AR06_txt_MRAC_vs...

MRAC vstupno-výstupný

Obsah

1 MRC vo všeobecnosti

Mimochodom, MRC je skratka pre *Model Reference Control*.

V predchádzajúcich častiach učebného textu sme uvažovali riadený systém, ktorého stavové veličiny sú merateľné a navyše matica A má Frobeniovu kanonickú formu. To umožnilo použiť zákon riadenia v tvare stavového regulátora. Pre systémy, ktoré nespĺňajú tieto podmienky je potrebné vyvinúť zákon riadenia, ktorý využíva len vstupný a výstupný signál systému (nie sú potrebné stavové veličiny systému), pretože často len tieto sú dostupné. Pritom musia existovať také parametre zákona riadenia, pri ktorých sa model uzavretého regulačného obvodu zhoduje s referenčným modelom (dostatočná štrukturálna flexibilita zákona riadenia). Je tiež dôležité aby pre realizáciu zákona riadenia nebolo potrebné použiť derivačné členy, pretože implementácia derivácie je vždy náročná.

1.1 O pozorovateľovi stavu s redukovaným rádom

V predchádzajúcich častiach učebného textu sa ukázalo, že ak je stavový vektor $x \in \mathbb{R}^n$ merateľný, potom zákon riadenia v tvare[1] $u(t) = \Theta_1^\mathsf{T}(t)x(t) + \Theta_2(t)r(t)$ zabezpečí splnenie cieľa riadenia. V takom prípade je adaptovaný člen $\Theta_1^\mathsf{T}(t)x(t)$ odhadom ideálneho člena $\Theta_1^{\star\mathsf{T}}(t)x(t)$. Avšak, keď stavový vektor $x(t)$ nie je merateľný odhad ideálneho člena $\Theta_1^{\star\mathsf{T}}(t)x(t)$ je potrebné zabezpečiť pomocou dostupných signálov. Dostupnými signálmi sú akčný zásah $u(t)$ a výstupná veličina $y(t)$. To sa dosiahne parametrizáciou odhadu ideálneho člena, teda zmenou tohto adaptovaného člena, ktorá je zvyčajne založená na využití pozorovateľa stavu s redukovaným rádom [4].

Riadený SISO lineárny systém n-tého rádu sa uvažuje v tvare

$$\begin{bmatrix}\dot x_1(t)\\ \dot x_2(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A_{11} & A_{12}\\ A_{21} & A_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}b_1\\ b_2\end{bmatrix}u(t) \tag{1a}$$

$$y(t) = x_1(t) = \begin{bmatrix}1 & 0 & \cdots & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix} \tag{1b}$$

kde $x_2(t) \in \mathbb{R}^{n-1}$ je časť stavového vektora, ktorá nie je merateľná a ostatné vektory a matice majú zodpovedajúce rozmery. Pre odvodenie príslušného pozorovateľa stavu sa parametre systému (1) považujú za známe.

Systém (1) možno zapísať v tvare

$$\dot x_2(t) = A_{22}x_2(t) + (A_{21}x_1(t) + b_2u(t)) \tag{2a}$$

$$\dot x_1(t) = A_{12}x_2(t) + (A_{11}x_1(t) + b_1u(t)) \tag{2b}$$

Z pohľadu návrhu pozorovateľa stavu $x_2(t)$ sa signály $x_1(t)$ a $u(t)$ považujú za merateľné vstupy (platí $y(t) = x_1(t)$). Zároveň sa signál $\dot x_1(t)$ považuje za výstup pozorovaného systému. Pozorovateľ stavu je preto v tvare

$$\dot{\hat x}_2(t) = A_{22}\hat x_2(t) + (A_{21}x_1(t) + b_2u(t)) + L\left(\dot x_1(t) - A_{12}\hat x_2(t) - (A_{11}x_1(t) + b_1u(t))\right) \tag{3}$$

kde $L \in \mathbb{R}^{n-1}$ je voliteľný konštantný vektor.

Pre chybu pozorovania stavu $\tilde x_2(t)$ platí $\tilde x_2(t) = x_2(t) - \hat x_2(t)$. Dynamiku tejto chyby opisuje rovnica

$$\dot{\tilde x}_2(t) = (A_{22} - LA_{12})\,\tilde x_2(t) \tag{4}$$

Z toho vyplýva, že vektor L má byť zvolený tak, že matica $A_{22} - LA_{12}$ je asymptoticky stabilná. Potom chyba pozorovania sa asymptoticky blíži k nule.

Získanie (meranie) signálu $\dot x_1(t)$ je z praktického hľadiska problematické. Preto sa zavádza signál $w(t)$ taký, že $\hat x_2(t) = w(t) + Ly(t)$. Je zrejmé, že $\dot w(t) = \dot{\hat x}_2(t) + L\dot y(t)$. Po dosadení a úpravách

$$\dot w(t) = (A_{22} - LA_{12})\,w(t) + (A_{21} - LA_{11} + A_{22}L - LA_{12}L)\,y(t) + (b_2 - Lb_1)\,u(t) \tag{5}$$

[1] Zákon riadenia $u(t) = \Theta_1^\mathsf{T}(t)x(t) + \Theta_2(t)r(t)$ a zákon riadenia $u(t) = k^\mathsf{T}(t)x(t) + l(t)r(t)$ sa po formálnej stránke zhodujú, len označenie adaptovaných parametrov je iné.

MRC

$y_m = \frac{B_m(s)}{A_m(s)} r$

$\dot x_m = A_m x_m + b_m r$

$y_m = c_m^T x_m$

$u = \Theta^T \omega$

MRAC

„grad." ↓ min e

$\dot\Theta = ?$

$y = \frac{B(s)}{A(s)} u$

$e = y - y_m$

$\dot\Theta = -\alpha e \left[\left(\frac{\text{sign}(k_m)}{A_m(s)}\right)\omega\right]$

aprox!!!

stabilita?

príklad!!!

„Stavový"

$\dot x = Ax + bu$

$y = c^T x$

Frobeniov tvar

$u = k^T x + l r$

$u = \Theta^T \omega$

$\Theta = ?$

$\omega = ?$

$u^* = \Theta^{*T}\omega$

$\dot\Theta = ?$

p.z. ???

písomka!!!

