



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE TUCURUÍ  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

**AEROPÊNDULO, PROTOTIPAGEM E SIMULADOR GRÁFICO COMO  
FERRAMENTA PARA ESTUDO DE TÉCNICAS DE CONTROLE E  
IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS**

**OSÉIAS DIAS DE FARIAS**

Tucuruí-PA  
2023



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE TUCURUÍ  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

**OSÉIAS DIAS DE FARIAS**

**AEROPÊNDULO, PROTOTIPAGEM E SIMULADOR GRÁFICO COMO  
FERRAMENTA PARA ESTUDO DE TÉCNICAS DE CONTROLE E  
IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao colegiado da Faculdade de Engenharia Elétrica, do Campus Universitário de Tucuruí, da Universidade Federal do Pará, como requisito necessário para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

**Orientador:** Prof. Dr. Raphael Barros Teixeira

Tucuruí-PA  
2023

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE TUCURUÍ  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

**AEROPÊNDULO, PROTOTIPAGEM E SIMULADOR GRÁFICO COMO  
FERRAMENTA PARA ESTUDO DE TÉCNICAS DE CONTROLE E  
IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS**

**AUTOR: OSÉIAS DIAS DE FARIAS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO SUBMETIDO À BANCA EXAMINADORA APRO-  
VADA PELO COLEGIADO DA FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA, SENDO JUL-  
GADO .....

BANCA EXAMINADORA:

---

Prof. Dr. Raphael Barros Teixeira  
Orientador / UFPA-CAMTUC-FEE

---

Prof. Dr. NOME PRIMEIRO AVALIADOR  
Membro 1 / UFPA-CAMTUC-FEE

---

Prof. Dr. NOME PRIMEIRO AVALIADOR  
Membro 2 / UFPA-CAMTUC-FEE

# Resumo

Resumo aqui

**Palavras Chave:** .

# Abstract

Texto do abstract (inglês)

**Keywords:** Palavras chave em inglês.

# SUMÁRIO

---

<b>Resumo</b>	<b>iv</b>
<b>Abstract</b>	<b>v</b>
<b>Sumário</b>	<b>vi</b>
<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 Justificativa	1
1.2 Objetivos	1
1.2.1 Objetivos Gerais	1
1.2.2 Objetivos Específicos	2
1.3 Escopo do Trabalho	2
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>3</b>
2.1 Modelagem e Controle de Sistemas	4
2.1.1 Transformada Laplace	4
2.1.2 Transformada Z	4
2.1.3 Espaço de Estados	4
2.2 Identificação de Sistemas	4
2.2.1 Conceitos	4
2.3 Eletrônica Analógica e Digital	4
2.3.1 Eletrônica Analógica	4
2.3.2 Eletrônica Digital	4
<b>3 PROTÓTIPO E SIMULADOR</b>	<b>5</b>
3.1 Prototipagem	5
3.1.1 Parte estrutural do sistema	5
3.1.2 Parte Elétrica do sistema	5
3.1.3 Montagem do Protótipo	5
3.2 Simulador usando Python	5
3.2.1 Linguagem Python	5
3.2.2 Biblioteca VPython	5
3.2.3 Simulador Gráfico	5
<b>4 DESENVOLVIMENTO</b>	<b>6</b>
4.1 Fundamentação Teórica	6

