# Generátor řešení minimálních problémů

Pavel Trutman

Vedoucí práce: Ing. Tomáš Pajdla, Ph.D.



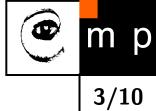
Centrum strojového vnímání Katedra kybernetiky Fakulta elektrotechnická České vysoké učení technické v Praze

### **Obsah**

m p

- Motivace
- Automatický generátor
- Implementovaná vylepšení
  - Víceeliminační postupy řešení
  - Rozklad matic
  - lack Algoritmus  $F_4$
- Experimenty

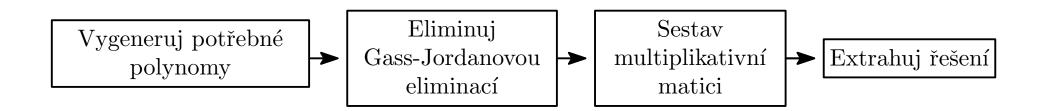
#### **Motivace**



- Mnoho problémů v počítačovém vidění vede na řešení soustav polynomiálních rovnic
- lacktriangle Tyto soustavy je třeba řešit rychle ightarrow speciální postupy řešení
- lacktriangle Postupy řešení lze generovat automaticky  $\rightarrow$  Automatický generátor [3]
- Cílem je vylepšit Automatický generátor [3], aby generoval rychlejší a stabilnější postupy řešení

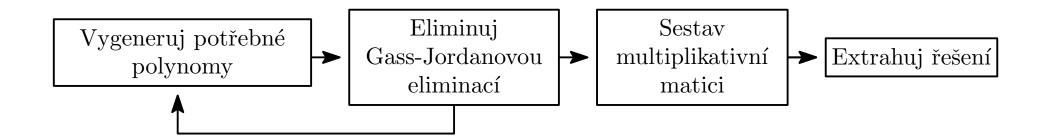
4/10

- Z parametricky zadaných polynomiálních rovnic generuje postupy řešení, které umožňují tyto soustavy řešit pro konkrétní parametry
- Původní implementace [3] generuje jednoeliminační postupy řešení



[3] Z. Kukelova, M. Bujnak, T. Pajdla. Automatic generator of minimal problem solvers.

- Polynomy generujeme systematicky, ale pravidelně je redukujeme pomocí Gauss-Jordanovy eliminace
- Počet eliminací lze jednoduše řídit
- Efektivní zvláště pro soustavy s velkým počtem neznámých



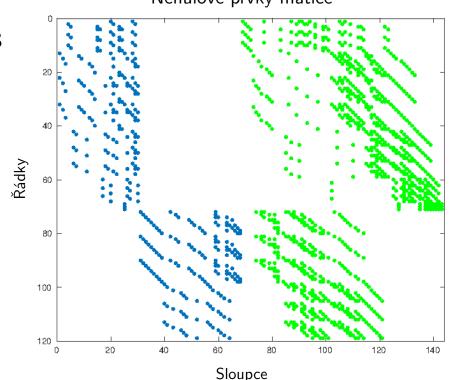
### Rozklad matic

- Automatický generátor často pracuje s řídkými maticemi
- Snaha zrychlit Gauss-Jordanovu eliminaci řídkých matic
- Vycházeli jsme z poznatků [2], že permutacemi sloupců a řádků lze matici převést do SBBD¹ tvaru
- Poté lze provést dvě eliminace polovičních matic místo jedné eliminace celé matice

  Nenulové prvky matice
- Teoretické zrychlení je  $n^3 \to 2\left(\frac{n}{2}\right)^3$

[2] Z. Kukelova, M. Bujnak, J. Heller, T. Pajdla. Singly-bordered block-diagonal form for minimal problem solvers.





- lacktriangle Algoritmus  $F_4$  [1] konstruuje Gröbnerovu bázi systému polynomů
- Nejprve jsme algoritmus implementovali v Maple, abychom jemu porozuměli a ověřili funkčnost implementace
- lacktriangle Algoritmus  $F_4$  jsme implementovali do Automatického generátoru [3]
- Určuje, jak generovat nové polynomy
- lacktriangle Uživatel si může vybrat, zda se polynomy budou generovat systematicky nebo s využitím algoritmu  $F_4$

<sup>[1]</sup> J.-C. Faugère. A new efficient algorithm for computing gröbner bases  $(f_4)$ .

<sup>[3]</sup> Z. Kukelova, M. Bujnak, T. Pajdla. Automatic generator of minimal problem solvers.

# **Experimenty**



- Testovali jsme na minimálním problému "9-point relative pose different radial distortion problem" [4]
- Postupy řešení vygenerované novou implementací jsme srovnali s původní verzí Automatického generátoru
- ♦ Víceeliminační postupy řešení: zrychlení 1,5×, mírně zhoršená stabilita
- Posupy řešení s  $F_4$  strategií: zrychlení  $2\times$ , stejná stabilita
- Rozklad matic: další zrychlení o 20 % v obou případech, numerická stabilita zachována

[4] Z. Kukelova, M. Byröd, K. Josephson, T. Pajdla, K. Åström. Fast and robust numerical solutions minimal problems for cameras with radial distortion.

#### Shrnutí



- Rozšířili jsme Automatický generátor [3]
- Generuje postupy řešení s více eliminacemi
- Zrychlení Gauss-Jordanových eliminací pomocí rozkladu matic
- Implementace algoritmu  $F_4$  [1] v Maple
- lacktriangle Možnost volby, zda se budou polynomy generovat systematicky nebo algoritmem  $F_4$  [1]
- Dosaženo dvojnásobného zrychlení generovaných postupů řešení pro vybraný problém [4]

## Děkuji za pozornost

- [1] J.-C. Faugère. A new efficient algorithm for computing gröbner bases  $(f_4)$ .
- [3] Z. Kukelova, M. Bujnak, T. Pajdla. Automatic generator of minimal problem solvers.
- [4] Z. Kukelova, M. Byröd, K. Josephson, T. Pajdla, K. Åström. Fast and robust numerical solutions minimal problems for cameras with radial distortion.

### Použitá literatura



- [1] Jean-Charles Faugère. A new efficient algorithm for computing gröbner bases  $(f_4)$ . Journal of pure and applied algebra, 139(1-3):61-88, July 1999.
- [2] Zuzana Kukelova, Martin Bujnak, Jan Heller, and Tomas Pajdla. Singly-bordered block-diagonal form for minimal problem solvers. In Computer Vision ACCV 2014 12th Asian Conference on Computer Vision, Singapore, Revised Selected Papers, Part II, pages 488–502. Springer International Publishing, November 12–18 2014.
- [3] Zuzana Kukelova, Martin Bujnak, and Tomas Pajdla. Automatic generator of minimal problem solvers. In Proceedings of The 10th European Conference on Computer Vision, ECCV 2008, October 12–18 2008.
- [4] Zuzana Kukelova, Martin Byröd, Klas Josephson, Tomas Pajdla, and Kalle Åström. Fast and robust numerical solutions to minimal problems for cameras with radial distortion. Computer Vision and Image Understanding, 114(2):234–244, February 2010.