje najbolje rezultate uz odličnu brzinu. Njega možete prevesti naredbom:

```
./compileSGM.sh
```

Izvođenje skripte rezultirat će izvršnim programom `sgm`. Njega možete pokrenuti sljedećom naredbom:

```
./sgm lijeva_slika desna_slika maksimalni_disparitet P1 P2 izlaz
```

gdje su P_1 i P_2 ponovo iznosi penala diskontinuiteta kod poluglobalnog podudaranja. Pokretanje navedenog programa rezultirat će jednom neskaliranom mapom dispariteta pohranjenom u obliku slike u formatu PNG. Podrazumijevani broj smjerova optimizacija kod algoritma SGM je 16. Ukoliko se želi promijeniti broj smjerova, potrebno je promijeniti varijablu `N_PATHS` u npr. 8, te ponovo prevesti izvorni kod. Mape dispariteta su pohranjene u sivoj skali (eng. grayscale). Važno je pripaziti na to da mora vrijediti $P_1 \leq P_2$!

Osim programa za obradu slika stereoskopskom rekonstrukcijom, tu su još i dva pomoćna programa. Jedan omogućava skaliranje vrijednosti svih piksela slike u formatu PNG. Možete ga prevesti naredbom

```
./compileScaler.sh
```

što će rezultirati jednim izvršnim programom naziva `scaleImage`. Pokretanje programa izgleda ovako:

```
./scaleImage slika faktor_skaliranja nova_slika
```

gdje je faktor skaliranja broj koji određuje koliko puta će se intenzitet svakog piksela povećati. Pretpostavlja se da se radi s pikselima u sivoj skali. Razlog implementiranja ovog programa je što su kod manjih slika mape dispariteta skalirane kako bi se bolje vidjele razlike u dubini slike. Ako ne bi bilo skaliranja, slika bi bila previše tamna. Primjerice, kod standardnog skupa Middlebury je potrebno skalirati slike ukoliko se

ne radi sa slikama u izvornoj rezoluciji. Razlog tome je jasan, ukoliko je slika manja, i najveći mogući disparitet će biti manji. Time će i mapa dispariteta sadržavati manje vrijednosti intenziteta piksela.

Drugi pomoćni program je evaluator pojedine mape dispariteta. Moguće ga je prevesti naredbom:

```
./compileEvaluator.sh
```

nakon čega će se u direktoriju stvoriti program **evaluator**. Evaluator služi za ispitivanje pogreške mape dispariteta pripadnog para slika u odnosu na temeljnu istinu (eng. *ground truth*). Temeljna istina, ili mapa točnih dispariteta je dana u standardnim skupovima slika, obično u podskupu za treniranje. Program pokrećemo na sljedeći način:

```
./evaluator lijevi_tocni_disp desni_tocni_disp mapa_dispariteta
```

što će rezultirati ispisom pogreške u konzoli. Pogreška je u rasponu [0, 1] te ju možemo lako pretvoriti u postotke množenjem sa 100. Podrazumijevanja tolerancija između usporedivanih vrijednosti je 3. Razlog primanja dvije slike je taj što su neki pikseli zaklonjeni, odnosno vidi ih se samo iz jedne kamere te na zajedničkoj mapi dispariteta zapravo ne znamo koja vrijednost bi tu trebala biti. Zato u obzir uzimamo samo piksele koji se vide na obje slike. Također, obično su nepoznati dispariteti označeni crnom bojom (vrijednost 0 u sivoj skali), što evaluator uzima u obzir.

Osim navedenih programa, napisano je i nekoliko skripti u Pythonu. Prva koju ćemo opisati je **middlebury_2006.py** koja služi za ispitivanje navedenog standardnog skupa slika. Pokrećemo ju naredbom:

```
python3 middlebury_2006.py put_to_skupa_middlebury
```

što će rezultirati stvaranjem direktorija **middlebury_2006_results** u kojemu će se, nakon obrade slika, nalaziti izračunate mape dispariteta. Slike se obrađuju pomoću ranije navedenog programa **stereoMatching**, i to pomoću svih implementiranih lokalnih metoda korespondencije, lokalnim podudaranjem te poluglobalnim podudaranjem u zadatom rasponu veličina prozorčića. Nakon što obrada slika završi, moguće je, po potrebi skalirati vrijednosti intenziteta pozivanjem

```
python3 scale.py direktorij_s_rezultatima faktor_skaliranja
```

