

基于 PSO 优化算法的光伏板朝向最优设计

摘要

随着太阳能光伏板兴起，如何设计光伏板朝向使太阳能吸收率最优化成为焦点问题。本文依据题目所给资料数据研究太阳能光伏板的朝向设计，并建立模型找到最优设计方案。

针对问题一，对于求解不同时间和光伏板朝向下的太阳直射辐射强度问题，将求解过程划分为求解大气层外太阳辐射强度过程、大气层直射辐射衰减过程、坐标变换过程，分别进行建模和分析。本文建立了**太阳直射辐射计算模型**，首先引入大气层外太阳辐照度差异函数，计算不同日期下的辐射强度。其次建立了**直射辐射衰减模型**，求解大气层内的直射辐射强度。最后建立太阳能光伏板大地坐标系，描述光伏板朝向，通过**坐标变换**和方程联立，求得光伏板接受的太阳直射辐射强度。针对第二小问，本文采取计算不同时间下的直射辐射强度离散点，进行数值积分，从而求解出太阳直射辐射总能量。在光伏板水平倾斜角为 20° 、 40° 、 60° ，日期为每月 15 日的前提下，计算得到表2和表3。

针对问题二，考虑在问题一的基础上将方位角和水平倾角设置为变量，将问题一得到的方程转化为变量为方位角和水平倾角的函数，利用**自适应邻域模式 PSO 算法**，将此时受到的太阳直射辐射作为目标函数，通过迭代得出处于最佳位置的粒子，该粒子为最优方位角和水平倾角，得到此时的目标函数值即最大太阳直射辐射日均总能量，为 $\beta_{best} = 26.57^\circ$ ， $\gamma_{best} = 0.00^\circ$ ， $I_{average} = 5893.52W \cdot h$ 。

针对问题三，探讨在变化的太阳直射强度下，如何通过优化太阳能光伏板的固定安装朝向，以最大化光伏板的电能转换效率和能量输出。在此问题中，我们考虑了太阳直射强度对光伏板转换效率的影响，特别是在达到特定阈值时效率的变化。通过**粒子群优化算法**，旨在找到在整个年度中，能使光伏板在不同时间段内在考虑了转化效率的前提下保持最大的储电量的最优倾斜角和方位角，为 $\beta_{best} = 28.26^\circ$ ， $\gamma_{best} = 0.01^\circ$ ， $I_{average} = 5837.64W \cdot h$ ，在此朝向设置下可以得到最优时长为 $9.93h$ 。

最后，我们对模型进行了优缺点分析和推广，同时进行灵敏度分析验证结果的可靠性和合理性。

关键字： 直射辐射衰减模型 直射辐射计算模型 坐标变换 自适应邻域模式 PSO

目录

一、问题重述	4
1.1 问题背景	4
1.2 问题重述	4
二、模型的假设	4
三、符号说明	5
四、问题分析	5
4.1 问题一分析	5
4.2 问题二分析	6
4.3 问题三分析	6
五、模型的建立与求解	7
5.1 问题一模型的建立及求解	7
5.1.1 太阳方位、能量参数	7
5.1.2 大气层外太阳辐射强度	8
5.1.3 光伏板地面、地心坐标系转换	8
5.1.4 大气层直射辐射衰减问题	10
5.1.5 最大太阳直射辐射强度	11
5.1.6 第 N 天太阳直射辐射总能量	13
5.2 问题二模型的建立及求解	14
5.2.1 粒子群算法原理	14
5.2.2 自适应邻域模式 PSO 模型	14
5.2.3 MatLab 模型求解	16
5.3 问题三模型的建立及求解	16
5.3.1 储电效率变量处理	16
5.3.2 模型求解	17
六、灵敏度分析	17
七、模型的评价	18
7.1 模型的优点	18
7.2 模型的缺点	18

八、模型的推广	18
参考文献.....	18
附录 A 最大直射辐射强度和 15 日总辐射能量	20
附录 B 自适应邻域模式 PSO 算法（包含函数）	20
附录 C 粒子群优化算法（包含函数）	22
附录 D 灵敏度分析热力图代码	25
附录 E 最大直射辐射强度三维图	25
附录 F 文件列表.....	27

一、问题重述

1.1 问题背景

太阳通过辐射的形式向地球不断传输能量，是地球生物和各种物理过程获取能量的主要源泉之一。太阳辐射由直射辐射和散射辐射组成，前者对聚集太阳能系统起到至关重要的影响。我们利用太阳能光伏板来储存太阳辐射的能量，并转换为其他形式的能量满足社会需求。虽然太阳能源源不断，但由于大气层、云朵等多因素的作用，真正照射到地面的太阳辐射相对较少。因此，如何通过数学建模对固定太阳能光伏板的方位参数进行设置、计算太阳辐射能强度数值进行能量分配成为了我们亟待解决的问题。

1.2 问题重述

大气层对太阳能直射辐射衰减变化量与其辐射强度和穿过大气层厚度成正比，同时太阳光抵达外层大气平均太阳能辐射强度为 $1353W/m^2$ 。以地面为平面建立平面直角坐标系，正南方向为 x 正半轴，正东方向为 y 轴正方向，光伏板方位角以此为基准定量。当太阳光线和光伏板法线方向一致时，光伏板瞬间受到太阳照射能量最大。在仅考虑太阳直射辐射的情况下建立数学模型回答以下问题：

问题一：假设晴天无云，光伏板方位角为 0° ，计算 2025 年每月 15 日单位面积光伏板在水平倾角为 20° 、 40° 、 60° 时的最大太阳直射强度与太阳直射辐射总能量。

问题二：假设晴天无云，建立数学模型，求解出最优的固定太阳能光伏板朝向方位参数，使光伏板受到太阳直射辐射日均总能量最大；

问题三：在晴天的条件下，建立满足以下条件的数学模型：光伏板上接收太阳直射强度大于 $150W/m^2$ ，下午大于 $100W/m^2$ 的时间尽量长，且数值接近下限直射强度。得到最优固定光伏板朝向参数。同时计算光伏板受到太阳直射辐射日均总能量和太阳直射辐射时长。

二、模型的假设

- 假设地球是一个规则的球体。
- 假设天气一直保持晴朗，太阳光线不受云层遮挡。
- 假设反射辐射远小于直射辐射的强度，可忽略不计。
- 假设地球自转倾斜角无影响。
- 假设大气厚度分布均匀，且厚度为 $1000km$ 。

