

第一部分：极限与连续

一、大纲解读

- 1.函数的概念及表示法、简单应用问题的函数关系的建立.
- 2.函数的性质：有界性、单调性、周期性和奇偶性.
- 3.复合函数、反函数、分段函数和隐函数、基本初等函数的性质及其图形、初等函数.
- 4.数列极限与函数极限的定义及其性质、函数的左极限与右极限.
- 5.无穷小和无穷大的概念及其关系、无穷小的性质及无穷小的比较.
- 6.极限的四则运算、极限存在的单调有界准则和夹逼准则、两个重要极限.
- 7.函数的连续性（含左连续与右连续）、函数间断点的类型.
- 8.连续函数的性质和初等函数的连续性.
- 9.闭区间上连续函数的性质（有界性、最大值和最小值定理、介值定理）.

二、往届考点分析

章 节	届 次	考点及分值
极限与连续	第一届初赛（15 分）	第二题：幂指函数的极限（5 分）
		第八题：等价无穷大量（10 分）
	第二届初赛（10 分）	第一题：（1）数列极限（5 分）
		第一题：（2）函数极限（5 分）
	第三届初赛（28 分）	第一题：（1）函数极限（6 分）
		第一题：（2）数列极限（6 分）
		第二题：数列极限（16 分）
	第四届初赛（12 分）	第一题：（1）数列极限（6 分）
		第一题：（5）函数极限（6 分）
	第五届初赛（6 分）	第一题：（1）数列极限（6 分）
	第六届初赛（12 分）	第一题：（4）数列极限（6 分）
		第一题：（5）函数极限（6 分）
	第七届初赛（6 分）	第一题：（1）数列极限（6 分）
	第八届初赛（12 分）	第一题：（1）数列极限（6 分）
		第一题：（2）函数极限（6 分）
	第九届初赛（29 分）	第一题：（2）数列极限（7 分）
		第一题：（4）函数极限（7 分）
		第五题：数列的极限（15 分）
	第十届初赛（12 分）	第一题：（1）数列极限（6 分）
		第一题：（4）函数极限（6 分）
	第十一届初赛（20 分）	第一题：（1）函数极限（6 分）
		第五题：数列极限（14 分）
	第十二届初赛（22 分）	第一题：（1）函数极限（6 分）
		第一题：（5）函数极限（6 分）
		第二题：数列极限（10 分）
	第十三届初赛（26 分）	第一题：（1）函数极限（6 分）
		第一题：（3）函数极限（6 分）

		第二题：数列极限（14 分）
	第十四届初赛（18 分）	第一题：（1）函数极限（6 分）
		第一题：（2）间断点分类（6 分）
		第一题：（3）数列极限（6 分）

三、章节专题串讲

章 节	专 题	内 容
极限与连续	数列的极限	夹逼准则
		单调有界准则
		定积分定义
		Stolz 定理
		利用海涅定理
		利用 Lagrange 定理求极限
		利用级数收敛的必要性：这种情形极限均为 0
	函数的极限	利用两个重要的极限
		等价无穷小代换
		利用导数的定义求极限
		洛必达法则
		泰勒展开
	间断点	间断点类型判别
	渐近线	渐近线的分类及求法
	函数连续性	利用函数在某点处的连续性求字母参数的取值
		闭区间上连续函数的性质、介值定理

第二部分：一元函数微分学

一、大纲解读

- 1.导数和微分的概念、导数的几何意义和物理意义、函数的可导性与连续性之间的关系、平面曲线的切线和法线.
- 2.基本初等函数的导数、导数和微分的四则运算、一阶微分形式的不变性.
- 3.复合函数、反函数、隐函数以及参数方程所确定的函数的微分法.
- 4.高阶导数的概念、分段函数的二阶导数、某些简单函数的 n 阶导数.
- 5.微分中值定理, 包括罗尔定理、拉格朗日中值定理、柯西中值定理和泰勒定理.
- 6.洛必达(L'Hospital)法则与求未定式极限.
- 7.函数的极值、函数单调性、函数图形的凹凸性、拐点及渐近线(水平、铅直和斜渐近线)、函数图形的描绘.
- 8.函数最大值和最小值及其简单应用.
- 9.弧微分、曲率、曲率半径.

