

基于遗传优化算法的光伏板朝向设计

摘要

随着太阳能光伏技术的发展和應用，城市路灯的供电多数采用太阳能电池板获取电能，但光伏板的朝向一经安装无法灵活变化，如何通过数学建模对光伏板的朝向角度进行确定使得光伏发电板路灯的日均充电效率和充电总量最大具有重大现实意义也成为我们需要解决的问题。

针对问题一，我们构建了**太阳能光伏板接收太阳辐射强度模型**。首先，求解太阳高度角和太阳方位角来确定每一时刻太阳所在位置；接着，通过光学物理知识，求解出太阳光线在不同时刻穿过大气层的距离。根据问题提供的附件数据，我们使用 **levenberg-marquardt 算法** 拟合求解出该地区大气层的**衰减系数 τ 为 $0.5237\text{w}/(\text{m}^2 \cdot \text{km})$** 。在固定光伏板方位角和倾角的条件下，根据光线的余弦损失定理，构建出完整的太阳能光伏板接收太阳辐射强度模型。设置较小的时间间隔，通过遍历求解我们比较得到最大的太阳直射强度，对时间求积分得到的太阳辐射总能量。最终，以水平倾角 20° 为例，5月15日接收最大太阳辐射强度为 $747.9\text{W}/\text{m}^2$ ，太阳辐射总能量为 4976.0876Wh ，其余详细结果见表2和表3。

针对问题二，在固定倾角的太阳能光伏板接收太阳直射辐射模型基础上，考虑所有可能的光伏板朝向情况，以5月份太阳辐射穿过大气层厚度变化情况代替全年变化情况，建立以光伏板受太阳直射最大平均辐射强度为目标函数的单目标优化模型。本文首先使用**蒙特卡洛算法**粗略求得最优参数区间，在此区间上设置粒子个数为20，惯性权重范围为0.1至1.1，个体学习因子与社会学习因子为1.49，使用**粒子群优化算法**搜索全局最优目标函数值。最终确定当太阳能光伏板倾角为 30.61° ，方位角为 -0.15° 时，取得大小为 5118.417Wh 的单块太阳能光伏板日均总辐射量。

针对问题三，首先，在不确定朝向的太阳能光伏板接收太阳能直射辐射模型基础上，在步长为 0.05h 条件下对光伏板接收太阳辐射强度一时间函数进行搜索，以计算满足上午辐射大于 $150\text{W}/\text{m}^2$ 和下午辐射大于 $100\text{W}/\text{m}^2$ 条件下的日均总时长为目的，建立起最优储电效率模型。随后结合前二问建立的最优储电模型，建立以最大满足要求储电效率时长和最大日均总辐射量为目标函数的多目标优化模型。本文使用**快速非支配排序的遗传算法 (NSGA-II)** 求解，经多次迭代确定，在方位角 -0.96° ，水平仰角 30.16° 情况下，最大日均辐射量 5118.42Wh ，最大日均时间为 9.56h 。

最后，文本分析了模型的优点和局限性，并在相应基础上提出了改进优化的方案，以便对该模型进行进一步的推广和完善。

关键字： **levenberg-marquardt** **蒙特卡洛算法** **粒子群优化算法** **遗传算法** **多目标优化**

目录

1	问题重述	1
1.1	问题背景	1
1.2	问题概述	1
2	模型假设	2
3	符号说明	2
4	问题分析	3
4.1	问题一的分析	3
4.2	问题二的分析	3
4.3	问题三的分析	3
5	问题一模型的建立与求解	4
5.1	模型建立	4
5.1.1	太阳位置模型	4
5.1.2	大气衰减模型	6
5.1.3	水平面接受太阳直射强度模型模型	7
5.1.4	光伏板接收太阳辐射强度模型	8
5.1.5	衰减系数拟合模型	8
5.2	模型求解	10
5.2.1	衰减系数 τ 的拟合求解	10
5.2.2	固定倾角下光伏板接受最大辐射强度求解	11
5.3	结果分析	13
6	问题二模型的建立与求解	15
6.1	基于单目标规划的光伏板朝向设计模型	15
6.1.1	目标函数的确定	15
6.1.2	粒子群基本模型的建立	15
6.1.3	自适应惯性权重 PSO 算法优化	17
6.2	模型求解	18
6.3	结果分析	19
7	问题三模型的建立与求解	20

7.1 基于多目标优化的光伏板朝向设计模型	20
7.2 遗传优化算法模型	20
7.3 模型求解	21
8 模型评价	23
8.1 模型优点	23
8.2 模型局限	23
8.3 模型改进	23
参考文献	24
附录 A 问题一源代码	25
附录 B 问题二源代码	27
附录 C 问题三源代码	28

1 问题重述

1.1 问题背景

随着太阳能光伏技术的发展和應用，城市路灯的供电多数采用太阳能电池板获取电能，但光伏板的朝向一经安装无法灵活变化，而光伏板的朝向直接影响着光伏板不同时间段内所接收到的太阳辐射强度，进而决定了路灯蓄电池的储电效率和储电量。在现实情况下，光伏板受到的太阳直射强度过高或过低都会影响蓄电池的储电效率，如何通过数学建模对光伏板的朝向角度进行确定使得光伏发电板路灯的日均充电效率和充电总量最大成为我们需要解决的问题。

1.2 问题概述

太阳能路灯的光伏面板一经安装无法改变方位角合水平仰角，光伏板接收太阳直射辐射需要考虑光伏板法线和太阳直射光线时间的夹角带来的余弦损失。太阳光从大气层外侧到达光伏板需要经过大气层的衰减，在不同时刻由于太阳度角的变化，太阳光线穿过的大气厚度会有相应的变化。所以光伏板接收到的太阳直射辐射经过了大气层的削弱和虚线损失两次衰减。

问题一：题目提供的该地区 5 月 23 日的 27 个时刻的地面太阳直射辐射和各月的大气层外侧太阳辐射强度，根据题目提供的附件提示公式和光学物理，构建出地面辐射和大气层外侧太阳辐射之间的关系，利用已知数据进行插值处理拟合计算出该地区的大气衰减系数。题目将光伏板的朝向固定为正南方向，倾角确定为 20、40 和 60 度，在计算地面辐射的基础上考虑倾角的因素，计算一天不同时刻光伏板接收的直射太阳辐射的强度，对比得到最大太阳直射辐射强度并积分计算一天内接收太阳直射辐射总能量

问题二：根据题目假设光伏板受到的太阳直射辐射总能量最大时，可使路灯蓄电池储电量最大，需要计算出光伏板的固定朝向满足光伏板在晴天条件下受到的太阳直射辐射日均总能量最大。

问题三：题目要求的目标在充电总量最大的基础上增加了蓄电池充电效率高的要求，同时对充电效率的指标确定为光伏板受到的太阳直射强度上午大于 $150\text{W}/\text{m}^2$ ，下午大于 $100\text{W}/\text{m}^2$ 的时间，在综合考虑太阳能板蓄电池充电效率和充电总量，计算寻找光伏板固定安装的最优朝向，并计算晴天条件下光伏板受到的太阳直射辐射日均总能量和太阳直射辐射。

2 模型假设

1. 不考虑太阳散射辐射，仅考虑太阳光直射辐射
2. 假设安装太阳能路灯的地面平坦，周围无遮挡物
3. 假设路灯组件均工作在理想条件下无损坏
4. 假设该地区气候条件大体稳定，符合长期平均值
5. 假设光伏板的转化效率在使用周期内保持不变，不考虑环境因素的影响。

3 符号说明

符号	含义	单位
α_s	太阳高度角	°
γ_s	太阳方位角	°
φ	当地纬度	rad
σ	当地经度	rad
ω	太阳时角	°
t	当地时间	h
t_0	北京时间	h
D	距离春分日的天数	
τ	大气衰减系数	W/(m ² ·km)
I_0	大气层外侧太阳辐射强度	W/m ²
I_1	穿过大气层后的辐射强度	W/m ²
I	地面太阳直射辐射强度	W/m ²
I_b	光伏板接收的太阳直射辐射强度	W/m ²
d	光线经过的大气层厚度	km
h	大气层厚度	km
r	地球半径	km
α	光伏板水平倾角	°
γ	光伏板方位角	°
θ	光伏板法线和太阳光线夹角	°
W_D	太阳辐射总能量	Wh
S	太阳光伏板面积	m ²

注：表中未说明的符号以首次出现处为准

4 问题分析

4.1 问题一的分析

问题一要求我们求解出 2025 年每月 15 日，在晴天条件下，面积为 1 m^2 的光伏板朝向正南方且水平倾角分别为 20° 、 40° 、 60° 时受到的最大太阳直射强度和太阳直射辐射总能量。首先，我们可以通过求解太阳高度角和太阳方位角来确定每一时刻太阳所在位置；接着我们可以通过光学物理知识，求解出太阳光线在不同时刻穿过大气层的距离，利用问题提供的附件数据，该城区 2023 年 5 月 23 日晴天状况下测得地表水平面受到的太阳直射强度值和 1-12 月份大气层外层太阳能辐射强度具体数值可以拟合求解出该地区大气层的衰减系数。从而我们能够求解出不同时刻的穿过大气层到达地表之前的太阳辐射强度。在固定光伏板方位角和倾角的条件下，根据光线的余弦损失定理，得到不同时刻下光伏板受到的太阳直射强度。设置较小的时间间隔，可以比较得到最大的太阳直射强度和积分得到的太阳辐射总能量。

