Mathematik Hausaufgaben zum 7. Dezember

Arne Beer, MN 6489196
Tim Overath, MN 6440863

6. Dezember 2012

7.1

a)

Zuerst wird überprüft ob 473 und 2413 teilerfremd sind. Hierfür muss gelten
$ggT(2413, 473) = 1$

2413=473·5 $+ 48$
$473 = 48 \cdot 9 + 41$
$48 = 41 + 7$
$41 = 7 \cdot 5 + 6$
$7 = 6 \cdot 1 + 1$

Hiermit ist bewiesen dass 2413 und 473 Teilerfremd sind.

Das Inverse wird durch rückwärtiges Einsetzen in den Euklidischen Algorithmus errechnen.

1=7-6·1
$1 = 6 \cdot 7 - 41$
$1 = 7 - 6 \cdot 11 = 7 - (41 - 7 \cdot 5)$
$1 = 6 \cdot 7 - 41$
$1 = 6 \cdot (48 - 41 \cdot 1) - 41$
$1 = 6 \cdot 48 - 7 \cdot 41$
$1 = 6 \cdot 48 - 7 \cdot (473 - 48 \cdot 9)1 = 69 \cdot 48 - 7 \cdot 473$
$1 = 69 \cdot (2413 - 473 \cdot 5) - 7 \cdot 473$
$1 = -352 \cdot 473 + 69 \cdot 2413$

b)

Zuerst wird überprüft ob 473 und 2413 teilerfremd sind. Hierfür muss gelten
$ggT(2413, 1672) = 1$

2413=1672·1 + 741
$1672 = 741 \cdot 2 + 190$
$741 = 190 \cdot 3 + 171$
$190 = 171 \cdot 1 + 19$
$171 = 19 \cdot 9 + 0$
Es gilt ggT(2413,1672) = 19, woraus folgt, dass 1672 nicht invertierbar ist.

7.2

Der Satz von Fermat besagt dass für eine Primzahl p und eine natürliche Zahl n, bei der $p \nmid n$, die Aussage $n^{p-1} \equiv 1$ gilt. Man kann also annehmen dass in $\mathbb{Z}_{19}$ $3^{18} = 1$ gilt. Nun kann man 3^{1000} so umformen, dass ein möglichst großer Teil durch Umformung in 1 wegfällt.

$3^{1000} = (3^{18})^{55} \cdot 3^{10} = 3^{10}$

$\Leftrightarrow 3 \cdot (3^3)^3 = 3 \cdot (8)^3$

$\Leftrightarrow 3 \cdot (8)^3 = 16$

7.3

- a) $\pi = (1,7,6)(2,10,8,5,11,13)(3,4)(9,12)$
- b) $\pi = (1,6) \circ (1,7) \circ (2,12) \circ (2,11) \circ (2,5) \circ (2,8) \circ (2,10) \circ (3,4) \circ (9,12)$
- c) sign $\pi = -1$ (ungerade)

7.4

a)

Da die Berrechnung der Elemente der Berrechnung aller geordneter Möglichkeiten gleicht, kann man die Anzahl der Elemente einfach über die Multiplikation der einzelnen Mengengrößen errechnen.

$3 \cdot 5 \cdot 2 = 30$

b)

Die Anzahl der möglichen ternären Relationen errechnet man, indem man die Anordnungsmöglichkeiten der Kreuzprodukte untereinander berrechnet. Bei 3 Mengen wären es folglich 3!=6 mögliche Anordnungsmöglichkeiten, solange gilt, dass keine Menge doppelt vorkommt, also
$A \neq B \neq C$. Wenn jedoch jede Menge beliebig oft vorkommen darf, lassen sich 3^3 mögliche ternäre Relationen bilden.