二、往届考点分析

章 节	届 次	考 点 及 分 值
一元函数微分学	第一届初赛(20分)	第一题:(4)隐函数求二阶导数(5分)
		第三题:由定义求点导数并判定连续性(15分)
	第二届初赛(30分)	第二题:证明方程根的个数问题(15分)
		第三题:参数方程二阶导求原函数(15分)
	第三届初赛(15分)	第三题:Taylor中值定理(15分)
	第四届初赛(12分)	第四题:导数的应用(12分)
	第五届初赛(6分)	第一题:(3)隐函数的极值(6分)
	第六届初赛(20分)	第一题:(3)隐函数求导数(6分)
		第三题:利用Taylor展开证明不等式(14分)
	第七届初赛(12分)	第三题:证明函数的可导性(12分)
	第八届初赛(20分)	第一题:(4)莱布尼茨公式计算高阶导数(6分)
		第五题:微分中值定理(14分)
	第十届初赛(6分)	第一题:(2)参数方程求导数(6分)
	第十一届初赛(28分)	第三题:利用导数的性质证明等式(14分)
		第六题:利用导数的性质证明不等式(14分)
	第十二届初赛(22分)	第一题:(2)高阶导数的莱布尼茨公式(6分)
		第一题:(3)利用隐函数求导求切线问题(6分)
		第三题:介值定理与微分中值定理(10分)
	第十四届初赛(14分)	第三题:利用导数的性质证明不等式(14分)

三、章节专题串讲

章 节	专 题	内 容
一元函数微分学	导数与微分的计算	由定义求函数在一点处的导数
		隐函数求导
		对数求导法则

		参数方程求导
		高阶导数 (Leibniz 公式)
		微分的计算
	微分中值定理	Rolle 定理
		Lagrange 定理
		Cauchy 定理
		Taylor 定理
		讨论中介值的存在性与渐近性
	利用导数研究函数的性态	单调性与极值点、凹凸性与拐点、最值
		利用导数证明等式
		利用导数证明不等式
		判断零点 (或方程的根) 的个数
		曲率与曲率圆、弧微分

英伽教育

第三部分：一元函数积分学

一、大纲解读

- 1.原函数和不定积分的概念.
- 2.不定积分的基本性质、基本积分公式.
- 3.定积分的概念和基本性质、定积分中值定理、变上限定积分确定的函数及其导数、牛顿-莱布尼茨 (Newton-Leibniz) 公式.
- 4.不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法.
- 5.有理函数、三角函数的有理式和简单无理函数的积分.
- 6.广义积分.
- 7.定积分的应用: 平面图形的面积、平面曲线的弧长、旋转体的体积及侧面积、平行截面面积为已知的立体体积、功、引力、压力及函数的平均值.

二、往届考点分析

章 节	届 次	考点及分值
一元函数积分学	第一届初赛 (15 分)	第一题: (2) 一元函数定积分计算 (5 分)
		第六题: 旋转体体积的综合问题 (10 分)
	第二届初赛 (5 分)	第一题: (3) 广义积分的计算 (5 分)
	第三届初赛 (15 分)	第四题: 射线对质点的引力问题 (15 分)
	第四届初赛 (22 分)	第二题: 广义积分的计算 (10 分)
		第五题: 积分不等式 (12 分)
	第五届初赛 (36 分)	第一题: (2) 广义积分敛散性 (6 分)
		第一题: (4) 定积分几何应用求面积 (6 分)
		第二题: 定积分的计算 (12 分)
		第四题: 积分不等式证明 (12 分)
	第六届初赛 (27 分)	第二题: 定积分的计算 (12 分)
		第五题: 积分等式的应用 (15 分)
	第七届初赛 (22 分)	第一题: (5) 广义积分的化简 (6 分)
		第五题: 定积分等式与不等式证明 (16 分)
	第八届初赛 (28 分)	第二题: 积分不等式证明 (14 分)
		第四题: 定积分的“加边”问题 (14 分)
	第九届初赛 (22 分)	第一题: (5) 不定积分的计算 (7 分)
		第四题: 积分不等式的证明 (15 分)
	第十届初赛 (34 分)	第一题: (3) 不定积分的计算 (6 分)
		第三题: 积分不等式证明 (14 分)
		第六题: 积分不等式证明 (14 分)
	第十一届初赛 (12 分)	第一题: (2) 利用参数方程求积分 (6 分)
		第一题: (3) 利用对称性求积分 (6 分)
	第十二届初赛 (12 分)	第六题: 定积分的计算与性质 (12 分)
	第十三届初赛 (14 分)	第五题: 定积分的“加边”问题 (14 分)
	第十四届初赛 (14 分)	第四题: 拆分区间证明积分不等式 (14 分)

