a teda

$$\dot{e} = A_c e + \overline{B}_c \frac{1}{\Theta_4^\star}\left(u - \Theta_c^{\star\top} DX - \Theta_4^\star r\right) \tag{120a}$$

$$e_1 = C_c^\top e \tag{120b}$$

čo je základná rovnica opisujúca dynamiku adaptačnej odchýlky v stavovom priestore, ktorú možno vyjadriť v tvare prenosovej funkcie uvážením, že platí

$$W_m(s) = C_c^\top \left(sI - A_c\right)^{-1} \overline{B}_c \tag{121}$$

Potom (120) v tvare prenosovej funkcie je

$$e_1 = W_m(s)\frac{1}{\Theta_4^\star}\left(u - \Theta_c^{\star\top} DX - \Theta_4^\star r\right) \tag{122}$$

Odhadom odchýlky e_1 nech je $\hat{e}_1$, ktorá je závislá od odhadov $\Theta_c(t)$, $\Theta_4(t)$.

$$\hat{e}_1 = W_m(s) l \left(u - \Theta_c DX - \Theta_4 r\right) \tag{123}$$

kde l je odhadom hodnoty $\frac{1}{\Theta_4^\star}$. Pretože uvažujeme zákon riadenia $u = \Theta_c^\top DX + \Theta_4 r$, tak $\hat{e}_1 = 0$; $\forall t$. To znamená, že rovnica (123) nie je potrebná pre identifikáciu neznámych parametrov $\Theta_c^\star$, $\Theta_4^\star$ a ako chybu odhadu týchto parametrov možno použiť priamo rovnicu adaptačnej odchýlky (122).

5 Zákon adaptácie pri $n^* = 1$

Uvažujme, že relatívny stupeň sústavy (105) je $n^\star = 1$. Prenosová funkcia referenčného medelu $W_m(s)$ sa volí tak, aby jej relatívny stupeň bol zhodný s relatívnym stupňom sústavy. Relatívny stupeň referenčného modelu $n_m^\star = 1$ umožňuje aby prenosová funkcia $W_m(s)$ bola navrhnutá ako striktne pozitívne reálna (SPR).

Nech $W_m(s) = C_c^\top \left(sI - A_c\right)^{-1} \overline{B}_c$ je SPR. Potom podľa MKY lemmy v časti 3.2 existuje taká matica P, pre ktorú platí

$$A_c^\top P + P A_c = -Q \tag{124a}$$

$$P\overline{B}_c = C_c \tag{124b}$$

kde $Q = Q^\top > 0$. Táto skutočnosť sa v ďalšom využije pri voľbe kandidáta na Lyapunovovu funkciu.

Dosadením (112) za u do (122) máme

$$e_1 = W_m(s)\frac{1}{\Theta_4^\star}\left(\theta_c^\top DX + \theta_4 r\right) \tag{125}$$

kde $\theta_c = \Theta_c - \Theta_c^\star$ a $\theta_4 = \Theta_4 - \Theta_4^\star$. Zavedením vektora chyby nastavenia parametrov zákona riadenia $\theta = \begin{bmatrix}\theta_c^\top & \theta_4\end{bmatrix}^\top$ a signálneho vektora $\omega = \begin{bmatrix}(DX)^\top & r\end{bmatrix}^\top$ máme známy tvar adaptačnej odchýlky

$\theta - \theta_m$

$$\boxed{e_1 = W_m(s)\frac{1}{\Theta_4^\star}\left(\theta^\top \omega\right)} \tag{126}$$

alebo

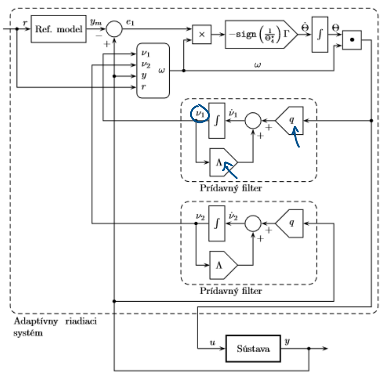
$$\dot{e} = A_c e + \overline{B}_c \frac{1}{\Theta_4^\star}\left(\theta^\top \omega\right) \tag{127a}$$

$$\boxed{e_1 = C_c^\top e} \tag{127b}$$

V tomto prípade rovnica (126) alebo (127) dáva do vzťahu chybu nastavenia parametrov zákona riadenia Θ a adaptačnú odchýlku e_1 cez SPR prenosovú funkciu.

Predpokladajme, že štruktúra zákona adaptácie je daná diferenciálnou rovnicou všeobecne zapísanou v tvare

$$\dot{\theta} = f(e_1, \omega) \tag{128}$$



$\Lambda = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\lambda_0 & -\lambda_1 \end{bmatrix}$

$q = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Obr. 5: Bloková schéma MRAC so vstupno-výstupnou štruktúrou riadenia pri $n^\star = 1$

teda aby zákon adaptácie bol funkciou len výstupnej adaptačnej odchýlky e_1 a nie aj jej derivácií e, pretože tieto nie sú dostupné, nakoľko nie sú dostupné stavové veličiny sústavy.

