



# 拉斐尔画作的真伪鉴别分类器——Geometric Tight Frame的统计特性及Linearized Bregma Logistic回归的尝试

汪星宇，杨安，李祺君

## 引言

拉斐尔·桑西（Raffaello Sanzio, 1483 —1520），原名拉法埃洛·圣乔奥，意大利著名画家，也是“文艺复兴后三杰”中最年轻的一位，代表了文艺复兴时期艺术家从事理想美的事业所能达到的巅峰。其作品中大量使用水平线、垂直线和半圆形曲线，造成刚中有柔、简洁明快、整体变化和谐的美感。基于每个画家都有独特的创作风格这一假设，画家本人独特的创作风格和偏好体现在画作笔触的特点及节奏感，且可以通过特定的特征提取方法作为画作真伪分类器的设置依据，例如Liu, Chan, 和Yao (2014) 采用Geometric Tight Frame与梵高画作做卷积后得到的图像的统计性质作为特征，并选出特定维度来衡量真迹与伪作在特征空间上的欧氏距离，以此作为判据。

值得注意的是，前述研究的做法，相当于对所有提取特征赋予相同的权重，但每个维度的区分效力不尽相同，适当改变权重或可以达到更好的分类效果。另外，计算欧式距离的做法相当于同时考虑任意特征的一次及二次效应，或同时出现或同时不出现。而上述两个要求均可以通过Linearized Bregman算法下的Logistic回归实现（Osher, Ruan, Yao & Yin, 2014），即将每个特征的一次及二次效应配对为一组，保证其同时被选出。基于这一算法，本项目讨论先前的stage-wise rank boosting方法在多大程度上可以被改进。同时这一算法的效果也将和SVM或随机森林等方法进行对比。另外，考虑到画家本人创作习惯造成笔触的变化性和节奏感，一个合理的猜想是这种特点可以体现在Sobel算子等提取出的图像其峰度和偏度上，而不仅仅是先前研究所考虑的均值、标准差和极端值比例。这也是本项目所关心的问题之一，并将峰度和偏度两个统计量引入备选特征，观察其在最终建立的分类器中发挥的效应大小。

## 图像预处理与特征提取

基于Prof. Yang WANG (HKUST) 提供的数据，36幅作品作为本项目的数据集。其中29幅明确知道其是否为真（12真17伪），这些图像被用于模型训练和交叉验证。考虑图像特性，预处理方式如下。如图1所示，首先将所有图像转为灰度图，之后将其切割为1024\*1024像素或2048\*2048像素的patches。因此本项目共有三套图像数据集。具体来说，在处理为灰度图片时，所有图像四周边缘上的100个像素被舍弃（见Liu, Chan, & Yao, 2014），之后切割时，切割次数为与patch作商后四舍五入的结果，从而保证所有Patch之间即便有重叠也不会太大，而图像的原始信息也不会在切割中丢失太多。