三、章节专题串讲

章 节	专 题	内 容
一元函数积分学	不定积分的计算	凑微分法
		换元积分法：三角代换、根式代换、倒代换、二项代换
		分部积分法：回归法、拆项法、递推法
		部分分式法：裂项
		万能公式代换法
	定积分的计算	定积分的换元法
		定积分的分部积分法
		计算分段函数的定积分
		利用定积分的性质计算定积分：周期性、奇偶性、固有结论
	定积分的理论应用	变上限函数的应用
		积分中值定理
		证明积分等式：定积分的“加边”问题
		证明积分不等式：Cauchy-Schwartz 不等式重点掌握
	广义积分	无穷限积分
		瑕积分
	定积分的几何应用	平面图形的面积
		旋转体的体积和侧面积
		平面曲线的弧长
	定积分的物理应用	变力做功
		引力及侧压力问题

第四部分：常微分方程

一、大纲解读

- 1.常微分方程的基本概念：微分方程及其解、阶、通解、初始条件和特解等.
- 2.变量可分离的微分方程、齐次微分方程、一阶线性微分方程、伯努利（Bernoulli）方程、全微分方程.
- 3.可用简单的变量代换求解的某些微分方程、可降阶的高阶微分方程： $y^{(n)} = f(x)$ ， $y'' = f(x, y')$ ， $y'' = f(y, y')$.
- 4.线性微分方程解的性质及解的结构定理.
- 5.二阶常系数齐次线性微分方程、高于二阶的某些常系数齐次线性微分方程.
- 6.简单的二阶常系数非齐次线性微分方程：自由项为多项式、指数函数、正弦函数、余弦函数，以及它们的和与积
- 7.欧拉（Euler）方程.
- 8.微分方程的简单应用

二、往届考点分析

章 节	届 次	考点及分值
	第一届初赛（10 分）	第五题：高阶微分方程解的结构（10 分）
	第六届初赛（6 分）	第一题：（1）由微分方程的解确定方程（6 分）
	第九届初赛（7 分）	第一题：（1）积分方程转化为微分方程（7 分）
	第十一届初赛（6 分）	第一题：（4）全微分方程（6 分）
	第十三届初赛（14 分）	第三题：微分方程解的有界性（14 分）
	第十四届初赛（6 分）	第一题：（4）微分方程的解（6 分）

三、章节专题串讲

章 节	专 题	内 容
常微分方程	一阶微分方程的解法	可分离变量微分方程
		齐次方程
		一阶线性微分方程（伯努利方程）
		全微分方程
		变量代换法求解微分方程
	高阶微分方程	可降阶的微分方程（三种形式）
		高阶微分方程解的结构
		二阶常系数齐次微分方程
		二阶常系数非齐次微分方程：非齐次项共两种形式
		Euler 方程
	微分方程的应用	积分方程转为微分方程求函数
		利用微分方程求解几何问题
		利用微分方程求解应用问题

第五部分：向量代数与空间解析几何

一、大纲解读

- 1.向量的概念、向量的线性运算、向量的数量积和向量积、向量的混合积.
- 2.两向量垂直、平行的条件、两向量的夹角.
- 3.向量的坐标表达式及其运算、单位向量、方向数与方向余弦.
- 4.曲面方程和空间曲线方程的概念、平面方程、直线方程.
- 5.平面与平面、平面与直线、直线与直线的夹角以及平行、垂直的条件、点到平面和点到直线的距离.
- 6.球面、母线平行于坐标轴的柱面、旋转轴为坐标轴的旋转曲面的方程、常用的二次曲面方程及其图形.
- 7.空间曲线的参数方程和一般方程、空间曲线在坐标面上的投影曲线方程.

二、往届考点分析

章 节	届 次	考点及分值
向量代数与空间解析几何	第二届初赛（5分）	第一题：（5）异面直线间的距离计算（5分）
	第四届初赛（6分）	第一题：（2）平面束方程（6分）
	第七届初赛（12分）	第二题：求圆锥面方程（12分）
	第十三届初赛（6分）	第一题：（4）圆柱面方程的确定（6分）
	第十四届初赛（14分）	第二题：向量及其运算（14分）

三、章节专题串讲

章 节	专 题	内 容
向量代数与空间解析几何	向量代数	向量的基本运算
		证明向量等式或者化简
		利用向量求解几何问题：面积、体积、长度
	空间中直线与平面	直线与平面的位置关系
		直线与直线的位置关系
		点到直线距离、点到平面距离、异面直线间的距离
		直线在平面内的投影
	空间曲线	空间曲线在坐标面上的投影曲线方程
		空间曲线绕坐标轴旋转的曲面方程
	曲面与方程	二次曲面及其方程
		旋转曲面及其方程
		空间中柱面方程的确定

第六部分：多元函数微分学

一、大纲解读

- 1.多元函数的概念、二元函数的几何意义.
- 2.二元函数的极限和连续的概念、有界闭区域上多元连续函数的性质.
- 3.多元函数偏导数和全微分、全微分存在的必要条件和充分条件.
- 4.多元复合函数、隐函数的求导法.
- 5.二阶偏导数、方向导数和梯度.
- 6.空间曲线的切线和法平面、曲面的切平面和法线.
- 7.二元函数的二阶泰勒公式.
- 8.多元函数极值和条件极值、拉格朗日乘数法、多元函数的最大值、最小值及其简单应用.