Zvoľme kandidáta na Ljapunovovu funkciu v tvare

$$V = e^\top P e + \left|\frac{1}{\Theta_4^\star}\right| \theta^\top \Gamma^{-1} \theta \tag{129}$$

kde $\Gamma > 0$ je ľubovolná diagonálna matica, $\left|\frac{1}{\Theta_4^\star}\right|$ je absolútna hodnota prevrátenej hodnoty parametra $\Theta_4^\star$ a $P = P^\top > 0$ spĺňa rovnice (124), ktoré vyplývajú z MKY lemmy.

$$\dot{V} = \dot{e}^\top P e + e^\top P \dot{e} + \left|\frac{1}{\Theta_4^\star}\right| \left(\dot{\theta}^\top \Gamma^{-1} \theta + \theta^\top \Gamma^{-1} \dot{\theta}\right) \tag{130}$$

Poznáme (127) odkiaľ $\dot{e}^\top = e^\top A_c^\top + \omega^\top \theta \frac{1}{\Theta_4^\star} \overline{B}_c^\top$, po dosadení týchto výrazov:

$$\dot{V} = \left(e^\top A_c^\top + \omega^\top \theta \frac{1}{\Theta_4^\star} \overline{B}_c^\top\right) P e + e^\top P \left(A_c e + \overline{B}_c \frac{1}{\Theta_4^\star} \theta^\top \omega\right) + 2\left|\frac{1}{\Theta_4^\star}\right| \theta^\top \Gamma^{-1} \dot{\theta} \tag{131}$$

$$\dot{V} = e^\top (-Q) e + 2 e^\top P \overline{B}_c \frac{1}{\Theta_4^\star} \theta^\top \omega + 2\left|\frac{1}{\Theta_4^\star}\right| \theta^\top \Gamma^{-1} \dot{\theta} \tag{132}$$

Pripomeňme, že platí $P\overline{B}_c = C_c$ (to vďaka tomu, že $W_m(s)$ je SPR), potom

$$\dot{V} = e^{\mathsf{T}}(-Q)e + 2e^{\mathsf{T}}C_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^{\mathsf{T}}\omega + 2\left|\frac{1}{\Theta_4^\star}\right|\theta^{\mathsf{T}}\Gamma^{-1}\dot{\theta} \tag{133}$$

Všimnime si, že $e^{\mathsf{T}}C_c = C_c^{\mathsf{T}}e = e_1$. Práve tento moment umožní aby zákon adaptácie $\dot{\theta} = f(e_1, \omega)$ bol funkciou e_1 a nie e. Časová derivácia $\dot{V}$

$$\dot{V} = e^{\mathsf{T}}(-Q)e + 2e_1\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^{\mathsf{T}}\omega + 2\left|\frac{1}{\Theta_4^\star}\right|\theta^{\mathsf{T}}\Gamma^{-1}\dot{\theta} \tag{134}$$

bude záporne definitná ak

$$0 = 2e_1\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^{\mathsf{T}}\omega + 2\left|\frac{1}{\Theta_4^\star}\right|\theta^{\mathsf{T}}\Gamma^{-1}\dot{\theta} \tag{135a}$$

$$2\left|\frac{1}{\Theta_4^\star}\right|\theta^{\mathsf{T}}G^{-1}\dot{\theta} = -2e_1\frac{1}{\Theta_4^\star}\Theta^{\mathsf{T}}\omega \tag{135b}$$

$$\left|\frac{1}{\Theta_4^\star}\right|\Gamma^{-1}\dot{\theta} = -e_1\,\mathtt{sign}\left(\frac{1}{\Theta_4^\star}\right)\left|\frac{1}{\Theta_4^\star}\right|\omega \tag{135c}$$

$$\Gamma^{-1}\dot{\theta} = -\mathtt{sign}\left(\frac{1}{\Theta_4^\star}\right)e_1\omega \tag{135d}$$

$$\dot{\theta} = -\mathtt{sign}\left(\frac{1}{\Theta_4^\star}\right)e_1\Gamma\omega \tag{135e}$$

Rovnako ako sme zaviedli vektor Θ, zavedieme aj vektor parametrov zákona riadenia v tvare
$\Theta = \begin{bmatrix}\Theta_c^{\mathsf{T}} & \Theta_4\end{bmatrix}^{\mathsf{T}} = \begin{bmatrix}\Theta_3 & \Theta_1^{\mathsf{T}} & \Theta_2^{\mathsf{T}} & \Theta_4\end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$ a vektor ω možno zapísať v tvare $\omega = \begin{bmatrix}y & \nu_1^{\mathsf{T}} & \nu_2^{\mathsf{T}} & r\end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$. Potom zákon adaptácie je

$$\dot{\Theta} = -\mathtt{sign}\left(\frac{1}{\Theta_4^\star}\right)\Gamma e_1\omega \tag{136}$$

a uvažovaný zákon riadenia možno zapísať v tvare $u = \Theta^{\mathsf{T}}\omega$.