→ $\dot x = Ax + bu$

I. Θ^*...

$\dot x = Ax + bu + bu^* - bu^*$

$\dot e = \dot x - \dot x_m$

písomka

1.) $\dot e = A_m e + b(\tilde\Theta^T \omega)$

$\tilde\theta$

$e \to 0$

?

2.) $\dot{\tilde\Theta} = ?$

$\tilde\Theta = \Theta - \Theta^*$

nový...

$\theta(t)$ $\Theta(t)$

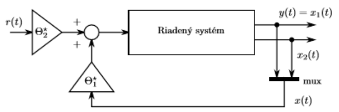
$\begin{bmatrix} e \\ \theta \end{bmatrix}$

skúška

$\dot\Theta = -\text{sign}(b_0)\,\Gamma\,(e^T P q)\,\omega$

P...

pr06 Strana 1



Obr. 1: Zákon riadenia so stavovou spätnou väzbou – pôvodný tvar, ktorý je umožnený pre dostupnosť stavového vektora $x(t)$.

S využitím s ako operátora časovej derivácie je možné písať

$$w(t) = (sI - A_{22} + LA_{12})^{-1}(A_{21} - -LA_{11} + A_{22}L - LA_{12}L)\,y(t) + (sI - A_{22} + LA_{12})^{-1}(b_2 - Lb_1)\,u(t) \tag{6}$$

čo je možné vyjadriť aj v tvare

$$w(t) = \mathrm{diag}(g_u)\left[\frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)}\right]u(t) + \mathrm{diag}(g_y)\left[\frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)}\right]y(t) \tag{7}$$

kde $g_u \in \mathbb{R}^{n-1}$ a $g_y \in \mathbb{R}^{n-1}$ sú vektory konštánt, preto $\mathrm{diag}(g_u)$ a $\mathrm{diag}(g_y)$ sú diagonálne matice, $\alpha(s)$ je vektor mocnín operátora s v tvare $\alpha^\mathsf{T}(s) = [s^{n-2}, \dots, s, 1]$ ak $n \geq 2$, inak $\alpha(s) = 0$, a nakoniec polynóm $\Lambda(s) = \det(sI - A_{22} + LA_{12})$ je monický Hurwitzov polynóm stupňa $n-1$ daný voľbou vektora L. Ako bolo uvedené $\hat{x}_2(t) = w(t) + Ly(t)$, potom

$$\hat{x}_2(t) = \mathrm{diag}(g_u)\left[\frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)}\right]u(t) + \mathrm{diag}(g_y)\left[\frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)}\right]y(t) + Ly(t) \tag{8}$$

V úvode časti uvedený ideálny člen ${\Theta_1^\star}^\mathsf{T}(t)x(t)$ je teda možné parametrizovať nasledovne. Stavový vektor $x(t)$ je nahradený odhadom $\hat{x}(t) = \begin{bmatrix} y(t) & \hat{x}_2(t)\end{bmatrix}^\mathsf{T}$, a tiež sa rozdelí $\Theta_1^\star(t) = \begin{bmatrix} k_y^\star & {k_2^\star}^\mathsf{T}\end{bmatrix}^\mathsf{T}$, pričom $k_y^\star \in \mathbb{R}$, potom

$$\begin{aligned}{\Theta_1^\star}^\mathsf{T}(t)\hat{x}(t) =& k_y^\star y(t) + {k_2^\star}^\mathsf{T}\hat{x}_2(t)\\ =& k_y^\star y(t) + {k_2^\star}^\mathsf{T}\mathrm{diag}(g_u)\left[\frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)}\right]u(t) + {k_2^\star}^\mathsf{T}\mathrm{diag}(g_y)\left[\frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)}\right]y(t) + {k_2^\star}^\mathsf{T}Ly(t)\end{aligned} \tag{9}$$

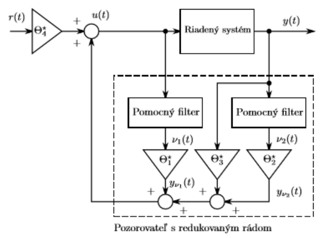
V tomto bode text sa pre jednoduchosť a lepšiu názornosť zavedie úplne nové označovanie, ktorým sa mení označenie niektorých parametrov zákona riadenia, a teda význam pôvodného označovania. Pôvodný ideálny člen formálne zodpovedá výrazu ${\overline{\Theta}_1^\star}^\mathsf{T}\hat{x}(t)$ a nové označovanie vyplýva zo zapísania rovnice (9) v tvare

$${\overline{\Theta}_1^\star}^\mathsf{T}\hat{x}(t) = {\Theta_1^\star}^\mathsf{T}\left[\frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)}\right]u(t) + {\Theta_2^\star}^\mathsf{T}\left[\frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)}\right]y(t) + \Theta_3^\star y(t) \tag{10}$$

kde sa vzhľadom na (9) zaviedlo označenie ${\Theta_1^\star}^\mathsf{T} = {k_2^\star}^\mathsf{T}\mathrm{diag}(g_u)$, ${\Theta_2^\star}^\mathsf{T} = {k_2^\star}^\mathsf{T}\mathrm{diag}(g_y)$ a $\Theta_3^\star = k_y^\star + {k_2^\star}^\mathsf{T}L$.

Z uvedeného vyplýva, že ideálny stavový zákon riadenia použitý v predchádzajúcich častiach je možné re-parametrizovať do tvaru

$$u(t) = {\Theta_1^\star}^\mathsf{T}\left[\frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)}\right]u(t) + {\Theta_2^\star}^\mathsf{T}\left[\frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)}\right]y(t) + \Theta_3^\star y(t) + \Theta_4^\star r(t) \tag{11}$$



Obr. 2: Pozorovateľ s redukovaným rádom.