二、往届考点分析

章 节	届 次	考点及分值
多元函数微分学	第一届初赛（5 分）	第一题：（3）几何应用之切平面（5 分）
	第二届初赛（5 分）	第一题：（4）二阶偏导数计算（5 分）
	第三届初赛（15 分）	第五题：多元复合函数导数及高阶导数（15 分）
	第四届初赛（6 分）	第一题：（3）二元函数偏导数计算（6 分）
	第六届初赛（6 分）	第一题：（2）多元微分学几何应用切平面（6 分）
	第七届初赛（6 分）	第一题：（2）多元复合函数求偏导数（6 分）
	第八届初赛（12 分）	第一题：（3）偏积分法求函数（6 分）
		第一题：（5）几何应用之切平面（6 分）
	第九届初赛（21 分）	第一题：（3）多元复合函数求偏导（7 分） 第二题：二元函数的极值问题（14 分）
	第十届初赛（14 分）	第五题：多元函数 Taylor 展开（14 分）
	第十一届初赛（12 分）	第一题：（4）全微分方程求原函数（6 分）
		第一题：（5）几何应用之切平面（6 分）
	第十二届初赛（12 分）	第四题：多元复合函数求偏导（12 分）
	第十三届初赛（6 分）	第一题：（2）隐函数求偏导（6 分）
	第十四届初赛（14 分）	第五题：二元函数的 Taylor 展开（14 分）

三、章节专题串讲

章 节	专 题	内 容
多元函数微分学	二元函数的极限	证明二元函数极限不存在
		求二元函数的极限：夹逼法、极坐标法、变量代换法
	多元函数微分法	函数连续性、偏导存在性、可微性、偏导连续性之间的关系
		多元复合函数的链式法则
		多元隐函数的偏导数
		高阶偏导数
		全微分
		方向导数与梯度

	多元微分法的应用	空间曲面的切平面与法线
		空间曲线的切线与法平面
		多元函数的极值与条件极值、最值
		二元函数的二阶泰勒公式

英伽教育

第七部分：多元函数积分学

一、大纲解读

- 1.二重积分和三重积分的概念及性质、二重积分的计算（直角坐标、极坐标）、三重积分的计算（直角坐标、柱面坐标、球面坐标）.
- 2.两类曲线积分的概念、性质及计算、两类曲线积分的关系.
- 3.格林（Green）公式、平面曲线积分与路径无关的条件、已知二元函数全微分求原函数.
- 4.两类曲面积分的概念、性质及计算、两类曲面积分的关系.
- 5.高斯（Gauss）公式、斯托克斯（Stokes）公式、散度和旋度的概念及计算.
- 6.重积分、曲线积分和曲面积分的应用（平面图形的面积、立体图形的体积、曲面面积、弧长、质量、质心、转动惯量、引力、功及流量等）

二、往届考点分析

章 节	届 次	考点及分值
多元函数积分学	第一届初赛（20 分）	第一题：（1）换元法求解二重积分（5 分）
		第四题：曲线积分相关证明（15 分）
	第二届初赛（30 分）	第五题：转动惯量的计算及最值（15 分）
		第六题：闭路径上的曲线积分（15 分）
	第三届初赛（21 分）	第一题：（3）分区域二重积分的计算（6 分）
		第六题：第一类曲面积分的证明（15 分）
	第四届初赛（18 分）	第一题：（4）第二类曲线积分（6 分）
		第六题：三重积分（12 分）
	第五届初赛（28 分）	第五题：第二类曲面积分与 Gauss 公式（14 分）
		第六题：第二类曲线积分（14 分）
	第六届初赛（14 分）	第四题：第二类曲面积分（14 分）
	第七届初赛（22 分）	第一题：（3）空间区域的体积计算（6 分）
		第六题：Schwartz 不等式证明二重积分（16 分）
	第八届初赛（14 分）	第三题：三重积分的计算（14 分）
	第九届初赛（21 分）	第一题：（6）三重积分的计算（7 分）
		第三题：第二类曲线积分（14 分）
	第十届初赛（20 分）	第二题：积分与路径无关求函数（8 分）
		第四题：三重积分的计算（12 分）
	第十一届初赛（28 分）	第二题：三重积分的计算（14 分）
		第四题：二重积分的计算（14 分）
	第十二届初赛（18 分）	第一题：（4）计算二重积分（6 分）
		第五题：计算第二类曲线积分（12 分）
	第十三届初赛（20 分）	第一题：（5）利用对称性计算二重积分（6 分）
		第四题：利用齐次函数计算曲面积分（14 分）
	第十四届初赛（28 分）	第三题：二重积分、Green 公式与极限（14 分）
		第四题：曲面积分、Gauss 公式与微分方程（14 分）