三、符号说明

符号	意义	单位
δ	太阳赤纬角	度
ω	太阳时角	度
α_s	太阳高度角	度
α	光伏板方位角	度
γ	太阳方位角	度
φ	纬度	度
λ	经度	度
k	衰减系数	$1/km$
β	光伏板倾角（水平倾角）	度
c_1	粒子个体学习因子（个体加速因子）	-
c_2	粒子社会学习因子（社会加速因子）	-
w	速度的惯性权重	-
v_i^d	第 d 次迭代第 i 个粒子的速度	-
x_i^d	第 d 次迭代第 i 个粒子的位置	-
$pbest_i^d$	到第 d 次迭代为止，第 i 个粒子经过最好的位置	-
$gbest_i^d$	到第 d 次迭代为止，所有粒子经过最好的位置	-
$lbest_i^d$	到第 d 次迭代为止，该邻域粒子经过最好的位置	-

四、问题分析

4.1 问题一分析

问题一是在不同倾角与不同日期确定的前提下，计算光伏板受到的太阳直射辐射强度。大气层外的太阳直射辐射强度主要受地球公转轨道影响，因此可假设同一日期下，太阳直射辐射强度与白天在不同地区大小一致，太阳本身辐照度可取常数值。对于辐射在大气层的衰减，太阳高度角会影响光线折射下的光程。对于光伏板的倾角和方位角，

需经坐标变换，和太阳位于同一坐标系下进行计算光伏板受到的太阳辐射强度最大值和接受的总能量。

4.2 问题二分析

问题二的核心目标是设计出一个数学模型来确定固定安装的太阳能光伏板的最优朝向，以便在晴天条件下最大化日均太阳直射辐射总能量。这个任务不仅需要考虑太阳的日常运动轨迹，还需优化光伏板的方位角和水平倾角。

Step1. 太阳位置计算：利用天文算法根据给定日期和时间精确计算太阳的位置，包括赤纬角和太阳时角。这些参数是评估太阳光与光伏板之间相对角度的基础。

Step2. 光伏板朝向影响分析：方位角：探讨光伏板面对的方向对太阳辐射接收的影响。倾斜角度：分析不同季节光伏板倾斜角度对接收太阳辐射能力的影响，以确定最佳年均倾斜角。

Step3. 年度太阳辐射：计算全年每一天在不同倾角和方位角下的太阳辐射量，以数值积分方法计算日累积辐射量。

Step4. 智能优化算法应用：采用粒子群优化算法等高级优化技术搜索最优的方位角和倾斜角配置，旨在实现最大化太阳辐射能量。

4.3 问题三分析

问题三的核心目标是建立一个模型，用以确定太阳能光伏板的最优固定安装朝向，以便在考虑光伏板电能转换效率的条件下最大化其总日辐射能量。模型需要反映在随水平倾角和方位角变化的光照强度和不同光照强度下效率的动态变化并寻找在年平均条件下能量输出最大化的安装配置。

定义了光照强度与效率的关系模型，将储电量的值定义为光照强度和效率的乘积，其中效率在不同光照强度阈值下呈现不同的线性变化：假定当光照强度为上午的 $150W/m^2$ 和下午的 $100W/m^2$ 时效率为 5%，若低于 5% 则按线性比例递减至 0，而高于早晨 $650W/m^2$ 和下午 $600W/m^2$ 时固定为 20%，中间部分为另一线性比例变化。然后利用详细的日太阳轨迹数据和光照强度，模拟全年每天不同时段在特定倾角和方位角下光伏板的接收光照强度和对应的电能转换效率。

优化算法的应用：使用粒子群优化算法寻找最优倾角和方位角，使得整年累计的有效能量输出（即考虑转换效率后的太阳辐射能量）最大化。

五、模型的建立与求解

5.1 问题一模型的建立及求解

5.1.1 太阳方位、能量参数

根据相关资料可知，为了研究太阳直射辐射入射光线的角度和光伏板朝向问题，首先需要确定太阳的位置，引入太阳高度角、方位角、赤纬角、时角等参数。其解释图例如下所示：

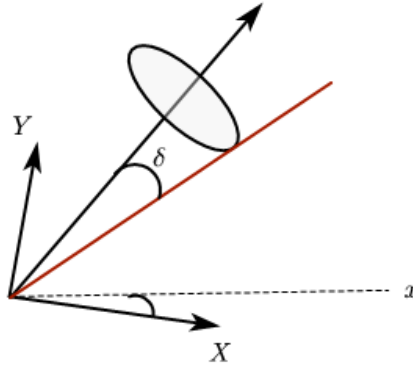


图 1 太阳辐射方向

1. 太阳赤纬角

太阳赤纬角 δ 表示地球赤道平面与太阳和地球中心的连线之间的夹角，其计算公式如下：

$$\sin \delta = \sin \frac{2\pi D}{365} \sin\left(\frac{2\pi}{360} \times 23.45\right) \quad (1)$$

其中 D 表示为以春分作为第 0 天起算的天数。

2. 太阳时角

太阳时角 ω 是指日面中心的时角，即从观测点天球子午圈沿天赤道量至太阳所在时圈的角距离，其计算公式如下：

$$\omega = \frac{\pi}{12}(ST - 12) \quad (2)$$

其中 ST 为当地时间（单位：h）。

3. 太阳高度角

太阳高度角 α_s 是指太阳光的入射方向和地平面之间的夹角，其计算公式如下：

$$\sin \alpha_s = \cos \delta \cos \varphi \cos \omega + \sin \delta \sin \varphi \quad (3)$$

其中 φ 表示当地纬度，北纬为正。太阳高度角示意图如下：

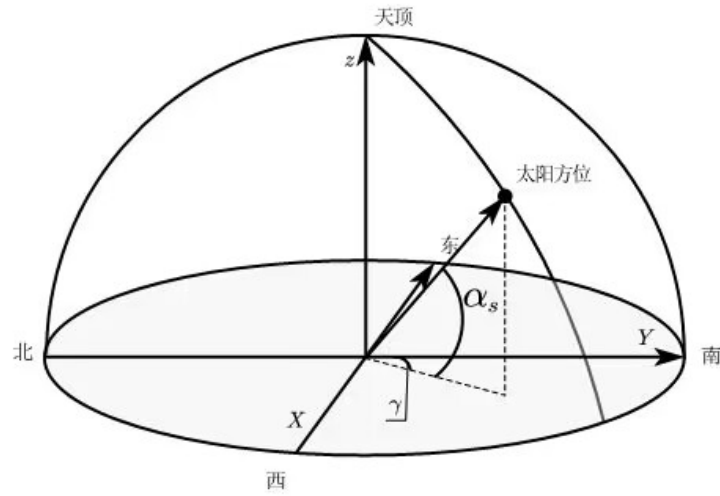


图 2 光伏板方向示意图

4. 太阳方位角

太阳方位角 γ 是指从北方沿着地平线顺时针量度的角，其计算公式如下：

$$\cos \gamma = \frac{\sin \delta - \sin \alpha_s \sin \varphi}{\cos \alpha_s \cos \varphi} \quad (4)$$

