

情報特別演習 最終発表

航空ネットワークのハブ配置最適化

2022/01/18

岡部 純弥

航空ネットワークとは

- 空港と空港の間に **路線** が敷かれている
- 空港を **ノード**，路線を **エッジ** としたときに航空網が有向グラフになっている



(例) Peach Aviation の航空ネットワーク
Peach Aviation 公式HPより引用

ハブ空港とは

- 就航路線数が多く、移動の拠点となる空港を**ハブ空港** という
- 日本国内では羽田空港や伊丹空港, 新千歳空港など



(例) Peach Aviation の航空ネットワーク
Peach Aviation 公式HPより引用

ハブ配置最適化とは

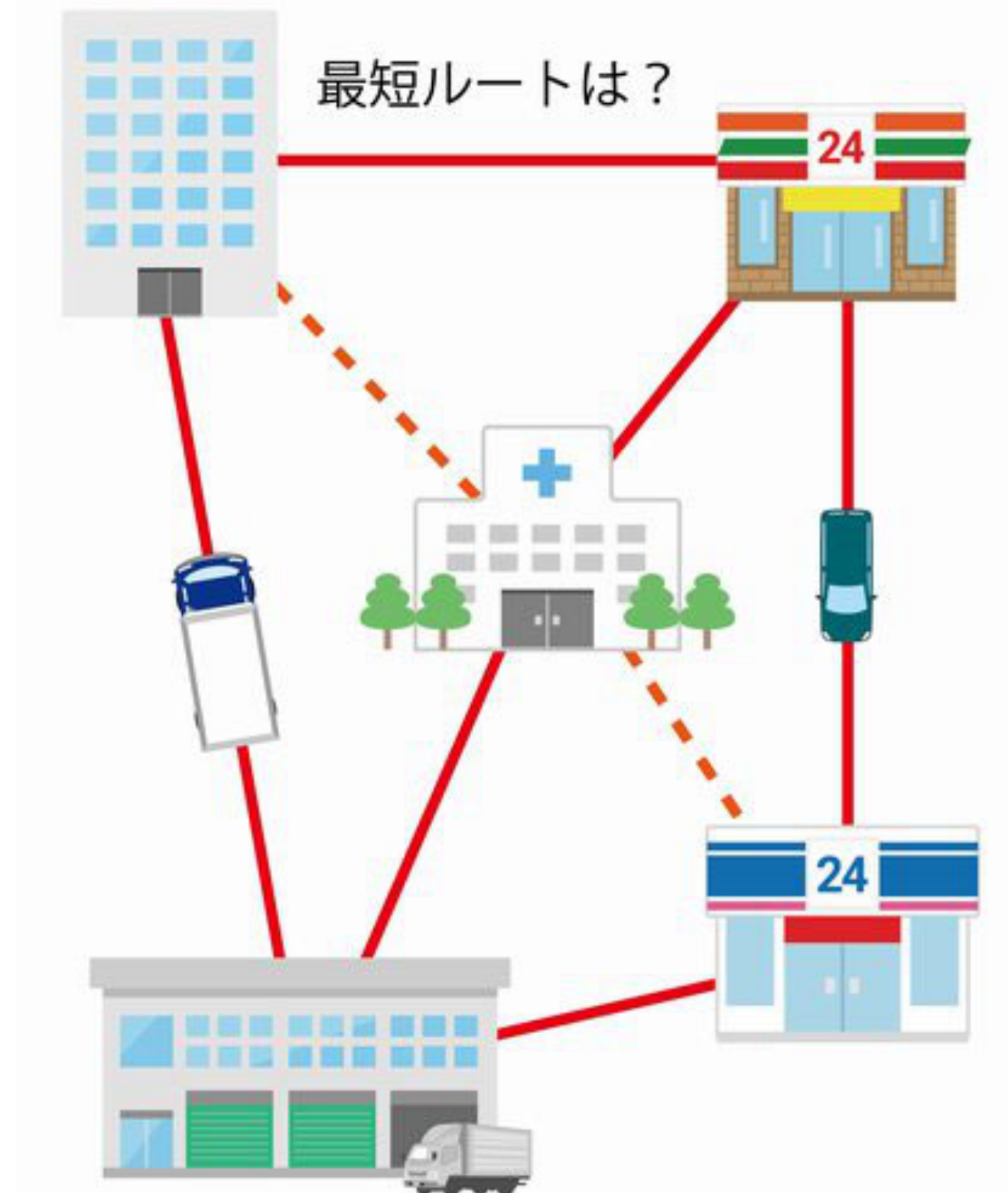
概要

- いくつかの空港が与えられ、任意の2空港間の **需要** と **輸送コスト** がわかっている
- その中からいくつかのハブ空港を設置し、うまく路線を敷くことでネットワーク全体の **総輸送コスト** を最小化する
- 最小になるような **ハブの組み合わせ**, **路線の敷き方**を求める