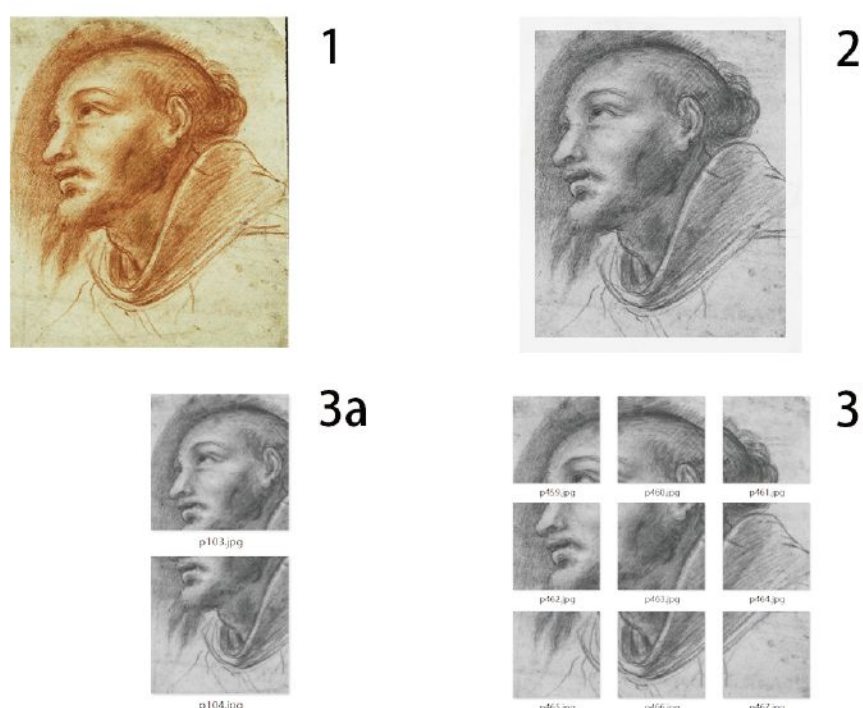


图1. 图像预处理：（1）原图；（2）转为灰度，去掉边缘100像素；（3a）2048\*2048像素切割；（3b）1024\*1024像素切割

Geometric tight frame为如下所示18个算子：

$$\begin{aligned} \tau_0 &= \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, & \tau_1 &= \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, & \tau_2 &= \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \\ \tau_3 &= \frac{\sqrt{2}}{16} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}, & \tau_4 &= \frac{\sqrt{2}}{16} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}, & \tau_5 &= \frac{\sqrt{7}}{24} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \tau_6 &= \frac{1}{48} \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ -2 & 4 & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}, & \tau_7 &= \frac{1}{48} \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 2 & 4 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}, & \tau_8 &= \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \tau_9 &= \frac{1}{12} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, & \tau_{10} &= \frac{\sqrt{2}}{12} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, & \tau_{11} &= \frac{\sqrt{2}}{16} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \tau_{12} &= \frac{\sqrt{2}}{16} \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}, & \tau_{13} &= \frac{1}{48} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}, & \tau_{14} &= \frac{\sqrt{2}}{12} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \tau_{15} &= \frac{\sqrt{2}}{24} \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}, & \tau_{16} &= \frac{\sqrt{2}}{12} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, & \tau_{17} &= \frac{\sqrt{2}}{24} \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

算子 $\tau_j$ 与图片 $p_i$ 做卷积后得矩阵 $b_{ij}$ ，其均值、标准差、峰度、偏度及极端值比例（距离均值一个标准差以外像素点比例）分别构成 $f_{ij1} \sim f_{ij5}$ 这五个特征。因此整个研究中共使用18\*5=90个一次特征。在考虑二次作用时，再将所有特征的平方项也加入，此时使用180个备选特征。

需要指出，如图1（3b）所示，右下角的patch中几乎没有信息。在1024\*1024像素大小patch中有较多这样的块，如表1，经过筛选后实际有效的patch数目为315。

## Stage-wise rank boosting方法及结果

首先尝试了Liu, Chan, 和Yao (2014) 的方法。对于原图和两种patch方法，发现正确率并不理想。在使用patch的情况下，计算欧氏距离的方法要求选出的特征的权重相等；其次，被选择出的特征并不稳定，使用原图和使用patch之间有明显的差别，考虑二次效应的做法可能也增大了variance。为了解决上述问题并确定最具区辨性的样本集，下一部分将尝试Linearized Bregman算法下的Logistic回归。在使用patch进行leave-one-out时原则如下：仅当某图有超过一半的patch被判为真时，该图才认为是真迹（下同）。

## Grouped/Ungrouped Linearized Bregman算法下的logistic回归

表 3. Grouped Linearized Bregman Logistic			
原图	Patch2048	Patch1024	
CV plot			
特征数	4	13	19
峰度/偏度	0	3/13	5/19
5-fold CV	26%	20%	15%
Leave-one-out (无二次)	72.41%	75.86%	72.41%
Stage-wise Boosting	72.41%	44.83%	41.38%

表 4. Ungrouped Linearized Bregman Logistic			
原图	Patch2048	Patch1024	
CV plot			
特征数	7	11	14
峰度/偏度比例	4/7	2/11	5/14
CV 原图 Patch	15%	18%	15%
Leave-one-out (无二次)	79.31%	75.86%	82.76%
(组 6 幅)	(组 7 幅)	(组 5 幅)	
Leave-one-out (带二次)	89.86%	79.31%	72.41%
(组 3 幅)	(组 6 幅)	(组 8 幅)	
Stage-wise Boosting	72.41%	44.83%	41.38%