5.1.2 大气层外太阳辐射强度

根据题目背景可知，大气层外的太阳辐射强度受地球运行轨道和传播距离影响。为了更加精确的考虑大气层外侧的太阳辐射强度随日期的变化，本文引入方程用于描述一年中地球大气层外部太阳辐照度的差异，如下所示：

$$\frac{H}{H_{constant}} = 1 + 0.033 \cos\left(\frac{360(D - 2)}{365}\right) \quad (5)$$

其中 H 是地球大气层外部的太阳辐射功率密度（单位是 W/m^2 ）， $H_{constant}$ 是太阳常数值 $1.353 kW/m^2$ 。

5.1.3 光伏板地面、地心坐标系转换

为了研究太阳辐射进大气层的角度与地面光伏板之间的角度关系，本文假定地球是一个球体，以地球的球心为坐标轴原点，建立球坐标系。

1. 地面坐标系

在以地面为坐标系的前提下，光伏板的法向量 \mathbf{n}_{local} 为：

$$\mathbf{n}_{local} = \begin{pmatrix} \sin(\beta) \cdot \cos(\gamma) \\ \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma) \\ \cos(\beta) \end{pmatrix}^T$$

其中 β 为光伏板倾斜角， γ 为太阳方位角。图例如下所示：

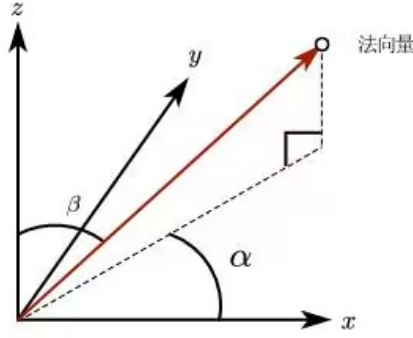


图3 光伏板方向示意图

2. 转换关系矩阵

为了将局部地面坐标系中的法向量转化到地心坐标系中，需要引入以下转换矩阵 $R(\lambda, \varphi)$ ：

$$R(\lambda, \varphi) = R_x(\varphi) \cdot R_z(\lambda) \quad (6)$$

$R_x(\varphi)$ 表示对纬度旋转，其中 φ 表示纬度，绕 X 轴旋转，将向量从赤道面 ($\varphi = 0$) 提升或下降到其纬度位置，其公式如下：

$$R_x(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ 0 & \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$R_z(\lambda)$ 表示对经度旋转，其中 λ 表示经度，调整向量从格林威治子午线 ($\lambda = 0$) 对齐到相应的经度，其公式如下：

$$R_z(\lambda) = \begin{bmatrix} \cos(\lambda) & -\sin(\lambda) & 0 \\ \sin(\lambda) & \cos(\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

将矩阵7和8相乘，得到最终的转换关系矩阵为：

$$R(\lambda, \varphi) = \begin{bmatrix} \cos(\lambda) \cdot \cos(\varphi) & -\sin(\lambda) & -\cos(\lambda) \cdot \sin(\varphi) \\ \sin(\lambda) \cdot \cos(\varphi) & \cos(\lambda) & -\sin(\lambda) \cdot \sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & 0 & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \quad (9)$$

3. 地心坐标系将矩阵 $R(\lambda, \varphi)$ 与 \mathbf{n}_{local} 相乘，最终转换后的法向量 \mathbf{n}_{global} 。

$$\mathbf{n}_{global} = R(\lambda, \varphi) \cdot \mathbf{n}_{local} \quad (10)$$

$$\mathbf{n}_{global} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \sin(\beta) \cos(\gamma) - \cos(\beta) \sin(\varphi) \\ \sin(\gamma) \sin(\beta) \\ \sin(\varphi) \sin(\beta) \cos(\gamma) + \cos(\beta) \cos(\varphi) \end{pmatrix}^T$$

转换坐标系后向量示意图为：

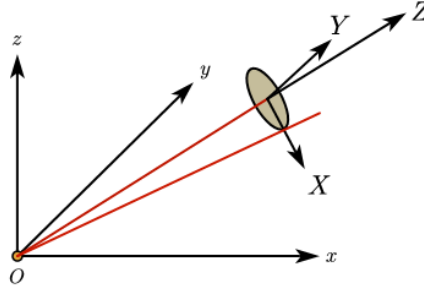


图 4 光伏板法向示意图

5.1.4 大气层直射辐射衰减问题

(1) Beer-Lambert 定律

贝尔-朗伯定律（Beer-Lambert Law）是描述光线在透过吸收性介质时衰减的定律之一。它是光学和光谱学中的基本原理之一，常用于描述溶液中溶质浓度与光强度之间的关系，也适用于气体和固体中的吸收现象。因此针对本题，贝尔-朗伯定律同样适用于太阳直射辐射穿过大气层的衰减情况，其数学表达式如下：

$$I = I_0 e^{-kd} \quad (11)$$

其中 I 是穿过介质后的光强度， I_0 是初始光强度（即进入介质前的光强度）， k 是介质的衰减系数，它衡量了介质对光的吸收能力， d 是光线在介质中的路径长度。

考虑到地球自转影响，太阳高度角 α_s 的不同，会导致穿过大气层的光程不一，因此本文将原公式变换为如下所示：

$$I = I_0 e^{-\frac{k d_0}{\sin(\alpha)}} \quad (12)$$

其中 d_0 是地球表面大气层厚度，即题目中所给的 1000 公里。

(2) 衰减系数

通过研究题目和参考文献，题目中所给出的衰减系数定义为以 $(W/m^2 \cdot km)$ 为单位，这就表明了难以脱离 $I = I_0 - kd$ 形式的简单线性关系（其中 k 为衰减系数）。然而为了贴合实际情况，也经计算发现，在光照的一天中， a 波动变化程度小于 k ，因此本文引用 Beer-Lambert 定律，并将 $k(1/km)$ 作为大气层外太阳辐射光衰减系数。利用附件 sheet1 该城区 2023 年 5 月 23 日的数据记为 $[I_1, I_2, \dots, I_i, \dots, I_{26}]$ ，利用公式 3、5 计算得出衰减系数并取其平均值约为 4.6069×10^{-4} 。

表 1 衰减系数

k_i	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9	k_{10}	k_{11}	k_{12}	k_{13}
	3.14	5.22	5.69	5.69	5.54	4.95	4.68	4.60	4.52	4.39	4.53	4.58	4.63
k_i	k_{14}	k_{15}	k_{16}	k_{17}	k_{18}	k_{19}	k_{20}	k_{21}	k_{22}	k_{23}	k_{24}	k_{25}	k_{26}
	4.60	4.44	4.54	4.46	4.58	4.73	4.79	4.81	4.93	4.89	4.81	5.16	4.13

¹ 注：数据为科学计数法， $\times 10^{-4}$

5.1.5 最大太阳直射辐射强度

根据太阳和地球的相对位置，得出太阳辐射向量：

$$S = \begin{pmatrix} \cos(\delta) \sin(\omega t) \\ \cos(\delta) \cos(\omega t) \\ \sin(\delta) \end{pmatrix}^T$$