Nakon toga je sve spremno za generiranje grafova. Izvršavanjem naredbe

```
python3 middlebury_plot.py
```

dobit ćemo prikaz svih grafova pogrešaka korespondencija, zatim korespondencija u kombinaciji s poluglobalnim podudaranjem te naposlijetku prikaz prosječnih pogrešaka u ovisnosti o veličini prozorčića.

Za skup KITTI je napisana skripta `kitti_2015_sgm.py` koja računa mape dispariteta na skupu KITTI 2015 i to koristeći poluglobalno podudaranje u kombinaciji s Birchfield-Tomasijevom korespondencijom. Nakon pokretanja naredbe

```
python3 kitti_2015_sgm.py put_to_skupa_kitti_2015
```

nastat će direktorij `kitti_2015_sgmbt_results` u kojem će se nalaziti izračunate mape dispariteta za sve slike iz skupa za treniranje, iz razloga što samo za njih imamo točne disparitete za usporedbu.

Nakon obrade, slike možemo evaluirati pozivom

```
python3 kitti_2015_results.py put_to_skupa_kitti_2015
```

te ćemo u konzoli dobiti ispis slike s najmanjom pogreškom, slike s najvećom pogreškom te prosječnom pogreškom na cijelom skupu.

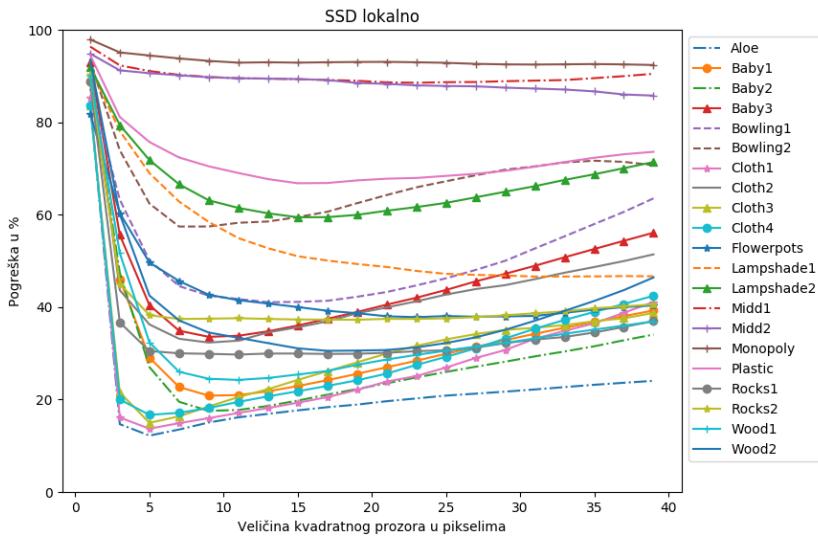
6. Rezultati

Implementirani algoritmi evaluirani su na standardnim skupovima slika Middlebury i KITTI. Prvi dio evaluacije odrđen je na skupu Middlebury i cilj je bio usporediti s jedne strane lokalne metode uz uzimanje dispariteta s najmanjom cijenom, a s druge strane lokalne metode u kombinaciji s algoritmom poluglobalnog podudaranja. Posebno su izdvojene pogreške poluglobalnog podudaranja u kombinaciji s BT cijenom. Parametri kažnjavanja bili su postavljeni na $P_1 = 3$ i $P_2 = 22$. Na skupu KITTI je cilj bio vidjeti točnost algoritma poluglobalnog podudaranja u kombinaciji s BT cijenom, i to s 8 i 16 smjerova, radi usporedbe tog parametra. Pokazat ćemo za svaku varijantu slike s najmanjom i najvećom pogreškom te prosječnu pogrešku. Prvo ćemo krenuti sa skupom Middlebury.