ハブ配置最適化とは

本演習の目的

- ・ 過去のハブ配置の研究の流れを把握する
 - ・ 1990年代～2000年代に大きく発展した
- ・ ハブ配置モデルを提案し，実際に最適化を行う



最適化のイメージ図
シンク出版HPより抜粋

ハブ配置最適化とは

変数の定義

- ・ N 個の空港 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$
- ・ 航空ネットワークをグラフ $G = (V, E)$ で表す
- ・ 空港 v_i から空港 v_j ($v_i, v_j \in V$) への需要を h_{ij} , コストを C_{ij} で表す
- ・ ハブ間の割引因子を α ($0 \leq \alpha \leq 1$)
 - ・ スケーリングファクター とも呼ばれる

ハブ配置最適化とは

変数の定義

- ・ 空港 v_i がハブ空港であるかを表す変数 X_i (ハブであれば1, 非ハブは0)
- ・ 空港 i が空港 j に接続するかを表す変数 Y_{ij} (接続するなら1, しないなら0)

目的関数を最小にする X_i, Y_{ij} を求める

ハブ配置最適化とは 難しさ

- ・ N 個の空港から p 個のハブ空港を選択: ${}_NC_p$ 通り
- ・ $N - p$ 個のハブでない空港が **単一の** ハブ空港に接続するときの接続の組合せ:
 p^{N-p} 通り

全探索では求解不可能

空港数に対して

組合せが指数関数的に増えるため **全列挙が困難**

(いくつかの仮定をした)