V prvých dvoch členoch zákona riadenia (11) sú použité takzvané pomocné filtre. Tieto generujú pomocné signály $\nu_1(t)$ a $\nu_2(t)$ upresnené nižšie. Napríklad prvý člen pravej strany v rovnici (11) možno zapísať v tvare

$$y_{\nu_1}(t) = {\Theta_1^\star}^\mathsf{T}\left[\frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)}\right]u(t) = \frac{\Theta_{1(n-2)}^\star s^{n-2} + \dots + \Theta_{11}^\star s + \Theta_{10}^\star}{s^{n-1} + \lambda_{n-2}s^{n-2} + \dots + \lambda_1 s + \lambda_0}u(t) \tag{12}$$

kde $\Theta_1^\star = \begin{bmatrix}\Theta_{1(n-2)}^\star & \cdots & \Theta_{11}^\star & \Theta_{10}^\star\end{bmatrix}^\mathsf{T}$, alebo v stavovom priestore v tvare (48) na strane 9. Po označení jednotlivých vektorov a matíc v (48) je prvý pomocný filter v tvare

$$\dot{\nu}_1(t) = \Lambda\nu_1(t) + qu(t) \tag{13a}$$

$$y_{\nu_1}(t) = {\Theta_1^\star}^\mathsf{T}\nu_1(t) \tag{13b}$$

Z uvedeného plynie, že prvý pomocný filter má v stavovom priestore tvar $\dot{\nu}_1(t) = \Lambda\nu_1(t) + qu(t)$, kde ν_1(t) je vektor pomocných signálov generovaných prvým pomocným filtrom (stavový vektor prvého pomocného filtra). Tento je násobený parametrami zákona riadenia ${\Theta_1^\star}^\mathsf{T}$. Analogicky, druhý prídavný filter má v stavovom priestore tvar $\dot{\nu}_2(t) = \Lambda\nu_2(t) + qy(t)$. Zákon riadenia využívajúci len vstupno-výstupné signály riadeného systému je potom v tvare

$$u(t) = {\Theta_1^\star}^\mathsf{T}\nu_1(t) + {\Theta_2^\star}^\mathsf{T}\nu_2(t) + \Theta_3^\star y(t) + \Theta_4^\star r(t) \tag{14}$$

1.2 Formulácia problému riadenia s referenčným modelom

Riešením MRC (Model Reference Control – Riadenie s referenčným modelom) problému je taký zákon riadenia u, ktorý zabezpečí, že výstup sústavy y sleduje výstup referenčného modelu y_m pri danom referenčnom signály r.

Uvažujme sústavu opísanú prenosovou funkciou v tvare

$$\frac{y(s)}{u(s)} = k_p\frac{Z_p(s)}{R_p(s)} \tag{15}$$

kde $Z_p(s)$ je monický, hurwitzov polynóm stupňa m, $R_p(s)$ je monický polynóm stupňa n a k_p je tzv. *vysokofrekvenčné zosilnenie sústavy*. *Relatívny stupeň* sústavy je $n^* = n - m$.

Polynóm sa nazýva *monický* ak je koeficient pri najvyššej mocnine s (v tomto prípade) rovný jednotke. Polynóm sa nazýva *hurwitzov* ak sú reálne časti všetkých koreňov polynómu záporné.

Nech referenčný model je daný prenosovou funkciou v tvare

$$\frac{y_m(s)}{r(s)} = W_m(s) = k_m\frac{Z_m(s)}{R_m(s)} \tag{16}$$

kde k_m je vysokofrekvenčné zosilnenie referenčného modelu, polynóm $Z_m(s)$ je monický Hurwitzov polynóm stupňa m_m, $R_m(s)$ monický Hurwitzov polynóm stupňa n_m, pričom relatívny stupeň $n_m^* = n_m - m_m = n^*$.

Zákon riadenia, ktorý rieši MRC problém je nasledovný. Najskôr uvedieme jeho všeobecný zápis, avšak pre lepšiu názornosť budeme riešenie MRC problému vyšetrovať na zjednodušenom konkrétnom príklade. Všeobecný tvar zákona riadenia, ktorý rieši MRC problém je

$A_m^\mathsf{T}P + PA_m = -Q$

MRAC grad...

$\frac{y}{u} = \frac{b_0}{s}$ $\qquad \frac{y_m}{r} = \frac{b_m}{s+a_m}$

$u = \Theta(r-y)$

$\dot{\Theta} = ?$ $\qquad \dot{\Theta} = -\alpha e\left[\frac{\mathrm{sign}(b_m)}{s+a_m}(r-y)\right]$

1.) P.Z.

URO: $\frac{y}{r} = ?$

$y = \frac{b_0}{s}u = \frac{b_0}{s}\left(\Theta(r-y)\right)$

$y = \frac{b_0\Theta}{s}r - \frac{b_0\Theta}{s}y$

$(s+b_0\Theta)y = b_0\Theta r$

$\frac{y}{r} = \frac{b_0\Theta}{s+b_0\Theta}$

? preto

$b_0\Theta = a_m = b_m$

$\Theta^* = \dots$

2.) $\dot{\Theta} = ?$

MIT rule...

$\dot{\Theta} = -\alpha e\frac{\partial e}{\partial\Theta}$

citl. fcia...

$e(\Theta) = ?$

$e = y - y_m$

$e = b_0\Theta(s+b_0\Theta)^{-1}r - y_m$

$\frac{\partial e}{\partial\Theta} = b_0(s+b_0\Theta)^{-1}r + b_0\Theta(-1)(s+b_0\Theta)^{-2}b_0 r$

$\Theta \to (r-y)$

$b_0(s+b_0\Theta)^{-1}\left(r - \underbrace{b_0\Theta(\quad)^{-1}r}_{y}\right)$

$\frac{\partial e}{\partial\Theta} = \frac{b_0}{s+b_0\Theta}(r-y)$

aprox...

$\frac{\mathrm{sign}(b_0)}{s+a_m}$

koment

$\dot{\Theta} = -\alpha e\left(\frac{\mathrm{sign}(b_0)}{s+a_m}(r-y)\right)$

$s+a_m$

Polynóm sa nazýva *monický* ak je koeficient pri najvyššej mocnine s (v tomto prípade) rovný jednotke. Polynóm sa nazýva *hurwitzov* ak sú reálne časti všetkých koreňov polynómu záporné.