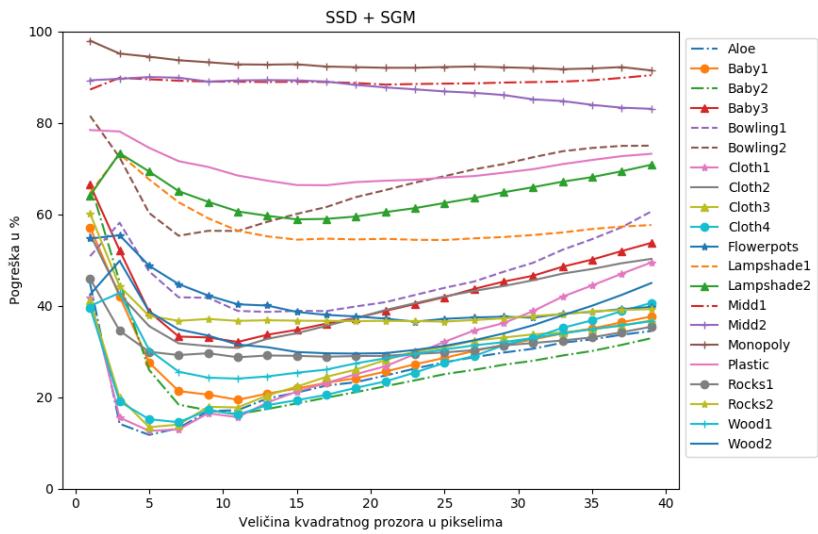
6.1. Middlebury

Očekujemo kako će lokalne metode dati relativno dobre rezultate te da će uz uključivanje SGM-a pogreška dodatno pasti. Vidjet ćemo kako će se ponašati SGM te u kojim segmentima će dati poboljšanja i kolika, a u kojima neće biti velikih promjena.

Na prva dva grafa možemo vidjeti pogreške dobivene korištenjem metode korespondencije SSD, te SSD uz kombinaciju sa SGM-om. SSD nudi relativno dobre rezultate, ali postoje i bolje metode. Kada u igru uključimo SGM, vidimo da su se točnosti popravile pri jako malim prozorima.

