

# 太阳能路灯光伏板的朝向设计问题解答

## 摘要

随着能源问题和环境保护的关注度日益升高，太阳能作为一种可再生能源，越来越多地被用于电力生产和日常用电。光伏板作为太阳能路灯的重要组成部分，其效率直接影响到太阳能路灯的性能，而光伏板的安装朝向和倾角则是影响其接收太阳辐射能量的关键因素。本文针对太阳能光伏板设计中安装朝向和角度的问题，将光伏板受到太阳直射辐射强度、太阳直射辐射时长和太阳直射辐射日均总能量等为目标，建立了太阳辐射强度模型，并使用粒子群算法和多目标粒子群优化算法对模型进行求解。

针对问题一，首先利用公式计算出 2025 年每月 15 日的太阳位置相关物理量，包括在北京时间上午六点到晚上七点的时角、太阳的高度角和方位角。根据大气层的衰减关系，结合附件一所给出的地面太阳辐射量，计算不同时刻的大气透过系数，从而计算太阳辐射到达地面时的强度。基于太阳位置和光伏板的特定倾角，计算太阳光与光伏板法线的夹角，进而使用余弦定律来确定光伏板实际接收到的直射辐射量。最后应用太阳直射辐射强度的公式，结合光伏板倾角，计算每个倾角条件下的最大直射强度和太阳直射辐射的总能量。

针对问题二，建立目标函数计算仰角和方位角，分别利用粒子群算法进行寻优，计算不同朝向下的太阳直射辐射总能量，以寻找能够使日均总能量最大化的朝向。分别对不同月份太阳直射辐射日均总能量和年度太阳直射辐射日均总能量进行计算。综合两种方法得到结果基本一致，该城区固定安装太阳能光伏板的朝向为水平仰角为 32 度，方位角为-5 度时，可使光伏板太阳直射辐射日均总能量最大。

针对问题三，设置两个优化目标，即太阳直射辐射总能量的最大化和光伏板在特定光照强度条件下时长最大化。为了确定路灯蓄电池的储电效率高效区间，通过箱型图统计分析以确定太阳辐射强度最高阈值。将太阳直射辐射总能量和满足特定阈值的时长作为优化目标，寻找最优解。先使用遍历法，再采用多目标粒子群优化算法来同时达成两个目标，寻找最佳的光伏板朝向和倾角为水平仰角为 4.5 度，方位角为 22 度。

最后，我们对提出的模型进行全面的评价：本文的模型贴合实际，能合理解决提出的问题，具有实用性强，算法效率高等特点。

**关键词：**太阳辐射强度；太阳辐射量；光伏板朝向；粒子群算法；多目标优化

---

## 目录

一、 问题重述 .....	1
1.1 问题背景 .....	1
1.2 问题提出 .....	1
二、 问题分析 .....	1
三、 模型假设与符号说明 .....	1
3.1 模型基本假设 .....	1
3.2 符号说明 .....	1
四、 模型建立与求解 .....	2
4.1 问题一模型建立与求解 .....	2
4.1.1 问题一求解思路 .....	2
4.1.2 问题一模型建立 .....	2
4.1.3 问题一模型求解与分析 .....	4
4.2 问题二模型建立与求解 .....	7
4.2.1 问题二求解思路 .....	7
4.2.2 问题二模型建立 .....	8
4.2.3 问题二模型求解与分析 .....	10
4.3 问题三模型建立与求解 .....	12
4.3.1 问题三求解思路 .....	12
4.3.2 问题三模型建立 .....	13
4.3.3 问题三模型求解与分析 .....	15
五、 模型评价与推广 .....	17
5.1 模型的优点 .....	17
5.2 模型的不足 .....	17
5.3 模型的推广 .....	17
参考文献 .....	18

## 一、问题重述

### 1.1 问题背景

随着能源问题和环境保护的关注度日益升高，太阳能作为一种可再生能源，越来越地被用于电力生产和日常用电。特别是在城市照明系统中，太阳能路灯因其独立的能源供给和环保特性而备受青睐。太阳能路灯主要由太阳能电池板、LED 灯头、控制箱以及支架等组成。光伏板的效率直接影响到太阳能路灯的性能，而光伏板的安装朝向和倾角则是影响其接收太阳辐射能量的关键因素。电池的安装可以灵活进行。太阳能光伏板工作时不容易发生故障，有较强的稳定性和可靠性。对太阳能光伏板的维护也比较方便，降低了维护成本的时间。

### 1.2 问题提出

问题一：需要计算 2025 年每月 15 日，在晴天条件下，光伏板朝向正南方且水平倾角分别为  $20^\circ$ 、 $40^\circ$ 、 $60^\circ$  时，其受到的最大太阳直射强度和太阳直射辐射总能量。

问题二：需要设计固定安装的光伏板的最优朝向，使其在晴天条件下受到的太阳直射辐射日均总能量最大。

问题三：考虑到光伏板在太阳直射强度过低或过高时效率受限，设计最优朝向时需要使光伏板在光照强度适中的条件下(上午大于  $150\text{W/m}^2$ 、下午大于  $100\text{W/m}^2$ )运行时间最长，以优化储电效率。

## 二、问题分析

对于问题一，计算出太阳直射强度和太阳直射辐射强度总量。利用已知的赤纬角、时角公式计算出 2025 年每月 15 日的太阳位置，包括太阳的高度角和方位角。根据大气层的衰减关系，计算太阳辐射到达地表平面时的强度。基于太阳位置和光伏板的特定倾角( $20^\circ$ 、 $40^\circ$ 、 $60^\circ$ )，计算太阳光与光伏板法线的夹角，进而使用余弦定律来确定光伏板实际接收到的直射辐射量。最后应用太阳直射辐射强度的公式，结合光伏板倾角，计算每个倾角条件下的最大直射强度和太阳直射辐射的总能量。

对于问题二，设计最优朝向，让接收到的太阳能辐射量最多。首先通过改变光伏板的方位角和倾角，使用离散的角度间隔进行系统遍历，计算不同朝向下的太阳直射辐射总能量，以寻找能够使日均总能量最大化的朝向。之后，发现其计算量较大，因此我们另外使用粒子群算法来寻找在给定条件下日均总能量最大的最优朝向。分别对不同月份太阳直射辐射日均总能量和年度太阳直射辐射日均总能量( $n=12$  和  $n=356$ )进行计算。

对于问题三：在不同的太阳直射强度下会影响电能的转换效率，导致储存的电量会不同。设置两个优化目标，即太阳直射辐射总能量的最大化和光伏板在特定光照强度条件下(上午 $>150\text{W/m}^2$ 、下午 $>100\text{W/m}^2$ )运行时间的最大化。将太阳直射辐射总能量和满足特定阈值的时间长度作为优化目标，寻找最优解。先使用遍历法，再采用多目标粒子群优化算法来同时达成两个目标，寻找最佳的光伏板朝向和倾角配置。

## 三、模型假设与符号说明

### 3.1 模型基本假设

- (1) 光伏板的光吸收只考虑直射太阳光，不考虑环境光和反射光。
- (2) 大气衰减系数为常数，日照条件为晴天，且无遮挡。
- (3) 光伏板效率恒定，不随温度或其他条件变化。

### 3.2 符号说明

本文所使用的符号及其含义和单位见表 1。

表1 符号说明

符号	含义	单位
$\alpha$	太阳高度角	度
$\beta$	光伏板的水平仰角	度
$\gamma$	光伏板的方位角	度
$\omega$	时角	度
$\delta$	赤纬角	度
$\varphi$	纬度	度
$\theta$	太阳直射光线与该表面法线间的夹角	度
$A$	太阳方位角	度
$I_0$	大气层外太阳辐射强度	$\text{W/m}^2$
$I_D$	到达地面太阳辐射强度	$\text{W/m}^2$
$I_B$	到达斜面太阳辐射强度	$\text{W/m}^2$
$t_s$	太阳时	小时
$n$	天数	天
$E$	太阳直射辐射总能量	J
$H$	太阳直射辐射时间	小时