モデルを構築して最適解を導く

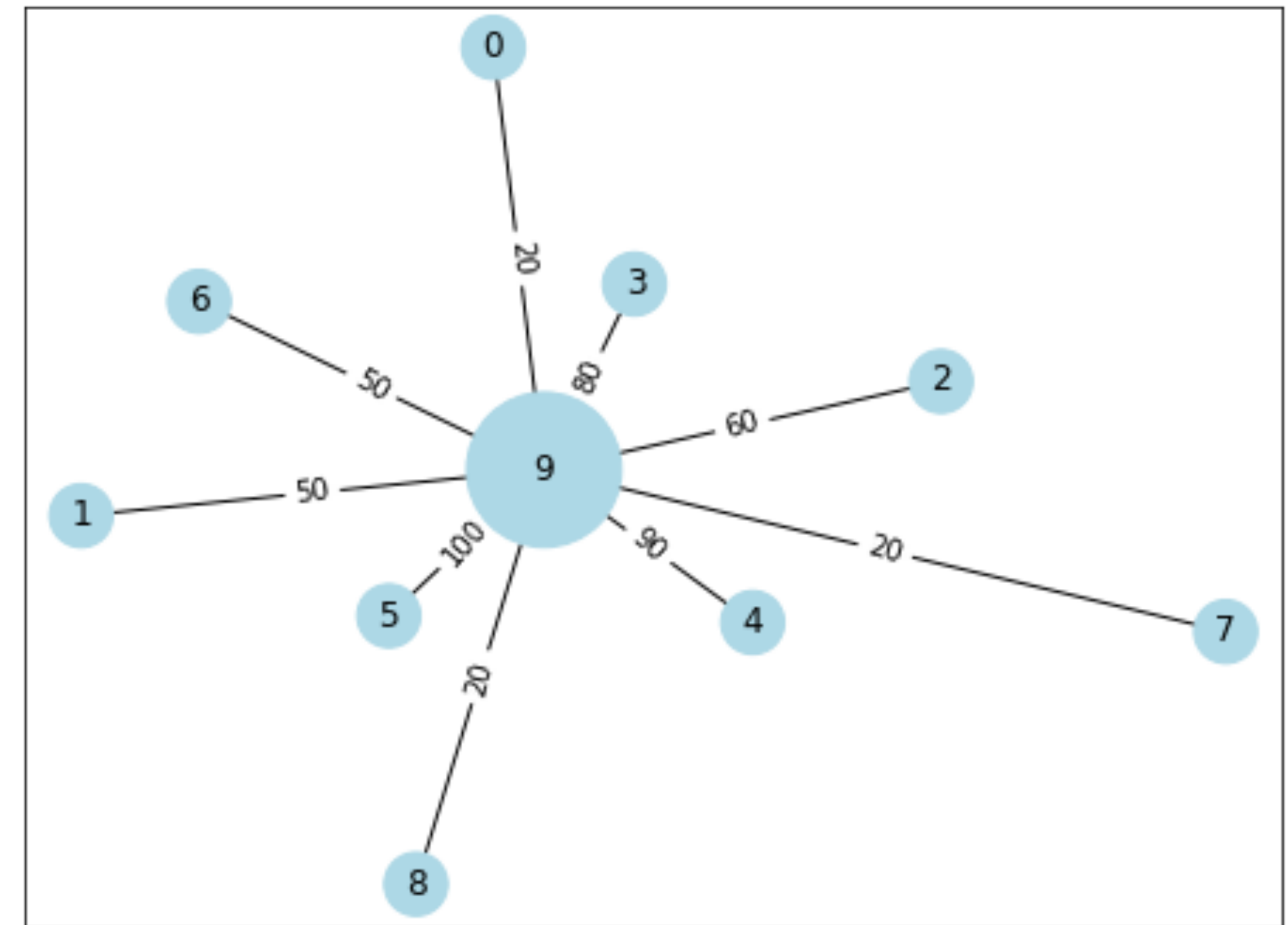
モデルの紹介

- Single Allocation Model
 - 最も単純なモデル
- P-Hub Median Location Model (PML)
 - さまざまなモデルのもとになっているモデル
- 提案するモデル
 - PML をもとに拡張

Single Allocation Model

概要

- ・ ハブでないノードは **単一のハブにのみ** 接続可能
 - ・ ハブでないノード同士は **接続しない**
- ・ N 通りのハブの組み合わせを試せば良い



Single Hub Location Modelのイメージ
(数字は移動コスト)