Nech referenčný model je daný prenosovou funkciou v tvare

$$\frac{y_m(s)}{r(s)} = W_m(s) = k_m \frac{Z_m(s)}{R_m(s)} \tag{16}$$

kde k_m je vysokofrekvenčné zosilnenie referenčného modelu, polynóm $Z_m(s)$ je monický Hurwitzov polynóm stupňa m_m, $R_m(s)$ monický Hurwitzov polynóm stupňa n_m, pričom relatívny stupeň $n_m^* = n_m - m_m = n^*$.

Zákon riadenia, ktorý rieši MRC problém je nasledovný. Najskôr uvedieme jeho všeobecný zápis, avšak pre lepšiu názornosť budeme riešenie MRC problému vyšetrovať na zjednodušenom konkrétnom príklade. Všeobecný tvar zákona riadenia, ktorý rieši MRC problém je

$$u = \Theta_1^{\star\mathsf{T}} \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)} u + \Theta_2^{\star\mathsf{T}} \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)} y + \Theta_3^\star y + \Theta_4^\star r \tag{17}$$

kde $\alpha(s)$ je vektor obsahujúci mocniny s, $\alpha(s) = \left[s^{n-2}, \dots, s, 1\right]^\mathsf{T}$ ak $n \geq 2$, inak $\alpha(s) = 0$. Vektory $\Theta_1^\star \in \mathbb{R}^{n-1}$, $\Theta_2^\star \in \mathbb{R}^{n-1}$ a skaláry $\Theta_3^\star \in \mathbb{R}^1$, $\Theta_4^\star \in \mathbb{R}^1$ sú konštantné parametre zákona riadenia, ktorých hodnoty hľadáme. $\Lambda(s)$ je ľubovoľný monický Hurwitzov polynóm stupňa $n-1$ obsahujúci $Z_m(s)$ ako faktor

$$\Lambda(s) = \Lambda_0(s) Z_m(s) \tag{18}$$

a teda aj $\Lambda_0(s)$ je ľubovoľný monický Hurwitzov polynóm zodpovedajúceho stupňa.

1.2.1 Ilustrácia na príklade systému 2. rádu

Uvažujme systém opísaný prenosovou funkciou v tvare

$$y(s) = k_p \frac{s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} u(s) \tag{19}$$

kde a_i, b_i sú konštanty ($b_0 > 0$). Referenčný model zvoľme tak aby mal rovnaký relatívny stupeň ako sústava.

$$y_m(s) = W_m(s) r(s) = k_m \frac{s + b_{0m}}{s^2 + a_{1m} s + a_{0m}} r(s) \tag{20}$$

V tomto konkrétnom príklade, zákon riadenia, ktorý rieši MRC problém je v tvare

$$u(s) = \Theta_1^\star \frac{1}{(s+\lambda)} u(s) + \Theta_2^\star \frac{1}{(s+\lambda)} y(s) + \Theta_3^\star y(s) + \Theta_4^\star r(s) \tag{21}$$

kde sme použili $\alpha(s) = 1$ a $\Lambda(s) = (s + \lambda)$. V tomto prípade $\Theta_1^\star$, $\Theta_2^\star$ aj $\Theta_3^\star$ a $\Theta_4^\star$ sú skalárne konštanty – parametre zákona riadenia. Zákon riadenia (21) možno upraviť do tvaru

$$\left(1 - \frac{\Theta_1^\star}{(s+\lambda)}\right) u(s) = \left(\frac{\Theta_2^\star}{(s+\lambda)} + \Theta_3^\star\right) y(s) + \Theta_4^\star r(s) \tag{22a}$$

$$\left(\frac{(s+\lambda) - \Theta_1^\star}{(s+\lambda)}\right) u(s) = \left(\frac{\Theta_2^\star + \Theta_3^\star (s+\lambda)}{(s+\lambda)}\right) y(s) + \Theta_4^\star r(s) \tag{22b}$$

$$u(s) = \frac{\Theta_2^\star + \Theta_3^\star (s+\lambda)}{(s+\lambda) - \Theta_1^\star} y(s) + \frac{\Theta_4^\star (s+\lambda)}{(s+\lambda) - \Theta_1^\star} r(s) \tag{22c}$$

Dosadením (22c) do (19) získame prenosovú funkciu URO v tvare (23):

$$y(s) = k_p \frac{s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \left(\frac{\Theta_2^\star + \Theta_3^\star (s+\lambda)}{(s+\lambda) - \Theta_1^\star} y(s) + \frac{\Theta_4^\star (s+\lambda)}{(s+\lambda) - \Theta_1^\star} r(s)\right) \tag{23a}$$

$$\left(1 - \frac{k_p (s + b_0)\left(\Theta_2^\star + \Theta_3^\star (s+\lambda)\right)}{(s^2 + a_1 s + a_0)\left((s+\lambda) - \Theta_1^\star\right)}\right) y(s) = \frac{k_p (s + b_0) \Theta_4^\star (s+\lambda)}{(s^2 + a_1 s + a_0)\left((s+\lambda) - \Theta_1^\star\right)} r(s) \tag{23b}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{(s^2 + a_1 s + a_0)\left((s+\lambda) - \Theta_1^\star\right) - k_p (s + b_0)\left(\Theta_2^\star + \Theta_3^\star (s+\lambda)\right)}{(s^2 + a_1 s + a_0)\left((s+\lambda) - \Theta_1^\star\right)}\right) y(s) = \\ = \frac{k_p (s + b_0) \Theta_4^\star (s+\lambda)}{(s^2 + a_1 s + a_0)\left((s+\lambda) - \Theta_1^\star\right)} r(s)\end{aligned} \tag{23c}$$

$$\frac{y(s)}{r(s)} = \frac{k_p (s + b_0) \Theta_4^\star (s+\lambda)}{(s^2 + a_1 s + a_0)\left((s+\lambda) - \Theta_1^\star\right) - k_p (s + b_0)\left(\Theta_2^\star + \Theta_3^\star (s+\lambda)\right)} \tag{23d}$$