## 四、模型建立与求解

### 4.1 问题一模型建立与求解

#### 4.1.1 问题一求解思路

问题一假定一块面积为  $1\text{m}^2$  的光伏板，朝向正南方，即方位角为 0 度，在其水平倾角分别为 20 度、40 度、60 度时，求其在 2025 年每月 15 日受到的最大太阳直射强度和太阳直射辐射总能量。根据题目所给出的信息可求出其赤纬角、太阳高度角、太阳时角，根据大气层对太阳能直射辐射的衰减变化量与其辐射强度、所穿过的大气层厚度成正比，在不考虑散射辐射的情况下，可以得出地面太阳直射辐射强度，即可算出与水平面成任意夹角的光伏板斜面所接受的太阳辐射直射强度。通过对不同日期不同时间段下光伏板太阳辐射直射强度进行求和，可以计算出整日的直射辐射总能量。

#### 4.1.2 问题一模型建立

(1)根据题目已有信息及参考文献计算时角( $\omega$ )、赤纬角( $\delta$ )、太阳高度角( $\alpha$ )。

时角是以正午 12 点为 0 度开始算，每小时为 15 度，上午为负下午为正。时角的计算公式为

$$\omega = 15(t_s - 12), \quad (1)$$

其中  $t_s$  为太阳时(单位：小时)。

赤纬角是太阳光线垂直照射地球的位置，计算公式近似为

$$\delta = 23.45 \sin\left(\frac{2\pi(284+n)}{365}\right), \quad (2)$$

其中  $n$  为日期序号，表示在一年中的第  $n$  天。

太阳高度角是太阳平行光与水平面的交角。太阳高度角可以使用下式近似得到：

$$\sin \alpha = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos \omega, \quad (3)$$

其中  $\alpha$  为太阳高度角， $\omega$  为时角， $\delta$  为当时的太阳赤纬， $\varphi$  为当地的纬度( $30.58^\circ$ )。太阳高度角变化在  $0^\circ$  至  $90^\circ$  之间，太阳高度角的大小影响到达地面能量的多少，太阳高度角越大，地面单位面积上获得的太阳辐射量就越多。

## (2) 水平面太阳辐射直射强度计算

假设大气层厚度为  $L$ ，建立如图 1 所示的坐标系。

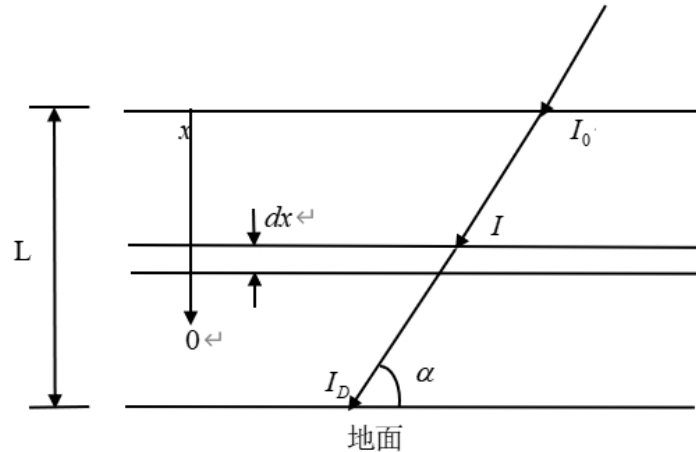


图1 太阳辐射直射强度示意图[1]

$I_0$  表示大气层外表面接受到的太阳辐射强度， $I_D$  表示太阳辐射到达地表平面时的强度。由题目可知，大气层对太阳能直射辐射的衰减变化量与所穿过的大气层厚度成正比并且还与辐射强度自身大小有关。从而对  $dx$  这一微元大气层太阳辐射通过它后的减弱量为

$$dI = -KI \frac{dx}{\sin \alpha} \quad (4)$$

其中  $K$  为大气吸收太阳辐射能力的系数( $m^{-1}$ )； $dx$  为所研究的微元大气层的厚度(m)； $I$  为进入微元大气层的太阳辐射强度 ( $W/m^2$ )； $\alpha$  为太阳高度角(度)。

对(4)式进行改写。可得：

$$\frac{dI}{I} = -K \frac{dx}{\sin \alpha} \quad (5)$$

等式两边积分可得：

$$\int_{I_0}^{I_D} \frac{dI}{I} = -\frac{K}{\sin \alpha} \int_0^L dx \quad (6)$$

即：

$$I_D = I_0 \cdot e^{-KL/\sin \alpha} \quad (7)$$

令

$$P = e^{-KL} \quad (8)$$

$P$  为大气透过系数，其含义是：当  $\alpha = 90^\circ$  时，到达地面的大气辐射强度  $I_D$  与大气层外表面太阳辐射强度  $I_0$  之比。则可以得到，

$$I_D = I_0 \cdot P^{\frac{1}{\sin \alpha}} \quad (9)$$

根据公式(3)计算得到太阳高度角，于是只要知道  $P$  值就可以计算任意时期任意时刻的地面太阳辐射强度。 $P$  值随地点和时间而异，具体数值应通过对附件 1 中所给出的观测时间和地面太阳辐射强度实测值来确定。

### (3)斜面的太阳辐射直射强度计算

在该部分中，我们选取了两种模型对斜面的太阳辐射直射强度进行计算，并且对两种模型下的计算结果进行对比分析。

#### ①模型一：

根据水平面太阳直接辐射强度  $I_D$  即可算出与水平面成任意夹角的斜面所接受的太阳辐射直射强度  $I_B$ ：

$$I_B = I_D \cos \theta \quad (10)$$

其中， $\theta$  为太阳直射光线与该光伏板表面法线间的夹角。

$$\cos \theta = \sin(\alpha + \beta) \quad (11)$$

其中， $\alpha$  为太阳高度角， $\beta$  为光伏板与水平面的夹角，即水平仰角。

#### ②模型二：

参照文献[2]所述，斜面太阳直射强度  $I_B$  与水平面太阳直射强度  $I_D$  之间有如下关系：

$$I_B = I_D \cdot R_B, \quad (12)$$

其中，

$$R_B = \frac{\cos(\varphi - \beta) \cdot \cos \delta \cdot \sin \omega_{st} + \frac{\pi}{180} \omega_{st} \cdot \sin(\varphi - \beta) \cdot \sin \delta}{\cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin \omega_s + \frac{\pi}{180} \omega_s \cdot \sin \varphi \cdot \sin \delta}, \quad (13)$$

式中， $\varphi$  是当地纬度， $\beta$  是水平仰角， $\delta$  是太阳赤纬。 $\omega_s$  为水平面的日落时角， $\omega_{st}$  为倾斜面上日落时角，

$$\omega_s = \cos^{-1}(-\tan \varphi \cdot \tan \delta) \quad (14)$$

$$\omega_{st} = \min\{\omega_s, \cos^{-1}[-\tan(\varphi - \beta) \cdot \tan \delta]\} \quad (15)$$

### (4)太阳直射辐射总能量计算

根据(3)中计算得到不同时间段下的斜面太阳直射强度  $I_B$ ，计算整日的太阳直射辐射总能量  $E$ ：

$$E = \sum I_B \cdot S \cdot \Delta t \quad (16)$$

其中， $S$  是光伏板有效照射面积， $\Delta t$  是时间间隔，这里取 0.5 小时。

## 4.1.3 问题一模型求解与分析

根据上述建立的模型，求解得到该地区所在纬度为 30.58 度，赤纬角为 20.54 度，在北京时间上午六点到晚上七点的时角、高度角、大气透过系数的结果，具体数值如表 2 所示。

