

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE TUCURUÍ FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

AEROPÊNDULO, PROTOTIPAGEM E SIMULADOR GRÁFICO COMO FERRAMENTA PARA ESTUDOS DE TÉCNICAS DE CONTROLE E MODELAGEM POR IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

OSÉIAS DIAS DE FARIAS



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE TUCURUÍ FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

OSÉIAS DIAS DE FARIAS

AEROPÊNDULO, PROTOTIPAGEM E SIMULADOR GRÁFICO COMO FERRAMENTA PARA ESTUDOS DE TÉCNICAS DE CONTROLE E MODELAGEM POR IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao colegiado da Faculdade de Engenharia Elétrica, do Campus Universitário de Tucuruí, da Universidade Federal do Pará, como requisito necessário para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Raphael Barros Teixeira

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE TUCURUÍ FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

TÍTULO DO TRABALHO

AUTOR: OSÉIAS DIAS DE FARIAS

_	DE CONCLUSÃO DE CURSO SUBMETIDO À BANCA EXAMINADORA COLEGIADO DA FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA, SENDO JU	
BANCA EXAM	MINADORA:	
-	Prof. Dr. Raphael Barros Teixeira Orientador / UFPA-CAMTUC-FEE	
-	Prof. Dr. NOME PRIMEIRO AVALIADOR Membro 1 / UFPA-CAMTUC-FEE	
-	Prof. Dr. NOME PRIMEIRO AVALIADOR Membro 2 / UFPA-CAMTUC-FEE	

Resumo

Resumo aqui

Palavras Chave: Aeropêndulo, identificação de sistema, protótipo, simulador, técnicas de controle.

Abstract

Texto do abstract (inglês)

Keywords: Palavras chave em inglês.

SUMÁRIO

Resumo .		iv
Abstract .		٧
Sumário .		vi
1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Justificativa	1
1.2	Objetivos	2
1.2.1	Objetivos Gerais	2
1.2.2	Objetivos Específicos	2
1.3	Escopo do Trabalho	2
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
2.1	Modelagem e Controle de Sistemas	3
2.1.1	Transformada Laplace	3
2.1.2	Transformada Z	3
2.1.3	Espaço de Estados	3
2.2	Identificação de Sistemas	3
2.2.1	Método dos Mínimos Quadrados	3
2.3	Eletrônica Analôgica e Digital	3
2.3.1	Dispositivos Analógicos	3
2.3.2	Dispositivos Digitais	3
3	PROTÓTIPO E SIMULADOR	4
3.1	Prototipagem	4
3.1.1	Parte estrutural do sistema	4
3.1.2	Parte Elétrica do sistema	4
3.1.3	Montagem do Protótipo	4
3.2	Simulador usando Python	4
3.2.1	Linguagem Python	4
3.2.2	Biblioteca VPython	4
3.2.3	Simulador Gráfico	4

4	DESENVOLVIMENTO	5
4.1	Fundamentação Teórica	5
4.2	Modelagem Matemática Clássica Aplicada ao Aeropêndulo	5
4.2.1	Modelo Matemático do Motor CC Série	6
4.2.1.1	Modelagem da Parte Mecânica do Motor CC Série	7
4.2.1.2	Modelagem da Parte Elétrica do Motor CC Série	ç
4.2.1.3	Linearização do modelo do Motor CC Série	10
4.2.2	Modelo Matemático Braço do Aeropêndulo	12
4.2.3	Junção dos subsistemas	12
4.3	Modelagem por Identificação de Sistemas Aplicada ao Aeropêndulo	12
5	PROJETO DE CONTROLADORES	13
5.1	Projeto de Controle por LGR	13
5.1.1	Obtendo o Controlador	13
5.1.2	Discretização do controlador Transformada Z	13
5.1.3	Implementação do Controlador no Microcontrolador	13
5.2	Projeto de Controle por Espaço de Estados	13
5.2.1	Obtendo o Controlador	13
5.2.2	Discretização do controlador Transformada Z	13
5.2.3	Implementação do Controlador no Microcontrolador	13
5.3	Interface Gráfica Plotagem dos Estados do Sistema	13
5.3.1	Obtendo o Controlador	13
5.3.2	Discretização do controlador Transformada Z	13
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	14
7	CONCLUSÃO	15
7.0.1	Considerações Finais	15
7.0.2	Trabalhos Futuros	15
REFERÊI	NCIAS	16