Prenosovú funkciu (23d) označme $G_c(s)$. Výstupná veličina sústavy bude sledovať výstupnú veličinu referenčného modelu ak $G_c(s) = W_m(s)$. Táto podmienka bude splnená ak

$$\Theta_4^\star = \frac{k_m}{k_p} \tag{24}$$

$$(s + \lambda) = \Lambda_0(s)(s + b_{0m}) = (s + b_{0m}) \tag{25}$$

pričom (24) je prvou podmienkou zhody, (25) je voľbou polynómu $\Lambda(s)$ stupňa $n-1$ kde v tomto prípade $\Lambda_0(s) = 1$ a teda $\lambda = b_{0m}$ a druhou podmienkou zhody je

$$\begin{aligned}&(s^2 + a_1 s + a_0)\left((s+\lambda) - \Theta_1^\star\right) - k_p (s + b_0)\left(\Theta_2^\star + \Theta_3^\star (s+\lambda)\right) \\ &= (s + b_0)(s^2 + a_{1m} s + a_{0m})\end{aligned} \tag{26}$$

Potom možno (23d) zapísať v tvare

$$\frac{y(s)}{r(s)} = \frac{k_p (s + b_0) \frac{k_m}{k_p} (s + b_{0m})}{(s + b_0)(s^2 + a_{1m} s + a_{0m})} = \frac{k_m (s + b_{0m})}{(s^2 + a_{1m} s + a_{0m})} = W_m(s) \tag{27}$$

V prenosovej funkcii (27) dochádza ku vzájomnému vykráteniu sa polynómu $(s + b_0)$. Táto operácia je možná, pretože tieto polynómy majú korene v zápornej polrovine komplexnej roviny a teda sú stabilné (Hurwitzove). Taký je predpoklad pre $Z_p(s)$. Polynómy, ktoré nie sú Hurwitzove nemožno v prenosovej funkcii navzájom vykrátiť. Podmienku zhody (26) je možné zapísať aj v maticovom tvare porovnaním koeficientov pri rovnakých mocninách na oboch stranách

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & -k_p \\ -a_1 & -k_p & -(k_p b_{0m} + k_p b_0) \\ -a_0 & -k_p b_0 & -k_p b_0 b_{0m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta_1^\star \\ \Theta_2^\star \\ \Theta_3^\star \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1m} + b_0 - b_{0m} - a_1 \\ a_{0m} + b_0 a_{1m} - a_1 b_{0m} - a_0 \\ b_0 a_{0m} - a_0 b_{0m} \end{bmatrix} \tag{28}$$

čo je sústava algebraických rovníc v tvare $M_s \Theta_s = p_s$ a teda existencia takého vektora Θ_s, ktorý spĺňa rovnosť, je závislá od vlastností matice M_s. Z podmienok zhody (24) a (28) plynú konkrétne hodnoty parametrov zákona riadenia, ktoré riešia daný MRC problém.

Predchádzajúci postup je možné zapísať prehľadnejšie (pre prehľadnosť vynecháme aj zátvorky s laplaceovou premennou (s)):

Zákon riadenia

$$u = \frac{\Theta_1^\star}{\Lambda} u + \frac{\Theta_2^\star}{\Lambda} y + \Theta_3^\star y + \Theta_4^\star r \tag{29a}$$

$$\left(1 - \frac{\Theta_1^\star}{\Lambda}\right) u = \left(\frac{\Theta_2^\star}{\Lambda} + \Theta_3^\star\right) y + \Theta_4^\star r \tag{29b}$$

$$\frac{\Lambda - \Theta_1^\star}{\Lambda} u = \frac{\Theta_2^\star + \Theta_3^\star \Lambda}{\Lambda} y + \Theta_4^\star r \tag{29c}$$

$$u = \frac{\Theta_2^\star + \Theta_3^\star \Lambda}{\Lambda - \Theta_1^\star} y + \frac{\Theta_4^\star \Lambda}{\Lambda - \Theta_1^\star} r \tag{29d}$$

Uzavretý regulačný obvod

$$y = k_p \frac{Z_p}{R_p} \left(\frac{\Theta_2^\star + \Theta_3^\star \Lambda}{\Lambda - \Theta_1^\star} y + \frac{\Theta_4^\star \Lambda}{\Lambda - \Theta_1^\star} r \right) \tag{30a}$$

$$\left(1 - \frac{k_p Z_p \left(\Theta_2^\star + \Theta_3^\star \Lambda \right)}{R_p \left(\Lambda - \Theta_1^\star \right)} \right) y = \frac{k_p Z_p \Theta_4^\star \Lambda}{R_p \left(\Lambda - \Theta_1^\star \right)} r \tag{30b}$$

$$\frac{R_p \left(\Lambda - \Theta_1^\star \right) - k_p Z_p \left(\Theta_2^\star + \Theta_3^\star \Lambda \right)}{R_p \left(\Lambda - \Theta_1^\star \right)} y = \frac{k_p Z_p \Theta_4^\star \Lambda}{R_p \left(\Lambda - \Theta_1^\star \right)} r \tag{30c}$$

$$y = \frac{k_p Z_p \Theta_4^\star \Lambda}{R_p \left(\Lambda - \Theta_1^\star \right) - k_p Z_p \left(\Theta_2^\star + \Theta_3^\star \Lambda \right)} r \tag{30d}$$

Podmienky zhody

$$\Theta_4^\star = \frac{k_m}{k_p} \tag{31a}$$

$$\Lambda = Z_m \tag{31b}$$

$$R_p \left(\Lambda - \Theta_1^\star \right) - k_p Z_p \left(\Theta_2^\star + \Theta_3^\star \Lambda \right) = Z_p R_m \tag{31c}$$

1.2.2 Zovšeobecnenie pre systém n. rádu

Pri uvažovaní všeobecného zákona riadená v tvare (17) má prenosová funkcia uzavretého regulačného obvodu tvar

$$y = \frac{k_p Z_p \Theta_4^\star \Lambda^2}{\Lambda \left(R_p \left(\Lambda - {\Theta_1^\star}^\mathsf{T} \alpha(s) \right) - k_p Z_p \left({\Theta_2^\star}^\mathsf{T} \alpha(s) + \Theta_3^\star \Lambda \right) \right)} r \tag{32}$$

a podmienky zhody

$$\Theta_4^\star = \frac{k_m}{k_p} \tag{33a}$$

$$\Lambda = \Lambda_0 Z_m \tag{33b}$$

$$R_p \left(\Lambda - {\Theta_1^\star}^\mathsf{T} \alpha(s) \right) - k_p Z_p \left({\Theta_2^\star}^\mathsf{T} \alpha(s) + \Theta_3^\star \Lambda \right) = Z_p \Lambda_0 R_m \tag{33c}$$

Predpoklady pri, ktorých sú tieto podmienky splniteľné sú intuitívne zrejmé z predchádzajúceho príkladu v časti 1.2.1. Hlbšou analýzou MRC problému sa v tomto kurze zaoberať nebudeme. Poslucháča odkazujeme na odporúčanú literatúru, kde nájde všetky potrebné (matematické) detaily k riešeniu MRC problému.