<b>4.2</b>	<b>Modelagem Matemática . . . . .</b>	<b>6</b>
4.2.1	Modelo Matemático do Motor CC Série . . . . .	6
4.2.2	Modelo Matemático do Aeropêndulo . . . . .	10
4.2.3	Junção dos dois Modelos . . . . .	10
<b>4.3</b>	<b>Modelo do Aeropêndulo por Identificação de Sistemas . . . . .</b>	<b>10</b>
<b>5</b>	<b>PROJETO DE CONTROLADORES . . . . .</b>	<b>11</b>
<b>5.1</b>	<b>Projeto de Controle por LGR . . . . .</b>	<b>12</b>
5.1.1	Obtendo o Controlador . . . . .	12
5.1.2	Discretização do controlador Transformada Z . . . . .	12
5.1.3	Implementação do Controlador usando o Arduino Nano . . . . .	12
<b>5.2</b>	<b>Projeto de Controle por Espaço de Estados . . . . .</b>	<b>12</b>
5.2.1	Obtendo o Controlador . . . . .	12
5.2.2	Discretização do controlador Transformada Z . . . . .	12
5.2.3	Implementação do Controlador usando o Arduino Nano . . . . .	12
<b>5.3</b>	<b>Interface Gráfica Plotagem dos Estados do Sistema . . . . .</b>	<b>12</b>
5.3.1	Obtendo o Controlador . . . . .	12
5.3.2	Discretização do controlador Transformada Z . . . . .	12
<b>6</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES . . . . .</b>	<b>13</b>
<b>7</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>14</b>
7.0.1	Considerações Finais . . . . .	14
7.0.2	Trabalhos Futuros . . . . .	14
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>15</b>

---

# INTRODUÇÃO

---

## 1.1 Justificativa

Sistemas de controle têm como finalidade modelar, analisar e projetar controladores para que um sistema possa atender a requisitos de projeto específicos. Para atingir esse objetivo, é necessário aplicar técnicas que permitam abstrair o comportamento do sistema em termos de equações matemáticas. No entanto, é importante lembrar que, ao abstrair sistemas físicos dessa maneira, o preço pago está na percepção e interpretação da dinâmica do sistema.

Além disso, a implementação de controladores requer a expertise de diferentes áreas da engenharia, tais como eletrônica analógica e digital, programação, processamento de sinais, circuitos elétricos, entre outras. Dessa forma, torna-se necessário integrar conhecimentos multidisciplinares para a implementação bem-sucedida de controladores em sistemas reais.

## 1.2 Objetivos

### 1.2.1 Objetivos Gerais

Este trabalho tem como objetivo realizar um estudo mais aprofundado do comportamento dinâmico de um aeropêndulo, utilizando técnicas de sistemas de controle. Para isso, será desenvolvido um projeto completo que integra um protótipo, um simulador e uma interface gráfica para plotagem de gráficos dos sinais em tempo real do sistema. Acrescentando a isso, a proposta é aplicar os conhecimentos obtidos durante a graduação e sintetizar as diferentes técnicas de sistemas de controle em uma planta física, com o intuito de observar o comportamento da dinâmica do sistema. Para essa tarefa, serão mescladas tecnologias de diferentes áreas do curso de engenharia elétrica, o que torna o projeto ainda mais interessante e desafiador.