1

INTRODUÇÃO

1.1 Justificativa

Sistemas de controle têm como finalidade modelar, analisar e projetar controladores para que um sistema possa atender a requisitos de projeto específicos. Para atingir esse objetivo, é necessário aplicar técnicas que permitam abstrair o comportamento do sistema em termos de equações matemáticas. No entanto, é importante lembrar que, ao abstrair sistemas físicos dessa maneira, o preço pago está na percepção e interpretação da dinâmica do sistema.

Além disso, a implementação de controladores requer a expertise em diferentes áreas da engenharia, tais como eletrônica analógica e digital, programação, processamento de sinais, circuitos elétricos, entre outras. Dessa forma, torna-se necessário integrar conhecimentos multidisciplinares para a implementação bem-sucedida de controladores em sistemas reais.

No entanto, no estudo de sistemas de controle, é comum que os discentes enfrentem desafios em seu primeiro contato com a área, especialmente devido à necessidade de aplicar abstrações matemáticas para representar a dinâmica de sistemas físicos. Essa etapa inicial pode parecer complexa, porém é crucial para a compreensão e domínio dos conceitos fundamentais envolvidos na análise e controle de sistemas.

Uma das principais razões pelas quais os estudantes encontram dificuldades é a transição do mundo físico para o mundo matemático abstrato, onde os sistemas são modelados por equações diferenciais, transformadas de Laplace e outros formalismos matemáticos. Para muitos, essa mudança pode parecer distante da realidade observada, o que pode causar alguma resistência inicial.

No entanto, para superar essa barreira de aprendizagem, é fundamental buscar métodos que possibilitem aos discentes visualizar a dinâmica desses sistemas de forma interessante. Uma

Capítulo 1. Introdução 2

abordagem promissora é a utilização de protótipos, que permitem aos alunos observar a dinâmica analisada matematicamente no mundo real. Essa aplicação prática fornece uma conexão mais tangível entre os conceitos abstratos e suas aplicações concretas, tornando o aprendizado mais envolvente e compreensível.

Adicionalmente, o uso de simuladores pode ser altamente benéfico. Ao inserir as respostas obtidas por meio dos modelos matemáticos como entrada nos simuladores, o processo de aprendizado integra ferramentas matemáticas e de visualização. Dessa forma, os alunos podem interagir com os sistemas em diferentes cenários, observando como as variáveis influenciam o comportamento dos sistemas de controle. Essa abordagem interativa e experimental ajuda a solidificar conceitos e aprimorar a compreensão do funcionamento desses sistemas complexos.

Ao combinar a teoria matemática com a prática através de protótipos e simuladores, o processo de aprendizado torna-se mais fluido e estimulante. Os alunos podem perceber a relevância das abstrações matemáticas na resolução de problemas reais, o que reduzirá a resistência inicial e aumentará o interesse pela área de sistemas de controle.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivos Gerais

Este trabalho visa realizar um estudo mais aprofundado do comportamento dinâmico de um aeropêndulo, utilizando técnicas de sistemas de controle. Para isso, será desenvolvido um projeto completo que integra um protótipo, um simulador e uma interface gráfica para plotagem de gráficos dos sinais em tempo real do sistema. Acrescentando a isso, a proposta é aplicar os conhecimentos obtidos durante a graduação e sintetizar as diferentes técnicas de sistemas de controle em uma planta física, com o intuito de observar o comportamento da dinâmica do sistema. Para essa tarefa, serão mescladas tecnologias de diferentes áreas do curso de engenharia elétrica, o que torna o projeto ainda mais interessante e desafiador.