1.3 Teoretický opis výsledného URO v stavovom priestore

V tejto časti vyjadríme uzavretý regulačný obvod, ktorý vznikne riešením MRC problému, pomocou opisu v stavovom priestore.

1.3.1 Ilustrácia na príklade systému 2. rádu

Opäť začneme zjednodušeným príkladom 1.2.1, a v ďalšej časti dodáme pre úplnosť všeobecný zápis URO v stavovom priestore.

Sústava v tvare (15), konkrétne (19), môže byť reprezentovaná opisom v stavovom priestore v tvare

$$\dot{x} = Ax + bu \tag{34a}$$

$$y = c^\mathsf{T} x \tag{34b}$$

kde x je vektor stavových veličín sústavy a A; b; c^T sú konštantné matice (vektory) zodpovedajúcich rozmerov. V tomto prípade nekladieme žiadne podmienky na formu (kanonickú) matice A, ako to bolo v prípade stavového MRAC-u.

Uvažujeme zákon riadenia (21), pripomeňme:

$$u(s) = \Theta_1^\star \frac{1}{(s+\lambda)} u(s) + \Theta_2^\star \frac{1}{(s+\lambda)} y(s) + \Theta_3^\star y(s) + \Theta_4^\star r(s) \tag{35}$$

V prvých dvoch členoch zákona riadenia (35) sú použité takzvané prídavné filtre, ktorých vstupom je buď akčný zásah u (vstupný signál sústavy) alebo výstupná (riadená) veličina y. Tieto prídavné filtre sú tiež nazývané pomocné, či prídavné generátory, generujú prídavné (pomocné) signály. Oba prídavné filtre sú rovnaké, v tomto prípade dané prenosovou funkciou $\frac{1}{(s+\lambda)}$. Výstupné signály filtrov sú v tomto prípade skalárne signály. Vo všeobecnosti sú výstupné signály pomocných filtrov vektory signálov s rovnakým rozmerom ako vektory parametrov $\Theta_1^\star$ a $\Theta_2^\star$, viď všeobecný zápis zákona riadenia (17). Označme výstupné signály prídavných filtrov ν_1 a ν_2. Tieto signály sa násobia parametrami zákona riadenia $\Theta_1^\star$ a $\Theta_2^\star$. Prídavné filtre možno zapísať v tvare

$$\dot{\nu}_1 = -\lambda \nu_1 + u \tag{36a}$$

$$\dot{\nu}_2 = -\lambda \nu_2 + y = -\lambda \nu_2 + c^\mathsf{T} x \tag{36b}$$

Jednoduchým pridaním týchto pomocných signálov k sústave máme sústavu rovníc:

$$\dot{x} = Ax + bu \tag{37a}$$

$$\dot{\nu}_1 = -\lambda \nu_1 + u \tag{37b}$$

$$\dot{\nu}_2 = -\lambda \nu_2 + c^\mathsf{T} x \tag{37c}$$

$$y = c^\mathsf{T} x \tag{37d}$$

Sústavu rovníc (37) budeme nazývať *doplnená sústava*. Doplnenú sústavu (37) možno zapísať v maticovom tvare

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\nu}_1 \\ \dot{\nu}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ c^\mathsf{T} & 0 & -\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \nu_1 \\ \nu_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \tag{38a}$$

$$y = \begin{bmatrix} c^\mathsf{T} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \nu_1 \\ \nu_2 \end{bmatrix} \tag{38b}$$

a po označení jednotlivých matíc a vektorov

$$\dot{X} = A_o X + B_c u \tag{39a}$$

$$y = C_c^\mathsf{T} X \tag{39b}$$

Zákon riadenia (35) zapíšeme v takom vektorovom tvare, v ktorom je možné využiť stavový vektor doplnenej sústavy X:

$$u = {\Theta_c^\star}^\mathsf{T} D X + \Theta_4^\star r \tag{40}$$

kde $\Theta_c^\star = \begin{bmatrix} \Theta_3^\star & \Theta_1^\star & \Theta_2^\star \end{bmatrix}^\mathsf{T}$; $\Theta_4^\star$ sú parametre zákona riadenia a maticu

$$D = \begin{bmatrix} c^\mathsf{T} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

sme zaviedli práve preto aby sme v zákone riadenia (40) mohli priamo písať stavový vektor X. Tvar, v ktorom sa zákon riadenia (40) viac podobá na pôvodný zápis (35), a ktorý vyplýva priamo z (40) je

$$u = \Theta_1^\star \nu_1 + \Theta_2^\star \nu_2 + \Theta_3^\star c^\mathsf{T} x + \Theta_4^\star r \tag{41a}$$

$$u = \Theta_1^\star \nu_1 + \Theta_2^\star \nu_2 + \Theta_3^\star y + \Theta_4^\star r \tag{41b}$$