### **1.2.2 Objetivos Específicos**

## **1.3 Escopo do Trabalho**

---

## REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

---

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

## **2.1 Modelagem e Controle de Sistemas**

### **2.1.1 Transformada Laplace**

### **2.1.2 Transformada Z**

### **2.1.3 Espaço de Estados**

## **2.2 Identificação de Sistemas**

### **2.2.1 Conceitos**

## **2.3 Eletrônica Analógica e Digital**

### **2.3.1 Eletrônica Analógica**

### **2.3.2 Eletrônica Digital**

---

# PROTÓTIPO E SIMULADOR

---

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

## 3.1 Prototipagem

### 3.1.1 Parte estrutural do sistema

### 3.1.2 Parte Elétrica do sistema

### 3.1.3 Montagem do Protótipo

## 3.2 Simulador usando Python

### 3.2.1 Linguagem Python

### 3.2.2 Biblioteca VPython

### 3.2.3 Simulador Gráfico

---

# DESENVOLVIMENTO

---

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

## 4.1 Fundamentação Teórica

## 4.2 Modelagem Matemática

### 4.2.1 Modelo Matemático do Motor CC Série

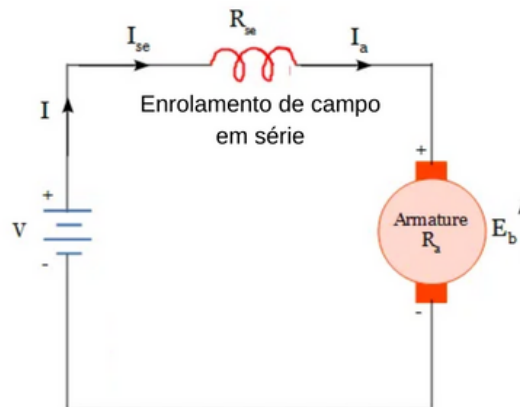
Os motores CC série tem como principal característica possuir o enrolamento de campo em série com o enrolamento de armadura, essa configuração resulta em um motor com torque de partida alto, porém, o torque reduz a medida que a velocidade aumenta devido ao aumento da Força Eletromotriz FEM. Por conda desse aumento de FEM os motores CC Séries tem uma regulação de velocidade ruim, quando se aumenta a carga no eixo do motor a velocidade é reduzida que por sua vez reduz a FEM e então o torque aumenta para conseguir atuar na carga.

No entanto, mesmo motores cc série com dimensões reduzidas geram torques altos com baixo consumo de corrente. Visando melhorar seu desempenho, é possível projetar controladores de malha fechada capazes de tornar esses motores mais eficientes na questão da

regulação de sua velocidade.

A Figura 1 mostra uma diagrama da configuração do motor CC Série, em que o enrolamento de campo está conectado em série com o enrolamento de armadura, dessa forma, a corrente de campo é igual a corrente de armadura  $i = i_c = i_a$ .

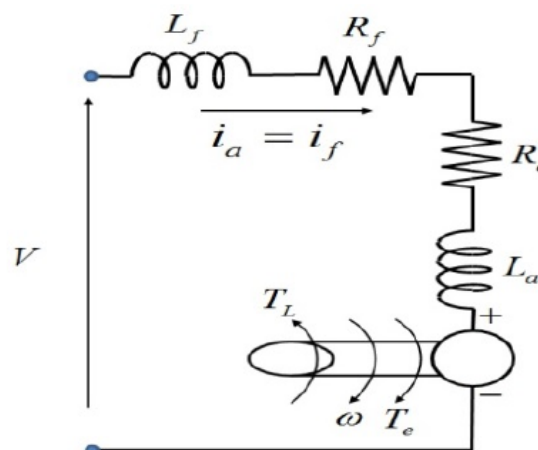
Figura 1 – Motor CC Série.



Fonte – colocar fonte aqui.

Na Figura 2, mostra o diagrama eletromecânico do do Motor CC Série, nele podemos observar que os componentes elétricos estão todos em série, em que o enrolamento de campo possui uma parte resistiva e outra indutiva, assim como o enrolamento de armadura, já a parte mecânica possui uma velocidade angular dada por  $\dot{\theta}$ , torque eletromagnético do motor dado por  $T_e$  e torque da Carga  $T_c$ .

Figura 2 – Diagrama Elétrico/Mecânico Motor CC Série.



Fonte – colocar fonte aqui.

### Modelagem da Parte Mecânica do Motor CC Série

Primeiramente a parte mecânica do motor será modelada, um motor cc série é composto por uma parte rotativa "armadura", de forma que, essa parte, gera um momento de inércia

do eixo do motor  $J$  e um fator de amortecimento viscoso  $b$ , além disso, o eixo possui uma velocidade angular  $\dot{\theta}$ .

Assim, a equação que descreve o modelo mecânico do motor CC Série e dados, por:

$$J\ddot{\theta}(t) = T_e(t) - b\dot{\theta}(t) - T_c(t) \quad (4.1)$$

$$T_e(t) = J\ddot{\theta}(t) + b\dot{\theta}(t) + T_c(t) \quad (4.2)$$

Onde:

- $T_e$ : Torque Eletromagnético produzido pelo Motor;
- $J$ : Momento de Inércia do Eixo do Motor;
- $\ddot{\theta}$ : Aceleração Angular do Eixo do Motor;
- $\dot{\theta}$ : Velocidade Angular do Eixo do Motor;
- $b$ : Fator de Amortecimento Viscoso;
- $T_c$ : Torque de Carga.