1.2.2 Objetivos Específicos

1.3 Escopo do Trabalho

2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

- 2.1 Modelagem e Controle de Sistemas
- 2.1.1 Transformada Laplace
- 2.1.2 Transformada Z
- 2.1.3 Espaço de Estados
- 2.2 Identificação de Sistemas
- 2.2.1 Método dos Mínimos Quadrados
- 2.3 Eletrônica Analôgica e Digital
- 2.3.1 Dispositivos Analógicos
- 2.3.2 Dispositivos Digitais

3

PROTÓTIPO E SIMULADOR

- 3.1 Prototipagem
- 3.1.1 Parte estrutural do sistema
- 3.1.2 Parte Elétrica do sistema
- 3.1.3 Montagem do Protótipo
- 3.2 Simulador usando Python
- 3.2.1 Linguagem Python
- 3.2.2 Biblioteca VPython
- 3.2.3 Simulador Gráfico

4

DESENVOLVIMENTO

4.1 Fundamentação Teórica

O processo que envolve modelagem de sistemas físicos em termos de equações matemáticas é uma das partes mais importante no estudo de sistemas de controle. Segundo Ogata (2014, p. 11), O modelo matemático de um sistema dinâmico é definido como um conjunto de equações que representa a dinâmica do sistema com precisão ou, pelo menos, razoavelmente bem.

A dinâmica de muitos sistemas mecânicos, elétricos, térmicos, econômicos, biológicos ou outros pode ser descrita em termos de equações diferenciais. Essas equações diferenciais são obtidas pelas leis físicas que regem dado sistema — por exemplo, as leis de Newton para sistemas mecânicos e as leis de Kirchhoff para sistemas elétricos. Devemos sempre ter em mente que construir modelos matemáticos adequados é a parte mais importante da análise de sistemas de controle como um todo, Ogata (2014, p. 11).

Para realizar a modelagem do aeropêndulo pode-se aplicar diferentes métodos,

4.2 Modelagem Matemática Clássica Aplicada ao Aeropêndulo

Uma abordagem inicial para modelar sistemas físicos consiste em empregar as leis fundamentais da física. No entanto, em situações mais complexas, é viável decompor o sistema em subsistemas menores e, em seguida, desenvolver modelos para cada um deles. Por fim, é possível conectar esses modelos, de forma a obter uma representação aproximada do sistema real. Dessa maneira, podemos obter uma compreensão mais aprofundada e abrangente do funcionamento do sistema em questão. A Figura 1 mostra como pode-se separa o aeropêndulo em subsistemas.

Subsistema - Motor

Subsistema - Braço do Aeropêndulo

Tensão aplicada aos terminais do Motor.

Torque produzido pelas hélices acopladas ao eixo do Motor

Fonte — Autor.

Figura 1 – Subsistemas do Aeropêndulo.

4.2.1 Modelo Matemático do Motor CC Série

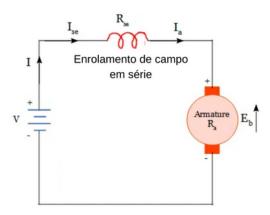
Os motores CC série tem como principal característica possuir o enrolamento de campo em série com o enrolamento de armadora, essa configuração resulta em um motor com torque de partida alto, porém, o torque reduz a medida que a velocidade aumenta devido ao aumento da Força Eletromotriz FEM. Por conta desse aumento de FEM os motores CC Séries tem uma regulação de velocidade ruim, quando se aumenta a carga no eixo do motor a velocidade é reduzida que por sua vez reduz a FEM e então o torque aumenta para conseguir atuar na carga.

No motor série, o aumento de carga é acompanhado por elevações da corrente, da FMM de armadura e do fluxo de campo do estator (desde que o ferro não esteja completamente saturado). Como o fluxo aumenta com a carga, a velocidade deve cair para se manter o equilíbrio entre a tensão aplicada e a força contraeletromotriz. Além disso, o aumento na corrente de armadura, causado pelo aumento de conjugado, é menor do que no motor em derivação devido ao aumento de fluxo. O motor série é, portanto, um motor de velocidade variável, Umans (2014, p. 410).