Single Allocation Model

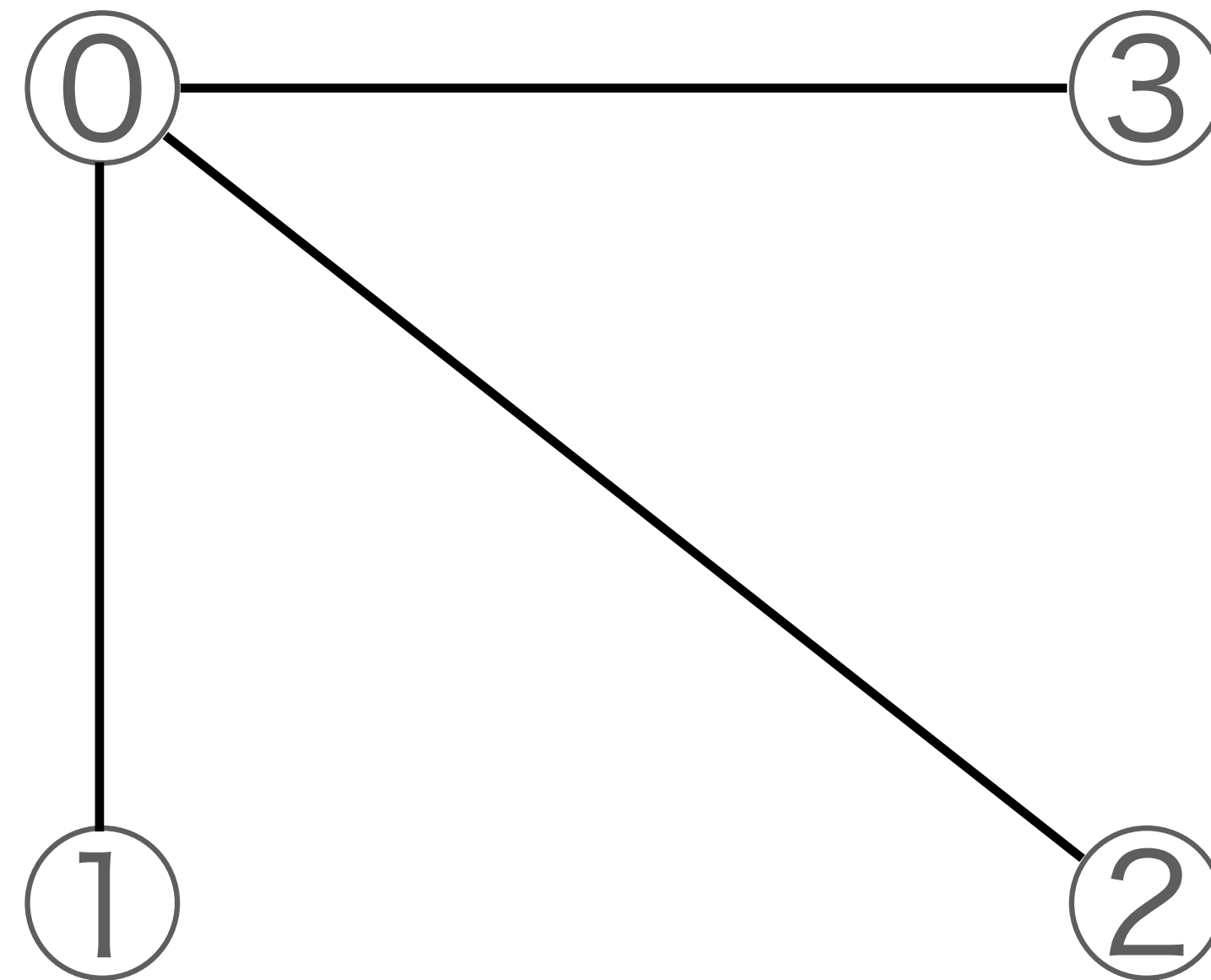
直感的なイメージ

ノード0をハブにする

ノード1をハブにする

ノード2をハブにする

ノード3をハブにする



P-Hub Median Location Model

概要

- ・ 目的関数が **線形** のモデル
 - ・ 線形であるため，求解しやすい
- ・ 複数のハブ空港に接続可能
- ・ 非ハブの空港同士での接続はない

提案するモデル

概要

	目的関数が 線形か	複数のハブへ接続可 能か	ハブでない 空港同士で 接続可能か
P-Hub Median Model	線形	可能	不可
提案する モデル	線形	可能	(条件付きで) 可能

提案するモデル

定式化

- ・ 定式化のために、新たな変数をいくつか定義する
- ・ C_{ij}^{km} : ハブ空港 v_k, v_m を経由する, 空港 i から空港 j へコスト
 - ・ すなわち, $C_{ij}^{km} = C_{ik} + \alpha C_{km} + C_{mj}$
- ・ Z_{ij}^{km} : 空港 i から空港 j への需要のうち, ハブ空港 v_k, v_m を経由する割合
 - ・ すなわち, $Z_{ij}^{km} = h_{ij}^{km} / h_{ij}$
 - ・ ハブ空港を経由せず, 空港 i から空港 j へ行く割合を Z_{ij} とする

提案するモデル 定式化

- このモデルは次のように最適化問題として定式化できる
目的関数:

$$\min \sum_i \sum_j \left(\sum_k \sum_m C_{ij}^{km} h_{ij} Z_{ij}^{km} + C_{ij} h_{ij} Z_{ij} \right)$$

制約条件:

$$\begin{aligned} \sum_j X_j &= p \\ \forall i, j; \sum_k \sum_m Z_{ij}^{km} + Z_{ij} &= 1 \\ \forall i, j, k, m; 0 \leq Z_{ij}^{km} &\leq x_m, x_k \\ \forall k; X_k &\in \{0,1\} \end{aligned}$$

提案するモデル 実行

- ・ 定式化した最適化問題を数理最適化ソルバー Gurobi を用いて解を求める
 - ・ Gurobi: 数理最適化問題（線形計画, 2次制約問題など）を高速に求解する
- ・ データは人工的に乱数を用いて作成した