4.2 问题二的分析

问题二假设光伏板受到的太阳直射辐射总能量最大时，可使路灯蓄电池储电量最大，要求我们设计该城区固定安装太阳能光伏板的朝向，使光伏板在晴天条件下受到的太阳直射辐射日均总能量最大。我们将问题理解为一个单目标优化的问题，因此我们把单位面积光伏板在晴天条件下受到的太阳直射辐射日均总能量最大作为目标函数，以光伏板的朝向方位角和水平倾角作为决策变量，再根据实际物理场景确立多个约束条件，建立单目标优化模型，尽管决策变量的数量有限，但是考虑到较小的计算步长带来的大量计算，传统遍历算法显然是行不通的，因此我们可以采用粒子群优化算法对该单目标优化模型进行求解。

4.3 问题三的分析

问题三要我们综合考虑路灯蓄电池的储电效率高和储电量这两个目标，确定出光伏板固定安装的最优朝向，并计算晴天条件下光伏板受到的太阳直射辐射日均总能量和太阳直射辐射。相比较于问题二，问题三不能简单的认为光伏板受到的太阳直射辐射总能量最大时，可使路灯蓄电池储电量最大，因而在计算时需要更多的约束条件。同时本文我们将其理解为多目标优化的问题，将路灯蓄电池的储电效率高和储电量这两个目标综合最大为目标函数，决策量不变，同时按照题目要求将蓄电池的储电效率量化指标为上午光伏板接收到高于 $150\text{W}/\text{平方米}$ ，下午接收到高于 $100\text{W}/\text{平方米}$ 的太阳直射辐射强度的总时长。在计算量大量增加的情况下，我们在本文可以采用遗传启发式算法对多目标优化模型进行求解。

5 问题一模型的建立与求解

5.1 模型建立

问题一要求我们求解出 2025 年每月 15 日，在晴天条件下，面积为 1 m^2 的光伏板朝向正南方且水平倾角分别为 20° 、 40° 、 60° 时受到的最大太阳直射强度和太阳直射辐射总能量。首先，我们可以通过求解太阳高度角和太阳方位角来确定每一时刻太阳所在位置；接着我们可以通过光学物理知识，求解出太阳光线在不同时刻穿过大气层的距离，利用问题提供的附件数据，该城区 2023 年 5 月 23 日晴天状况下测得地表水平面受到的太阳直射强度值和 1-12 月份大气层外层太阳能辐射强度具体数值可以拟合求解出该地区大气层的衰减系数。从而我们能够求解出不同时刻的穿过大气层到达地表之前的太阳辐射强度。在固定光伏板方位角和倾角的条件下，根据光线的余弦损失定理，得到不同时刻下光伏板受到的太阳直射强度。设置较小的时间间隔，可以比较得到最大的太阳直射强度和积分得到的太阳辐射总能量。

5.1.1 太阳位置模型

①太阳高度角 α_s 和太阳方位角 γ_s

随着地球的自转和公转，太阳在一年中各个时刻相对于地面的位置都在不断发生改变，其变化轨迹被称为太阳的视运动轨迹。为了表述的方便，我们通常在地平坐标系下来描述太阳的位置，以正东方向为轴，正北方向为轴，垂直于地面向上的方向为轴建立坐标系，如图 1 所示。此时，我们就可以用太阳高度角 α_s 和太阳方位角 γ_s 这两个参数来描述太阳的视运动轨迹。

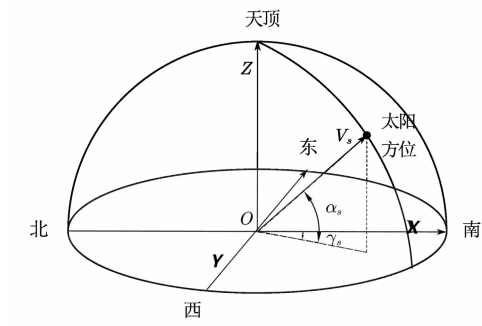


图 1 太阳方位示意图

②太阳高度角 α_s

太阳高度角是指的是太阳到坐标原点的连线与地平面的夹角，根据附件太阳高度角的计算公式为：

$$\sin \alpha_s = \cos \delta \cos \varphi \cos \omega + \sin \delta \sin \varphi \quad (1)$$

其中, α_s 为太阳高度角, 其范围为 $[0, 90^\circ]$, δ 为太阳赤纬, 即太阳直射纬度, φ 为当地纬度, ω 为太阳时角, 即正午时圈到当地时圈的角度。

③太阳方位角 γ_s

太阳方位角指的从正北方向开始沿着地平线顺时针旋转, 一直到太阳在地面的投影与坐标原点的连线的角度, 在已知太阳高度角、太阳赤纬以及太阳时角时, 我们便可以求得太阳方位角, 其计算公式如下所示:

$$\cos \gamma_s = \frac{\sin \delta - \sin \alpha_s \sin \varphi}{\cos \alpha_s \cos \varphi} \quad (2)$$

其中, γ_s 为太阳方位角, 其范围为 $[0, 360^\circ]$, δ 为太阳赤纬, α_s 为太阳高度角, φ 为当地纬度。

④太阳赤纬 ω

太阳的赤纬等于太阳入射光与地球赤道之间的角度, 由于地球自转轴与公转平面之间的角度基本不变, 因此太阳的赤纬随季节不同而有周期性变化。太阳赤纬的最高度数为 $23^\circ 26'$, 夏至时太阳的赤纬为 $+23^\circ 26'$, 冬至时太阳的赤纬为 $-23^\circ 26'$ 。春分和秋分时太阳的赤纬为 0° 。赤纬角示意图如图 2 所示. 查阅相关资料可得计算公式为:

$$\sin \delta = \sin \frac{2\pi D}{365} \sin \left(\frac{2\pi}{360} 23.45 \right) \quad (3)$$

其中 D 为以春分日作为第 0 天计算的天数。

以一个地方太阳升到最高的地方的时间为正午 12 时, 将连续两个正午 12 时之间等分为 24 个小时, 所成的时间系统, 称为地方时。地球上每一个地点都有其相应的地方时。由于题目只提供了当地时间的北京时间, 因此在计算地方时时角时, 要先将北京时间换算为当地地方时 t :

$$t = t_0 + \frac{\sigma - 120^\circ}{15^\circ} \quad (4)$$

其中 t_0 为北京时间, σ 为当地经度。

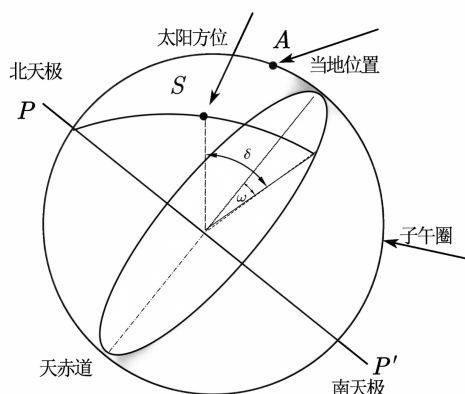


图 2 赤纬角示意图

⑤太阳时角 ω

太阳时角表示正午时圈到当地时圈的角度，其可以通过当地时间 t 与正午 12 点之差求出，其计算公式为：

$$\omega = \frac{\pi}{12}(t - 12) \quad (5)$$

其中， ω 为太阳时角， t 为当地时间。太阳时角为 0，说明当地时间为正午，时角为负，说明当地时间是上午，时角为正，说明当地时间是下午。因此，当我们确定当地纬度、当天日期以及当日的时刻时，我们就可以求出太阳赤纬以及太阳时角，从而求出该地在特定时刻下的太阳高度角。

5.1.2 大气衰减模型

大气层对太阳能直射辐射的衰减变化量与其辐射强度、所穿过的大气层厚度成正比，描述某地区大气透光性能的指标为 $W/(\text{m}^2 \cdot \text{km})$ ，根据定义及查阅相关资料得到衰减系数的简化定义式：

$$\tau = -\frac{\ln\left(\frac{I_1}{I_0}\right)}{d} \quad (6)$$

将公式写成 I_1 和 I_0 的关系式有：

$$I = I_0 e^{-\tau d} \quad (7)$$

其中 I_1 为穿过大气层后的辐射强度， I_0 为大气层外层太阳能辐射强度， d 为太阳直射辐射所穿过的大气厚度。地球表面大气层厚度 h 题目要求为 1000km ，在一天之内考虑到太阳高度角的变化，太阳直射光线所穿过的大气层距离利用余弦公式可以求解，相关边长之间的关系由图 3 所示：

$$r^2 + d^2 - 2rd \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_s\right) = (r + h)^2 \quad (8)$$