No entanto, mesmo motores cc série com dimensões reduzidas geram torques altos com baixo consumo de corrente. Visando melhorar seu desempenho, é possível projetar controladores de malha fechada capazes de tornar esses motores mais eficientes na da regulação de velocidade.

A Figura 2 mostra uma diagrama da configuração do motor CC Série, em que o enrolamento de campo está conectado em série com o enrolamento de armadura, dessa forma, a corrente de campo é igual a corrente de armadura $i = i_c = i_a$.

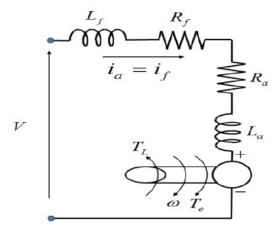
Figura 2 – Motor CC Série.



Fonte – colocar fonte aqui.

Na Figura 3, mostra o diagrama eletromecânico do do Motor CC Série, nele podemos observar que os componentes elétricos estão todos em série, no qual o enrolamento de campo possui uma parte resistiva e outra indutiva, assim como o enrolamento de armadura, já a parte mecânica possui uma velocidade angular dada por $\dot{\omega}$, torque eletromagnético do motor dado por T_e e torque da Carga T_c .

Figura 3 – Diagrama Elétrico/Mecânico Motor CC Série.



Fonte – colocar fonte aqui.

4.2.1.1 Modelagem da Parte Mecânica do Motor CC Série

Primeiramente a parte mecânica do motor será modelada, um motor ce série é composto por uma parte rotativa "armadura", de modo que, essa parte, gera um momento de inércia J no eixo do motor e um fator de amortecimento viscoso b, além disso, o eixo possui uma velocidade angular $\dot{\omega}$.

Assim, a equação que descreve o modelo mecânico do motor CC Série e dado por:

$$J\ddot{\omega}(t) = T_e(t) - b\dot{\omega}(t) - T_c(t) \tag{4.1}$$

Colocando o torque $T_e(t)$ em função das outras variáveis, tem-se:

$$T_e(t) = J\ddot{\omega}(t) + b\dot{\omega}(t) + T_c(t) \tag{4.2}$$

Onde:

- *T_e*: Torque Eletromagnético produzido pelo Motor;
- *J*: Momento de Inércia do Eixo do Motor;
- $\ddot{\omega}$: Aceleração Angular do Eixo do Motor;
- $\dot{\omega}$: Velocidade Angular do Eixo do Motor;
- *b*: Fator de Amortecimento Viscoso;
- T_c : Torque de Carga.

Tanto a Força Eletromotriz $E_A(t)$ quanto o Torque Eletromagnético $T_e(t)$ dependem do fluxo magnético do entreferro Φ , assim, temos as seguintes equações:

$$E_a(t) = \dot{\omega}(t)\Phi(t) \tag{4.3}$$

$$T_e(t) = i(t)\Phi(i) \tag{4.4}$$

O Fluxo magnético depende da corrente i(t), assim, as equações 4.1 e 4.2 são não-lineares. Além disso, pode-se aproximar o fluxo Φ por uma relação linear, K_0 , ao desprezar a saturação magnética.

$$\Phi(i) = K_0 i(t) \tag{4.5}$$

A constante K_0 é a indutância mútua entre a armadura e o enrolamento de campo. Agora podemos encontrar o modelo não-linear da parte mecânica do Motor CC Série, substituindo 4.5 em 4.4, obtém-se a expressão 4.7:

$$T_e(t) = i(t)K_0i(t) \tag{4.6}$$

$$T_e(t) = K_0 i^2(t) (4.7)$$

Substituindo 4.7 em 4.2, é possível encontrar o modelo da parte mecânica do motor CC série, assim, tem-se a expressão 4.8.