表2 不同时间段下时角、太阳高度角及大气透过系数

北京时间	太阳时	时角(度)	太阳高度角(度)	大气透过系数 P
6:00	6.0	-90.0	10.28	0.48
6:30	6.5	-82.5	16.48	0.42
7:00	7.0	-75.0	22.78	0.44
7:30	7.5	-67.5	29.14	0.46
8:00	8.0	-60.0	35.56	0.48
8:30	8.5	-52.5	42.01	0.52
9:00	9.0	-45.0	48.47	0.54
9:30	9.5	-37.5	54.89	0.55
10:00	10.0	-30.0	61.24	0.56
10:30	10.5	-22.5	67.41	0.57
11:00	11.0	-15.0	73.18	0.57
11:30	11.5	-7.5	77.90	0.57
12:00	12.0	0.0	79.96	0.57
12:30	12.5	7.5	77.90	0.57
13:00	13.0	15.0	73.18	0.59
13:30	13.5	22.5	67.41	0.58
14:00	14.0	30.0	61.24	0.59
14:30	14.5	37.5	54.89	0.59
15:00	15.0	45.0	48.47	0.59
15:30	15.5	52.5	42.01	0.59
16:00	16.0	60.0	35.56	0.60
16:30	16.5	67.5	29.14	0.60
17:00	17.0	75.0	22.78	0.61
17:30	17.5	82.5	16.48	0.64
18:00	18.0	90.0	10.28	0.66
18:30	18.5	97.5	4.20	0.78
19:00	19.0	105.0	-1.73	-

从表 2 中的结果可知,时角随着时间由负角逐渐增大,到十二点时时角为 0 度,并且随着时间的向后推移,时角也在不断增大。太阳高度角在上午六点到中午十二点时,太阳高度角不断增大,并在十二点达到最大值,在十二点到晚上七点,太阳高度角逐渐减小。大气透过系数随着时间的推移逐渐变高。

根据所得到的相关角度,对在不同水平倾角  $20^{\circ}$  ,  $40^{\circ}$  ,  $60^{\circ}$  时的情况下,根据所建立的太阳直射强度模型计算得到一月到十二月的太阳辐射强度。为清晰可见其在不同倾角下的太阳辐射强度,用折线图来分别表示,分别见图 2 、图 3 和图 4 。