其中 r 为地球半径，在本文中取值为 6300km 。

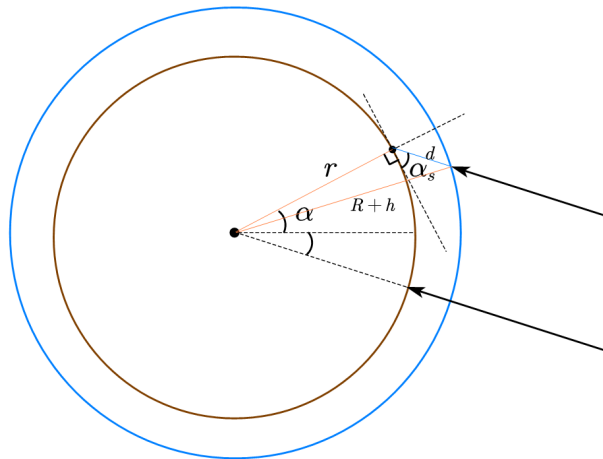


图 3 大气厚度示意图

5.1.3 水平面接受太阳直射强度模型模型

该地水平地面接收的太阳直射辐射强度 I 与大气层外太阳辐射强度的关系有

$$I = I_0 e^{-\tau d} \cos(\alpha_s) \quad (9)$$

公式 (8) 展示了地面太阳直射辐射强度和大气层外太阳辐射强度的关系。通过以上关系，利用已知数据能够拟合出该地区的大气衰减系数。

下面将考虑光伏板的水平仰角 α 和方位角 γ ，构建不同朝向的光伏板受到的太阳直射强度的模型。

$$I_b = I_1 \cos(\theta) \quad (10)$$

其中 I_b 为光伏板接收到的太阳直射强度， I_1 为穿过大气层后的辐射强度， θ 为光伏板法线与直射太阳光线之间的夹角，角度之间的关系由图二所示。余弦损失的一般形式如下：

$$\cos \theta = \sin \alpha_s \sin \alpha + \cos \alpha_s \cos \alpha \cos(\gamma_s - \gamma) \quad (11)$$

使用向量形式对余弦夹角重新表示，设光伏面板法向量为 $\vec{n}_b = (x_b, y_b, z_b)$ ，太阳光线向量表示为 $\vec{n}_s = (x_s, y_s, z_s)$ 。引入太阳方位角，太阳高度角有以下关系：

$$\begin{cases} x_b = \cos \alpha \cos \gamma \\ y_b = \cos \alpha \sin \gamma \\ z_b = \sin \alpha \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} x_s = \cos \alpha_s \cos(\pi - \gamma_s) \\ y_s = \cos \alpha_s \sin(\pi - \gamma_s) \\ z_s = \sin \alpha_s \end{cases} \quad (13)$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{n}_b \vec{n}_s}{|\vec{n}_b| |\vec{n}_s|} \quad (14)$$

联立式 (1)(2)(3)(4)(6)(8) 得到地面太阳直射辐射强度模型

$$\begin{cases} \sin \alpha_s = \cos \delta \cos \varphi \cos w + \sin \delta \sin \varphi \\ w = \frac{\pi}{12}(t - 12) \\ \sin \delta = \sin \frac{2\pi D}{365} \sin \left(\frac{2\pi}{360} 23.45 \right) \\ t = t_0 + \frac{\gamma - 120^\circ}{15^\circ} \\ \tau = -\frac{\ln\left(\frac{I_1}{I_0}\right)}{d} \\ r^2 + d^2 - 2rd \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_s\right) = (r + h)^2 \end{cases} \quad (15)$$

其中衰减系数 W 是需要通过模型，利用附件已知数据进行拟合的固定参数。按照题目要求将光伏板方位角取 0，得到简化的地面接受直射太阳辐射的模型。

$$I = I_0 \sin(\gamma_s) e^{-\tau d} \quad (16)$$

5.1.4 光伏板接收太阳辐射强度模型

光伏板的朝向由光伏板的方位角和水平倾角构成，因而构建光伏板接收的太阳强度的模型需要综合考虑到太阳方位角、太阳高度角和光伏板朝向之间的关系。将相关公式联立如下

$$\begin{cases} I_1 = I_0 e^{-\tau d} \\ I_b = I_1 \cos(\theta) \\ \cos(\theta) = \sin \alpha_s \sin \alpha + \cos \alpha_s \cos \alpha \cos(\gamma_s - \gamma) \end{cases} \quad (17)$$

考虑到问题一仅要求考虑光伏板为正南方向时的光伏板接收的太阳直射辐射强度和太阳直射辐射总能量，所以可以将光伏板的方位角 γ 固定为 0，在求受到的最大太阳直射强度时可以将太阳方位角固定为 0。公式如下：

$$I_b = I_0 \cos(\gamma_s) e^{-\tau d} \quad (18)$$

一天内的光伏板受到的太阳辐射总能量为光伏板一天内受到的太阳强度对时间的积分，有以下公式：

$$W_D = \int_{t_0}^{t_1} I_b S dt \quad (19)$$

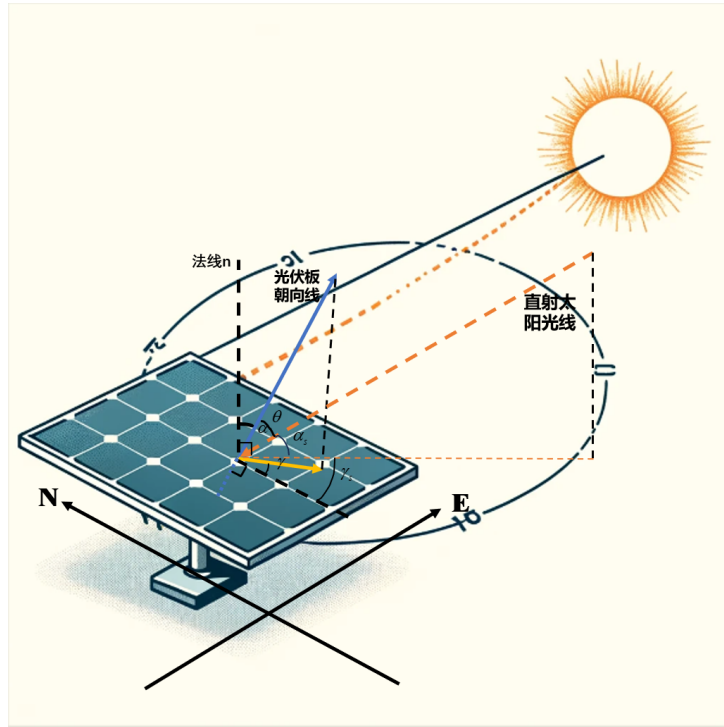


图 4 光伏板接收辐射示意图

5.1.5 衰减系数拟合模型

求解后续辐射强度的基础需要已知当地的大气衰减系数，本文利用已知 5 月 23 日地面辐射强度数据和 5 月份大气外边缘太阳辐射强度对衰减系数 τ 进行拟合。考虑到

计算地面太阳直射辐射的公式中含有包括太阳高度角在内的多个角度值，理论公式为非线性的，因此我们考虑使用 levenberg-marquardt 算法对衰减系数进行非线性拟合。该算法灵活地吸收了最速下降法和 Gauss-Newton 法的优点，能够对衰减系数进行较好的拟合。在此问题中，我们的目标是最小化误差的平方和。我们将地面太阳直射辐射模型简写为 $f(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ ，其中 x 为一直观测辐射数据， p 为要求的大气衰减系数，我们希望找到参数 p 使得目标函数最小。

$$S(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^N [y_i - f(x_i, \mathbf{p})]^2 \quad (20)$$

y_i 为实际观测值， x_i 为对应的输入值。

Levenberg-Marquardt 算法执行需要不断迭代，迭代过程首先需要计算残差和 Jacobian 矩阵，Jacobian 矩阵 J 的元素定义有

$$J_{ij} = \frac{\partial r_i}{\partial p_j} \quad (21)$$

其中 r_i 为第 i 个数据点的残差，

$$r_i = y_i - f(x_i, \mathbf{p}) \quad (22)$$

每次迭代计算后对参数 p 进行更新，

$$\Delta \mathbf{p} = (\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \cdot \text{diag}(\mathbf{J}^T \mathbf{J}))^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{r} \quad (23)$$

$$\mathbf{p}_{\text{new}} = \mathbf{p} + \Delta \mathbf{p} \quad (24)$$

使用更新后的参数进行目标函数 $S(\mathbf{p}_{\text{new}})$ 的求解并判断函数的收敛情况。

$$\begin{cases} S(p_{\text{new}}) < S(p) & \text{减小 } \lambda \\ S(p_{\text{new}}) \geq S(p) & \text{增大 } \lambda \end{cases} \quad (25)$$

当 $|\Delta \mathbf{p}|$ 或者 $|S(\mathbf{p}_{\text{new}}) - S(\mathbf{p})|$ 小于预定的阈值时，或到达最大迭代次数，算法终止返回最终参数 p 和目标函数值 $S(\mathbf{p})$ ，即我们所需要拟合求解的当地大气衰减系数 w 和拟合误差值。

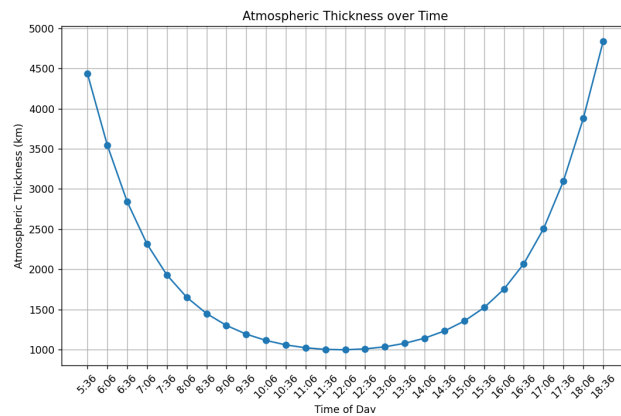


图 5 五月某天光线穿过大气层厚度变化示意图

5.2 模型求解

5.2.1 衰减系数 τ 的拟合求解

后续模型的求解需要该地区衰减系数的确定，我们使用 levenberg-marquardt 算法对值进行拟合，利用附件一提供的 5 月 23 日 27 个时刻的数据，通过三次样条插值达到 51 个数据样本后，对衰减系数进行拟合，拟合结果如下。