6 Zákon adaptácie pri $n^* = 2$

$W_m(s) \notin SPR$

6.1 Priamočiary postup

Uvažujme relatívny stupeň sústavy (105) $n^* = 2$. Prenosová funkcia referenčného medelu $W_m(s)$ sa volí tak, aby jej relatívny stupeň bol zhodný s relatívnym stupňom sústavy, teda $n_m^* = 2$. To ale znamená (bez dôkazu), že prenosová funkcia $W_m(s)$ nie je SPR. Preto nie je možné použiť predchádzajúci postup a je ho potrebné modifikovať.

Rovnica pre adaptačnú odchýlku (122)

$$e_1 = W_m(s)\frac{1}{\Theta_4^\star}\left(u - \Theta_c^{\star\mathsf{T}}DX - \Theta_4^\star r\right) \tag{137}$$

je stále platná (pri jej odvodení nehral relatívny stupeň sústavy žiadnu úlohu).

Využime identitu $(s+\rho)(s+\rho)^{-1} = 1$ kde ρ je ľubovolná kladná konštanta a prepíšme rovnicu (122) do tvaru

$$e_1 = \boxed{W_m(s)(s+\rho)}(s+\rho)^{-1}\frac{1}{\Theta_4^\star}\left(u - \Theta_c^{\star\mathsf{T}}DX - \Theta_4^\star r\right) \tag{138}$$

čo možno prepísať do tvaru

$$e_1 = W_m(s)(s+\rho)\frac{1}{\Theta_4^\star}\left(u_f - \Theta^{\star\mathsf{T}}\omega_f\right) \tag{139}$$

kde sme zaviedli $u_f = (s+\rho)^{-1}u$, $\omega_f = (s+\rho)^{-1}\omega$ a $\Theta^\star$ je rovnaký ako Θ avšak obsahuje ideálne parametre.

Nech prenosová funkcia $W_m(s)(s+\rho)$ je zvolená tak, že je to SPR prenosová funkcia. Potom rovnica

$$e_1 = W_m(s)(s+\rho)\frac{1}{\Theta_4^\star}\left(\theta^{\mathsf{T}}\omega_f\right) \tag{140}$$

kde $\theta = \Theta - \Theta^\star$ dáva do vzťahu chybu nastavenia parametrov zákona riadenia θ a adaptačnú udchýlku e_1 cez SPR prenosovú funkciu. Reprezentácia rovnice (140) v stavovom priestore je

$$\dot{e} = A_c e + \overline{B}_c(s+\rho)\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^{\mathsf{T}}\omega_f \tag{141a}$$

$$e_1 = C_c^{\mathsf{T}}e \tag{141b}$$

kde s teraz predstavuje operátor derivácie $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$, rovnako ako bodka „˙" nad e. V ďalšom sa tiež stretneme s takýmto významom symbolu s, pričom na to nebudeme zvlášť upozorňovať, konkrétny význam symbolu s vyplynie z kontextu. Preto

$$se = A_c e + s\left(\overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^{\mathsf{T}}\omega_f\right) + \rho\left(\overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^{\mathsf{T}}\omega_f\right) \tag{142a}$$

$$s\left(e - \overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^{\mathsf{T}}\omega_f\right) = A_c e + \rho\left(\overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^{\mathsf{T}}\omega_f\right) \tag{142b}$$

Označme $e - \overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^{\mathsf{T}}\omega_f = \overline{e}$, potom $e = \overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^{\mathsf{T}}\omega_f + \overline{e}$ a teda

$$s\overline{e} = A_c\left(\overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^{\mathsf{T}}\omega_f + \overline{e}\right) + \rho\left(\overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^{\mathsf{T}}\omega_f\right) \tag{143a}$$

$$e_1 = C_c^{\mathsf{T}}e = C_c^{\mathsf{T}}\left(\overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^{\mathsf{T}}\omega_f + \overline{e}\right) \tag{143b}$$

$$\dot{\overline{e}} = A_c\overline{e} + A_c\overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^{\mathsf{T}}\omega_f + \rho\overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^{\mathsf{T}}\omega_f \tag{144a}$$

$$e_1 = C_c^{\mathsf{T}}\overline{e} + C_c^{\mathsf{T}}\overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^{\mathsf{T}}\omega_f \tag{144b}$$

Pretože $C_c^{\mathsf{T}}B_c = 0$ tak aj $C_c^{\mathsf{T}}\overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^{\mathsf{T}}\omega_f = 0$, potom

$$\dot{\overline{e}} = A_c\overline{e} + \left(A_c\overline{B}_c + \rho\overline{B}_c\right)\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^{\mathsf{T}}\omega_f \tag{145a}$$

$$e_1 = C_c^{\mathsf{T}}\overline{e} \tag{145b}$$

Označme $A_c\overline{B}_c + \rho\overline{B}_c = B_1$, potom

$$\dot{\overline{e}} = A_c\overline{e} + B_1\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^{\mathsf{T}}\omega_f \tag{146a}$$

$$e_1 = C_c^{\mathsf{T}}\overline{e} \tag{146b}$$

je stavová reprezentácia systému (140) daného prenosovou funkciou $W_m(s)(s+\rho)$, pričom $\overline{e}$ je vektor jeho stavových veličín.