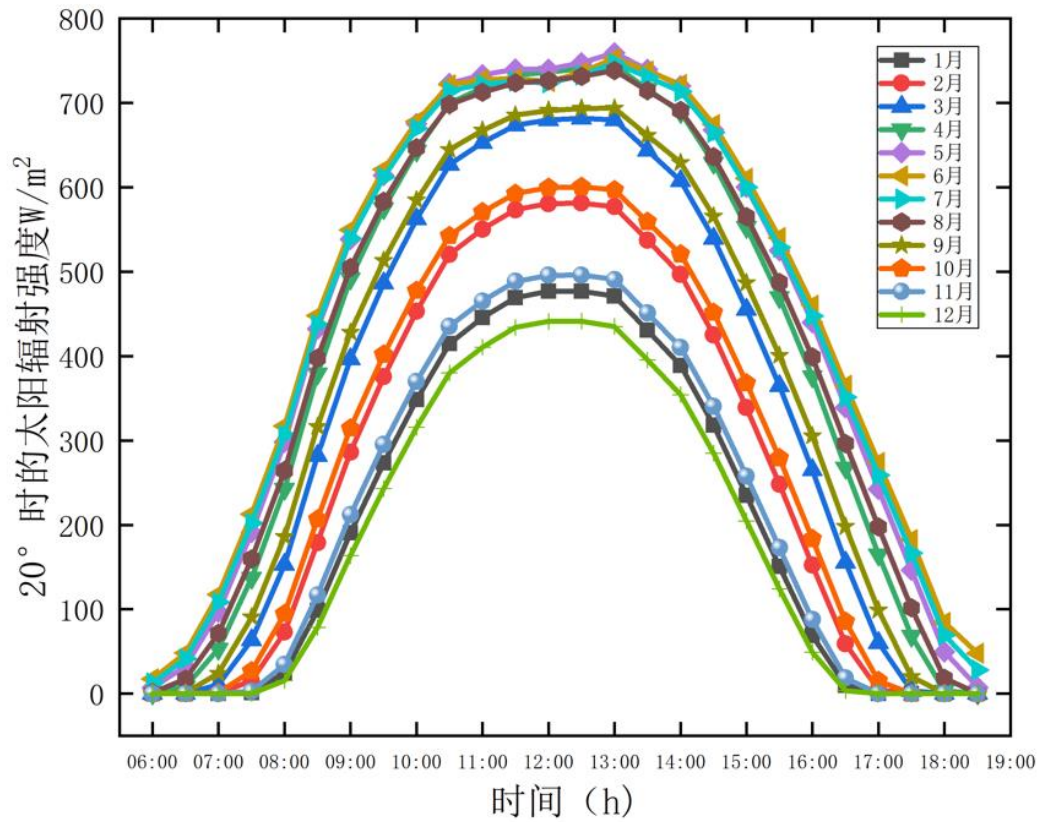


图2 倾角  $20^\circ$ 时斜面太阳直射强度随时间变化

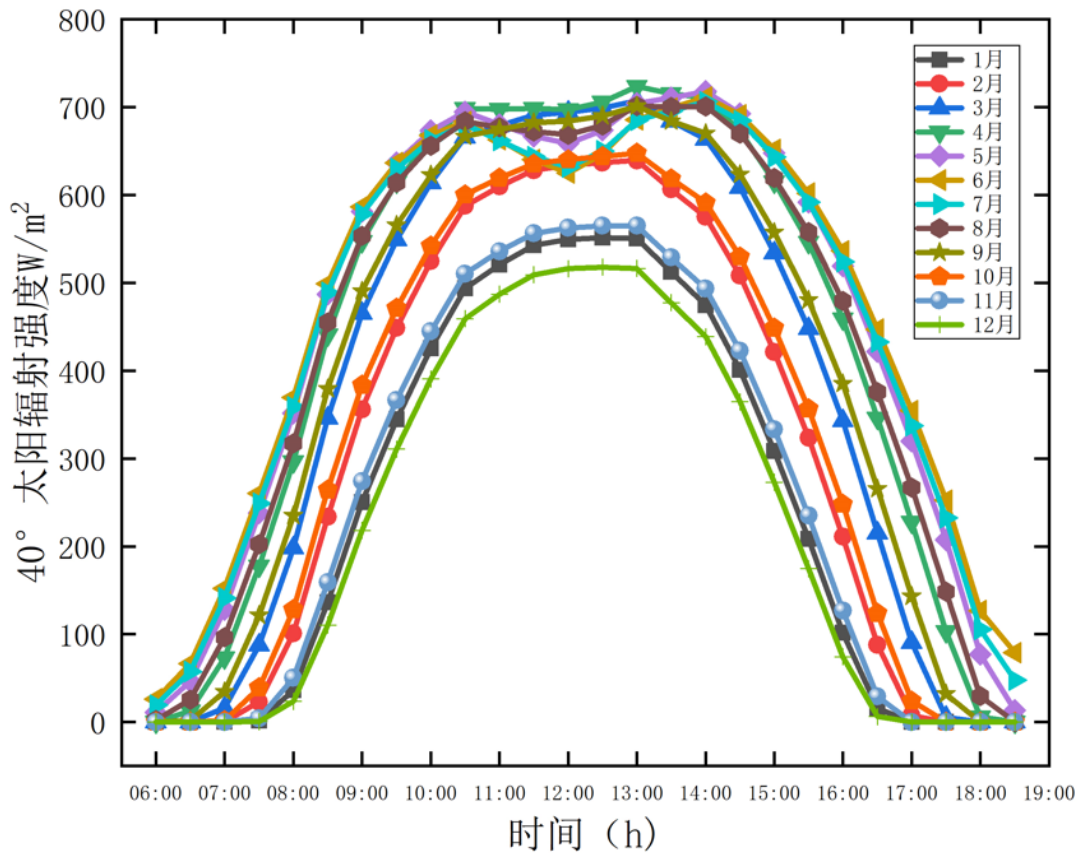


图3 倾角  $40^\circ$ 时斜面太阳直射强度随时间变化



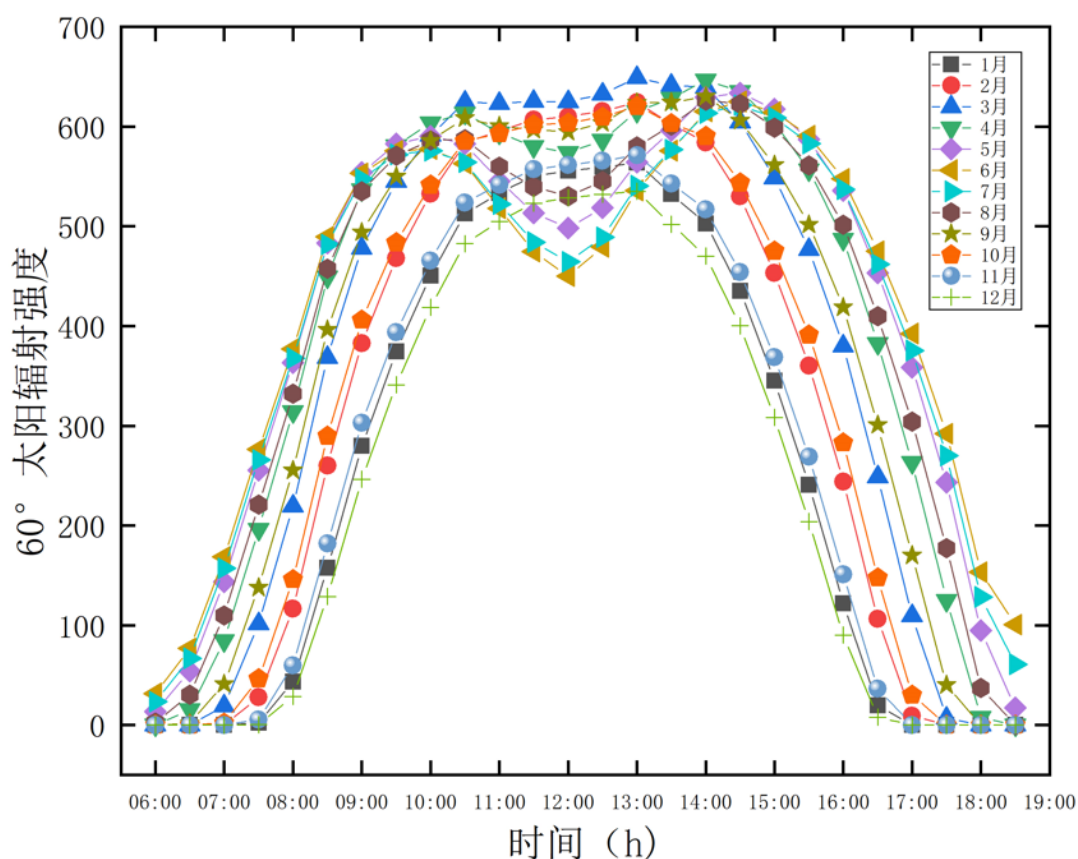


图4 倾角 60°时斜面太阳直射强度随时间变化

可以发现，在倾角为 20° 时，太阳直射强度呈现出先增长后减少的趋势，并且在五月、六月、七月的太阳辐射强度相对较高。在倾角为 40° 时，在五月到八月的太阳辐射强度在六点到中午十二点之间呈现出先上升再下降的趋势，十二点大概是其太阳辐射强度的最小值，在十二点到晚上六点半期间，又呈现出先上升后下降的趋势，出现了两次波峰和波谷的情况。当倾角为 60° 时，四月到九月和 40° 上述情况相似，在中午十二点时到达最低点，并且比 40° 时的变化趋势更加明显。一月到十二月最大太阳辐射强度和辐射总量数据结果分别如表 3 和表 4 所示。

表3 光伏板斜面最大太阳直射强度(W/m²)

月份	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
20°	476.91	581.46	681.62	744.59	759.07	752.74	747.09	738.33	693.73	604.46	496.03	441.27
40°	551.47	639.28	707.21	723.61	718.03	711.34	706.12	701.50	701.12	650.66	565.06	517.98
60°	563.71	624.42	649.08	646.60	633.88	625.01	621.50	626.18	630.13	621.87	571.24	535.19

表4 太阳直射辐射总能量(10<sup>6</sup>J)

月份	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
20°	9.53	12.65	16.28	19.51	21.25	21.78	21.34	19.95	17.26	13.62	10.16	8.60
40°	11.57	14.70	18.01	20.61	21.87	22.25	21.85	20.80	18.71	15.53	12.18	10.56
60°	12.21	14.97	17.57	19.22	19.85	20.03	19.73	19.13	17.90	15.57	12.73	11.26

## 4.2 问题二模型建立与求解

### 4.2.1 问题二求解思路

问题二是要设计该城区固定安装太阳能光伏板的朝向，使光伏板在晴天条件下受到的太阳直射辐射日均总能量最大。首先计算出太阳方位角，根据太阳方位角计算出斜面的太阳辐射强度，太阳辐射总能量。而如果想要光伏板受到最大的太阳辐射总能量，需要建立目标函数计算仰角和方位角，分别利用遍历法和利用 PSO 粒子群算法进行寻优找到最佳结果。

#### 4.2.2 问题二模型建立

##### (1) 相关物理量计算

时角、赤纬角、太阳高度角的计算见 4.1.2 节，太阳方位角( $A$ )是太阳在方位上的角度，为从北方沿着地平线顺时针量度的角，可以用以下公式计算：

$$\sin A = \frac{-\sin \omega \cdot \cos \delta}{\cos \alpha}. \quad (17)$$

其中  $A$  为太阳的方位角， $-90^\circ \leq A \leq 90^\circ$ ，太阳在正南方时  $A = 0^\circ$ ，偏向东时  $A > 0^\circ$ ，偏向西时  $A < 0^\circ$ 。 $\alpha$  为太阳高度角， $\omega$  为时角， $\delta$  为当时的太阳赤纬， $\varphi$  为当地的纬度 ( $30.58^\circ$ )。

##### (2) 水平面太阳辐射直射强度计算

水平面太阳直接辐射强度  $I_D$  计算见 4.1.2 节。

##### (3) 斜面的太阳辐射直射强度计算

根据水平面太阳直接辐射强度  $I_D$  即可算出任意朝向的斜面所接受的太阳辐射直射强度  $I_c$ ：

$$I_c = I_D \cos \theta' \quad (18)$$

其中， $\theta'$  为太阳入射角，一般与所处地理位置、光伏板倾斜角度以及时间等因素有关，其计算公式为：

$$\cos \theta' = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \cos(A - \gamma) \quad (19)$$

其中， $\alpha$  为太阳高度角， $\beta$  为光伏板水平仰角， $A$  为太阳的方位角， $\gamma$  为光伏板的方位角。

##### (4) 太阳直射辐射总能量计算

根据(3)中计算得到不同时间段下的斜面太阳直射强度  $I_c$ ，计算整日的太阳直射辐射总能量  $E_i$ ：

$$E_i = \sum I_c \cdot S \cdot \Delta t \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (20)$$

其中， $S$  是光伏板有效照射面积， $\Delta t$  是时间间隔，这里取 0.5 小时， $n$  为总天数。太阳直射辐射日均总能量为

$$E(\beta, \gamma) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_i \quad (21)$$