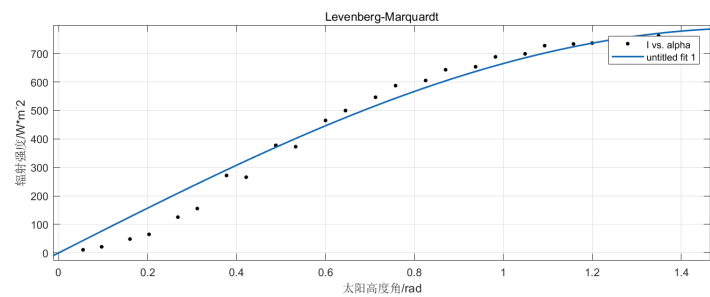


图 6 大衰减系数拟合结果

将拟合得到的大气衰减系数带入公式，对 5 月 23 日不同时刻的地面直射辐射进行计算，和观测数据进行对比，观察误差结果拟合良好，拟合结果和相关评价指标见表 1 和图 7。

表 1

拟合结果参数名	参数值
τ	0.5237
SSE	4787
R-square	0.9744
RMSE	42.91

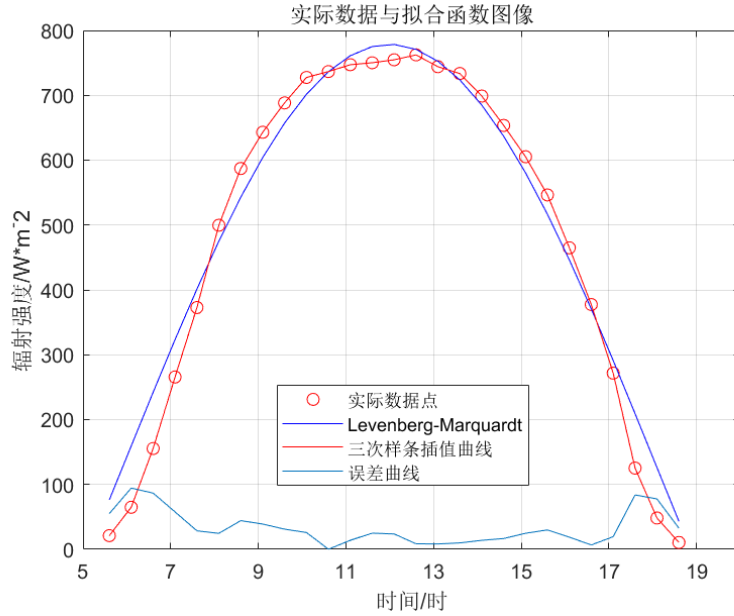


图 7 衰减系数拟合误差分析

从图中可以看到，使用拟合后的衰减系数对地面直射辐射强度进行计算，得到的结果与三次样条差值进行对标，在地面辐射强度在 200 以上的时间段内，误差均在 50 以下，说明衰减系数 τ 拟合结果良好。

5.2.2 固定倾角下光伏板接受最大辐射强度求解

问题一将光伏板的朝向角度固定，要求各倾角下每月 15 日每天所接收的最大太阳直射强度和太阳直射辐射总能量，要获得每月 15 日所接收的最大太阳直射强度，我们不能简单认为正午 12 时光伏板所接收的太阳直射强度最大，在考虑大气厚度等因素后，对每月 15 日的时间间隔 $0.5h$ 的各时刻太阳直射强度进行计算，从而获得最大值。计算结果如图 6 所示。

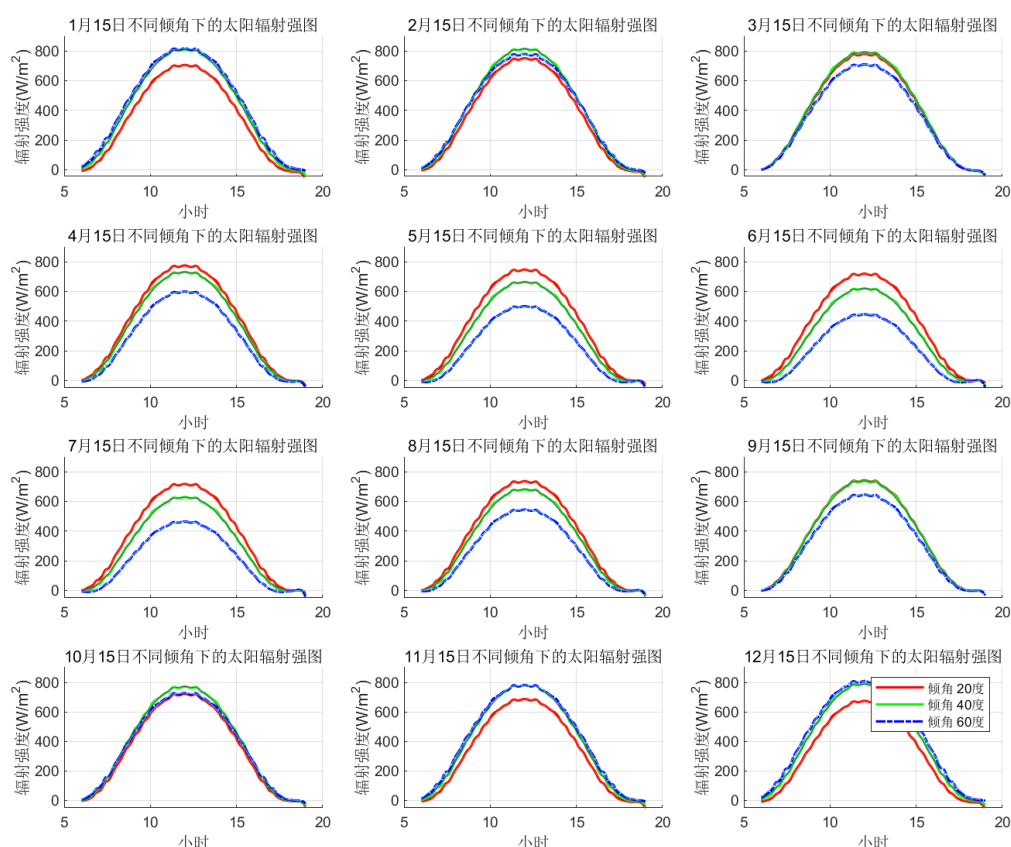


图 8 不同倾角每月 15 日各时刻接收太阳辐射强度

将所有出现的负值舍弃，按照月份将三个倾角下每月 15 日不同时刻所接收到的太阳直射强度绘制到 2 个图中。从图中可以看到当光伏板朝向为正南方向时，各月 15 日接收到最大太阳辐射的时间基本一致，出现在正午 12 时。分析图标可以看到，在 4 月到 8 月之间，即每年的夏半年，倾角为 20 度的光伏板所接受的太阳直射强度最大，符合直观分析结果。

在求解太阳直射辐射总能量时，为了获得较为准确的积分数据，我们将时间间隔设置为 $0.05h$ ，由于太阳直射强度不允许出现负值，我们将计算时间进行初步限制后，对结果中的负值进行舍弃。考虑接收太阳直射强度所有大于 0 的时刻，进行梯度积分，三个倾角的光伏面板各月 15 日所接收的太阳辐射总能量如图 7 所示。

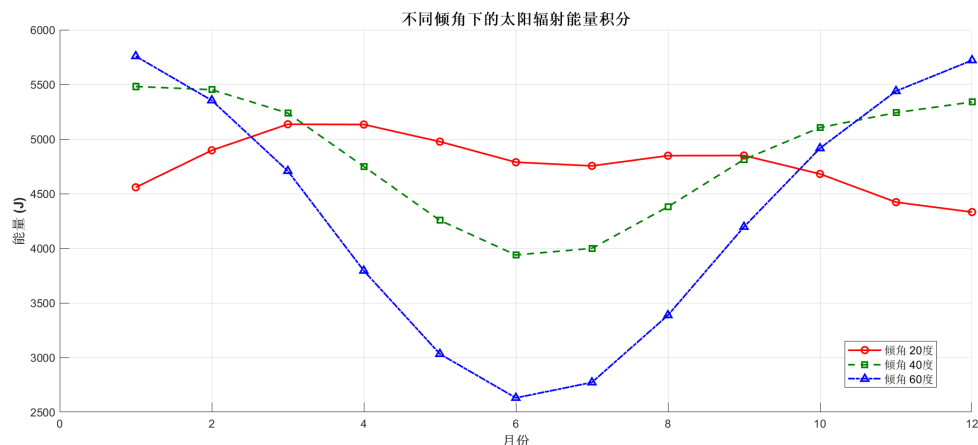


图 9 不同倾角光伏板各月 15 日接收太阳直射辐射总能量

对三种倾角下的各月积分形成的曲线进行简单分析，当倾角为 60 度时，光伏板在一年之内均不可能受到太阳光线的直射，且当太阳直射点从南回归线逐渐北移，即月份从 12 月到 6 月，正午太阳光与光伏板法线之间的夹角越来越小，太阳辐射能量积分也逐渐减小。