其中 δ 为赤纬角， ω 表示地球自转速度， t 为时间。太阳辐射向量示意图如下：

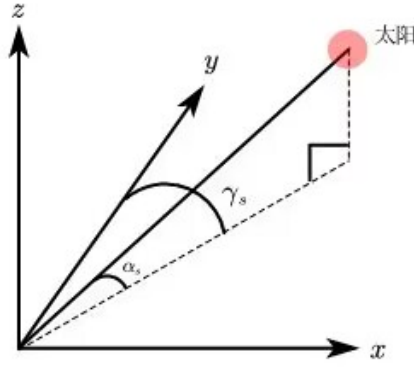


图 5 太阳直射辐射向量示意图

太阳辐射方位角 γ_s 和地心坐标系变化后的光伏板法向量 \mathbf{n}_{global} 二者的夹角余弦值为:

$$\cos(\theta) = \frac{\mathbf{n}_{global} \cdot \mathbf{S}}{|\mathbf{n}_{global}| \cdot |\mathbf{S}|} \quad (13)$$

最终得到的太阳辐射总能量 I_{final} 为:

$$I_{final} = I \cos(\theta) \quad (14)$$

在不同方位角、水平倾斜角和不同日期下，其最大太阳直射辐射强度如下图所示:

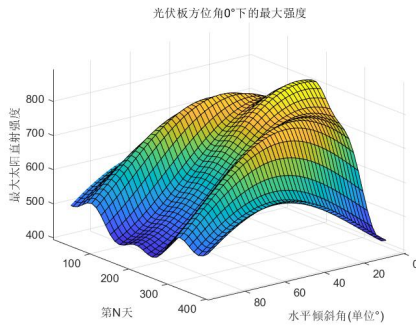


图 6 光伏板 0° 下的最大强度

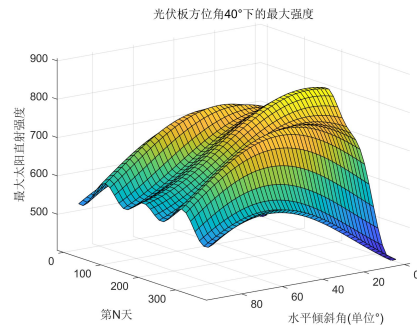


图 7 光伏板 40° 下的最大强度

利用 matlab 计算，发现在光伏板方位角固定为 0°（朝正南）下，倾斜角不同时，每个月 15 日光伏板受到的太阳直射强度与 $\sin(\omega t)$ 的值成正比，因此取 $\sin(\omega t) = 1$ 的时（即直射点在当地经度线上时），太阳直射强度最大，其结果如下表所示:

表 2 不同水平倾角下每月 15 日直射辐射最大强度

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
20°	763.23	759.97	731.76	751.59	757.16	738.68	716.26	729.32	763.63	758.88	720.24	730.17
40°	780.33	776.99	748.15	768.43	774.12	755.23	732.31	745.66	780.74	775.89	736.38	746.53
60°	759.32	756.07	728.01	747.74	753.28	734.89	712.59	725.58	759.72	754.99	716.55	726.43

5.1.6 第 N 天太阳直射辐射总能量

(1) 辛普森数值积分

辛普森积分法 (Simpson' s rule)，用于估计函数在给定区间上的定积分，该方法利用二次函数来逼近被积函数，从而得到更准确的积分估计。其中 n 表示划分区间的个数， h 表示每个小区间的长度。

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}[f(x_0) + f(x_n) + 4 \sum_{i=1}^{0.5n} f(x_{2i-1}) + 2 \sum_{i=1}^{0.5n} f(x_{2i})] \quad (15)$$

(2) 日照时间

日照时间指的是第 N 天日出 $Sunrise_i$ 和日落 $Sunset_i$ 之间间隔的小时数。其计算公式如下：

$$\begin{aligned} Sunrise_i &= 12 - \frac{12}{\pi} \arccos(-\tan(\varphi_i) \tan(\delta_i)) \\ Sunset_i &= 12 + \frac{12}{\pi} \arccos(-\tan(\varphi_i) \tan(\delta_i)) \end{aligned} \quad (16)$$

(3) 直射辐射总能量

将第 N 天的日照时间 $[Sunrise_i, Sunset_i]$ ，划分为 n 个等长的区间，每个区间时长 $h = (Sunset_i - Sunrise_i)/n$ 。根据太阳直射强度函数，求解出第 N 天 $t_j = t_0 + hj$ 下的太阳直射强度，采用 Simpson 方法，并选取直射强度大于零的点，进行积分，得到 2025 年 1 至 12 月份 15 日太阳直射辐射在不同倾角下辐射总能量如下所示：

表 3 不同水平倾角每月 15 日直射辐射总能量

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
20°	6028.45	6002.65	5779.85	5936.50	5980.49	5834.49	5657.45	5760.59	6031.61	5994.09	5688.87	5767.30
40°	6119.00	6092.81	5866.66	6025.66	6070.31	5922.12	5742.43	5847.12	6122.21	6084.12	5774.32	5853.93
60°	6007.70	5981.98	5759.95	5916.06	5959.90	5814.40	5637.98	5740.76	6010.85	5973.45	5669.29	5747.45

5.2 问题二模型的建立及求解

5.2.1 粒子群算法原理

粒子群算法作为一种启发式算法，以鸟类群体行为作为基本思想，它的核心思想是利用群体中个体对信息的共享使整个群体在求解空间中由无序转变为有序，得到可行解。其流程图如下：

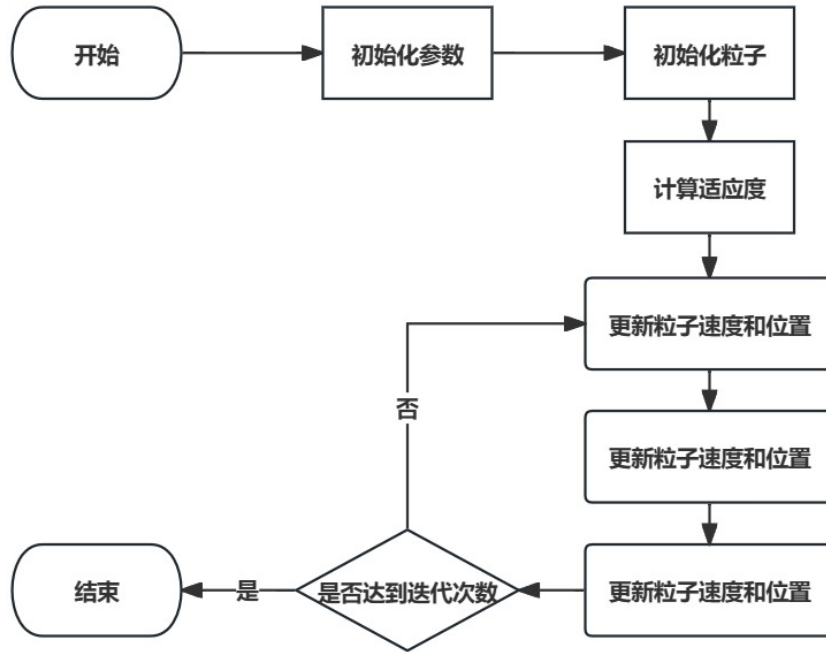


图 8 基本粒子群算法流程图

以鸟群觅食为例，我们可以根据每一只鸟的运动路径来得出粒子群的核心公式：

$$\begin{aligned} v_i^d &= wv_i^{d-1} + c_1r_1(pbest_i^d - x_i^d) + c_2r_2(gbest_i^d - x_i^d) \\ x_i^{d+1} &= x_i^d + v_i^d \end{aligned} \quad (17)$$