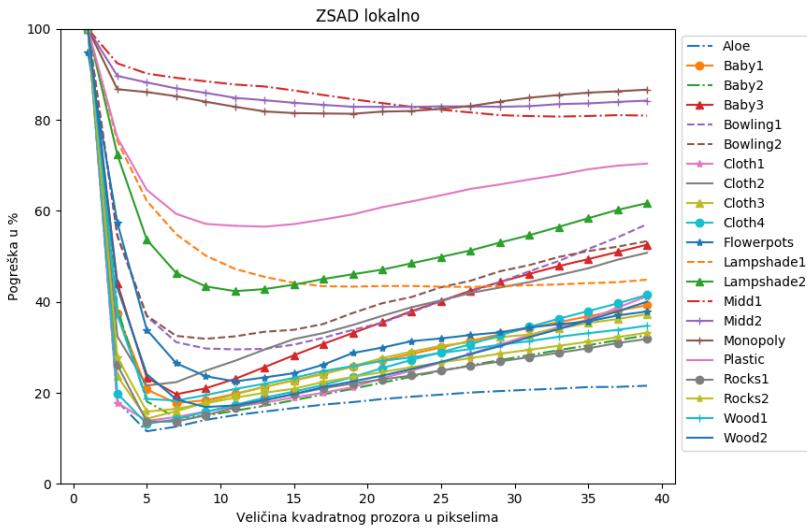


Slika 6.1: Pogreška metode korespondencije SSD

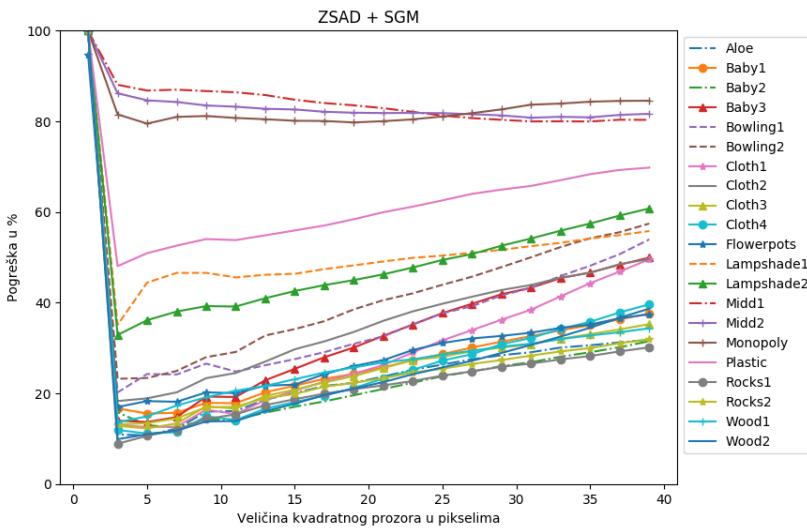


Slika 6.2: Pogreška metode korespondencije SSD + SGM

Metoda ZSAD se pokazala kao najbolja u čisto lokalnoj varijanti. Vidimo da je za većinu slika pogreška oko 20%, i to za prozor veličine 5. Interesantno je da uz kombinaciju sa SGM-om postiže još bolje rezultate, i to za prozor manji od najboljeg u čisto lokalnoj varijanti.

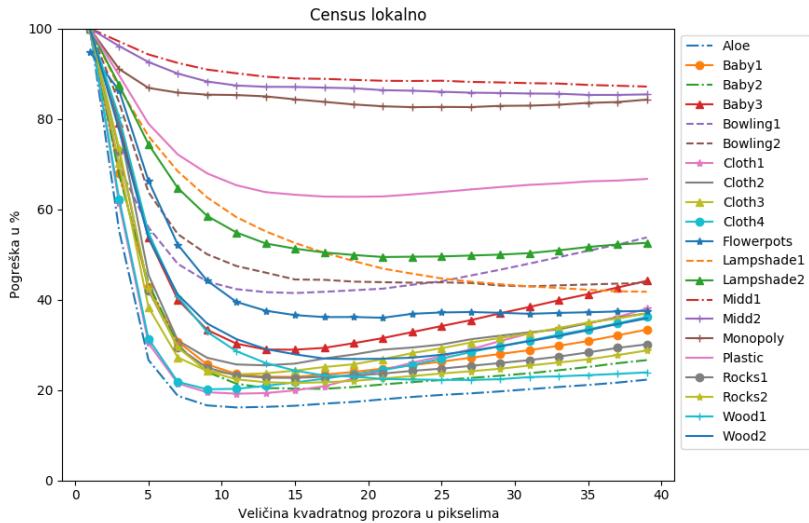


Slika 6.3: Pogreška metode korespondencije ZSAD

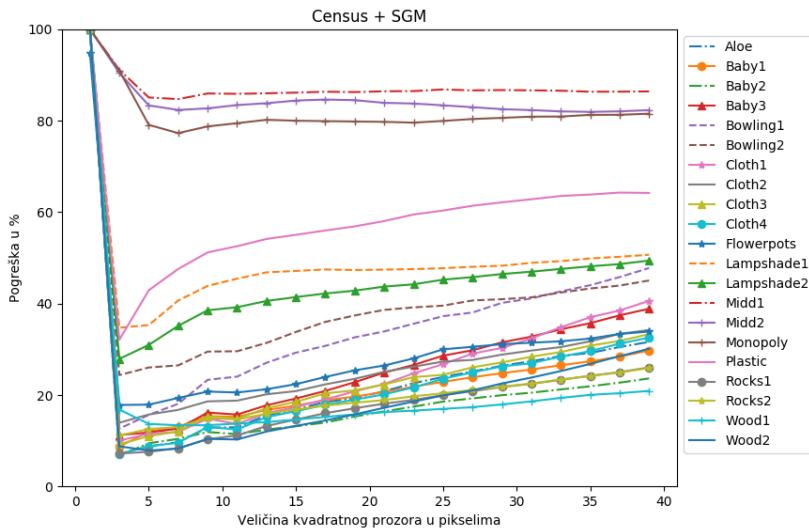


Slika 6.4: Pogreška metode korespondencije ZSAD + SGM

Metoda Census je uvjerljivo najlošija u čisto lokalnoj varijanti, ali je iznenađujuće dobra u kombinaciji sa SGM-om. To možemo objasniti ako pogledamo sliku 3.5. Vidimo da ima puno šuma, tj. pojedinih piksela koji odskaču od okoline. SGM-u "odgovara" takvo ponašanje jer je on dobar u ispravljanju manjih diskontinuiteta u zamjenu za glatkije površine. Isto vrijedi i za metode SSD i ZSAD, kod korištenja manjih prozora. U ovom slučaju Census i SGM daju bolje rezultate od ZSAD-a u kombinaciji sa SGM-om.