当倾角为 40 度的时候，当太阳折射点在南回归线附近时，光伏板在当日太阳高度角最大时会受到太阳光直射，所以从图中看出在，12 月到 2 月，三个月 15 日太阳直射辐射总能量接近一年中的最大值且三个月份的值接近，变化趋势和最大值符合理论分析和现实分析。

当倾角为 20 度时，太阳赤纬角 δ 为 0 时，即 3 月份和 6 月份，光伏板在正午太阳高度角 α_s 最大时，能够接收到垂直照射的光线，所以图中显示出 3 和 6 月出现双峰。

5.3 结果分析

对上述衰减系数，同一朝向不同倾角的光伏板每月 15 日接收的最大太阳直射辐射强度和太阳辐射总能量的计算结果进行分析，反馈拟合结果良好，计算结果符合实际。我们将计算的具体结果呈现于表 2 和表 3 当中。

表 2 三个倾角每月 15 日接收最大太阳辐射强度

月份	水平倾角 20°	水平倾角 40°	水平倾角 60°
1	706.0896	810.7698	817.6592
2	751.4445	814.9347	780.1317
3	780.9171	793.2483	709.9021
4	774.9607	731.3070	599.4469
5	747.7133	664.4113	500.9716
6	719.6723	620.3475	446.1996
7	717.8225	629.0941	464.4876
8	736.4277	681.9714	545.2593
9	742.3178	738.7181	646.0180
10	722.2719	771.9587	728.5359
11	687.5431	781.9181	781.9823
12	674.9940	789.8968	809.5264

表 3 三个倾角每月 15 日太阳辐射总能量

月份	水平倾角 20°	水平倾角 40°	水平倾角 60°
1	4558.2386	5480.9510	5758.2587
2	4896.8681	5451.5510	5353.7852
3	5135.4235	5237.4500	4707.8762
4	5133.0265	4748.7510	3794.4682
5	4976.0876	4255.5264	3032.4945
6	4787.8545	3938.7034	2630.3933
7	4754.3504	3999.0348	2771.9471
8	4847.7874	4379.9815	3387.0071
9	4849.0706	4812.7844	4196.0293
10	4680.3766	5104.8245	4915.6112
11	4421.9528	5241.5836	5438.7921
12	4331.4119	5339.2975	5720.9177

6 问题二模型的建立与求解

问题二假设光伏板受到的太阳直射辐射总能量最大时，可使路灯蓄电池储电量最大，要求我们设计该城区固定安装太阳能光伏板的朝向，使光伏板在晴天条件下受到的太阳直射辐射日均总能量最大。我们将问题理解为一个单目标优化的问题，因此我们把单位面积光伏板在晴天条件下受到的太阳直射辐射日均总能量最大作为目标函数，以光伏板的朝向方位角和水平倾角作为决策变量，再根据实际物理场景确立多个约束条件，建立单目标优化模型，尽管决策变量的数量有限，但是考虑到较小的计算步长带来的大量计算，传统遍历算法显然是行不通的，因此我们可以采用粒子群优化算法对该单目标优化模型进行求解。

6.1 基于单目标规划的光伏板朝向设计模型

6.1.1 目标函数的确定

在第一问中，我们已经得到单位面积内每天太阳直射辐射总能量 W 的计算公式：

$$W_D = \int_{t_0}^{t_1} I_b S dt \quad (26)$$

(1) 目标函数

在问题二中我们将单位面积光伏板在晴天条件下受到的太阳直射辐射日均总能量最大作为目标函数，目标函数为：

$$\max W(\alpha_b, \gamma_b) = \text{average}(W) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n W_i \quad (27)$$

(2) 约束条件

$$\begin{cases} I_b = 0, & z_s \leq 0 \text{ or } I_b \leq 0 \\ 0 \leq \alpha \leq 90^\circ \\ 90^\circ \leq \gamma_b \leq 90^\circ \\ 5 \leq t \leq 19 \end{cases} \quad (28)$$

6.1.2 粒子群基本模型的建立

我们采用粒子群算法对太阳直射辐射日均总能量最大这一指标为目标函数，找到满足目标的最优解。下面将介绍粒子群算法的设计和优化。粒子群优化算法的提出受鸟群觅食行为的启发，并用于解决优化问题。算法采用速度—位置搜索模型。每个粒子代表解空间的一个候选解，解的优劣程度由适应函数决定。速度 $v_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{id})$ 决定粒子在搜索空间单位迭代次数的位移。其中，适应函数根据优化目标定义。PSO 随机初始化为—群粒子，其中第 i 个粒子在 d 维解空间的位置表示为 $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{id})$ 每

一次迭代, 粒子通过动态跟踪两个极值来更新其速度和位置。第一个是粒子从初始到当前迭代次数搜索产生的最优解: 个体极值 $p_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{id})$, 第二个是粒子种群目前的最优解: 全局极值 $g_i = (g_{i1}, g_{i2}, \dots, g_{id})$, 粒子根据以下公式来更新其速度和位置

$$v_i = v_i + c_1 \text{rand}() \cdot (p_i - x_i) + c_2 \text{rand}() \cdot (g - x_i) \quad (29)$$

$$x_i = x_i + v_i \quad (30)$$

其中 $\text{rand}()$, 是均匀分布在 $(0, 1)$ 区间的随机数。一般取学习因子 $c_1 = c_2 = 2$, 粒子在解空间内不断跟踪个体极值与全局极值进行搜索直到达到规定的迭代次数或满足规定的误差标准为止。粒子在每一维飞行的速度不能超过算法设定的最大速度 V_{max} , 设置较大的 V_{max} 可以保证粒子种群的全局搜索能力, V_{max} 较小则粒子种群的局部搜索能力加强。粒子群优化算法是基于群体智能理论的优化算法通过群体中粒子间的合作与竞争产生的群体智能指导优化搜索。与进化算法比较, PSO 保留了基于种群的全局搜索策略, 但是其采用的速度一位移模型操作简单, 避免了复杂的遗传操作。

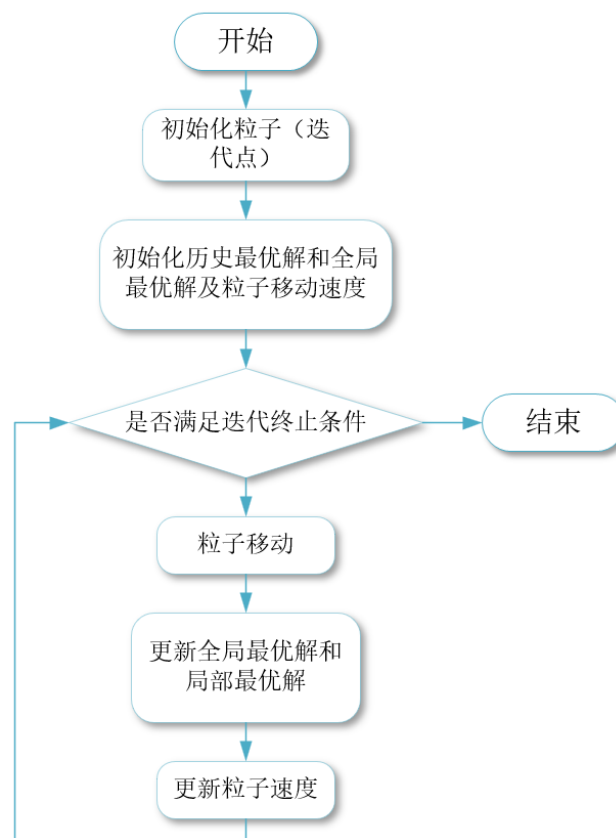


图 10 粒子群算法流程图

6.1.3 自适应惯性权重 PSO 算法优化

惯性权重因子 w 对优化性能有重要影响, 较大的 w 值有利于跳出局部极小点, 较小的 w 值有利于算法收敛, 为了使粒子群算法更稳定, 对粒子群算法惯性权重采取自适应变化, 与原始粒子群算法相比, 现在惯性权重和迭代次数与每个粒子适应度有关。本次求解的问题是求能够使光伏板获得最大太阳辐射能量的朝向角度, 对于最大值问题, 惯性权重的变化规则见式 (31), 对于最小值问题, 惯性权重的变化规则见式 (32)。

$$w_i^d = \begin{cases} w_{\min} + (w_{\max} - w_{\min}) \frac{f_{\max}^d - f(x_i^d)}{f_{\max}^d - f_{\text{average}}^d}, & f(x_i^d) \geq f_{\text{average}}^d \\ w_{\max}, & f(x_i^d) < f_{\text{average}}^d \end{cases} \quad (31)$$

$$w_i^d = \begin{cases} w_{\min} + (w_{\max} - w_{\min}) \frac{f(x_i^d) - f_{\min}^d}{f_{\text{average}}^d - f_{\min}^d}, & f(x_i^d) \leq f_{\text{average}}^d \\ w_{\max}, & f(x_i^d) > f_{\text{average}}^d \end{cases} \quad (32)$$