其中 r_1, r_2 是 $[0,1]$ 上的随机数.

随着粒子的迭代，所有粒子的整体分布会趋向一个最优值，因此得到最优解，但有可能存在局部最优解的情况。

5.2.2 自适应邻域模式 PSO 模型

随着对粒子群算法的深入研究，我们可以对粒子群算法中的惯性因子、学习因子等参数进行改进，从而实现算法的优化。自适应邻域模式便是优化 PSO 模型中的一种。

1. 邻域模式与全局模式

邻域模式是指粒子群在搜索过程中只将其周围一定范围内的粒子视为邻域粒子，这种模式可以使粒子群分成众多不同子群体，有利于多个区域的搜索，避免算法得到局部最优解。

全局模式是指粒子群搜索过程中将所有其他粒子视为邻域粒子，可视为邻域模式的极端情况，属于全局模式，容易获得局部最优解。

基于以上两种粒子搜索模式，在搜索初期使用邻域模式，搜索后期使用全局模式更有利于我们得到总体的最优解。

2. 自适应调整参数

自适应调整参数的调整顺从以下规律：如果适应度开始停滞，粒子群搜索会从邻域模式向全局模式转换；一旦适应度开始下降，则又恢复到邻域模式，以免陷入局部最优。当适应度的停滞次数足够大时，惯性系数开始逐渐减小，从而利于局部搜索，得到总体的最优解。

3. 更新粒子速度位置

其基本步骤如下所述：

Step1: 随机生成粒子 i 邻域，邻域内包含含 i 在内的 Q 个粒子，找到位置最佳的粒子，记录其位置为 $lbest$ ；

Step2: 更新粒子 i 的速度，公式如下：

$$v_i^d = wv_i^{d-1} + c_1u_1(pbest_i^d - x_i^d) + c_2u_2(lbest_i^d - x_i^d)$$

其中 u_1 、 u_2 为 $[0,1]$ 上的随机数。

此时群体信息交流使用的信息是邻域内最优位置，而不是整个粒子群；

Step3: 更新粒子 i 的位置，同基本粒子群算法；

Step4: 修正位置和速度：如果粒子 i 的位置超过了约束，就将其位置修改到边界处；另外如果这个粒子的位置在边界处，我们还需要查看其速度是否超过了最大速度，如果超过的话将这个速度变为 0。

Step5: (5) 计算粒子 i 的适应度，如果小于其历史最佳的适应度，就更新粒子 i 的历史最佳位置为现在的位置；另外还需要判断粒子 i 的适应度是否要小于所有粒子迄今为止找到的最小适应度，如果小的话需要更新所有的粒子的最佳位置为粒子 i 的位置。

4. 问题二目标函数建立

在第一问的数值积分求解得到一年中每天单位面积的总直射辐射能量 I_i^{day} ，从而可以获得年总直射辐射能量：

$$I_{total}^{year} = \sum_{i=1}^{365} I_i^{day} \quad (18)$$

将所得到的结果与 365 相除，便可得到日均总辐射能量。

5.2.3 MatLab 模型求解

为了使光伏板受到的太阳直射辐射日均总能量最大，本文将水平倾角 β 和方位角 γ 视为变量，利用 MatLab 自带的粒子群函数 `particleswarm` 进行最优解搜索。

预设参数

- 粒子个数：30
- 个体学习因子/社会学习因子：1.49
- 惯性权重：默认范围，在迭代过程中采取自适应措施不断调整
- 迭代次数：200
- 邻域内粒子的比例：0.25
- 其余参数均采用默认值。

由于粒子群算法具有偶然性，多次运行代码，得到的结果经过四舍五入后发现稳定在同一结果，因此得到最优解 (保留两位小数) 为：

$$\begin{cases} \beta_{best} &= 26.57^\circ \\ \gamma_{best} &= 0.00^\circ \\ I_{average} &= 5893.52W \cdot h \end{cases}$$

5.3 问题三模型的建立及求解

5.3.1 储电效率变量处理

第三题需要综合考虑路灯蓄电池的储电效率和储电量两个目标，而储电量与储电效率存在明显的正相关性，如果将两者设立为并列变量分析不符合客观事实。因此，我们在主要考虑储电效率的前提下，设计光伏板固定安装的最优朝向，使储电效率尽可能高，从而使储电量尽可能大。

通过查阅资料，发现光伏电池的输出功率随着光照强度的增加而逐渐增加，且呈现线性增长趋势。当光强增加到 $600W/m^2$ 左右时，光电转化效率趋于饱和，几乎不变。当光照强度过低时，输出功率几乎为 0。而单晶硅或多晶硅材料的光电转换效率普遍在 12% 17% 之间，所以综合数据情况和题目要求要求提出以下假设：

- 假设光伏板理想储电效率上限在 20%。
- 假设上午太阳直射强度效率上限在 $550W/m^2$ ，下午效率上限在 $500W/m^2$ 。上午太阳直射强度起点为 $150W/m^2$ ，下午效率起点在 $100W/m^2$ 。低于起点辐射强度，未能被光伏板转化利用。

- 假设大于起点强度，效率呈线性变化。（eg. 早上太阳直射辐射强度为 $450W/m^2$ ，转换效率 $\eta = 20\% \cdot (450/550) = 16.36\%$
- 假设储电量为太阳能光伏板接受到的太阳直射辐射量乘以储电效率。

在问题一和问题二中，可以得到太阳能光伏板接受到的太阳直射辐射强度，且该变量与光伏板水平倾角和方位角有关，由不同时刻的瞬时直射辐射强度对时间 t 积分得到。而储电效率与不同时间段的太阳辐射强度相关。我们修改问题二中的目标函数，随后对时间 t 积分，运行粒子群优化算法，最终获得在考虑储电效率和储电量两个目标基础上的最优方位角和水平倾角解。