表3是Grouped Lb的计算结果，最后一行是表2中的预测精度，作为对照。对于使用patch的情况，转而使用Lb后预测精度都有了明显的提升，且峰度/偏度都加入了模型之中。但表3也反应出两个问题，首先对于原图样本较少的情况预测结果并没有改善，其次做5-fold CV进行变量筛选时，预测误差的方差非常大，这可能与二次项强行进入模型有关，因此这里有必要做Ungrouped Linearized Bregman Logistic作为对照。

表4即Ungrouped Linearized Bregman Logistic回归的结果整理。对于每个样本集，我们采取两种尝试：只考虑特征的一次效应（90个特征）；考虑一次和二次效应（180个特征）。如表所示，在不考虑二次效应的模型下，Patch2048组的CV预测时方差明显减小，可以看出做ungrouped以及忽略二阶效应对于控制variance的作用，此时的预测结果也比含二次效应的模型更理想。另外，尽管表中没有体现具体筛选出的特征，但Patch2048与1024筛选出的特征大部分一致，说明相对于grouped方法，ungrouped或者不含二次效应的模型预测效果会更稳定，且从筛选出的特征可以看出峰度和偏度两个统计量确实具有预测效力，

表 5. 剔除无效 patch1024 后的模型及预测结果

	不含二次效应	含二次效应
CV plot		
特征数	16	26
5-fold CV error	11%	10%
Leave-one-out	75.86% 错 7 张	82.76% 错 5 张
accuracy		

如表5所示，这里考虑在剔除掉无效patch后，基于patch1024的模型其预测效果是否得到改善。做了剔除C处理后，包含二次效应的模型，CV error的方差甚至比不含二次效应的模型更小，且leave-one-out的正确率也明显提高。考虑到本项目使用的画作的特殊性（含大量空白的线稿），为了提高patch方法的稳定性，剔除掉信息量较低的patch是一个合理且有效的做法。

## Boosting和SVM的对比

作为对照，这里采用其他机器学习方法，基于两组patch数据进行学习，并记录所测试的参数下leave-one-out CV的最佳结果。由表6可以看出，几乎所有的尝试都不如上述的Lb logistic方法效果优秀，这也与课本中涉及的一些结论类似，例如“当自变量不易将两类因变量区分开时，做Logistic回归的效果是优于SVM的”。

表 7. 其他参调方法的 leave-one-out accuracy

	Patch2048	Patch1024
Boosting	58.62%	68.96532%
Ntree=5000, depth=1		Ntree=2500, depth=2
SVM	60.64%	60.64%
Radial(r=0.025, cost=10)		Radial(r=0.025, cost=5)

## 对待定图片的预测结果

这里我们列举所有在leave-one-out中表现最佳模型对于待定图片的预测结果。

表 8. 对待定图片的预测结果

Id	原图 1 (89%)	原图 2 (82%)	Patch1024 prob	Patch1024 预测结果	Patch1024 (剔除) prob	Patch1024(剔除) 预测结果
1	F	T	0.6691	T	0.9442	T
7	F	F	0.0618	F	0.5496	T
10	F	F	0.1660	F	0.3990	F
20	F	T	0.2448	F	0.7399	T
23	T	T	0.8125	T	1	T
25	F	T	0.1883	F	0.0017	F
26	F	F	0.5540	T	0.8729	T

## 结论

- 最终模型的Leave-one-out-CV正确率：原图（89.66%，错误3幅）/1024\*1024像素大小的patch（82.76%，错误5幅）
- 将Geometric Tight Frame提取的特征与Linearized Bregman算法（基于R中的Libra库）结合，改进stage-wise rank boosting算法（Liu, Chan, & Yao, 2014）的分类效果
- 引入峰度和偏度两个统计量作为有区分效力的新特征，改进分类效果
- 比较了Boosting, SVM, logistic回归等多种机器学习方法及多种图像切分方法下训练出的模型的效果

## Reference:

Liu, H., Chan, R. H., & Yao, Y. (2014). Geometric Tight Frame based Stylometry for Art Authentication of van Gogh paintings. arXiv preprint arXiv:1407.0439.  
Osher, S., Ruan, F., Yao, Y., & Yin, W. (2014). Sparse Recovery via Differential Inclusions (No. CAM14-61). CALIFORNIA UNIV LOS ANGELES DEPT OF MATHEMATICS