Funkcia $W_m(s)(s+\rho) = C_c^{\mathsf{T}}\left(sI - A_c\right)^{-1}B_1$ je SPR. Potom podľa MKY lemmy v časti 3.2 existuje taká matica P, pre ktorú platí

$$A_c^{\mathsf{T}}P + PA_c = -Q \tag{147a}$$

$$PB_1 = C_c \tag{147b}$$

kde $Q = Q^{\mathsf{T}} > 0$.

Predpokladajme, že štruktúra zákona adaptácie je daná diferenciálnou rovnicou všeobecne zapísanou v tvare

$$\dot{\theta} = f(e_1, \omega_f) \tag{148}$$

Zvoľme kandidáta na Ljapunovovu funkciu v tvare

$$V = \overline{e}^{\mathsf{T}} P \overline{e} + \left|\frac{1}{\Theta_4^\star}\right| \theta^{\mathsf{T}} \Gamma^{-1} \theta \tag{149}$$

kde $\Gamma > 0$ je ľubovolná diagonálna matica, $\left|\frac{1}{\Theta_4^\star}\right|$ je absolútna hodnota prevrátenej hodnoty parametra $\Theta_4^\star$ a $P = P^{\mathsf{T}} > 0$ spĺňa rovnice (147), ktoré vyplývajú z MKY lemmy.

$$\dot{V} = \dot{\overline{e}}^{\mathsf{T}} P \overline{e} + \overline{e}^{\mathsf{T}} P \dot{\overline{e}} + \left|\frac{1}{\Theta_4^\star}\right| \left(\dot{\theta}^{\mathsf{T}} \Gamma^{-1} \theta + \theta^{\mathsf{T}} \Gamma^{-1} \dot{\theta}\right) \tag{150}$$

Poznáme (146) odkiaľ $\dot{\overline{e}}^{\mathsf{T}} = \overline{e}^{\mathsf{T}} A_c^{\mathsf{T}} + \omega_f^{\mathsf{T}} \theta \frac{1}{\Theta_4^\star} B_1^{\mathsf{T}}$, po dosadení týchto výrazov:

$$\dot{V} = \left(\overline{e}^{\mathsf{T}} A_c^{\mathsf{T}} + \omega_f^{\mathsf{T}} \theta \frac{1}{\Theta_4^\star} B_1^{\mathsf{T}}\right) P \overline{e} + \overline{e}^{\mathsf{T}} P \left(A_c \overline{e} + B_1 \frac{1}{\Theta_4^\star} \theta^{\mathsf{T}} \omega_f\right) + 2\left|\frac{1}{\Theta_4^\star}\right| \theta^{\mathsf{T}} \Gamma^{-1} \dot{\theta} \tag{151}$$

$$\dot{V} = \overline{e}^{\mathsf{T}} (-Q) \overline{e} + 2\overline{e}^{\mathsf{T}} P B_1 \frac{1}{\Theta_4^\star} \theta^{\mathsf{T}} \omega_f + 2\left|\frac{1}{\Theta_4^\star}\right| \theta^{\mathsf{T}} \Gamma^{-1} \dot{\theta} \tag{152}$$

Pripomeňme, že platí $PB_1 = C_c$, potom

$$\dot{V} = \overline{e}^{\mathsf{T}} (-Q) \overline{e} + 2\overline{e}^{\mathsf{T}} C_c \frac{1}{\Theta_4^\star} \theta^{\mathsf{T}} \omega_f + 2\left|\frac{1}{\Theta_4^\star}\right| \theta^{\mathsf{T}} \Gamma^{-1} \dot{\theta} \tag{153}$$

Všimnime si, že $\overline{e}^{\mathsf{T}} C_c = C_c^{\mathsf{T}} \overline{e} = e_1$. Časová derivácia $\dot{V}$

$$\dot{V} = \overline{e}^{\mathsf{T}} (-Q) \overline{e} + 2e_1 \frac{1}{\Theta_4^\star} \theta^{\mathsf{T}} \omega_f + 2\left|\frac{1}{\Theta_4^\star}\right| \theta^{\mathsf{T}} \Gamma^{-1} \dot{\theta} \tag{154}$$

bude záporne definitná ak

$$0 = 2e_1 \frac{1}{\Theta_4^\star} \theta^{\mathsf{T}} \omega_f + 2\left|\frac{1}{\Theta_4^\star}\right| \theta^{\mathsf{T}} \Gamma^{-1} \dot{\theta} \tag{155a}$$