5.3.2 模型求解

利用 MATLAB 粒子群算法，在考虑储电效率的前提下对储电量进行优化。太阳直射辐射强度模型为问题一与问题二中综合考虑大气衰减、水平倾角方位角和太阳辐射角度的模型，利用每一个时刻的太阳高度角、方位角、赤纬角等相关因素，得到关于时间 t 、水平倾角和方位角的函数。储电效率为该时刻在规定函数上所对应的值，也是一个关于时间的函数。

$$C = \sum I \cdot \eta \quad (19)$$

储电量为一天中乃至一年中只要有太阳照射就会产生的电量的总和，它是关于水平倾角和方位角的函数，使用粒子群优化算法求解这两个变量的最优解：

$$\begin{cases} \beta_{best} & = 28.26^\circ \\ \gamma_{best} & = 0.01^\circ \\ Time_{average} & = 9.93h \end{cases}$$

最终我们得到，当水平倾角为 28.26° ，方位角为 0.01° 时，可以使问题最优化，综合考量了储电效率和储电量，此时的年储电量总量 C 为 $399479.99W \cdot h$ ，当然这是假定在全年晴天的情况下。对应的太阳直射辐射日均总能量为 $5837.64W \cdot h$ ，太阳直射辐射时长（直射辐射强度上午大于 $150 W/m^2$ 、下午大于 $100 W/m^2$ ）平均为 **9.93h**。

六、灵敏度分析

对问题三中的储电量进行灵敏度分析，将水平倾角和方位角作为变量，绘制灵敏度热力图分析其灵敏度。

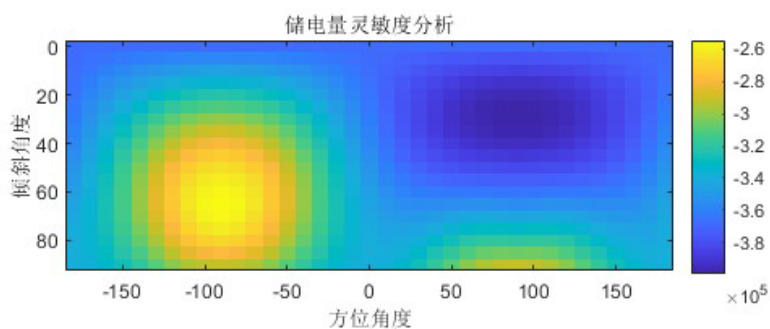


图 9 灵敏度分析热力图

从图中可以看出角度对于储电量十分敏感，这符合物理规律：当偏转角位于很差的状态时，储电量的效果也不会很好；当水平倾角和方位角稍稍改变时，储电量结果也会产生较大变化，这说明模型具有物理意义。

七、模型的评价

7.1 模型的优点

1. 使用严格数学推导，将太阳辐射方向和光伏板朝向视为向量，再利用了向量之间的点乘计算出向量之间的夹角计算偏差。
2. 考虑了大气导致太阳辐射衰退，考虑了由于不同太阳高度角导致的穿过的大气厚度不同，具有现实物理意义。
3. 利用了粒子群算法，能有效找到最优解。

7.2 模型的缺点

1. 未考虑地球自转的地球倾角以及海拔因素的影响。
2. 粒子群算法具有一定的偶然性。

八、模型的推广

可以将此模型用于计算各类太阳能板的吸收效率且调整方位角度，其中运用的坐标系转化能有效求出天体间向量之间的角度关系，粒子群算法能有效解决调整方位角度问题，解决路径规划等最优化问题，具有推广意义。

参考文献

- [1] 韩斐, 潘玉良, 苏忠贤. 固定式太阳能光伏板最佳倾角设计方法研究 [J]. 工程设计学报, 2009, 16(05): 348-353.
- [2] 张海龙, 刘高焕, 姚玲, 等. 复杂地形任意天气情形下太阳直接辐射量模拟 [J]. 中国沙漠, 2010, 30(06): 1469-1476.
- [3] 孙倩. Simpson 校正公式误差的精确表示 [J]. 大学数学, 2018, 34(01): 48-50.
- [4] Pedersen, M. E. "Good Parameters for Particle Swarm Optimization." Luxembourg: Hvass Laboratories, 2010.
- [5] 於平. 光照强度变化环境下太阳能电池特性研究 [J]. 佳木斯大学学报 (自然科学版), 2022, 40(03): 146-148+154.
- [6] 潘浩丹, 徐第开, 樊帆, 等. 耦合温度衰减效应的月球光伏板倾角优化设计 [J]. 东南大学学报 (自然科学版), 2022, 52(05): 972-980.

附录 A 最大直射辐射强度和 15 日总辐射能量

```
phi = 30.5833; % 纬度, 单位度
x = 1000; % 大气厚度, 单位km
k = 0.0005; % 大气衰减系数
deg2rad = pi/180; % 度到弧度的转换因子
omega_deg = [20,40,60]; % 倾角, 单位度
r=0*deg2rad;
Sunrise = 12 - 1/15*acosd(-tand(phi) * tan(gamma));
Sunset = 12 + 1/15*acosd(-tand(phi) * tan(gamma));
t = Sunrise-6:0.1:Sunset-6;
w1 = (t - 6) * pi / 12;
% 赤纬角 gamma 计算, 假设是3月21日(春分点), d=0
d = 0;
gamma = asin(sin(2*pi*d/365) * sin(23.45 * deg2rad)); % 太阳赤纬角

% I0 计算, 假设n为天数从1月1日开始)
n = 15;
I0 = 1353 + 1353 * 0.033 * cos(360 * (n - 2) / 365);

for omega = omega_deg
    beta = (90-omega) * deg2rad; % beta 角计算
    alpha = asin(cos(phi*deg2rad)*cos(gamma)*cos(w1) + sin(phi*deg2rad)*sin(gamma));
    I1 = I0 * exp(-k * x ./ sin(alpha));
    w2 = (2 * pi / 360) * 15; % 每小时15度的角速度
    theta = (cos(gamma) * sin(w2*t) .* cos(phi*deg2rad) * cos(beta)*cos(r)- cos(gamma) * sin(w2*t)
        .* sin(phi*deg2rad) + cos(gamma) * cos(w2*t) * sin(beta)*sin(r) + sin(gamma) *
        sin(phi*deg2rad) * sin(beta) *cos(r)+ sin(gamma) * cos(phi*deg2rad));
    I2 = I1 .* cos(theta);

fprintf(' 倾斜角 %d 度时:\n', omega);
fprintf(' 最大太阳直射强度= %f\n', max(I2));
I_total = trapz(t, I2);
fprintf(' 太阳直射辐射总能量 = %f\n', I_total);
end
```