Dosadením (40) do (39) získame opis URO v stavovom priestore v tvare (výstupnú rovnicu vynechávame, pretože sa nemení)

$$\dot{X} = A_o X + B_c \left({\Theta_c^\star}^\mathsf{T} D X + \Theta_4^\star r \right) \tag{42a}$$

$$\dot{X} = A_o X + B_c {\Theta_c^\star}^\mathsf{T} D X + B_c \Theta_4^\star r \tag{42b}$$

$$\dot{X} = \left(A_o + B_c {\Theta_c^\star}^\mathsf{T} D \right) X + B_c \Theta_4^\star r \tag{42c}$$

$$\dot{X} = A_c X + B_c \Theta_4^\star r \tag{42d}$$

kde

$$
\begin{aligned}
A_c &= A_o + B_c \Theta_c^{\star\top} D \\
&= \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ c^\top & 0 & -\lambda \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta_3^\star & \Theta_1^\star & \Theta_2^\star \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c^\top & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ c^\top & 0 & -\lambda \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b\Theta_3^\star & b\Theta_1^\star & b\Theta_2^\star \\ \Theta_3^\star & \Theta_1^\star & \Theta_2^\star \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c^\top & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ c^\top & 0 & -\lambda \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b\Theta_3^\star c^\top & b\Theta_1^\star & b\Theta_2^\star \\ \Theta_3^\star c^\top & \Theta_1^\star & \Theta_2^\star \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} A + b\Theta_3^\star c^\top & b\Theta_1^\star & b\Theta_2^\star \\ \Theta_3^\star c^\top & -\lambda + \Theta_1^\star & \Theta_2^\star \\ c^\top & 0 & -\lambda \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{43}
$$

Pretože uzavretý regulačný obvod zapísaný v tvare

$$\dot{X} = A_c X + B_c \Theta_4^\star r \tag{44a}$$

$$y = C_c^\top X \tag{44b}$$

obsahuje ideálne parametre zákona riadenia, teda také, ktoré spĺňajú podmienky zhody musí sa tento zhodovať s referenčným modelom. Preto tzv. *neminimálna reprezentácia* prenosovej funkcie referenčného modelu (16) v stavovom priestore je

$$\dot{X}_m = A_c X_m + B_c \Theta_4^\star r \tag{45a}$$

$$y_m = C_c^\top X_m \tag{45b}$$

kde X_m sú stavové veličiny neminimálnej reprezentácie modelu

1.3.2 Zovšeobecnenie pre systém n. rádu

Uvažujeme zákon riadenia (17), pripomeňme:

$$u = \Theta_1^{\star\top} \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)} u + \Theta_2^{\star\top} \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)} y + \Theta_3^\star y + \Theta_4^\star r \tag{46}$$

kde $\alpha(s)$ je vektor obsahujúci mocniny s, $\alpha(s) = \left[s^{n-2}, \ldots, s, 1\right]^\top$ ak $n \geq 2$, inak $\alpha(s) = 0$. Vektory $\Theta_1^\star, \Theta_2^\star \in \mathbb{R}^{n-1}$ a skaláry $\Theta_3^\star, \Theta_4^\star \in \mathbb{R}^1$ sú konštantné parametre zákona riadenia. $\Lambda(s)$ je ľubovoľný monický Hurwitzov polynóm stupňa $n-1$.

Napríklad prvý člen v (46) možno zapísať v tvare

$$y_{\nu_1} = \Theta_1^{\star\top} \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)} u = \frac{\Theta_{1(n-2)}^\star s^{n-2} + \cdots + \Theta_{11}^\star s + \Theta_{10}^\star}{s^{n-1} + \lambda_{n-2} s^{n-2} + \cdots + \lambda_1 s + \lambda_0} u \tag{47}$$

kde $\Theta_1^\star = \begin{bmatrix} \Theta_{1(n-2)}^\star & \cdots & \Theta_{11}^\star & \Theta_{10}^\star \end{bmatrix}^\top$, alebo v stavovom priestore v tvare

$$\begin{bmatrix} \dot\nu_{1(n-2)} \\ \dot\nu_{1(n-3)} \\ \dot\nu_{1(n-4)} \\ \vdots \\ \dot\nu_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda_{n-2} & -\lambda_{n-3} & \cdots & -\lambda_2 & -\lambda_1 & -\lambda_0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu_{1(n-2)} \\ \nu_{1(n-3)} \\ \nu_{1(n-4)} \\ \vdots \\ \nu_{10} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} u \tag{48a}$$

$$y_{\nu_1} = \begin{bmatrix} \Theta_{1(n-2)}^\star & \Theta_{1(n-3)}^\star & \Theta_{1(n-4)}^\star & \cdots & \Theta_{10}^\star \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu_{1(n-2)} \\ \nu_{1(n-3)} \\ \nu_{1(n-4)} \\ \vdots \\ \nu_{10} \end{bmatrix} \tag{48b}$$

Označme v (48) jednotlivé vektory a maticu:

$$\dot\nu_1 = \Lambda \nu_1 + qu \tag{49a}$$

$$y_{\nu_1} = \Theta_1^{\star\top} \nu_1 \tag{49b}$$

Z uvedeného vyplýva, že prvý prídavný filter má v stavovom priestore tvar $\dot\nu_1 = \Lambda\nu_1 + qu$ kde ν_1 je vektor pomocných signálov generovaných prvým pomocným generátorom (stavový vektor prvého pomocného generátora). Tento je násobený parametrami zákona riadenia $\Theta_1^{\star\top}$. Analogicky, druhý prídavný filter má v stavovom priestore tvar $\dot\nu_2 = \Lambda\nu_2 + qy = \Lambda\nu_2 + qc^\top x$. Doplnená sústava vo všeobecnom tvare je

$$\dot x = Ax + bu \tag{50a}$$

$$\dot\nu_1 = \Lambda\nu_1 + qu \tag{50b}$$

$$\dot\nu_2 = \Lambda\nu_2 + qc^\top x \tag{50c}$$

$$y = c^\top x \tag{50d}$$

Potom v (39) sú

$$x = \begin{bmatrix} x \\ \nu_1 \\ \nu_2 \end{bmatrix}; \quad A_0 = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda & 0 \\ qc^\top & 0 & \Lambda \end{bmatrix}; \quad b_c = \begin{bmatrix} b \\ q \\ 0 \end{bmatrix}; \quad c_c^\top = \begin{bmatrix} c^\top & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{51}$$