若要使得光伏板所受  $E(\beta, \gamma)$  最大时设计光伏板朝向，则对光伏板水平仰角  $\beta$  和方位角  $\gamma$  进行寻优。可建立非线性约束优化问题如下：

$$\begin{aligned} \max E(\beta, \gamma) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_i \\ \begin{cases} E_i = \sum I_C \cdot \Delta t \\ I_C = I_D \cos \theta' \\ \cos \theta' = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \cos(A - \gamma) \\ I_D = I_0 \cdot P^{\frac{1}{\sin \alpha}} \\ 0 \leq \beta \leq 90^\circ, -90^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ \end{cases} \end{aligned} \quad (22)$$

通过求解使得  $E(\beta, \gamma)$  最大时的  $\beta$  和  $\gamma$ ，可以得到光伏板的朝向。该问题很难通过常规方法求解，首先考虑使用遍历法，发现其计算量较大，因此我们另外使用智能优化算法对参数  $\beta$  和  $\gamma$  进行寻优。

#### (5) PSO 算法寻优过程

本文使用的优化算法为粒子群算法(PSO)，将太阳直射辐射日均总能量最大作为适应度函数，同时对多参数  $\beta$  和  $\gamma$  进行寻优。PSO 算法起源于对鸟群捕食行为的模拟，具有实现简单、精度高、收敛速度快等优点，其原理是一群鸟只知道自己和食物之间的距离，却在固定区域的未知位置随机寻找食物。它们通过随机改变方向和速度来寻找食物，寻找食物的最佳策略是寻找离任何食物最近的鸟类周围区域。每个优化问题的解决方案相当于粒子群优化算法中的一只鸟，即一个粒子。每个粒子都有一个自适应值，该值由优化的函数确定。所有粒子都会根据自己和伙伴的飞行体验动态改变自己的飞行方向和速度。他们自己的飞行经验代表了粒子的最佳位置  $pbest$ ，即个人最优解；而伙伴的飞行体验意味着所有粒子的最佳位置  $globebest$ ，这也被称为全局最优解。具体步骤如下：

- ① 设置学习因子参数  $c_1$ 、 $c_2$ ，惯性权重  $w_{\min}$ 、 $w_{\max}$ 、最大迭代次数  $iter_{\max}$ 。
- ② 初始化粒子群。假设在一个  $D$  维目标空间中，有  $n$  个候选粒子。初始位置为  $p_i$ ，和第  $i$  个粒子速度为  $V_i$ ，其中  $p_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})$ ， $V_i = (V_{i1}, V_{i2}, \dots, V_{iD})$ 。
- ③ 计算每个粒子的适应度值。由于  $p_i$  和  $V_i$  的和并不一定局限于搜索空间，在粒子群搜索过程中，有些粒子可能会超过搜索空间的边缘。为了解决这个问题，我们假设惩罚因子  $M$  是一个任意大的常数，使用惩罚系数  $C_j$  来确定粒子是否超过极限值。如果最优参数超过极限值，则为  $C_j = 1$ ，否则为  $C_j = 0$ 。
- ④ 更新  $pbest$  和  $globebest$ 。根据每个粒子的适应度值，找出其经历的最佳位置  $b_k$ ，将单个极值记录为  $pbest_i = b_k$ 。整个粒子群的最优位置为全局极值，记录为  $globebest = p_{b_k}^k$ 。如果  $F_i^{k+1} < F_i^k$ ，则  $pbest_i^{k+1} = p_i^{k+1}$ ，否则  $pbest_i^{k+1} = pbest_i^k$ ，并找到最优粒子记为  $b_{k+1}$ ；如果  $F_{b_{k+1}}^{k+1} < F_{b_{k+1}}^k$ ，则  $globebest^{k+1} = pbest_{b_{k+1}}^{k+1}$ ，否则  $globebest^{k+1} = globebest^k$ 。
- ⑤ 更新  $V_{k+1}$  和  $P_{k+1}$ 。

$$V_{ij}^{k+1} = V_{ij}^k \times w + c_1 \times rand() \times (pbest_{ij}^k - p_{ij}^k) + c_2 \times rand() \times (globebest_j^k - p_{ij}^k) \quad (23)$$

$$p_{ij}^k = V_{ij}^{k+1} + P_{ij}^k, w = w_{\max} - \frac{w_{\max} - w_{\min}}{iter_{\max}} \times k \quad (24)$$

其中，惯性权重  $w$  在区间  $(w_{\min}, w_{\max})$  内， $c_1$ 、 $c_2$  为常数， $rand()$  为  $[0,1]$  的任意数值。

- ⑥ 如果  $k < iter_{\max}$ ，继续迭代返回步骤③，否则输出最优解决方案。

4.2.3 问题二模型求解与分析

(1) 遍历法求解

利用遍历法系统地评估所有可能的组合来寻找最佳解，遍历光伏板的倾角和方位角的所有可能值。主要步骤如下：

①参数离散化：首先设置步长 5 度，将  $\beta, \gamma$  的搜索范围分成小的间隔，形成一个搜索网格。

②能量和时间计算：对于网格中的每个  $(\beta, \gamma)$  组合，计算太阳直射辐射能量。

③结果评价：评估每个组合的性能，记录能量最大和时间最长的情况。

④最优解选择：从所有结果中挑选出能量接近最大值的最优解。

对 12 个月的太阳直射辐射日均总能量分别进行优化，结果见表 5 。

表5 遍历法求得的分月份太阳直射辐射日均总能量最大结果

月份	水平仰角 $\beta (^{\circ})$	方位角 $\gamma (^{\circ})$	太阳直射辐射总能量( $10^6\text{J}$ )
1 月	30	0	11.85
2 月	30	0	14.23
3 月	35	-5	16.06
4 月	35	-5	16.02
5 月	30	-10	14.59
6 月	25	-10	13.74
7 月	30	-10	13.90
8 月	35	-5	15.13
9 月	35	-5	15.88
10 月	35	-5	14.64
11 月	30	0	12.30
12 月	25	0	10.98

假设每个月的 15 号太阳直射辐射日均总能量为该月太阳直射辐射日均总能量，对 2025 年的太阳直射辐射日均总能量进行优化，结果见表 6 。

表6 遍历法求得的 2025 年太阳直射辐射日均总能量最大结果( $n=12$ )

水平仰角 $\beta (^{\circ})$	方位角 $\gamma (^{\circ})$	太阳直射辐射总能量( $10^6\text{J}$ )
32	-5	14.08

若是使用一年之中每天的数据计算每天的太阳直射辐射总能量，对 2025 年全年 365 天的太阳直射辐射日均总能量进行计算，结果见表 7 。

表7 遍历法求得的 2025 年全年太阳直射辐射日均总能量最大结果( $n=365$ )

水平仰角 $\beta (^{\circ})$	方位角 $\gamma (^{\circ})$	太阳直射辐射日均总能量( $10^6\text{J}$ )
32	-5	13.74