其中, w_{\min} 和 w_{\max} 为预定给定的最小惯性系数和最大惯性系数, 一般取值为 0.4 和 0.9。

第 d 次迭代时所有粒子的平均适应度, 为

$$f_{\text{average}}^d = \sum_{i=1}^n f(x_i^d) / n \quad (33)$$

粒子 i 在第 d 次迭代后的适应度变化为

$$\delta f(x_i^d) = f(x_i^d) - f(x_i^{d-1}) \quad (34)$$

其中, $i = 1, 2, \dots, n, t \geq 2$; $f(x_i^d)$ 表示粒子 i 在第 d 次迭代后的适应度。

在每次迭代寻优时, 总有部分粒子找到更优的位置, 也有部分粒子在较优和较差的位置, 在结束此次迭代进行下次迭代时, 那些处于越优位置的粒子会进一步达到更优的位置, 而在较差位置的粒子会越来越差。经过不断迭代, 越优位置的粒子会更接近或达到全局最优位置。每次迭代更新时, 依据上次迭代粒子的适应度值, 在下次迭代时动态调整惯性权重, 对粒子全局寻优和快速收敛有很大帮助。自适应惯性权重粒子群算法流程如下图所示。

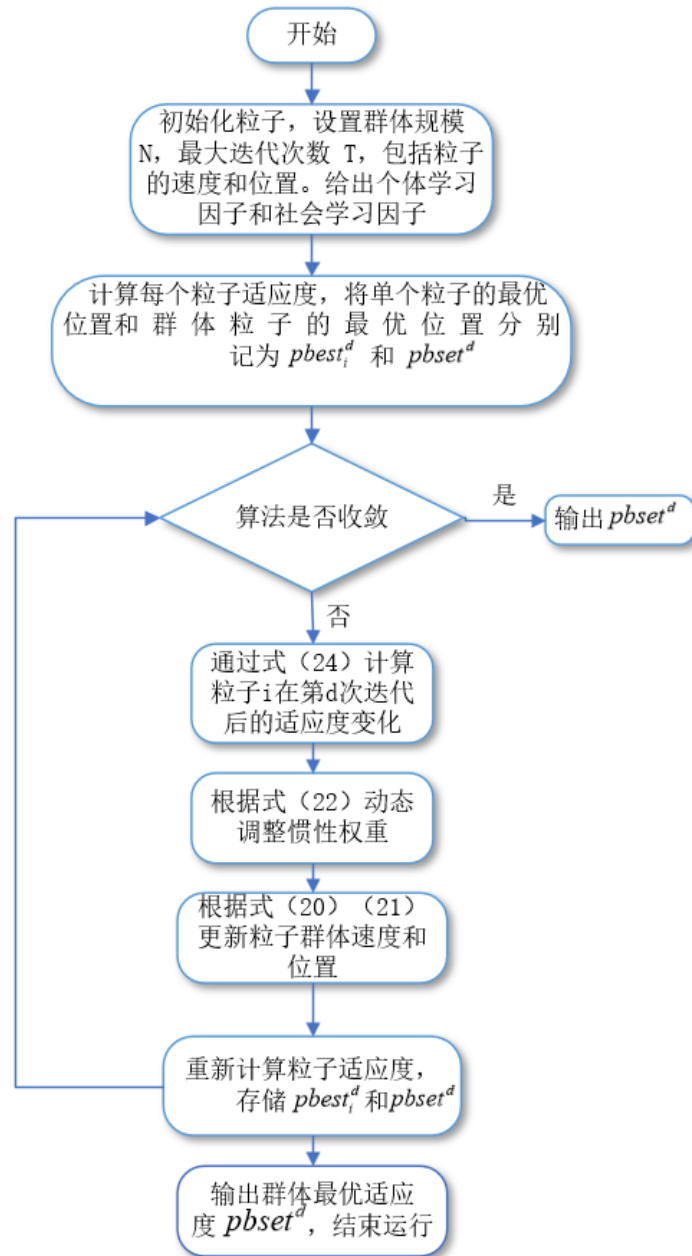


图 11 惯性权重算法流程图

6.2 模型求解

在求解过程中我们用求最小值的方式进行求解，迭代结果如下图所示。

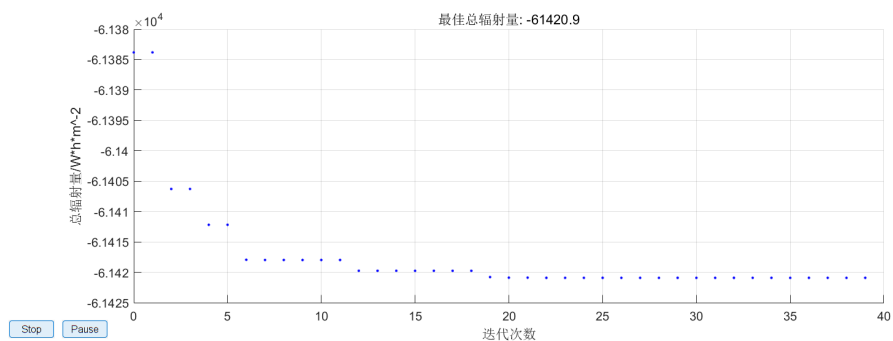


图 12 粒子群迭代结果

当迭代次数在 20 次之后，结果趋于稳定，此时我们得到使光伏板在晴天条件下受到的太阳直射辐射日均总能量最大的朝向角度为水平倾角 30.6101° ，方位角 -0.1694° 。

我们对不同朝向进行遍历计算，结果如下图所示。

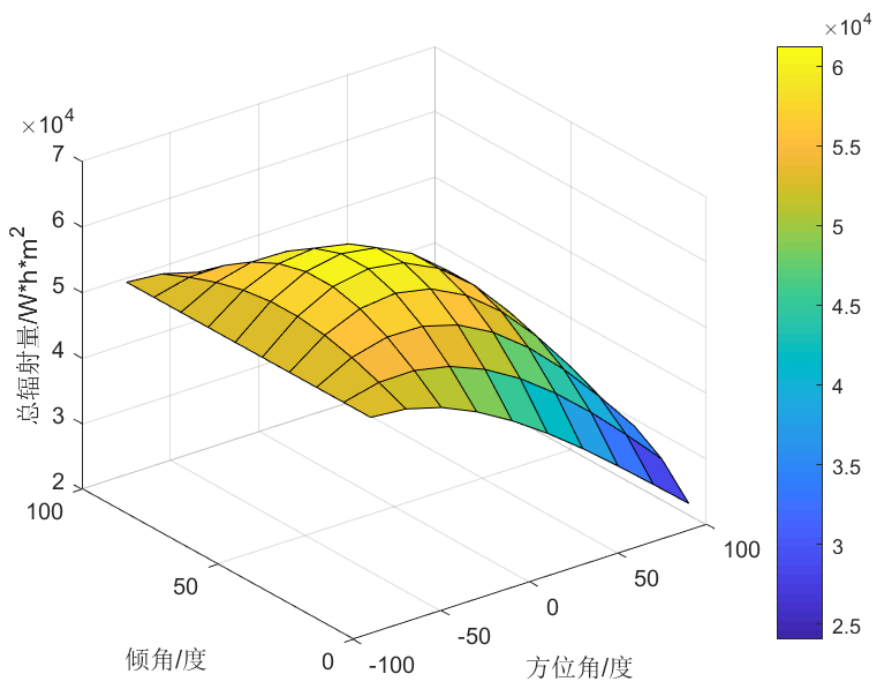


图 13 遍历结果展示

6.3 结果分析

首先对迭代结果进行分析，在迭代 20 次之后，总能量趋于稳定，稳定在 61420kWh。此时得到的朝向角度和本地维度相近，方位角度接近正南方向，符合理论分析和第一问中的结论。

7 问题三模型的建立与求解

问题三要我们综合考虑路灯蓄电池的储电效率高和储电量这两个目标，确定出光伏板固定安装的最优朝向，并计算晴天条件下光伏板受到的太阳直射辐射日均总能量和太阳直射辐射。相比较于问题二，问题三不能简单的认为光伏板受到的太阳直射辐射总能量最大时，可使路灯蓄电池储电量最大，因而在计算时需要更多的约束条件。同时本文我们将其理解为多目标优化的问题，将路灯蓄电池的储电效率高和储电量这两个目标综合最大为目标函数，决策量不变，同时按照题目要求将蓄电池的储电效率量化指标为上午光伏板接收到高于 150W/平方米，下午接收到高于 100W/平方米的太阳直射辐射强度的总时长。在计算量大量增加的情况下，我们在本文可以采用遗传启发式算法对多目标优化模型进行求解。

7.1 基于多目标优化的光伏板朝向设计模型

(1) 目标函数

在问题二模型建立的基础上，增加蓄电池充电效率高这一目标函数，目标函数为：

$$\max \text{Time} = T_1 + T_2 \quad (35)$$

$$\max W(\alpha_b, \gamma_b) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n W_i(\alpha_b, \gamma_b) \quad (36)$$

(2) 约束条件

问题三中的约束条件和问题二中保持一致，约束条件如下：

$$\begin{cases} I_b = 0, & z_s \leq 0 \text{ or } I_b \leq 0 \\ 0 \leq \alpha \leq 90^\circ \\ 90^\circ \leq \gamma_b \leq 90^\circ \\ 5 \leq t \leq 19 \end{cases} \quad (37)$$

7.2 遗传优化算法模型

遗传算法 (Genetic Algorithm, GA) 是一种以随机理论为基础的模仿生物进化的搜索方法。近年来, 遗传算法在各个科学领域得到广泛运用, 在求解-复杂优化问题已显示出强大能力, 具有广泛的适应性。