Zákon riadenia (46) zapíšeme vo vektorovom tvare:

$$u = \Theta_c^{\star\top} D x + \Theta_4^\star r \tag{52}$$

kde $\Theta_c^\star = \begin{bmatrix} \Theta_3^\star & \Theta_1^{\star\top} & \Theta_2^{\star\top} \end{bmatrix}^\top$; $\Theta_4^\star$ sú parametre zákona riadenia a maticu

$$D = \begin{bmatrix} c^\top & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

sme zaviedli práve preto aby sme v zákone riadenia (52) mohli priamo písať stavový vektor x. Tvar, v ktorom sa zákon riadenia (52) viac podobá na pôvodný zápis (46), a ktorý vyplýva priamo z (52) je

$$u = \Theta_1^{\star\top}\nu_1 + \Theta_2^{\star\top}\nu_2 + \Theta_3^\star c^\top x + \Theta_4^\star r \tag{53a}$$

$$u = \Theta_1^{\star\top}\nu_1 + \Theta_2^{\star\top}\nu_2 + \Theta_3^\star y + \Theta_4^\star r \tag{53b}$$

Dosadením (52) do (39), v ktorej sú ale matice (51), získame opis URO v stavovom priestore v tvare (44), a matica A_c má tvar

$$
\begin{aligned}
A_c &= A_o + b_c \Theta_c^{\star\top} D \\
&= \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda & 0 \\ qc^\top & 0 & \Lambda \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ q \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta_3^\star & \Theta_1^{\star\top} & \Theta_2^{\star\top} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c^\top & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda & 0 \\ qc^\top & 0 & \Lambda \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b\Theta_3^\star & b\Theta_1^{\star\top} & b\Theta_2^{\star\top} \\ q\Theta_3^\star & q\Theta_1^{\star\top} & q\Theta_2^{\star\top} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c^\top & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda & 0 \\ qc^\top & 0 & \Lambda \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b\Theta_3^\star c^\top & b\Theta_1^{\star\top} & b\Theta_2^{\star\top} \\ q\Theta_3^\star c^\top & q\Theta_1^{\star\top} & q\Theta_2^{\star\top} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} A + b\Theta_3^\star c^\top & b\Theta_1^{\star\top} & b\Theta_2^{\star\top} \\ q\Theta_3^\star c^\top & \Lambda + q\Theta_1^{\star\top} & q\Theta_2^{\star\top} \\ qc^\top & 0 & \Lambda \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{54}
$$

Pretože takto všeobecne opísaný URO obsahuje ideálne parametre zákona riadenia, teda také, ktoré spĺňajú podmienky zhody musí sa tento zhodovať so všeobecným referenčným modelom (16), ktorého neminimálna reprezentácia v stavovom priestore má tvar

$$\dot{x}_m = A_c x_m + \overline{b}_c r \tag{55a}$$

$$y_m = c_c^\mathsf{T} x_m \tag{55b}$$

kde x_m sú stavové veličiny neminimálnej reprezentácie referenčného modelu a kde sme označili $\overline{b}_c = b_c \Theta_4^\star$.

2 Cvičenie šieste ako príklad k téme *MRC vo všeobecnosti*

Tento príklad sa týka riadenia s referenčným modelom avšak bez adaptácie. Cieľom tu teda nie je návrh adaptívneho riadiaceho systému. Cieľom je oboznámenie sa s riešením MRC problému (problému návrhu (výpočtu) riadenia s referenčným modelom). Tu uvedené zároveň slúži na priebežné zopakovanie vybraných tém súvisiacich s numerickou simuláciou.

2.1 Úlohy

1. Uvažujme riadený systém[2], ktorý pracuje v pásme danom dvomi pracovnými bodmi. V týchto dvoch hraničných pracovných bodoch prenosová funkcia systému nie je rovnaká, vyskytujú sa mierne rozdiely v hodnotách koeficientov jednotlivých polynómov, pričom stupne polynómov sú zhodné, konkrétne:

$$G_{OP_1} = 0,1659 \frac{s + 22}{s^2 + 3,1423s + 2,6539} \tag{56}$$

$$G_{OP_2} = 0,1669 \frac{s + 20,7618}{s^2 + 2,3422s + 2,7293} \tag{57}$$

- Určte ***nominálnu*** prenosovú funkciu sústavy tak, že jej koeficienty sú priemery hodnôt oboch prenosových funkcií (56) a (57).
- Pre nominálnu prenosovú funkciu sústavy určte polynómy Z_p, R_p a zosilnenie k_p pričom

$$\frac{y(s)}{u(s)} = k_p \frac{Z_p(s)}{R_p(s)} \tag{58}$$

  kde $Z_p(s)$ je monický polynóm stupňa m, $R_p(s)$ je monický polynóm stupňa n a k_p je tzv. ***vysokofrekvenčné zosilnenie sústavy***. ***Relatívny stupeň*** sústavy je $n^* = n - m$.
- Zistite, či polynóm $Z_p(s)$ je Hurwitzov.

2. Vyriešte MRC problém pre nominálnu prenosovú funkciu sústavy, uvažujte referenčný model daný prenosovou funkciou v tvare

$$W_m(s) = \frac{s + 3}{s^2 + 3.5s + 3} \tag{59}$$

Referenčný model je daný prenosovou funkciou v tvare

$$\frac{y_m(s)}{r(s)} = W_m(s) = k_m \frac{Z_m(s)}{R_m(s)} \tag{60}$$

kde k_m je vysokofrekvenčné zosilnenie referenčného modelu, $Z_m(s)$ monický Hurwitzov polynóm stupňa m_m, $R_m(s)$ monický Hurwitzov polynóm stupňa n_m, pričom relatívny stupeň $n_m^* = n_m - m_m = n^*$.

Riešením MRC problému je taký zákon riadenia u, ktorý zabezpečí, že výstup sústavy y sleduje výstup referenčného modelu y_m pri danom referenčnom signály (vstupe referenčného modelu) r. Všeobecný tvar zákona riadenia, ktorý rieši MRC problém je

$$u = \Theta_1^{\star\mathsf{T}} \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)} u + \Theta_2^{\star\mathsf{T}} \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)} y + \Theta_3^\star y + \Theta_4^\star r \tag{61}$$

[2] Uvedený riadený systém je prevzatý z článku publikovanom v prestížnom elektronickom časopise posterus.sk (nemýliť si so Slniečkom, už nevychádza), viď [5].