使用遍历法得到太阳辐射日均总量与不同方位角和水平仰角的关系见图 5 。

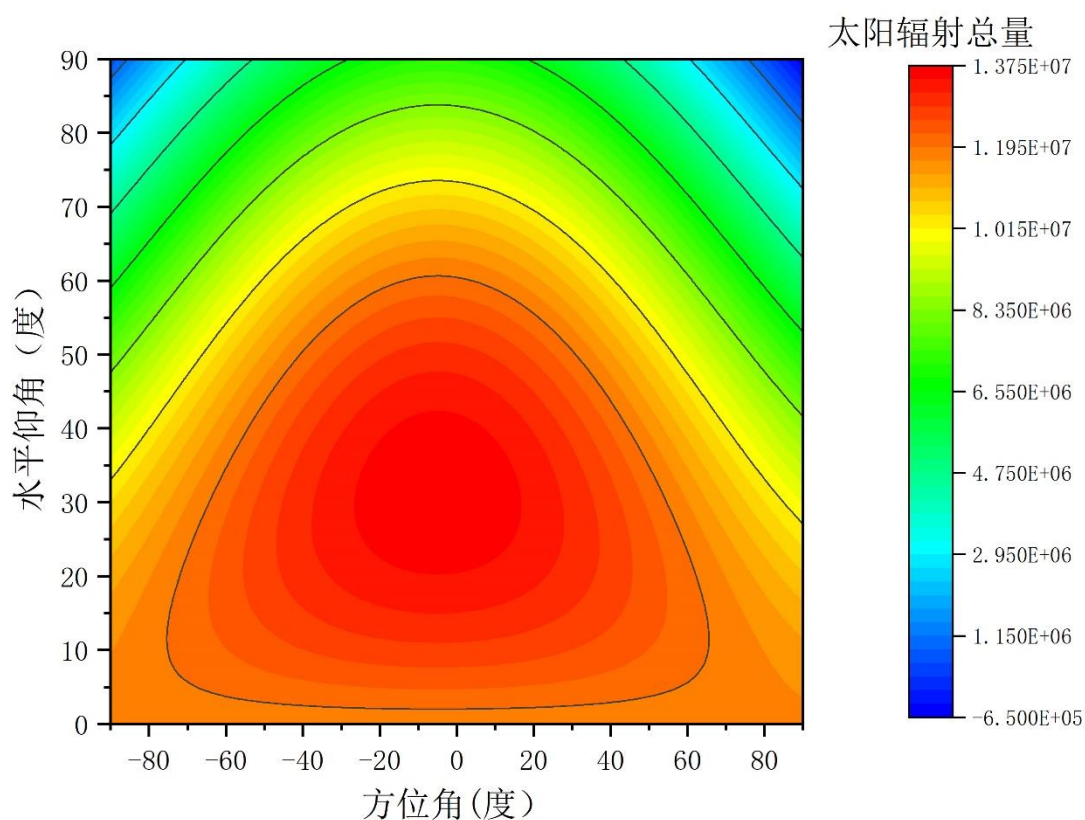


图5 遍历法得到太阳辐射日均总量与不同朝向的关系

## (2) PSO 算法求解

对 12 个月的太阳直射辐射日均总能量分别进行优化，结果见表 8。

表8 PSO 算法求得的分月份太阳直射辐射日均总能量最大结果

月份	水平仰角 $\beta$ (°)	方位角 $\gamma$ (°)	太阳直射辐射总能量( $10^6\text{J}$ )
1 月	28	-2	11.86
2 月	32	-2	14.24
3 月	36	-3	16.07
4 月	36	-5	16.02
5 月	31	-8	14.60
6 月	26	-11	13.74
7 月	28	-9	13.91
8 月	35	-6	15.13
9 月	37	-4	15.89
10 月	34	-3	14.65
11 月	30	-2	12.30
12 月	27	-2	10.99

假设每个月的 15 号太阳直射辐射日均总能量为该月太阳直射辐射日均总能量，对 2025 年 12 个月的太阳直射辐射日均总能量进行优化，结果见表 9。

表9 PSO 算法求得的 2025 年太阳直射辐射日均总能量最大结果( $n=12$ )

水平仰角 $\beta (^{\circ})$	方位角 $\gamma (^{\circ})$	太阳直射辐射日均总能量( $10^6\text{J}$ )
32	-5	14.08

若是使用一年之中每天的数据计算每天的太阳直射辐射总能量,对 2025 年全年 365 天的太阳直射辐射日均总能量进行计算,结果见表 10。

表10 PSO 算法求得的 2025 年全年太阳直射辐射日均总能量最大结果( $n=365$ )

水平仰角 $\beta (^{\circ})$	方位角 $\gamma (^{\circ})$	太阳直射辐射日均总能量( $10^6\text{J}$ )
32	-5	13.74

综上所述,两种方法各有利弊。遍历法计算量大,但可以保证找到全局最优解。而 PSO 具有更快的计算速度和更灵活的搜索能力,但可能会陷入局部最优,并且需要恰当选择和调整算法参数。综合两种方法所得到的最优结果基本一致,可以得出结论:该城区固定安装太阳能光伏板的朝向为水平仰角  $\beta$  为 32 度,方位角  $\gamma$  为-5 度时,可使光伏板在晴天条件下受到的太阳直射辐射日均总能量最大。

### 4.3 问题三模型建立与求解

#### 4.3.1 问题三求解思路

在准备第三问的模型建立之前,本文先对第二问安装情况下的太阳直射小时序列进行输出并分析,以确定能量化效率的高效区间。为了能够更直观更具体的了解太阳辐射强度的分布区间,本文将用箱型图法对该数据集进行分析,首先,将整个数据按升序排序,然后将其分成四个相等的四分位数,分别称为 Q1、Q2、Q3 和 Q4, Q1 和 Q3 分别是数据集的第一四分位和第三四分位, IQR 是四分位距。由于光伏板与储能系统的工程师会根据太阳直射分布区间来设计相关电阻阻值,以达到系统高效储能空间与现实分布空间重叠,因此我们可以将 IQR 区域看作高效区间, Q3 即为高效区间的上限分布如下:

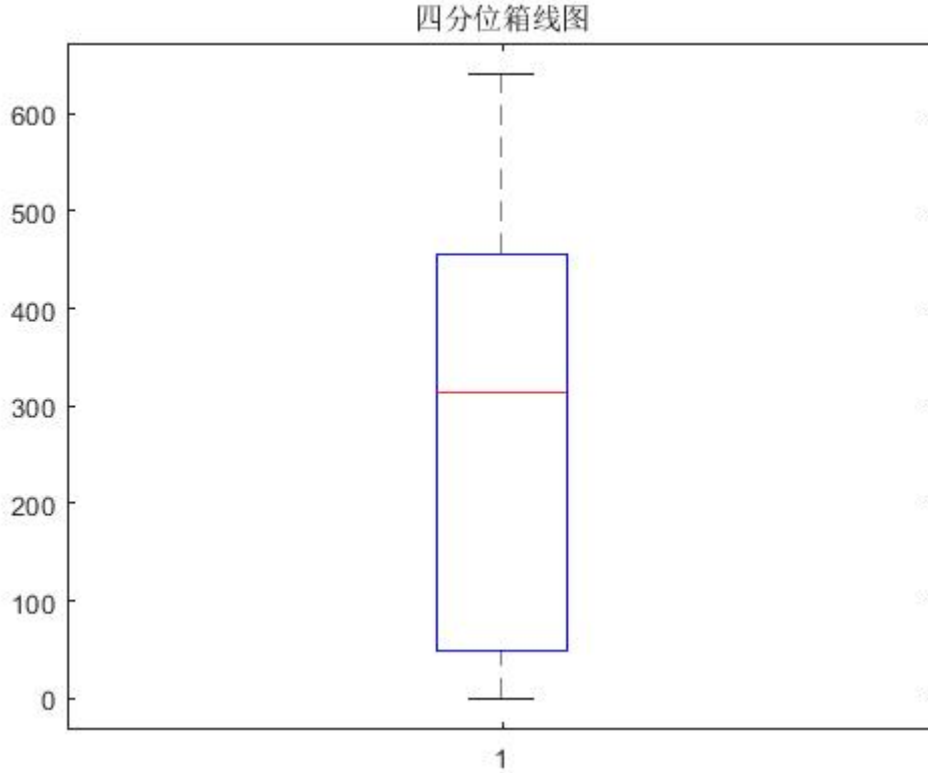


图6 四分位箱线图

Q3 的位置 $= (N+1) \times 0.75$ ,  $N$  代表数据的个数, 求解箱线图  $Q3=455.56$ , 计算时采用 456 表示地面辐射的上限。

之后使用提供的公式计算每个时间点的太阳高度角和方位角, 计算对应的入射角和斜面直接辐射强度。对每个倾角和方位角的组合进行遍历, 累积整日的太阳直射辐射总能量和满足阈值条件的辐射时间, 结合多目标优化算法, 找到最大化日均总能量和辐射时间的配置。