在处理多目标优化问题时，如果没有明确的决策者偏好，就很难直接评估不同解的优劣。这是应用遗传算法于多目标优化中遇到的主要挑战之一。在遗传算法的每一代迭代中，会生成大量的潜在解。通过这些潜在解之间的相互比较，并淘汰那些相对较差的解，我们可以逐渐接近非劣解集，即那些在目标函数中无法被其他解支配的解。

具体地说，考虑一个涉及多个目标函数的 n 维优化问题，其中每个目标函数都需要被最大化。在这样的框架下，一个解的劣质可以被定义如下：

$$f_i(x^*) \leq f_i(x_t) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (38)$$

上式中至少对一个 i 取小于号。即至少一个劣于可行解的 x^* 必为劣解。

参数配置与算法步骤

1. **初始化**：创建一个初始种群，这是算法开始的基础，包含了随机生成的个体。
2. **适应度评估**：适应度评估：每个个体的适应度都通过适应度函数进行评估，这个函数是衡量个体优劣的关键标准。
3. **选择**：选择：基于个体的适应度，采用如轮盘赌或锦标赛选择的策略从当前种群中选择个体，以进行下一代的繁衍。
4. **交叉**：交叉：选中的个体通过交叉操作产生后代。交叉过程，如单点交叉或多点交叉，是遗传算法中产生新解的关键步骤。
5. **变异**：变异：在新一代的个体中随机修改基因，这有助于维持种群内的遗传多样性，防止算法过早收敛于局部最优。
6. **替换**：替换：算法用新一代种群替换旧种群，继续进行迭代，直到满足终止条件。

在问题三中，我们利用 MATLAB 中的 `gamultiobj` 函数来实施多目标优化，该函数是专门设计来解决多目标遗传算法问题的工具。我们对求解器进行了以下设置以优化算法性能：

paretoFraction：控制 Pareto 前沿中的个体数量，确保前沿的代表性和多样性。

populationsize：设定种群大小，影响算法的搜索能力和计算资源需求。

generations：定义最大进化代数，即算法运行的迭代次数。

stallGenLimit：设定停滞代数限制，若连续多代进化无显著改进，则算法停止，防止资源浪费。

TolFun：设置适应度函数的容忍度，当进化改进小于此值时，认为算法已趋于稳定。

PlotFcns：指定绘图函数，本研究中使用 `gaplotpareto` 来动态展示 Pareto 前沿的形成过程。

通过以上设置，`gamultiobj` 函数能够有效地处理多目标问题，找到满足各目标函数的最优或近似最优解集。这些解反映了不同目标间的权衡，为决策者提供了宝贵的信息。此外，动态展示 Pareto 前沿的变化不仅帮助理解算法的进展，也使得优化过程更为透明和可控。

7.3 模型求解

我们使用 Matlab 代码求解后得到下图所示的 Pareto front。

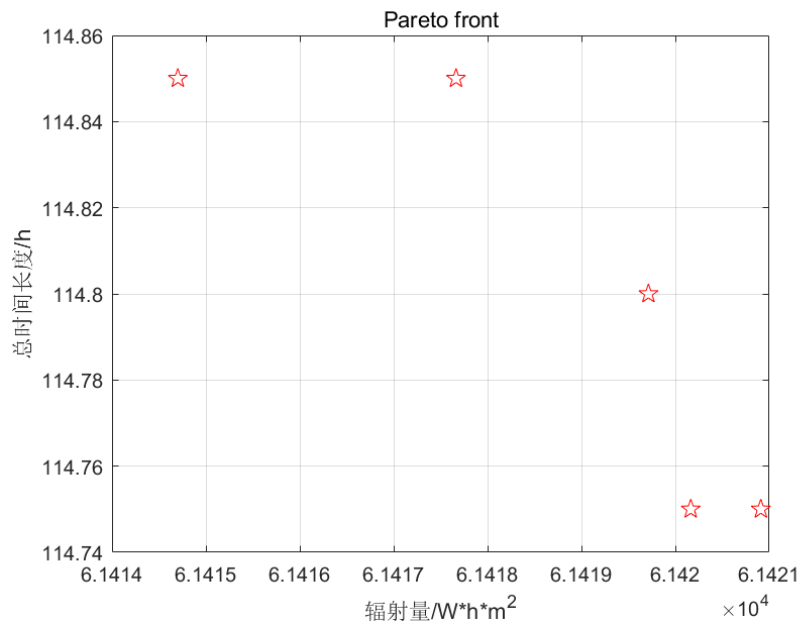


图 14 多目标优化遗传算法 Pareto front

由图像可知多目标优化的结果为：太阳直射辐射日均总能量是 5118.42Wh 和太阳直射辐射（上午大于 150W/m²、下午大于 100 W/m²）时长为 9.56h。我们对不同朝向进行遍历计算，结果如下图所示。

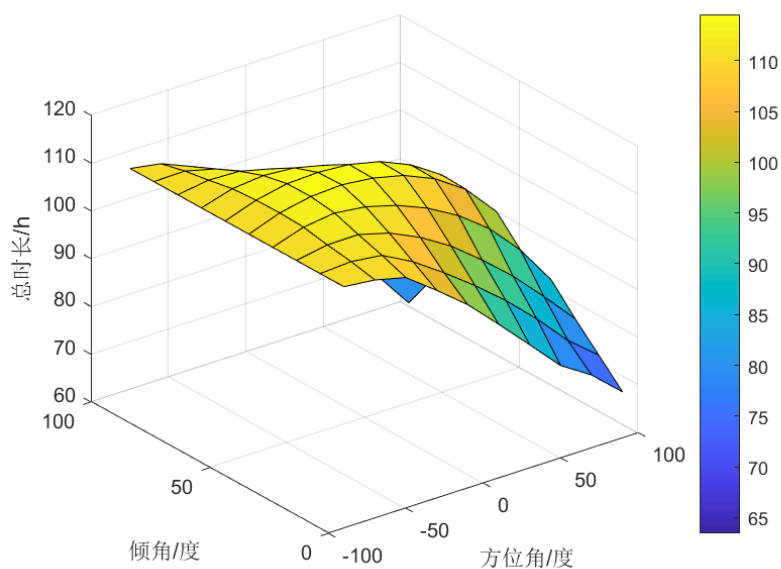


图 15 遍历结果展示

故为使光伏板受到太阳直射强度上午大于 150 W/m²、下午大于 100 W/m² 的时间尽可能长来提高触电效率，并结合综合考虑储电量这两个目标，本文求出光伏板固定安装的最优朝向为方位角-0.96°，水平仰角为 30.16°，计算晴天条件下光伏板受到

的太阳直射辐射日均总能量为 5118.42Wh 和太阳直射辐射为 9.56h

8 模型评价

8.1 模型优点

1. 模型的广泛适用性：所建立的模型具备极强的扩展能力，可以轻松适应多种不同的场景和需求。通过参数和条件的灵活调整，此模型能够应对多样化的优化问题，显示出广泛的适用范围。
2. 基于 MATLAB 的高精度计算能力：本模型依托于 MATLAB 的先进计算框架进行数值分析，确保了运算的精确性和高效率。MATLAB 提供的丰富函数库支持了模型的计算稳定性和可靠性。
3. 模型的稳定性和长效性：设计中考虑了模型的长期运行效果，确保其在持续使用中保持优异的性能和稳定性。这种前瞻性设计使模型即便在持续变化的数据输入下也能维持良好表现。

8.2 模型局限

1. 天气因素的考虑不足：目前的模型主要针对晴朗天气条件下进行了优化，忽略了阴雨和多云等其它气候状况的影响。这一局限可能导致模型在多样气候条件下的预测性能出现波动。
2. 环境变量处理的简化：虽然模型对大气厚度的变化进行了基本的拟合，但未能全面考虑如地理位置、海拔和气候变化等多重影响因素，可能影响到模型在实际应用中的广泛性和精确度。

8.3 模型改进

1. 整合更多气象条件变量：增加云量、降雨量和风速等数据的整合，将使模型对各种天气状况的响应更为准确，提升模型在变化环境下的适应能力和可靠性。
2. 扩展地理和环境因素的考虑：模型应进一步纳入地点的海拔高度、地理位置及季节性气候变化等信息，以精细化模拟真实世界的复杂环境。
3. 提升模型的细节化和解析度：通过引入更细致的时间分辨率和环境变量，如逐小时或更短时间间隔的大气厚度数据，可以为决策者提供更为详尽和精确的支持信息。

参考文献

- [1] 张豪, 王贤琳. 自适应惯性权重优化的粒子群算法 [J]. 智能计算机与应用, 2023, 13(09): 5-8.
- [2] 吴浩然. 改进粒子群优化算法及应用 [D]. 合肥工业大学, 2022. DOI: 10.27101/d.cnki.ghfgu.2022.000039.
- [3] 韩扬, 芮绍平. 一种求解非线性方程组的修正 Levenberg-Marquardt 算法 [J]. 青岛大学学报 (自然科学版), 2023, 36(01): 8-14.
- [4] 赖红松, 董品杰, 祝国瑞. 求解多目标规划问题的 Pareto 多目标遗传算法 [J]. 系统工程, 2003, (05): 24-28.
- [5] 吴新余, 马敏肖. 遗传算法在多目标规划中的应用 [J]. 南京邮电学院学报, 1996, (02): 22-25.
- [6] 林焰, 郝聚民, 纪卓尚. 基于模糊优选的多目标优化遗传算法 [J]. 系统工程理论与实践, 1999, (12): 31-37.

