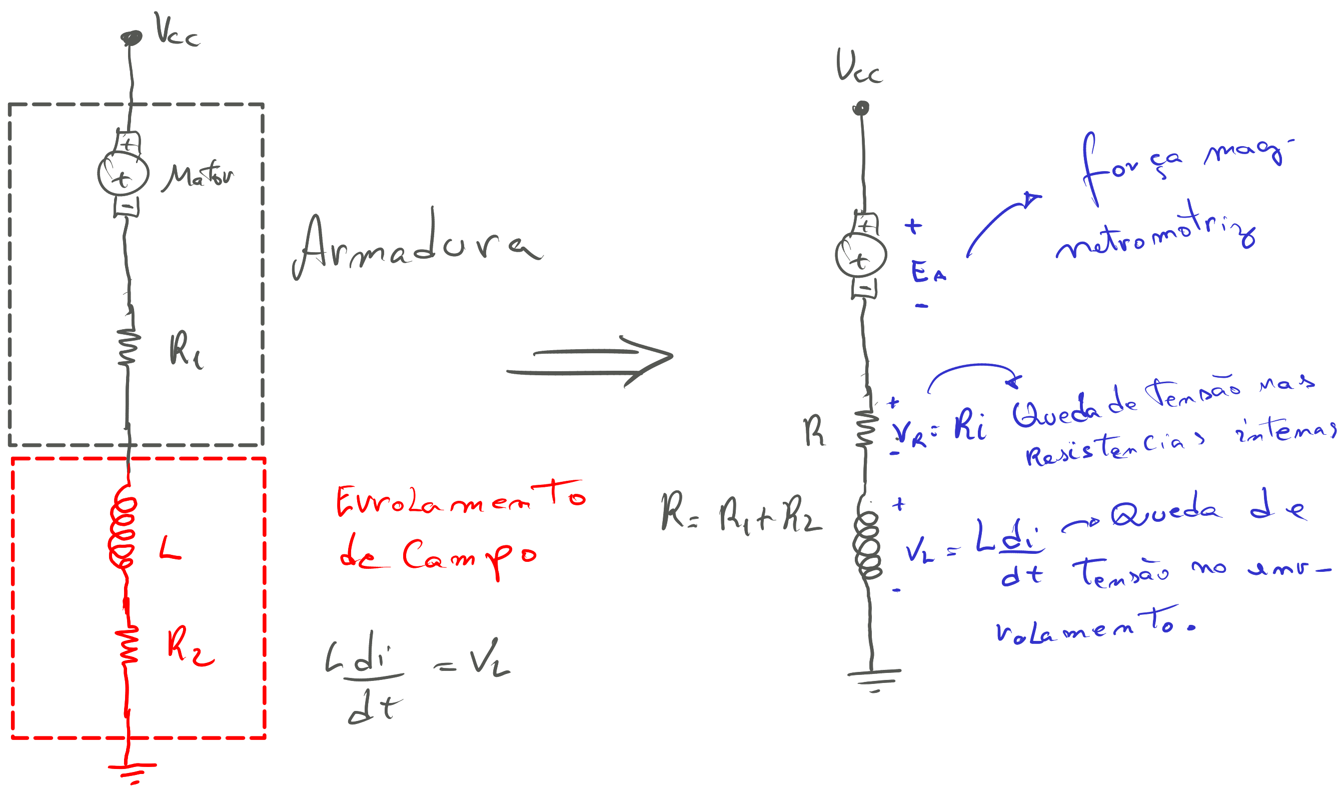
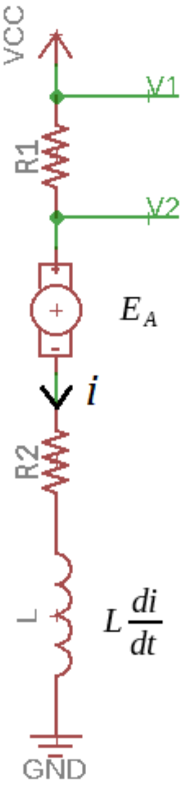
Modelagem Matemática Motor CC em Série

* Motor CC em Série



Para medir a Rotação do Motor, Vamos usar a força Eletromotriz produzida pelo motor, ela é proporcional ao giro do Motor. Para medi-la, Primeiro, Temos que saber o valor da Corrente no circuito em Regime.