#### 4.3.2 问题三模型建立

##### (1) 相关角度等物理量计算

时角、赤纬角、太阳高度角, 太阳方位角等相关计算见 4.1.2 节,

##### (2) 水平面太阳辐射直射强度计算

水平面太阳直接辐射强度  $I_D$  计算见 4.1.2 节。

##### (3) 斜面的太阳辐射直射强度计算

斜面的太阳辐射直射强度  $I_c$  计算见 4.2.2 节。

根据水平面太阳直接辐射强度  $I_D$  即可算出任意朝向的斜面所接受的太阳辐射直射强度  $I_c$ :

$$I_c = I_D \cos \theta' \quad (25)$$

其中,  $\theta'$  为太阳入射角其计算公式为:

$$\cos \theta' = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \cos(A - \gamma) \quad (26)$$

其中,  $\alpha$  为太阳高度角,  $\beta$  为光伏板水平仰角,  $A$  为太阳的方位角,  $\gamma$  为光伏板的方位角。

##### (4) 太阳直射辐射总能量及太阳直射辐射时长计算

根据(3)中计算得到不同时间段下的斜面太阳直射强度  $I_c$ ，计算整日的太阳直射辐射总能量  $E_i$ ：

$$E_i = \sum I_c \cdot S \cdot \Delta t \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (27)$$

其中， $S$  是光伏板有效照射面积， $\Delta t$  是时间间隔，这里取 0.5 小时， $n$  为总天数。太阳直射辐射日均总能量为

$$E(\beta, \gamma) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_i \quad (28)$$

若使电池的储电效率高，还需要保证太阳直射强度  $I_c$  不能过高，故而根据前面的分析，设定  $I_c$  上限为  $456 \text{ W/m}^2$ 。太阳直射辐射时长采用太阳时进行计算，在上午(12 点前)符合约束条件的时间长度记为  $\Delta T_1$ ，在下午(12 点后)符合约束条件的时间长度记为  $\Delta T_2$ 。

$$\Delta T_1 = T(I_c < 456 \text{ W/m}^2) - T(I_c > 150 \text{ W/m}^2) \quad (29)$$

$$\Delta T_2 = T(I_c > 100 \text{ W/m}^2) - T(I_c < 456 \text{ W/m}^2) \quad (30)$$

太阳直射辐射时长为

$$T(\beta, \gamma) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta T_1 + \Delta T_2 \quad (31)$$

#### (5) 目标优化

若要同时满足路灯蓄电池的储电效率高和储电量这两个目标，需要将光伏板受到太阳直射辐射时长  $T(\beta, \gamma)$  和太阳直射辐射日均总能量  $E(\beta, \gamma)$  作为最优目标函数，设计光伏板朝向，对光伏板水平仰角  $\beta$  和方位角  $\gamma$  进行寻优。可建立非线性约束优化问题如下：

$$\begin{aligned} \max E(\beta, \gamma) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_i \\ \max T(\beta, \gamma) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta T_1 + \Delta T_2 \\ \begin{cases} E_i = \sum I_c \cdot \Delta t \\ I_D = I_0 \cdot P^{\frac{1}{\sin \alpha}} \\ \cos \theta' = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \cos(A - \gamma) \\ I_c = I_D \cos \theta' \\ I_{c1} > 150, I_{c2} > 100 \\ 0 \leq \beta \leq 90^\circ, -90^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ \end{cases} \end{aligned} \quad (32)$$

通过求解使得  $E(\beta, \gamma)$  和  $T(\beta, \gamma)$  最大时的  $\beta$  和  $\gamma$ ，可以得到光伏板的朝向。该问题很难通过常规方法求解，首先考虑使用遍历法，发现其计算量较大，因此我们另外使用智能优化算法对参数  $\beta$  和  $\gamma$  进行寻优。

#### (6) NSPSO- II 多目标优化算法、多目标粒子群算法(MOPSO)

MOPSO 是一种基于 PSO 的算法，适用于解决多目标问题。它通过模拟鸟群的社会行为来搜索最优解，每个粒子代表一个潜在解，粒子通过追随个体和群体最佳解来更新自己的位置。其主要过程如下：

##### ①确定优化目标和约束：



目标 1: 最大化光伏板接受的日均总太阳直射辐射能量  $E(\beta, \gamma)$ 。

目标 2: 最大化符合阈值条件的辐射时长  $T(\beta, \gamma)$ 。

约束条件: 倾角  $\beta$  范围在  $0^\circ$  至  $90^\circ$  之间, 方位角  $\gamma$  范围在  $-90^\circ$  至  $90^\circ$  之间。

②设计适应度函数: 根据公式(32)确定适应度函数, 用于计算每个粒子代表的光伏板的日均总能量和高强度辐射时间。

③初始化粒子群: 随机初始化粒子群中每个粒子的位置和速度。位置包含  $\beta$  和  $\gamma$  两个维度的值, 速度同样是二维向量。

④设置 MOPSO 算法参数: 具体可见 4.2.2 中第(5)步的 PSO 算法。

⑤迭代搜索最优解: 对于每次迭代, 更新粒子的个体最优解和群体最优解。应用速度更新规则调整粒子的速度和位置。在每次迭代中, 使用非支配排序和拥挤距离计算来维持解集的多样性和分散性。更新外部档案, 存储非支配解, 即那些在目标函数空间中没有被其他解支配的解。

⑥达到终止条件, 输出结果: 达到最大迭代次数或解的改进小于预设的阈值。输出 Pareto 前沿上的解集, 代表着不同的最佳光伏板安装配置。

其中, 非支配排序是在同一层中需要进行选择性排序, 按照个体拥挤距离大小排序。个体拥挤距离是该层上与  $i$  相邻的个体  $i+1$  和  $i-1$  之间的距离, 拥挤距离计算步骤为:

①对同层的个体距离初始化, 令任意个体  $i$  的拥挤距离  $L(i)d = 0$ 。

②对同层的个体按照第  $m$  个目标函数值升序排列。

③对于处在排序边缘上的个体要给予其选择优势。

④对于排序中间的个体求拥挤距离

⑤对于不同的目标函数, 重复②到④的步骤, 得到个体  $i$  的拥挤距离, 有限选择拥挤距离较大的个体, 使计算结果在目标空间均匀地分布, 维持群体的多样性。

#### 4.3.3 问题三模型求解与分析

遍历法是通过参数进行离散化处理, 每隔  $1^\circ$  来采样倾角和方位角的值。这种方法虽然简单、易于实现, 但计算量大, 因此, 我们另外采取了 MOPSO, 对两种求解方法进行对比, 综合分析计算结果。

计算 2025 年全年 365 天与 A 附件 Sheet1 表中相同时间点的太阳直射辐射量, 假设每点的太阳直射辐射量为该点到半小时的时间区间的太阳直射辐射量均值, 对一年之中每天计算的太阳直射辐射总能量求其均值, 作为太阳直射辐射日均总能量, 结果见表 11

表11 遍历法求得的 2025 年全年太阳直射辐射日均总能量最大结果( $n=365$ )

水平仰角 $\beta (^\circ)$	方位角 $\gamma (^\circ)$	太阳直射辐射日均总能量	时长(h)
		量( $10^6\text{J}$ )	
4	20	12.13	8.44