Tanto a Força Eletromotriz  $E_A(t)$  quanto o Torque Eletromagnético  $T_e(t)$  dependem do fluxo magnético do entreferro  $\Phi$ , assim, temos as seguintes equações:

$$E_a(t) = \dot{\theta}(t)\Phi(i) \quad (4.3)$$

$$T_e(t) = i(t)\Phi(i) \quad (4.4)$$

O Fluxo magnético depende da corrente  $i(t)$ , assim, a equação (1) é não-linear. Além disso, podemos aproximar o fluxo por uma relação linear  $K_0$  quando se despreza a saturação magnética.

$$\Phi(i) = K_0 i(t) \quad (4.5)$$

A constante  $K_0$  é a indutância mútua entre a armadura e o enrolamento de campo.

Agora podemos encontrar o modelo não-linear da parte mecânica do Motor CC Série, substituindo (5) em (4), temos:

$$T_e(t) = i(t)K_0 i(t) \quad (4.6)$$

$$T_e(t) = K_0 i^2(t) \quad (4.7)$$

Substituindo 4.2 em 4.7, encontramos a modelo da parte mecânica do motor.

$$K_0 i^2(t) = J\ddot{\theta}(t) + b\dot{\theta}(t) + T_c(t) \quad (4.8)$$

### Modelagem da Parte Elétrica do Motor CC Série

Para a parte elétrica, vamos usar a lei de Kirchhoff das tensões, como foi dito o motor é um motor CC série, assim,  $i_a = i_f$ , aplicando Kirchhoff para modelar o sistema elétrico, temos:

$$V(t) = (R_a + R_f)i(t) + (L_a + L_f)\frac{d}{dt}i(t) + E_a \quad (4.9)$$

Onde:

- $V$ : Tensão da Fonte;
- $R_a$ : Resistência da Armadura;
- $R_f$ : Resistência de Campo;
- $i_a$ : Corrente da Armadura;
- $i_f$ : Corrente de Campo;
- $E_A$ : Tensão Contro Eletromotriz Gerada pela Armadura;
- $L_a$ : Impedância da Armadura;
- $L_f$ : Impedância de Campo.

Como temos os componentes elétricos em série, podemos obter uma resistência total assim como uma indutância:

$$R = R_a + R_f \quad (4.10)$$

$$L = L_a + L_f \quad (4.11)$$

$$V(t) = Ri(t) + L\frac{d}{dt}i(t) + E_a \quad (4.12)$$

Substituindo 4.5 em 4.3,

$$E_a(t) = \dot{\theta}(t)K_0 i(t) \quad (4.13)$$



Agora podemos encontrar a equação de movimento da parte elétrica do sistema ao substituir 4.13 em 4.12:

$$V(t) = Ri(t) + L \frac{d}{dt}i(t) + \dot{\theta}(t)K_0i(t) \quad (4.14)$$

Equações do Modelo do Motor CC Série.

$$V(t) = Ri(t) + L \frac{d}{dt}i(t) + \dot{\theta}(t)K_0i(t) \quad (4.15)$$

$$K_0i^2(t) = J\ddot{\theta}(t) + b\dot{\theta}(t) + T_c(t) \quad (4.16)$$

#### **4.2.2 Modelo Matemático do Aeropêndulo**

#### **4.2.3 Junção dos dois Modelos**

### **4.3 Modelo do Aeropêndulo por Identificação de Sistemas**

---

# PROJETO DE CONTROLADORES

---

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

## **5.1 Projeto de Controle por LGR**

### **5.1.1 Obtendo o Controlador**

### **5.1.2 Discretização do controlador Transformada Z**

### **5.1.3 Implementação do Controlador usando o Arduino Nano**

## **5.2 Projeto de Controle por Espaço de Estados**

### **5.2.1 Obtendo o Controlador**

### **5.2.2 Discretização do controlador Transformada Z**

### **5.2.3 Implementação do Controlador usando o Arduino Nano**

## **5.3 Interface Gráfica Plotagem dos Estados do Sistema**

### **5.3.1 Obtendo o Controlador**

### **5.3.2 Discretização do controlador Transformada Z**

---

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

---

---

# CONCLUSÃO

---

## 7.0.1 Considerações Finais

## 7.0.2 Trabalhos Futuros

## REFERÊNCIAS

---

---