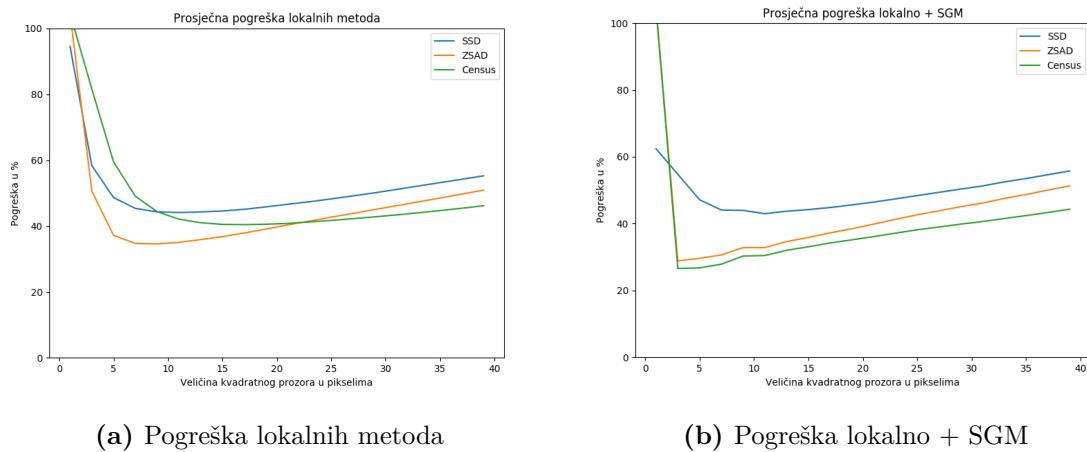


Slika 6.5: Pogreška metode korespondencije Census

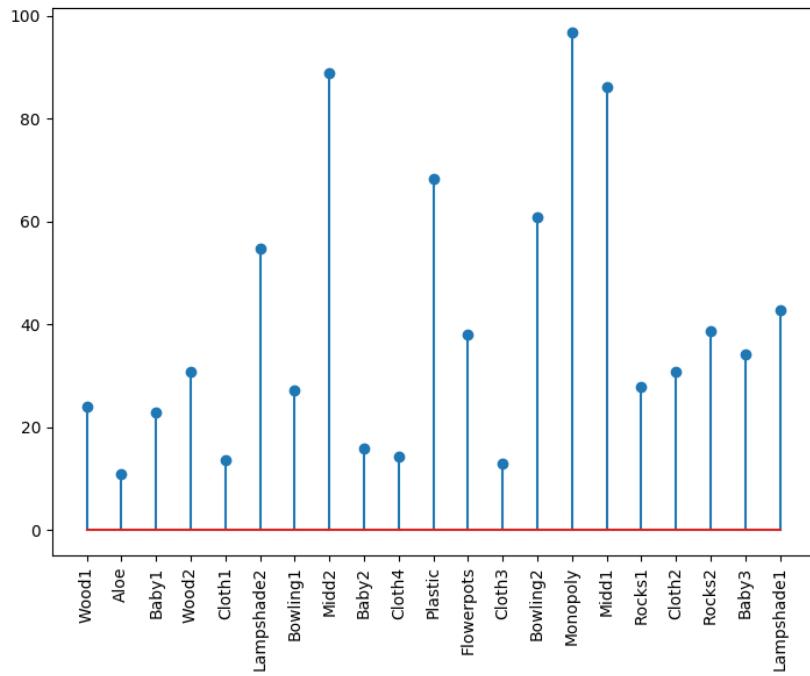


Slika 6.6: Pogreška metode korespondencije Census + SGM

Na slikama 6.7a i 6.7b možemo vidjeti prosječne vrijednosti pogreške metoda SSD, ZSAD i Census na slici (a) te istih metoda u kombinaciji sa SGM-om na slici (b). To nam potvrđuje kako ZSAD daje najbolje rezultate u samostalnoj varijanti, a Census u kombinaciji sa SGM-om. Također vidimo da kako veličina prozora raste, SGM ima sve manje utjecaja, što je već objašnjeno njegovim favoriziranjem šuma. Kod velikih prozora nema puno šuma, tj. sve površine su dosta velike i glatke te SGM zapravo nema što popravljati. Na slici 6.8 još su prikazane pogreške dobivene SGM-om u izvornoj varijanti, uz korespondenciju Birchfield-Tomasi.



Slika 6.7: Prosječne pogreške u ovisnosti o veličini prozora



Slika 6.8: Pogreška metode korespondencije BT + SGM

6.2. KITTI

Na skupu KITTI testiran je SGM u varijanti s 8 i 16 smjerova agregiranja cijena. Testiranje je provedeno na skupu za treniranje uz koji su dane i mape točnih dispariteta

kako bi se mogle usporediti s izračunatima. Radi jednostavnosti, prikazivat ćemo samo slike lijeve kamere.

Prvo ćemo pokazati sliku s najmanjom pogreškom, tj. najbolji rezultat. Slika iz skupa koja je imala najmanju pogrešku je `000188_10.png` i prikazana je na slici 6.9a. Ista slika je imala najmanju pogrešku u obje varijante algoritma. Vidimo da slika predstavlja