$$2\left|\frac{1}{\Theta_4^\star}\right| \theta^{\mathsf{T}} \Gamma^{-1} \dot{\theta} = -2e_1 \frac{1}{\Theta_4^\star} \theta^{\mathsf{T}} \omega_f \tag{155b}$$

$$\left|\frac{1}{\Theta_4^\star}\right| \Gamma^{-1} \dot{\theta} = -e_1 \,\mathtt{sign}\left(\frac{1}{\Theta_4^\star}\right) \left|\frac{1}{\Theta_4^\star}\right| \omega_f \tag{155c}$$

$$\Gamma^{-1} \dot{\theta} = -\mathtt{sign}\left(\frac{1}{\Theta_4^\star}\right) e_1 \omega_f \tag{155d}$$

$$\dot{\theta} = -\mathtt{sign}\left(\frac{1}{\Theta_4^\star}\right) e_1 \Gamma \omega_f \tag{155e}$$

Potom zákon adaptácie je

$$\dot{\Theta} = -\mathtt{sign}\left(\frac{1}{\Theta_4^\star}\right) \Gamma e_1 \omega_f \tag{156}$$

Signálny vektor ω_f má zložky $\omega_f = \begin{bmatrix} y_f & \nu_{1f}^{\mathsf{T}} & \nu_{2f}^{\mathsf{T}} & r_f \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$. Tieto signály získame jednoducho prechodom pôvodných signálov y, ν_1^{T}, ν_2^{T} a r cez filtre s prenosovou funkciou v tvare $\frac{1}{s+\rho}$.

Vstupom do sústavy je u. Pri odvodení zákona adaptácie sme ale uvažovali $u_f = (s+\rho)^{-1} u$ odkiaľ $u = (s+\rho) u_f$. Signál u_f možno zapísať aj v tvare $u_f = \Theta^{\mathsf{T}} \omega_f$. Teda $u = (s+\rho) \Theta^{\mathsf{T}} \omega_f$, z čoho vyplýva, že

$$u = \Theta^{\mathsf{T}} \omega + \dot{\Theta}^{\mathsf{T}} \omega_f \tag{157}$$

$\cancel{u = \Theta^{\mathsf{T}} \omega}$

Pre objasnenie (157) naznačíme, že:

$$\begin{aligned}
&(s+\rho)\Theta^{\mathsf{T}}\omega_f \\
&s\left(\Theta^{\mathsf{T}}\omega_f\right) + \rho\Theta^{\mathsf{T}}\omega_f \\
&s\left(\Theta^{\mathsf{T}}\right)\omega_f + \Theta^{\mathsf{T}} s\left(\omega_f\right) + \rho\Theta^{\mathsf{T}}\omega_f \\
&\dot{\Theta}^{\mathsf{T}}\omega_f + \Theta^{\mathsf{T}} s\left(\frac{1}{(s+\rho)}\omega\right) + \rho\Theta^{\mathsf{T}}\frac{1}{(s+\rho)}\omega \\
&\dot{\Theta}^{\mathsf{T}}\omega_f + \Theta^{\mathsf{T}}\frac{s}{(s+\rho)}\omega + \Theta^{\mathsf{T}}\frac{\rho}{(s+\rho)}\omega \\
&\dot{\Theta}^{\mathsf{T}}\omega_f + \Theta^{\mathsf{T}}\frac{s+\rho}{(s+\rho)}\omega \\
&\dot{\Theta}^{\mathsf{T}}\omega_f + \Theta^{\mathsf{T}}\omega
\end{aligned}$$

6.2 Metóda doplnenej odchýlky

Vo všeobecnosti, zákon riadenia, ktorý rieši MRC problém je $u = \Theta^{\mathsf{T}}\omega$. Pri jeho dosadení do všeobecne platnej rovnice adaptačnej odchýlky (122) máme rovnicu adaptačnej odchýlky v tvare

$$e_1 = W_m(s)\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^{\mathsf{T}}\omega \tag{158}$$

V rovnici (138) sme použili identitu $(s+\rho)(s+\rho)^{-1} = 1$, čo vo všeobecnosti je $L(s)L(s)^{-1} = 1$.

Rovnicu (158) sme v predchádzajúcom tvare doplnili do tvaru

$$e_1 = W_m(s)L(s)L(s)^{-1}\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^{\mathsf{T}}\omega \tag{159}$$

a z rovnice (139) vyplýva, že (159) možno prepísať do tvaru

?

$$e_1 = W_m(s)L(s)\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^{\mathsf{T}}L(s)^{-1}\omega \tag{160}$$

?