提案するモデル

実行結果

- ・ 求解するプログラムを作成，実行する．ただし，
 - ・ 空港の数を5
 - ・ ハブの数を3
- ・ 各空港間のコスト， 需要は右図の通り

	0	1	2	3	4
0	2	2	1	3	1
1	2	2	7	9	9
2	1	7	4	9	9
3	3	9	9	1	3
4	1	9	9	3	3

各空港間の移動コスト

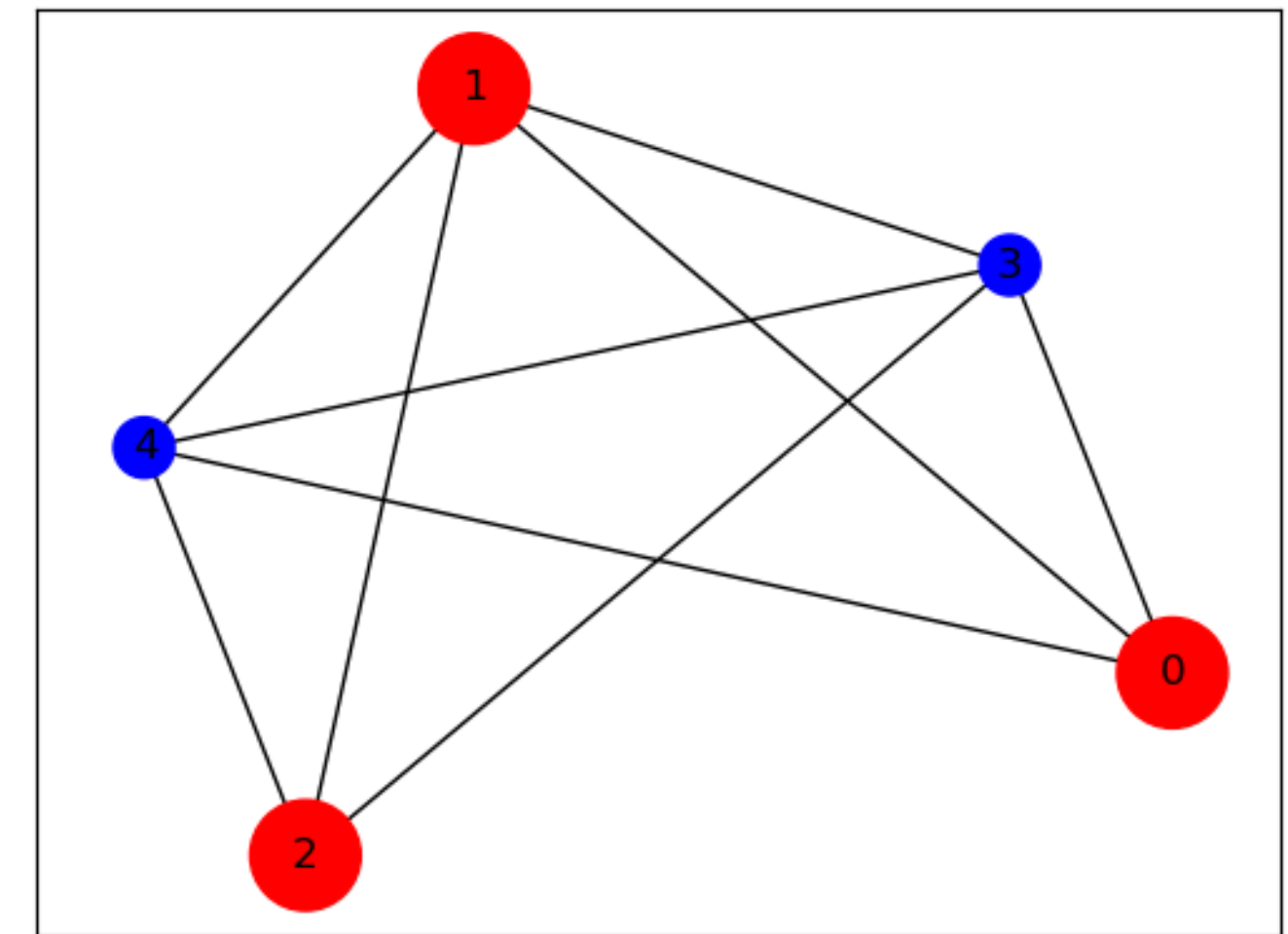
	0	1	2	3	4
0	0	60	80	10	70
1	10	0	20	90	20
2	90	20	0	50	60
3	70	100	80	0	20
4	20	80	10	80	0

各空港間の需要

提案するモデル

実行結果

- ・ 実行すると右図のようなネットワークが出力される.
 - ・ ソースコードは GitHub 上に掲載
 - ・ User: Okabe-Junya
 - ・ Repo: Special-Seminar
- ・ ハブ空港を 赤色 で出力
- ・ 非ハブの空港同士も結ばれていることがわかる



実行結果

まとめ

- ・ ハブ配置最適化について既存の主要な手法を調査し，その拡張を行った
 - ・ 条件付きで非ハブの空港同士の接続を可能にしたモデルを提案した
- ・ 非ハブ同士での接続が可能であるため，現実の航空ネットワークにより近いネットワークとなっている
- ・ 今後の課題として，実際のデータをもとにハブ配置を行うこと，遅延や乗り換えなどのコストを加味したモデルの作成などが挙げられる