Para isso, Vamos adicionar um Resistor em Serie com o motor, sabendo sua resistencia e medindo a queda de tensão nele, podemos usar a expressão $V = Ri$ para encontrar a Corrente no Circuito.



$$V_{cc} = E_A + V_{R_1} + V_{R_2}$$

$$V_2 = E_A + V_{R_2} \qquad V_{R_2} = R_2 I$$

$$V_2 = E_A + R_2 I \qquad I = \frac{V_1 - V_2}{R_1}$$

$$\boxed{E_A = V_2 - R_2 I}$$

obs: Em regime permanente, o indutor L se comporta como um curto-circuito.

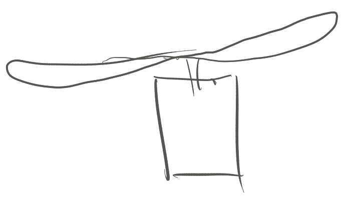
Equações de Movimento

$E_A = K\phi\dot{\theta}$ → Velocidade Angular

$\dot{E}_A = K\phi\ddot{\theta}$ → Aceleração Angular

$T = K\phi i$ → Corrente do Circuito

* Equação de Movimento da parte mecanica do Motor cc Série.



$$J\ddot{\theta} = T - b\dot{\theta} \qquad (1)$$

b = Resistencia do ar que é proporcional a Velocidade da Hélice.

$\ddot{\theta}$ = Aceleração Angular do Motor cc.

J = Momento de inercia do eixo do motor e da Hélice.

τ = Torque produzido pelo Motor cc.

b = Resistencia do Ar que é proporcional a velocidade da Hélice.

* Equação de movimento da parte Elétrica do Motor cc série.

$$V = Ri + E_A + L\frac{di}{dt}$$

Considerando a dinâmica do Circuito muito mais rápida do que a parte mecanica, Temos a seguinte equação:

$$V = Ri + E_A \qquad (2)$$

Combinando as equações (1) e (2), temos:

$$J\ddot{\theta} = T - b\dot{\theta}$$

$$T = J\ddot{\theta} + b\dot{\theta}$$

$$K\phi i = J\ddot{\theta} + b\dot{\theta}$$

$$i = \frac{J\ddot{\theta} + b\dot{\theta}}{K\phi}$$

$$V = Ri + E_A$$

$$V = R\left(\frac{J\ddot{\theta} + b\dot{\theta}}{K\phi}\right) + E_A$$

$$V = R\left(\frac{J\ddot{\theta}}{K\phi} + \frac{b\dot{\theta}}{K\phi}\right) + E_A$$

Dinâmica do Motor cc série com entrada V e saída θ possição angular.

$$\boxed{V = \frac{RJ\ddot{\theta}}{K\phi} + \frac{Rb\dot{\theta}}{K\phi} + E_A} \qquad (3)$$

↳ **Dinâmica do Motor cc série**

Para escrever o sistema com a saída sendo a E_A, força contraeletromotriz, usamos as expressões abaixo e substituímos em (3).

$$E_A = k\phi\dot{\theta} \quad ; \quad \dot{E} = k\phi\ddot{\theta}$$

$$\dot{\theta} = \frac{E_A}{k\phi} \quad ; \quad \ddot{\theta} = \frac{\dot{E}_A}{k\phi}$$

Substituindo as duas expressões acima em (3), temos:

$$V = \frac{RJ}{k\phi} \times \frac{\dot{E}_A}{k\phi} + \frac{Rb}{k\phi} \times \frac{E_A}{k\phi} + E_A$$

$$V = \frac{RJ\dot{E}_A}{(k\phi)^2} + \frac{Rb\,E_A}{(k\phi)^2} + E_A$$

$$\frac{(k\phi)^2}{RJ} V = \dot{E}_A + \frac{b}{J} E_A + \frac{(k\phi)^2}{RJ} E_A$$

$$\lambda = \frac{(k\phi)^2}{RJ} \quad ; \quad a = \frac{b}{J}$$

$$\lambda V = \dot{E}_A + a E_A + \lambda E_A$$

* Aplicando a transformada de Laplace, temos:

$$\lambda V(s) = sE_A(s) + a E_A(s) + \lambda E_A(s)$$

$$\lambda V(s) = sE_A(s) + (a + \lambda) E_A(s)$$

$$\lambda V(s) = [s + (a + \lambda)] E_A(s)$$

Função de Transferência do Motor CC Série

$$\frac{E_A(s)}{V(s)} = \frac{\lambda}{s + (a + \lambda)}$$