relativno glatke i široke površine što je pogodno za SGM. Mogli bismo pretpostaviti da rezultat neće biti tako dobar zbog šume s lijeve strane ceste, no kao što možemo vidjeti na mapi točnih dispariteta, taj dio se ne uzima u obzir, niti je vidljiv na izračunatoj mapi dispariteta.



(a) Slika s najmanjom pogreškom u skupu KITTI



(b) Pripadni točni dispariteti

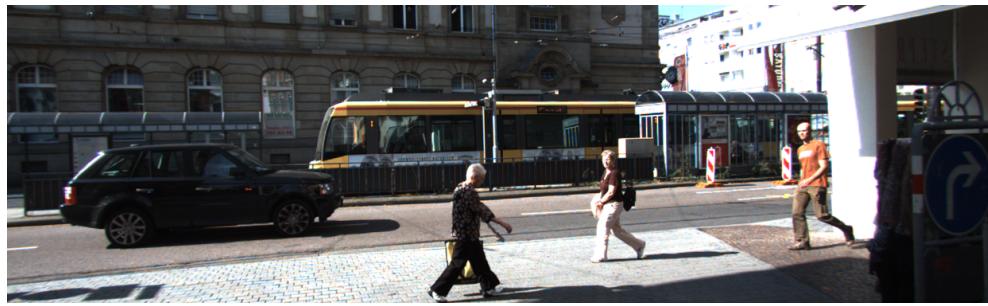


(c) Pripadni izračunati dispariteti (16 smjerova)

Slika 6.9: Slika s najmanjom pogreškom uz korištenje SGM + BT u skupu KITTI

Slika s najgorim rezultatom u varijanti s 8 smjerova bila je `000169_10.png` koja je prikazana na slici 6.10a. Pogreška iznosi 57%. Vidimo da slika ima puno objekata koji su nepravilnog oblika što je dosta nepogodno za računanje korespondencije. Iz tog

razloga rezultat na toj slici nije najbolji.



(a) Slika s najvećom pogreškom u skupu KITTI



(b) Pripadni točni dispariteti



(c) Pripadni izračunati dispariteti (8 smjerova)

Slika 6.10: Slika s najvećom pogreškom uz korištenje SGM + BT u skupu KITTI (8 smjerova)

U varijanti sa 16 smjerova, slika s najvećom pogreškom bila je 000177_10.png, a pogreška je iznosila 52%. Na slici vidimo dosta izražen odbljesak sunca što može biti razlog tako lošeg rezultata. Boljim uvidom utvrđeno je da je to slučaj te su priložene obje slike za lakšu usporedbu. Vidimo da se razina osvjetljenja razlikuje na slikama što je vrlo nepovoljan slučaj kod stereoskopske rekonstrukcije i dosta otežava postupak.