Rovnica (160) može byť zapísaná aj v tvare

?

$$\boxed{e_1 = W_m(s)\frac{1}{\Theta_4^\star}\left(L(s)\theta L(s)^{-1}\right)^{\mathsf{T}}\omega} \tag{161}$$

kde sme vymenili pozície $\frac{1}{\Theta_4^\star}$ a $L(s)$, čo je možné, pretože $\frac{1}{\Theta_4^\star}$ je len konštanta a nie funkcia času, a táto rovnica dáva do vzťahu chybu nastavenia parametrov zákona riadenia s adaptačnou odchýlkou. V stavovom priestore má rovnica „doplnenej“ adaptačnej odchýlky (161) tvar

$$\dot{e} = A_c e + \overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\left(L(s)\theta L(s)^{-1}\right)^{\mathsf{T}}\omega \tag{162a}$$

$$e_1 = C_c^{\mathsf{T}} e \tag{162b}$$

Adaptačná odchýlka je definovaná ako $e = X - X_m$ a $e_1 = y - y_m$. Sú dve možnosti ako dosiahnuť aby výsledok odčítania rovníc parametrizovanej doplnenej sústavy, kde stavový vektor je X, a neminimálnej reprezentácie referenčného modelu, kde stavový vektor je X_m, bol v tvare doplnenej adaptačnej odchýlky (162).

6.2.1 Prvá možnosť

Výsledok je rovnaký ako v predchádzajúcej časti:

Rovnicu parametrizovanej doplnenej sústavy (116) po dosadení za $\boxed{u = \Theta^{\mathsf{T}}\omega}$ možno zapísať v tvare

$$\dot{X} = A_c X + \overline{B}_c r + \overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^{\mathsf{T}}\omega \tag{163a}$$

$$y = C_c^{\mathsf{T}} X \tag{163b}$$

Zavedieme také pravidlo, že keď $W_m(s)$ nie je možné navrhnúť ako SPR, tak v rovnici (163) nahradíme $\Theta^\top$ výrazom $\left(L(s)\theta L(s)^{-1}\right)^\top$, kde $L(s)$ je dané tým, že $W_m(s)L(s)$ je zvolená ako SPR prenosová funkcia. Teda

?? ?

$$\dot{X} = A_c X + \overline{B}_c r + \overline{B}_c \frac{1}{\Theta_4^\star}\left(L(s)\theta L(s)^{-1}\right)^\top \omega \tag{164a}$$

$$y = C_c^\top X \tag{164b}$$

Pripomeňme

$$\dot{X}_m = A_c X_m + \overline{B}_c r \tag{165a}$$

$$y_m = C_c^\top X_m \tag{165b}$$

Odčítaním (165) od (164) získame rovnicu „doplnenej" adaptačnej odchýlky (162), ktorá zabezpečuje (podrobne ukázané v predchádzajúcom), že chyba nastavenia parametrov zákona riadenia θ je vo vzťahu z adaptačnou odchýlkou e_1 cez SPR prenosovú funkciu.

Pretože rovnica parametrizovanej doplnenej sústavy je modifikovaná podľa zavedeného pravidla, tak aj zákon riadenia je modifikovaný do tvaru $u = \left(L(s)\Theta L(s)^{-1}\right)^\top \omega$. V prípade, že $L(s) = (s+\rho)$ (ako v predchádzajúcom), tak výraz $L(s)\Theta^\top L(s)^{-1}$ je funkčne ekvivalentný výrazu

$$L(s)\Theta^\top L(s)^{-1} = \Theta^\top + \dot{\Theta}^\top L(s)^{-1} \tag{166}$$

a teda modifikovaný zákon riadenia má v tomto prípade tvar $u = \Theta^\top\omega + \dot{\Theta}^\top\omega_f$.

6.2.2 Druhá možnosť

Výsledkom je algoritmus nazývaný *metóda doplnenej odchýlky*.

Namiesto nahradenia $\theta^\top$ výrazom $\left(L\theta L^{-1}\right)^\top$ v rovnici parametrizovanej doplnenej sústavy pridáme vstupný signál v tvare $\frac{1}{\Theta_4^\star}\left(\theta - L\theta L^{-1}\right)^\top\omega$ do referenčného modelu nasledovne

$$\dot{X}_m = A_c X_m + \overline{B}_c\left(r + \frac{1}{\Theta_4^\star}\left(\theta - L\theta L^{-1}\right)^\top\omega\right) \tag{167a}$$

$$y_m = C_c^\top X_m \tag{167b}$$

$$\dot{X}_m = A_c X_m + \overline{B}_c r + \overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\left(\theta - L\theta L^{-1}\right)^\top\omega \tag{168a}$$

$$y_m = C_c^\top X_m \tag{168b}$$

Rovnica parametrizovanej doplnenej sústavy sa teraz nemení (nemodifikuje)

$$\dot{X} = A_c X + \overline{B}_c r + \overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^\top\omega \tag{169a}$$

$$y = C_c^\top X \tag{169b}$$

Odčítaním (168) od (169) podľa definície adaptačnej odchýlky máme

$$\dot{e} = A_c e + \overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^\top\omega - \overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\left(\theta - L\theta L^{-1}\right)^\top\omega \tag{170a}$$

$$e_1 = C_c^\top e \tag{170b}$$

Výraz

$$\left(\theta - L\theta L^{-1}\right) = L\left(L^{-1}\theta - \theta L^{-1}\right) \tag{171}$$