$$K_0 i^2(t) = J\ddot{\omega}(t) + b\dot{\omega}(t) + T_c(t)$$
(4.8)

4.2.1.2 Modelagem da Parte Elétrica do Motor CC Série

Para a parte elétrica, utilizou-se a lei de Kirchhoff das tensões para modelar o sistema. Conforme mencionado anteriormente, o motor em questão é um motor de corrente contínua (CC) série. Dessa forma, $i_a = i_f$, aplicando Kirchhoff para modelar o sistema elétrico, tem-se:

$$V(t) = (R_a + R_f)i(t) + (L_a + L_f)\frac{d}{dt}i(t) + E_a$$
(4.9)

Onde:

- V: Tensão da Fonte;
- R_a: Resistência da Armadura;
- *R_f*: Resistência de Campo;
- *i*_a: Corrente da Armadura;
- *i_f*: Corrente de Campo;
- *E*_A: Tensão Contro Eletromotriz Gerada pela Armadura;
- La: Impedância da Armadura;
- L_f : Impedância de Campo.

Como os componentes elétricos então em série, pode-se obter uma resistência total assim como uma indutância:

$$R = R_a + R_f (4.10)$$

$$L = L_a + L_f \tag{4.11}$$

$$V(t) = Ri(t) + L\frac{d}{dt}i(t) + E_a$$
(4.12)

Substituindo 4.5 em 4.3, obtém-se a equação 4.13.

$$E_a(t) = \dot{\omega}(t)K_0i(t) \tag{4.13}$$

Por fim, pode-se encontrar a equação que descreve a parte elétrica do sistema ao substituir 4.13 em 4.12, assim, obtendo a equação 4.14.

$$V(t) = Ri(t) + L\frac{d}{dt}i(t) + \dot{\omega}(t)K_0i(t)$$
(4.14)

Dessa forma, as equações que modelam um Motor CC série são expressas por 4.15 e 4.16, em que 4.15 esta relacionada a parte mecânica e 4.16 a parte elétrica.

$$K_0 i^2(t) = J \ddot{\omega}(t) + b \dot{\omega}(t) + T_c(t)$$

$$\tag{4.15}$$

$$V(t) = Ri(t) + L\frac{d}{dt}i(t) + \dot{\omega}(t)K_0i(t)$$
(4.16)

4.2.1.3 Linearização do modelo do Motor CC Série

Para projetos de controle lineares é preciso linearizar o modelo encontrado, para isso, vamos reorganizar as equações 4.15 e 4.16, assim obtêm-se as equações 4.17 e 4.18:

$$\ddot{\omega}(t) = \frac{K_0}{I} \dot{i}^2(t) - \frac{b}{I} \dot{\omega}(t) - \frac{1}{I} T_c(t)$$
(4.17)

$$\frac{d}{dt}i(t) = \frac{R}{L}i(t) - \frac{K_0}{L}\dot{\omega}(t)i(t) + \frac{1}{L}V(t)$$
(4.18)

reescrevendo as equações de estados na forma matricial,

$$x_1 = \dot{\omega} \tag{4.19}$$

$$x_2 = i \tag{4.20}$$

Coeficientes da equação de estado 4.17.

$$a_1 = \frac{K_0}{I}; \quad a_2 = \frac{b}{I}; \quad a_3 = \frac{1}{I}$$
 (4.21)

Coeficientes da equação de estado 4.18.

$$b_1 = \frac{R}{L}; \quad b_2 = \frac{K_0}{L}; \quad b_3 = \frac{1}{L}$$
 (4.22)

Representação no espaço de estados do motor CC Série não-linear

$$\dot{x_1} = a_1 x_2^2 - a_2 x_1 - a_3 T_c \tag{4.23}$$

$$\dot{x_2} = -b_1 x_2 - b_2 x_1 x_2 + b_3 V \tag{4.24}$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 x_2^2 - a_2 x_1 - a_3 T_c \\ -b_1 x_2 - b_2 x_1 x_2 + b_3 V \end{bmatrix} = f(x, u)$$
(4.25)