附录 B 自适应邻域模式 PSO 算法（包含函数）

```
function totalRadiation = calculateFitness(x) %计算最大的太阳辐射值函数
omega = x(1); % 倾斜角度
r = x(2); % 方位角度
phi = 30.5833; % 纬度
I0 = 1353; % 太阳常数
k = 0.0004609; % 大气衰减系数
```

```

x = 1000; % 大气路径长度
deg2rad = pi / 180;
totalRadiation = 0;

for n = 1:365 % 遍历一年中的每一天
if (n-81)<0
n = n+365;
end
gamma = asin(sin(23.45 * deg2rad) * sin(2 * pi * (n - 81) / 365));

Sunrise = 12 - 24/pi*acos(-tand(phi) * tan(gamma));
Sunset = 12 + 24/pi*acos(-tand(phi) * tan(gamma));
t = Sunrise-6:0.01:Sunset-6;

w1 = (t - 6) * pi / 12;
alpha = asin(cos(phi * deg2rad) * cos(gamma) * cos(w1) + sin(phi * deg2rad) * sin(gamma));
effectiveSinAlpha = max(sin(alpha), 0.000000001);
I1 = I0 * exp(-k * x ./ effectiveSinAlpha);

beta = ( omega) * deg2rad;
r_rad = r * deg2rad;
theta = cos(gamma) * sin(pi/180*15*t) * cos(phi * deg2rad) * sin(beta)*cos(r_rad )- ...
cos(gamma) * sin(pi/180*15*t) * cos(beta) * sin(phi * deg2rad) + ...
cos(gamma) * cos(pi/180*15*t) * sin(beta)*sin(r_rad ) + ...
sin(gamma) * sin(phi * deg2rad) * sin(beta) * cos(r_rad) + ...
sin(gamma) * cos(phi * deg2rad) * cos(beta);

I2 = I1 .* cos(theta);
dailyRadiation = trapz(t, I2);
totalRadiation = totalRadiation + dailyRadiation; % 累加一年的辐射总量
end
totalRadiation = -totalRadiation; % 优化问题，求最大值
end

%以下为主函数

% 设定搜索空间的边界
lb = [0, -180]; % 下界
ub = [90, 180]; % 上界

% 粒子群算法参数
options = optimoptions('particleswarm', 'SwarmSize', 30, 'HybridFcn', @fmincon,
    'MaxIterations', 200, 'Display', 'iter');

% 运行粒子群优化
[best_position, best_fitness] = particleswarm(@calculateFitness, 2, lb, ub, options);

```

```
% 显示结果
fprintf('最优倾斜角 Omega: %f 度\n', best_position(1));
fprintf('最优方位角 R: %f 度\n', best_position(2));
fprintf('日均最大总辐射: %f\n', -best_fitness/365);
```

附录 C 粒子群优化算法（包含函数）

```
% 一年内太阳直射辐射总能量
function totalRadiation = calculateFitnessWithEfficiency(x)
omega = x(1); % 倾斜角度
r = x(2); % 方位角度
phi = 30.5833; % 纬度
IO = 1353; % 太阳常数
k = 0.0004609; % 大气衰减系数
x_atm = 1000; % 大气路径长度
deg2rad = pi / 180;
totalRadiation = 0;

for n = 1:365 % 遍历一年中的每一天
gamma = asin(sin(23.45 * deg2rad) * sin(2 * pi * (n - 81) / 365));

Sunrise = 12 - 1/15*acosd(-tand(phi) * tan(gamma));
Sunset = 12 + 1/15*acosd(-tand(phi) * tan(gamma));
t = Sunrise-6:0.1:Sunset-6;

w1 = (t - 6) * pi / 12; % 太阳时角计算
alpha = asin(cos(phi * deg2rad) * cos(gamma) * cos(w1) + sin(phi * deg2rad) * sin(gamma));
effectiveSinAlpha = max(sin(alpha), 0.000000001); % 避免除以零
I1 = IO * exp(-k * x_atm ./ effectiveSinAlpha); % 大气衰减后的太阳直射辐射

beta = omega * deg2rad;
r_rad = r * deg2rad;
theta = (cos(gamma) * sin(pi/180*15*t) * cos(phi * deg2rad) * sin(beta)*sin(r_rad) - ...
cos(gamma) * sin(pi/180*15*t) * cos(beta) * sin(phi * deg2rad) + ...
cos(gamma) * cos(pi/180*15*t) * sin(beta)*cos(r_rad) + ...
sin(gamma) * sin(phi * deg2rad) * sin(beta) * sin(r_rad) + ...
sin(gamma) * cos(phi * deg2rad) * cos(beta));

% 计算转化效率
efficiency = zeros(size(t));
intensity = I1 .* cos(theta); % 计算实际接受的辐射强度

% 上午和下午的效率处理
morning_indices = t < 12;
afternoon_indices = ~morning_indices;
```

```

% 上午效率处理
efficiency(morning_indices) = computeEfficiency(intensity(morning_indices), 150, 550);
% 下午效率处理
efficiency(afternoon_indices) = computeEfficiency(intensity(afternoon_indices), 100, 500);

% 应用效率调整
I2 = intensity .* efficiency;

dailyRadiation = trapz(t, I2);

totalRadiation = totalRadiation + dailyRadiation; % 累加一年的辐射总量
end
totalRadiation = -totalRadiation; % 优化问题，求最大值
end

% 效率变化模型

function eff = computeEfficiency(intensity, min_intensity, max_intensity)
eff = zeros(size(intensity));
eff(intensity >= max_intensity) = 0.20; % 最大效率为20%
eff(intensity < max_intensity & intensity >= min_intensity) = 0.05 + (intensity(intensity <
    max_intensity & intensity >= min_intensity) - min_intensity) * (0.15 / (max_intensity -
    min_intensity));
eff(intensity < min_intensity) = max(0, intensity(intensity < min_intensity) / min_intensity *
    0.05); % 最小效率线性递减至0
end

% 第三问主函数main1
% 设定搜索空间的边界
lb = [0, -180]; % 下界
ub = [90, 180]; % 上界

% 粒子群算法参数
options = optimoptions('particleswarm', 'SwarmSize', 30, 'HybridFcn', @fmincon,
    'MaxIterations', 200, 'Display', 'iter');

% 运行粒子群优化
[best_position, best_fitness] = particleswarm(@calculateFitnessWithEfficiency, 2, lb, ub,
    options);

% 显示结果
fprintf('最优倾斜角 Omega: %f 度\n', best_position(1));
fprintf('最优方位角 R: %f 度\n', abs(best_position(2)-90));
fprintf('最大总辐射: %f\n', -best_fitness);

% 第三问主函数main2, 计算最优解时（上午大于 150 W/m2、下午大于 100W/m2）时长