Potom

$$\dot{e} = A_c e + \overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^\top\omega - \overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\left(L\left(L^{-1}\theta - \theta L^{-1}\right)\right)^\top\omega \tag{172a}$$

$$e_1 = C_c^\top e \tag{172b}$$

$$\dot{e} = A_c e + \overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^\top\omega - \overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}L\left(L^{-1}\theta^\top - \theta^\top L^{-1}\right)\omega \tag{173a}$$

$$e_1 = C_c^\top e \tag{173b}$$

Rovnicu (173) je možné prepísať do požadovaného tvaru (162) nasledovne:

$$\dot{e} = A_c e + \overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^\top\omega - \overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}LL^{-1}\theta^\top\omega - \overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}L\theta^\top L^{-1}\omega \tag{174a}$$

$$e_1 = C_c^\top e \tag{174b}$$

$$\dot{e} = A_c e + \overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^\top\omega - \overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^\top\omega - \overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}L\theta^\top L^{-1}\omega \tag{175a}$$

$$e_1 = C_c^\top e \tag{175b}$$

$$\dot{e} = A_c e + \overline{B}_c\frac{1}{\Theta_4^\star}\left(L\theta L^{-1}\right)^\top\omega \tag{176a}$$

$$e_1 = C_c^\top e \tag{176b}$$

Rovnica (173) v tvare prenosovej funkcie je

$$e_1 = W_m\frac{1}{\Theta_4^\star}\left(\theta^\top\omega - L\left(L^{-1}\theta^\top - \theta^\top L^{-1}\right)\omega\right) \tag{177}$$

$$e_1 = W_m\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^\top\omega - W_m\frac{1}{\Theta_4^\star}L\left(L^{-1}\theta^\top - \theta^\top L^{-1}\right)\omega \tag{178}$$

Platí

$$\begin{aligned} L^{-1}\theta^\top - \theta^\top L^{-1} &= L^{-1}(\Theta - \Theta^\star)^\top - (\Theta - \Theta^\star)^\top L^{-1} \\ &= \left(L^{-1}\Theta^\top - \Theta^\top L^{-1}\right) - \left(L^{-1}\Theta^{\star\top} - \Theta^{\star\top}L^{-1}\right) \\ &= \left(L^{-1}\Theta^\top - \Theta^\top L^{-1}\right) \end{aligned} \tag{179}$$

?

pretože $\Theta^\star$ nie je funkciou času a teda $L^{-1}\Theta^{\star\top} = \Theta^{\star\top}L^{-1}$. Potom

$$e_1 = W_m\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^\top\omega - W_m L\frac{1}{\Theta_4^\star}\left(L^{-1}\Theta^\top\omega - \Theta^\top L^{-1}\omega\right) \tag{180}$$

$$e_1 = \overset{y-y_m}{\boxed{W_m\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^\top\omega}} - W_m L\overset{\mathrm{sign}(\Theta_4^\star)}{\frac{1}{\Theta_4^\star}}\left(L^{-1}u - \Theta^\top\omega_f\right) \tag{181}$$

kde označíme: $e_m = W_m\frac{1}{\Theta_4^\star}\theta^\top\omega$ je odchýlka medzi výstupom pôvodného nemodifikovaného referenčného modelu a signál $e_d = W_m L\frac{1}{\Theta_4^\star}\left(L^{-1}u - \Theta^\top\omega_f\right)$ sa pridá k tejto odchýlke, čím vznikne modifikovaný signál e_1 a tento sa použije v zákone adaptácie.

Rovnicu parametrizovanej doplnenej sústavy (169) sme nezmenili, preto sa v tomto prípade nemení ani zákon riadenia $u = \Theta^\top\omega$.

7 Cvičenie siedme ako príklad k téme *Zákon adaptácie pri* $n^* = 1$

Tento príklad v princípe dopĺňa zákon adaptácie k riadiacemu systému, ktorý je predmetom návrhu v predchádzajúcej časti 2.

$\dot{\Theta} = -\mathrm{sign}(\Theta_4^*)\,\Gamma\, e_1\, \omega_f$

$u = \Theta^T\omega$

$e_1 = y - y_m - W_m L\left(\mathrm{sign}(\Theta_4^*)\right)\left(\frac{1}{L}u - \Theta^T\omega_f\right)$

$\frac{y}{u} = k_p\frac{Z_p}{R_p}$

$\frac{y_m}{r} = k_m\frac{Z_m}{R_m} = W_m(s)$!!!

prvkov?