(a) Slika s najvećom pogreškom u skupu KITTI (lijeva)



(b) Slika s najvećom pogreškom u skupu KITTI (desna)



(c) Pripadni točni dispariteti



(d) Pripadni izračunati dispariteti (16 smjerova)

Slika 6.11: Slika s najvećom pogreškom uz korištenje SGM + BT u skupu KITTI (16 smjerova)

Prosječna pogreška u varijanti sa 8 smjerova iznosila je 19.77% dok je u varijanti sa 16 smjerova iznosila 17.97%. Vidimo da razlika nije velika, ali je očekivano varijanta sa 16 smjerova bolja zbog bolje pokrivenosti cijele slike.

7. Zaključak

Cilj ovog rada bio je upoznati se s metodama guste stereoskopske rekonstrukcije, s naglaskom na poluglobalno podudaranje. Prvo su obrađene metode lokalne korespondencije koje se temelje na principu prozorčića. Zatim je uveden algoritam poluglobalnog podudaranja koji kao ulaz prima cijene izračunate kod lokalnih metoda. Njegova ideja je da optimira globalnu funkciju energije na način da preferira glatkoću površina, a kažnjava prekide u kontinuitetima. Navedeni algoritmi su testirani na standardnim skupovima slika Middlebury i KITTI, a rezultati su uglavnom u skladu s očekivanim. Jedino iznenadenje bila je metoda Census u kombinaciji sa poluglobalnim podudaranjem koja je dala izrazito dobre rezultate.

Kao sljedeći korak u poboljšanju navedenih metoda moglo bi se implementirati visoko paralelizirane verzije algoritama koje bi se izvodile na grafičkim karticama. Osim toga, moguće je implementirati i dodatne korake u algoritmu poluglobalnog podudaranja koji bi ostvarili još bolje rezultate, poput uklanjanja naglih skokova u disparitetu (eng. *peaks*), zaglađivanja Gaussovim filtrom i tako dalje.

LITERATURA

- [1] Stan Birchfield i Carlo Tomasi. Depth discontinuities by pixel-to-pixel stereo. U *Computer Vision, 1998. Sixth International Conference on*, stranice 1073–1080. IEEE, 1998.
- [2] Matija Folnović, Mislav Larva, Petra Marče, Ivan Relić, Dario Smolčić, Domagoj Vukadin, i Filip Zelić. *Gusta stereoskopska rekonstrukcija lokalnim podudaranjem slikovnih okana*. Fakultet elektrotehnike i računarstva, Zagreb, Hrvatska, 2015. URL <http://www.zemris.fer.hr/~ssegvic/project/pubs/projekt1415.pdf>.
- [3] Heiko Hirschmuller. Stereo processing by semiglobal matching and mutual information. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, 30(2):328–341, 2008.
- [4] Heiko Hirschmuller i Daniel Scharstein. Evaluation of cost functions for stereo matching. U *Computer Vision and Pattern Recognition, 2007. CVPR'07. IEEE Conference on*, stranice 1–8. IEEE, 2007.
- [5] Dino Kovač. *Gusta stereoskopska rekonstrukcija scene predstavljene ravninskim odsjećcima*. Fakultet elektrotehnike i računarstva, Zagreb, Hrvatska, 2015. URL <http://www.zemris.fer.hr/~ssegvic/project/pubs/kovac15ms.pdf>.
- [6] Richard Szeliski. *Computer Vision: Algorithms and Applications*. Springer, 2010. URL <http://szeliski.org/Book/>.

Gusta stereoskopska rekonstrukcija poluglobalnim podudaranjem

Sažetak

Sažetak na hrvatskom jeziku.

Ključne riječi: računalni vid, stereoskopska rekonstrukcija, poluglobalno podudaranje, disparitet, korespondencija

Dense stereoscopic reconstruction with semi-global matching

Abstract

Abstract.

Keywords: computer vision, stereoscopic reconstruction, semi-global matching, disparity, correspondence