```

```

omega = 28.261975; % 倾斜角度
r = 0.011507; % 方位角度
phi = 30.5833; % 纬度
I0 = 1353; % 太阳常数
k = 0.0004609; % 大气衰减系数
x_atm = 1000; % 大气路径长度
deg2rad = pi / 180;
totalRadiation = 0;
tlong = [];
for n = 1:365
    gamma = asin(sin(23.45 * deg2rad) * sin(2 * pi * (n - 81) / 365));
    Sunrise = 12 - 1/15*acosd(-tand(phi) * tan(gamma));
    Sunset = 12 + 1/15*acosd(-tand(phi) * tan(gamma));
    t = Sunrise-6:0.1:Sunset-6;

    w1 = (t - 6) * pi / 12; % 太阳时角计算
    alpha = asin(cos(phi * deg2rad) * cos(gamma) .* cos(w1) + sin(phi * deg2rad) * sin(gamma));

    effectiveSinAlpha = max(sin(alpha), 0.000000001); % 避免除以零
    I1 = I0 * exp(-k * x_atm ./ effectiveSinAlpha); % 大气衰减后的太阳直射辐射

    beta = omega * deg2rad;
    r_rad = r * deg2rad;
    theta = (cos(gamma) * sin(pi/180*15*t) * cos(phi * deg2rad) * sin(beta)*sin(r_rad) - ...
        cos(gamma) * sin(pi/180*15*t) * cos(beta) * sin(phi * deg2rad) + ...
        cos(gamma) * cos(pi/180*15*t) * sin(beta)*cos(r_rad) + ...
        sin(gamma) * sin(phi * deg2rad) * sin(beta) * sin(r_rad) + ...
        sin(gamma) * cos(phi * deg2rad) * cos(beta));
    intensity = I1 .* cos(theta); % 计算实际接受的辐射强度

    for j = 1 : length(intensity)
        if intensity(j)>100
            flagend = j ;
        end
    end

    for j2 = length(intensity):-1:1
        if intensity(j2)>150
            flagstart = j2;
        end
    end

    tstart = t(flagstart);
    tend = t(flagend);
    tlong1 = tend - tstart;
    tlong = vertcat(tlong,tlong1);
end
tlongfinal = mean(tlong);

```


附录 D 灵敏度分析热力图代码

```
% 参数范围
omega_range = 0:5:90; % 倾斜角度范围
r_range = -180:10:180; % 方位角度范围

% 初始化存储结果的矩阵
totalRadiation_results = zeros(length(omega_range), length(r_range));

% 遍历参数范围
for i = 1:length(omega_range)
    for j = 1:length(r_range)
        % 设置当前参数组合
        current_params = [omega_range(i), r_range(j)];

        % 计算目标函数值
        [totalRadiation] = calculateFitnessWithEfficiency(current_params);

        % 存储结果
        totalRadiation_results(i, j) = totalRadiation;
    end
end

% 可视化结果
figure;
subplot(2, 1, 1);
imagesc(r_range, omega_range, totalRadiation_results);
colorbar;
xlabel('方位角度');
ylabel('倾斜角度');
title('储电量灵敏度分析');
```

附录 E 最大直射辐射强度三维图

```
% 不同倾斜角、方位角和不同日期下的光伏板接受最大太阳直射强度
x=90*pi/180;
% 纬度
lat = 30.5833;
lat2 = lat*pi/180;
```

```

[th,N]=meshgrid(0:2:90,0:12:365);
% 水平倾斜角
th2=th*pi/180;
% 水平倾斜角
b=th;
b2=b*pi/180;
% 方位角
r=0;
r2=r*pi/180;
% 赤纬角
g2 = chiweijiao(N);

a = sin(g2)*sin(lat2)+ cos(g2)*cos(lat2);

I0 = (1+0.033*cos(360*(N-2)/365))*1353;
I1 = I0 .* (exp(-0.00046069*1000./sin(a)));

y = cos(g2)*sin(x).*(cos(lat2)*sin(b2)*cos(r2)-cos(b2)*sin(lat2))...
+cos(g2)*cos(x)*sin(r2).*sin(b2)...
+sin(g2).*(sin(lat2)*sin(b2)*cos(r2)+cos(b2).*cos(lat2));

I2 = I1 .* cos(y);
I2(I2 < 0) = 0;
surf(th,N,I2);

xlabel('水平倾斜角(单位°)');
ylabel('第N天');
zlabel('最大太阳直射强度');
title("光伏板方位角0°下的最大强度")

```

附录 F 文件列表












 2023A题附录	2024-04-21 18:50	WPS PDF 文档	863 KB
 calculateFitness	2024-04-21 16:21	M 文件	2 KB
 calculateFitnessWithEfficiency	2024-04-21 16:49	M 文件	3 KB
 computeEfficiency	2024-04-21 16:51	M 文件	1 KB
 draw1	2024-04-21 18:51	M 文件	1 KB
 lingmingdu	2024-04-21 16:45	M 文件	1 KB
 main1	2024-04-21 17:52	M 文件	2 KB
 main2	2024-04-21 16:21	M 文件	1 KB
 第三问代码	2024-04-21 18:14	360压缩 ZIP 文件	3 KB
 灵敏度热力图	2024-04-21 16:45	MATLAB Figure	58 KB
 灵敏度热力图	2024-04-21 16:46	JPG 图片文件	23 KB

图 10 代码列表

名称	压缩前	压缩后	类型	修改日期
.. (上级目录)			文件夹	
cumcmthesis.cls	21.9 KB	7.5 KB	CLS 文件	2018-09-14 08:48
example.aux	7.8 KB	1.6 KB	AUX 文件	2024-04-21 19:09
example.log	63.1 KB	10.8 KB	文本文档	2024-04-21 19:09
example.out	5.0 KB	1 KB	OUT 文件	2024-04-21 19:09
example.pdf	806.9 KB	754.8 KB	WPS PDF 文档	2024-04-21 19:09
example.synctex.gz	184.3 KB	171.7 KB	360压缩	2024-04-21 19:09
example.tex	44.6 KB	15.2 KB	TEX 文件	2024-04-21 19:07
example.toc	3.3 KB	1 KB	TOC 文件	2024-04-21 19:09

图 11 LaTeX 文件列表

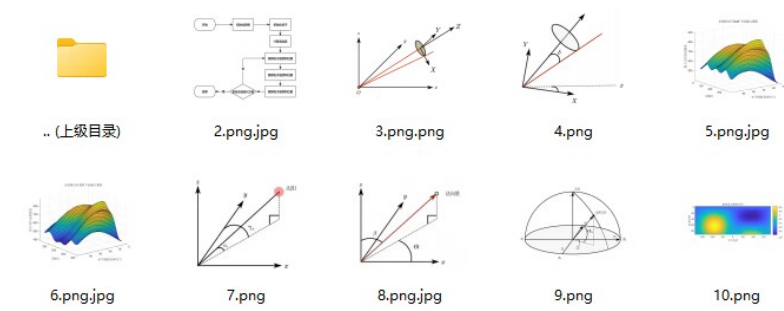


图 12 图片列表