$n-1$

$n=2$

referenč…

$n=3$

$\omega = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ y \\ r \end{bmatrix}$

$v_1 = ?$

$v_1 = \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{12} \end{bmatrix}$

$u = \ldots$

$\Theta^T \left[\frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)}\right] u$

$u = \dots$

$\frac{\dots}{\Lambda(s)} u$

$s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0$

$\begin{bmatrix} s \\ 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} \frac{s}{\Lambda} \\ \frac{1}{\Lambda} \end{bmatrix}$

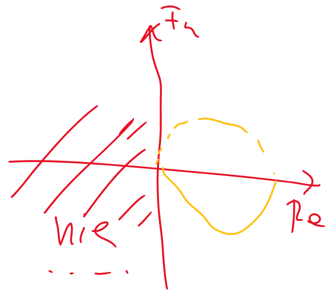
$L = (s + \rho)$

$\omega_f = ?$

$\dot{v}_{11f} = -\rho\, v_{11f} + 1\, v_{11}$

$$\dot{v}_{1f} = \begin{bmatrix} \boxed{-\rho} & \\ & \boxed{-\rho} \end{bmatrix} v_{1f} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} v_1$$

$W_m L \Leftarrow SPR\ ?$

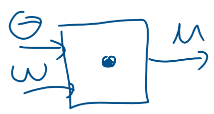


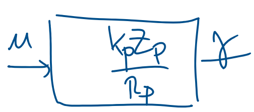
$\rho \in (0, \dots)$

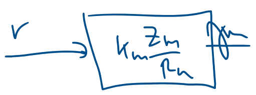
$\dot{x} = x \qquad x(0) = x_0$

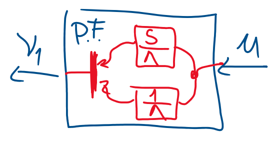
$\rightarrow x(t) = \emptyset$

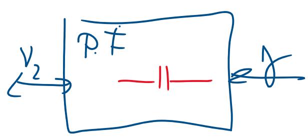
$\rightarrow x_{iné} = \dots ?$ vyčísl...

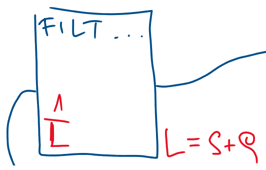


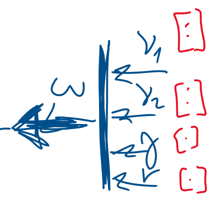


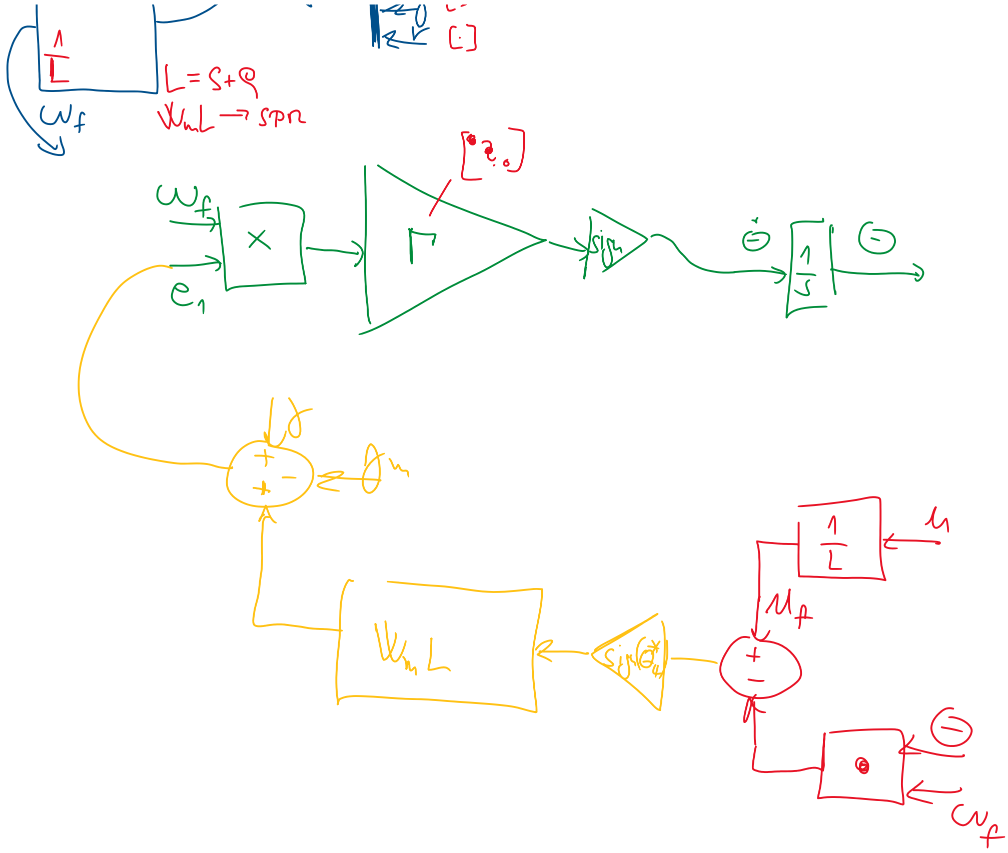












L = s+e
×
Γ
sign
1/s
1/L