三、章节专题串讲

章 节	专 题	内 容
-----	-----	-----

多元函数积分学	二重积分	直角坐标系下交换积分次序
		直角坐标与极坐标的转换
		利用奇偶性和轮换对称性简化二重积分
		变量代换法求解二重积分
	三重积分	利用直角坐标计算
		利用柱坐标计算
		利用球坐标计算
		变量代换法求解三重积分
	曲线积分	第一类曲线积分
		第二类曲线积分：做功问题
		两类曲线积分间的关系
		Green 公式、积分与路径无关
		已知二元函数全微分求原函数
		Stokes 公式、环量和旋度
	曲面积分	第一类曲面积分
		第二类曲面积分
		两类曲面积分间的关系
		Gauss 公式、通量与散度

第八部分：无穷级数

一、大纲解读

1. 常数项级数的收敛与发散、收敛级数的和、级数的基本性质与收敛的必要条件.
2. 几何级数与 p 级数及其收敛性、正项级数收敛性的判别法、交错级数与莱布尼茨 (Leibniz) 判别法.
3. 任意项级数的绝对收敛与条件收敛.
4. 函数项级数的收敛域与和函数的概念.
5. 幂级数及其收敛半径、收敛区间 (指开区间)、收敛域与和函数.
6. 幂级数在其收敛区间内的基本性质 (和函数的连续性、逐项求导和逐项积分)、简单幂级数的和函数的求法.
7. 初等函数的幂级数展开式.
8. 函数的傅里叶 (Fourier) 系数与傅里叶级数、狄利克雷 (Dirichlet) 定理、函数在 $[-l, l]$ 上的傅里叶级数、函数在 $[0, l]$ 上的正弦级数和余弦级数.

二、往届考点分析

章 节	届 次	考点及分值
无穷级数	第一届初赛 (15 分)	第七题: 数项级数求和 (15 分)
	第二届初赛 (15 分)	第四题: 常数项级数敛散性判别 (15 分)
	第三届初赛 (6 分)	第一题: (4) 幂级数的和函数 (6 分)
	第四届初赛 (14 分)	第七题: 常数项级数敛散性证明 (14 分)
	第五届初赛 (26 分)	第三题: 利用函数判断数项级数敛散性 (12 分)
		第七题: 判定数项级数敛散性并求和 (14 分)
	第七届初赛 (20 分)	第一题: (4) 傅里叶级数收敛定理 (6 分)
		第四题: 幂级数的收敛域与和函数 (14 分)
	第八届初赛 (14 分)	第六题: 傅里叶级数的相关证明 (14 分)
	第十届初赛 (14 分)	第七题: 常数项级数敛散性证明 (14 分)
	第十一届初赛 (14 分)	第五题: 幂级数的应用 (14 分)
	第十二届初赛 (14 分)	第七题: 交错级数的条件收敛 (14 分)
	第十三届初赛 (14 分)	第六题: 判定数项级数敛散性并求和 (14 分)
	第十四届初赛 (20 分)	第一题: (4) 常数项级数求和 (6 分)
		第六题: 级数与广义积分的敛散性关系 (14 分)

三、章节专题串讲

章 节	专 题	内 容
无穷级数	常数项级数的敛散性及判别	级数收敛的必要条件
		等比级数与 p 级数的敛散性
		正项级数判别法: 比较判别法、比值判别法、根值判别法、积分判别法
		交错级数判别法
		绝对收敛与条件收敛
	幂级数的收敛域与和函数	Abel 定理
		收敛区间与收敛域

		幂级数的和函数
		函数的幂级数展开：直接展开、间接展开
	Fourier 级数及其收敛性	Fourier 级数的收敛定理
		Fourier 级数展开式中系数的确定
		利用 Fourier 级数的展开式求常数项级数的和

英伽教育