

Mathematik Hausaufgaben zum 14. Dezember

Arne Beer, MN 6489196
Tim Overath, MN 6440863
Paul Bienkowski

January 11, 2013

Aufgabe 1

a)

H_1 ist keine Untergruppe, da kein neutrales Element existiert

H_2 ist keine Untergruppe, da $2 \cdot 8 = 3$ und $3 \notin G$

H_3 ist eine Untergruppe. Sie besitzt alle Voraussetzungen fuer eine Gruppe und $H_3 \subseteq G$

b)

$$H = \{1, 3, 9\}$$

$$1H = \{1, 3, 9\} = 3H = 9H =$$

$$2H = \{2, 6, 5\} = 6H = 5H$$

$$4H = \{4, 12, 10\} = 12H = 10H$$

$$7H = \{7, 8, 11\} = 8H = 11H$$

Aufgabe 2

a)

Linksnebenklassen:

$$id = \{id\}$$

$$(1, 2)H = \{id, (1, 2)\}$$

$$(1, 3)H = (1, 2, 3)H = \{(1, 3), (1, 2, 3)\}$$

$$(2, 3)H = (1, 3, 2)H = \{(2, 3), (1, 3, 2)\}$$

Rechtsnebenklassen: .

$$H(1, 2) = \{id, (1, 2)\}$$

$$H(1, 3) = (1, 3, 2)H = \{(1, 3)(1, 2, 3)\}$$

$$H(2, 3) = (1, 2, 3)H = \{(2, 3)(1, 3, 2)\}$$

b)

c)

Aufgabe 3

a)

Summe:

$$2x^3 + 5x^2 - 4x + 4$$

Produkt:

$$\begin{aligned} 8x^5 + 4x^4 - 12x^3 + 8x^2 - 2x^4 - x^3 + 3x^2 - 2x + 4x^3 + 2x^2 - 6x + 4 \\ \Leftrightarrow 8x^5 + 2x^4 - 9x^3 + 13x^2 - 8x + 4 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} (2 \cdot 1) + (1 \cdot 6) + (8 \cdot 5) + (7 \cdot -1) + (3 \cdot 3) + (6 \cdot -3) + (3 \cdot 2) + (1 \cdot -2) \\ = 36 \end{aligned}$$

Def Koeffizient von x^7 lautet 36

c)

Summe:

$$3x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

Produkt:

$$\begin{aligned} (4x^3 + 2x^2 + 3x + 2) \cdot (3x^4 + x^2 + 3) \\ \Leftrightarrow 2x^7 + 4x^5 + 2x^3 + 1x^6 + 2x^4 + 1x^2 + 4x^5 + 3x^3 + 4x + 1x^4 + 2x^2 + 1 \\ \Leftrightarrow 2x^7 + 1x^6 + 3x^5 + 3x^4 + 3x^2 + 4x + 1 \end{aligned}$$

Aufgabe 4

a)

$$\begin{array}{r}
 x^5 + 2x^4 + 3x^3 \quad + x^2 \quad + 4x \quad + 2 = (x^2 + 4x + 3)(x^3 - 2x^2 + 8x - 25) + 80x + 77 \\
 \hline
 -x^5 - 4x^4 - 3x^3 \\
 \hline
 \quad -2x^4 \quad \quad + x^2 \\
 \quad \quad 2x^4 + 8x^3 \quad + 6x^2 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 8x^3 \quad + 7x^2 \quad + 4x \\
 \quad \quad \quad -8x^3 - 32x^2 \quad - 24x \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad -25x^2 \quad - 20x \quad + 2 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad 25x^2 + 100x + 75 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 80x + 77
 \end{array}$$

Der Quotient ist $(x^3 - 2x^2 + 8x - 25)$ und der Rest ist $80x + 77$

b)

$$a(x) = 6x^5 + 7x^4 - 7x^3 - 22x^2 - 25x - 15$$

$$b(x) = 3x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 6x - 9$$

Euklidischer Algorithmus:

$$6x^5 + 7x^4 - 7x^3 - 22x^2 - 25x - 15 = (2x + 1) \cdot (3x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 6x - 9) + (3x^3 - 4x^2 - x - 6)$$

$$(3x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 6x - 9) = (x + 2) \cdot (3x^3 - 4x^2 - x - 6) + (3x^2 + 2x + 3)$$

$$(3x^3 - 4x^2 - x - 6) = (x - 2) \cdot (3x^2 + 2x + 3) +$$

Der größte normierte gemeinsame Teiler ist $(3x^2 + 2x + 3)$