O ponto de equilíbrio (x_1^0, x_2^0) das equações 4.23 e 4.24 é encontrado zerando as derivadas, como mostrado em 4.26.

$$x_2^0 = \sqrt{\frac{a_2 x_1^0 - a_3 T_c}{a_1}} \tag{4.26}$$

$$V = \frac{x_2^0(b_1 + b_2 x_1^0)}{b_3} \tag{4.27}$$

A linearização das equações (x_1^0, x_2^0) em torno do ponto de equilíbrio é obtida encontrando o jacobiano dessas duas expressões.

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{4.28}$$

$$y = Cx (4.29)$$

Para encontrar a matriz A aplica o jacobiano nas equações (x_1^0, x_2^0) ,

$$A = \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \Big|_{x_1^0, x_2^0} = \begin{bmatrix} -a_2 & 2a_1 x_2^0 \\ -b_2 x_2^0 & -(b_1 + b_2 x_1^0) \end{bmatrix}$$
(4.30)

$$B = \frac{\partial f(x,y)}{\partial u} \Big|_{T_0 V} = \begin{bmatrix} -a_3 & 0\\ 0 & b_3 \end{bmatrix}$$
 (4.31)

$$C = [1, 0] (4.32)$$

(4.33)

Em que,

$$u = \begin{bmatrix} T_c \\ V \end{bmatrix} \tag{4.34}$$

$$y = \dot{\omega}(t) \tag{4.35}$$

Se o torque de carga for considerado zero, $T_c = 0$, temos as seguintes expressões,

$$x_2^0 = \sqrt{\frac{a_2 x_1^0}{a_1}}; \quad V = \frac{x_2^0 (b_1 + b_2 x_1^0)}{b_3}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ b_3 \end{bmatrix}$$
 (4.36)

Agora é possível encontrar a função de transferência G(s) associada as matrizes de estados A,B,C linearizadas.

$$G(s) = \frac{\dot{\omega}(s)}{V(s)} = C(sI - A)^{-1}B$$
(4.37)

Assim, obtém-se a função de transferência linearizada em função dos parâmetros do motor CC Série, como mostra a equação 4.38

$$G(s) = \frac{\dot{\omega}(s)}{V(s)} = \frac{2K_0\sqrt{\frac{bx_1^0}{K_0}}}{JLs^2 + 3K_0bx_1^0 + Rb + s\left(JK_0x_1^0 + JR + Lb\right)}$$
(4.38)

4.2.2 Modelo Matemático Braço do Aeropêndulo

4.2.3 Junção dos subsistemas

4.3 Modelagem por Identificação de Sistemas Aplicada ao Aeropêndulo

5

PROJETO DE CONTROLADORES

5.1 Pr	roieto	de	Controle	por	LGR

- 5.1.1 Obtendo o Controlador
- 5.1.2 Discretização do controlador Transformada Z
- 5.1.3 Implementação do Controlador no Microcontrolador
- 5.2 Projeto de Controle por Espaço de Estados
- 5.2.1 Obtendo o Controlador
- 5.2.2 Discretização do controlador Transformada Z
- 5.2.3 Implementação do Controlador no Microcontrolador
- 5.3 Interface Gráfica Plotagem dos Estados do Sistema
- 5.3.1 Obtendo o Controlador
- 5.3.2 Discretização do controlador Transformada Z

6

RESULTADOS E DISCUSSÕES

CONCLUSÃO

- 7.0.1 Considerações Finais
- 7.0.2 Trabalhos Futuros

REFERÊNCIAS

OGATA, K. Engenharia de Controle Moderno. Brasil: Pearson Education do Brasil, 2014. 5

UMANS, S. *Máquinas Elétricas de Fitzgerald e Kingsley - 7.ed.* AMGH Editora, 2014. ISBN 9788580553741. Disponível em: https://books.google.com.br/books?id=3Fa2AwAAQBAJ. 6