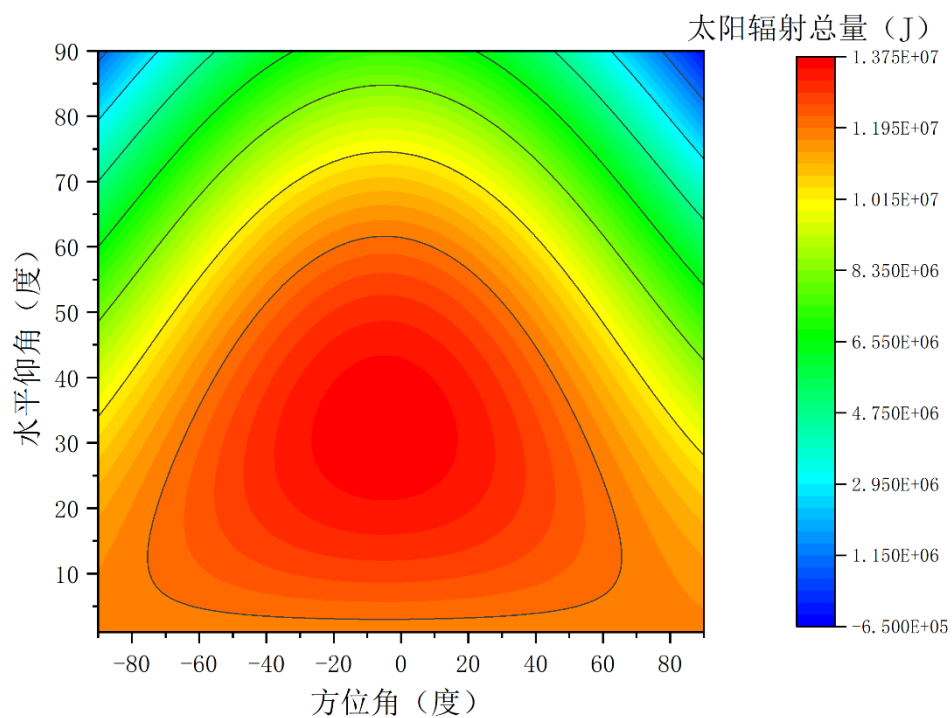


图7 太阳日均辐射总量

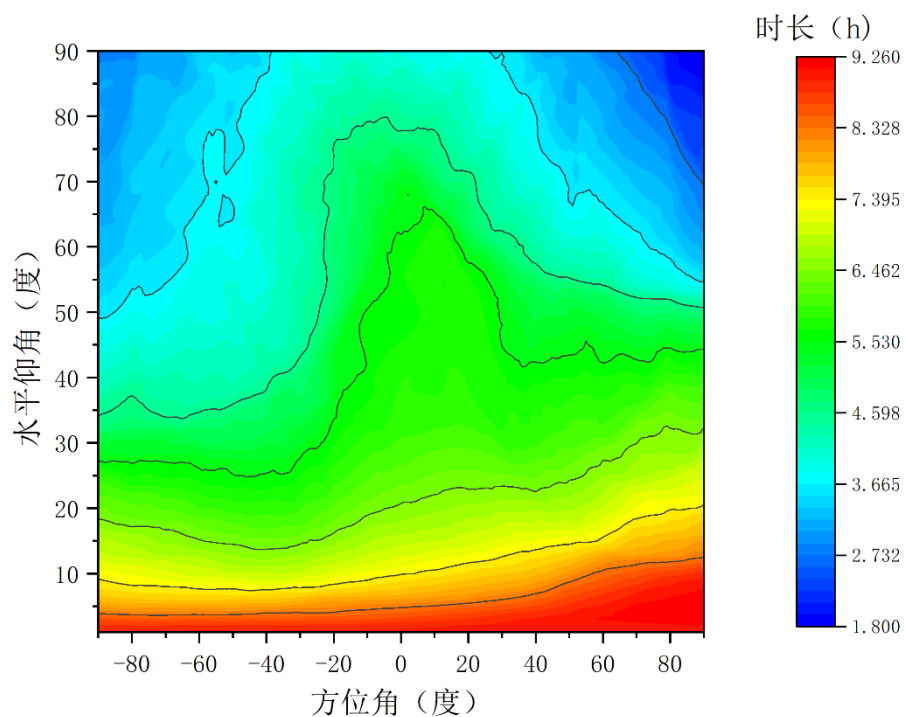


图8 储电效率高时的太阳直射辐射时长

图 7 显示了太阳日均辐射总量随水平仰角和方位角的变化情况，图 8 显示不同水平仰角和方位角的储电效率高时的太阳直射辐射时长。根据图 7 可知，水平仰角在  $10^{\circ}$

到 30°，方位角在-50° 到 30° 之间时，太阳日均辐射总量较大。然而此时的高效储电时长不是最长的。综合考虑路灯蓄电池的储电效率高和储电量这两个方面，当水平仰角小于 10° 时，高效储电时长随着方位角的增加而增加，同时热力图颜色最深。

(2)方案 2: MOPSO 算法求解

使用一年之中每天的数据计算每天的太阳直射辐射总能量，对 2025 年全年 365 天的太阳直射辐射日均总能量进行计算，结果见表 12。

表12 PSO 算法求得的 2025 年全年太阳直射辐射日均总能量最大结果(n=365)

水平仰角 $\beta(^{\circ})$	方位角 $\gamma(^{\circ})$	太阳直射辐射日均总能量( $10^6\text{J}$ )	时长(h)
4.5	22	12.17	8.32

综上所述，两种方法所得到的最优结果基本一致，可以得出结论：该城区固定安装太阳能光伏板的朝向为水平仰角  $\beta$  为 4.5 度，方位角  $\gamma$  为 22 度时，可使光伏板在晴天条件下受到的太阳直射辐射总能量和在特定光照强度条件下的时长最大化。

五、模型评价与推广

5.1 模型的优点

- (1) 模型可以被广泛应用于其他不同地区和时间下的光伏板朝向设计，适应性比较强；
- (2) 模型运用多种求解方法(遍历法，PSO 算法和 MOPSO 算法)进行验证，合理设置参数，模型的输出结果符合题目要求，能解决实际问题；
- (3) 本文使用的 PSO 算法和 MOPSO 算法收敛速度快，并且具有较强的全局搜索能力，能够在函数优化、训练、模糊系统控制等领域得到广泛应用。PSO 的鲁棒性好，适合进行多个个体的同时比较。

5.2 模型的不足

- (1) 本文提出的模型对于现有条件使用效果较好，但由于时间问题没有对其他情况进行检验。对于其他情形，如更改气象条件，可能无法达到较好的效果；
- (2) 在实际中，还需要考虑其他因素，如季节变化导致的赤纬变化、不同地理位置的天气条件变异性、光伏板的物理特性以及系统成本效益分析等。
- (3) 模型对参数设置敏感。PSO 算法和 MOPSO 算法的效果受到参数选择的影响，如何选择合适的参数以达到最优效果是一个挑战。缺乏速度的动态调节。

5.3 模型的推广

在光伏板朝向安装方面，可以将地区经纬度和太阳高度参数进行改动，从而解决不同地区的光伏板安装问题；还可以结合参考文献[4]，使用 Klein 模型及 Hay 模型，进一步考虑太阳能散射辐射的计算，从而得到更合理的最佳安装倾角设计模型。除此之外，解决实际问题还需要对模型进行验证和调整，确保模型与实际安装的外部条件相符。

## 参考文献

- [1] 刘振宇, 冯华, 杨仁刚. 山西不同地区太阳辐射量及最佳倾角分析[J]. 山西农业大学学报(自然科学版), 2011, 31(03):272-276.DOI:10.13842/j.cnki.issn1671-8151.2011.03.013.
- [2] 王东风, 刘婧, 黄宇, 等. 结合太阳辐射量计算与 CNN-LSTM 组合的光伏功率预测方法研究[J]. 太阳能学报, 2024, 45(02):443-450.DOI:10.19912/j.0254-0096.tynxb.2022-1542.
- [3] 林媛. 太阳辐射强度模型的建立及验证[J]. 安徽建筑工业学院学报(自然科学版), 2007, (05):44-46.
- [4] 樊一娜, 郭鑫源. 多模型下对光伏阵列最佳安装倾角的设计[J]. 贵州电力技术, 2017, 20(01):85-92.DOI:10.19317/j.cnki.1008-083x.2017.01.026.