附录 A 问题一源代码

```
clc,clear
data=xlsread('附件.xlsx');
for i = 1:length(data(:,1))
data(i,1) = data(i,1) * 24;
data(i,1) = data(i,1)-24/60;
end
st=data(:,1);I=data(:,2);%以小时为单位的时间
w=(pi/12)*(st-12);%太阳时角
latitude = 30.5833; % 北纬30度35分
longitude = 114.3167; % 东经114度19分
latitude_rad = deg2rad(latitude);
longitude_rad = deg2rad(longitude);
sigma=asin(sin(2*pi*64/365)*sin(2*pi*23.45/360));%赤纬
alpha=asin(cos(sigma).*cos(latitude_rad).*cos(w)+sin(sigma).*sin(latitude_rad));%太阳高度角
angle_deg = rad2deg(alpha);
I0=1334;
t0=0;
lb=[];ub=[];
[t,fval]=lsqcurvefit(@q1_obj2,t0,st,I,lb,ub);
Ihat=q1_obj2(t,st);
sq=zeros(1,27);
for i=1:length(st)
sq(i)=sqrt((I(i)-Ihat(i))^2);
end
plot(st,sq)
grid on
legend('误差')
xticks([5,7,9,11,13,15,17,19])
plot(st,I,'ro')
hold on
plot(st,Ihat,'b-',st,I,'r-',st,sq);
grid on
title('实际数据与拟合函数图像');
legend('实际数据点','Levenberg-Marquardt','三次样条插值曲线','误差曲线')
xticks([5,7,9,11,13,15,17,19])
xlabel('时间/时')
ylabel('辐射强度/W*m^-2')

clc,clear
global data3
%太阳能板法向量
for j=1:3
ls=[20,40,60];
```

```

alb=90-ls(j);%设置水平倾角
faib=0;
albr=deg2rad(alb);
faibr=deg2rad(faib);
xb=cos(albr)*cos(faibr);yb=cos(albr)*sin(faibr);zb=sin(albr);
%太阳方位向量
data2 = readtable('附件.xlsx', 'Sheet', 'Sheet2');
I0=data2(:,2);mon=data2(:,1);
I0=table2array(I0);
latitude = 30.5833; % 北纬30度35分
longitude = 114.3167; % 东经114度19分
latitude_rad = deg2rad(latitude);
longitude_rad = deg2rad(longitude);
st=5:0.05:19;w=(pi/12)*(st-12);%太阳时角
Ib=zeros(1,length(st));
D=[-64,-33,-5,26,56,87,117,148,179,209,240,270];
sigma=asin(sin(2*pi*D(6)/365)*sin(2*pi*23.45/360));%赤纬
als=asin(cos(sigma).*cos(latitude_rad).*cos(w)+sin(sigma).*sin(latitude_rad));%太阳高度角
fais=acos((sin(sigma)-sin(als).*sin(latitude_rad))./(cos(als)*cos(latitude_rad)));%太阳时角
xs=cos(als).*cos(fais-pi);ys=cos(als).*sin(fais-pi);zs=sin(als);
coos=zeros(1,3);
for s=141:length(fais)
fais(s)=2*pi-fais(s);
end
for k=1:length(st)
%两个向量坐标
coob=[xb,yb,zb];
coos(1)=xs(k);
coos(2)=ys(k);
coos(3)=zs(k);
I00=I0(6);
if coos(3)>0
Ib(k)=max([q1_obj3(coos,coob,I00,k,data3),0]);
end
end
plot(st,Ib)
xlabel('时间/小时');
ylabel('辐射强度/W*m^-2');
title('倾角为j度')
xticks(6:1:19)
legend('20度','40度','60度')
grid on
hold on
end

function Ib=q1_obj3(coos,coob,I0,k,data3)
t=0.000523685827143976;

```

```

d=data3(:,2);
d=table2array(d);
Idi=I0*exp(-t*d(k));
ang=calculateAngle(coos,coob);
Ib=Idi*cos(ang);
end

```

附录 B 问题二源代码

```

clc,clear
nvars=2;
lb=[0,-5];ub=[40,5];
options = optimoptions('particleswarm','PlotFcn','pswplotbestf');
[x,fval] = particleswarm(@fushe2,nvars,lb,ub,options);

function Y=fushe2(x)
global data3
%太阳能板法向量
alb=90-x(1);
faib=x(2);
albr=deg2rad(alb);
faibr=deg2rad(faib);
xb=cos(albr)*cos(faibr);yb=cos(albr)*sin(faibr);zb=sin(albr);
%太阳方位向量
data2 = readtable('附件.xlsx', 'Sheet', 'Sheet2');
I0=data2(:,2);
I0=table2array(I0);
st=5:0.05:19;
w=(pi/12)*(st-12);%太阳时角
latitude = 30.5833; % 北纬30度35分
latitude_rad = deg2rad(latitude);
D=[-64,-33,-5,26,56,87,117,148,179,209,240,270];

It=zeros(1,12);
time=zeros(1,12);
Ib=zeros(1,length(st));
for i = 1:12
sigma=asin(sin(2*pi*D(i)/365)*sin(2*pi*23.45/360));%赤纬
als=asin(cos(sigma).*cos(latitude_rad).*cos(w)+sin(sigma).*sin(latitude_rad));%太阳高度角
fais=acos((sin(sigma)-sin(als)*sin(latitude_rad))./(cos(als)*cos(latitude_rad)));%太阳时角
for s=141:length(fais)
fais(s)=2*pi-fais(s);
end
xs=cos(als).*cos(fais-pi);ys=cos(als).*sin(pi-fais);zs=sin(als);

```

```

for k=1:length(st)
coob=[xb,yb,zb];
coos(1)=xs(k);
coos(2)=ys(k);
coos(3)=zs(k);
I00=I0(i);
if coos(3)>0
Ib(k)=max([q1_obj3(coos,coob,I00,k,data3),0]);
end
end
It(i)=trapz(st,Ib);
end
Y=-real(sum(It));
end

```

附录 C 问题三源代码

```

clc,clear
%% 模型设置
% 适应度函数的函数句柄
fitnessfcn=@fushe3;
% 变量个数
nvars=2;
% 约束条件形式1: 下限与上限（若无取空数组[]）
% lb<= X <= ub
lb=[20,-10];
ub=[50,10];
data3 = readtable('Atmospheric_Thickness_Output.xlsx');
global data3
%% 求解器设置
% 最优个体系数paretoFraction
% 种群大小populationsize
% 最大进化代数generations
% 停止代数stallGenLimit
% 适应度函数偏差TolFun
% 函数gaplotpareto: 绘制Pareto前沿
options=gaoptimset('paretoFraction',0.3,'populationsize',200,'generations',300,'stallGenLimit',20,'TolFun',1e-5);
%% 主求解
[x,fval]=gamultiobj(fitnessfcn,nvars,[],[],[],[],lb,ub,options);
%% 结果提取
% 因为gamultiobj是以目标函数分量取极小值为目标,
% 因此在y=Fun(x)里取相反数的目标函数再取相反数画出原始情况
plot(-fval(:,1),-fval(:,2),'pr')
xlabel('辐射量/W*h*m^-2')
ylabel('时间长度/h')

```

```

title('Pareto front')
grid on

function Y=fushe3(x)
global data3
Y=[0,0]';
%太阳能板法向量
alb=90-x(1);
faib=x(2);
albr=deg2rad(alb);
faibr=deg2rad(faib);
xb=cos(albr)*cos(faibr);yb=cos(albr)*sin(faibr);zb=sin(albr);
%太阳方位向量
data2 = readtable('附件.xlsx', 'Sheet', 'Sheet2');
I0=data2(:,2);
I0=table2array(I0);
st=5:0.05:19;
w=(pi/12)*(st-12);%太阳时角
latitude = 30.5833; % 北纬30度35分
latitude_rad = deg2rad(latitude);
D=[-64,-33,-5,26,56,87,117,148,179,209,240,270];

It=zeros(1,12);
time=zeros(1,12);
Ib=zeros(1,length(st));
for i = 1:12
sigma=asin(sin(2*pi*D(i)/365)*sin(2*pi*23.45/360));%赤纬
als=asin(cos(sigma).*cos(latitude_rad).*cos(w)+sin(sigma).*sin(latitude_rad));%太阳高度角
fais=acos((sin(sigma)-sin(als)*sin(latitude_rad))./(cos(als)*cos(latitude_rad)));%太阳时角
for s=141:length(fais)
fais(s)=2*pi-fais(s);
end
xs=cos(als).*cos(fais-pi);ys=cos(als).*sin(pi-fais);zs=sin(als);
for k=1:length(st)
coob=[xb,yb,zb];
coos(1)=xs(k);
coos(2)=ys(k);
coos(3)=zs(k);
I00=I0(i);
if coos(3)>0
Ib(k)=max([q1_obj3(coos,coob,I00,k,data3),0]);
end
if (Ib(k)>150 && st(k)<12) || (Ib(k)>100 && st(k)>12)
time(i)=time(i) + 0.05;
end
end
It(i)=trapz(st,Ib);

```



```
if i==6
bar(st(1:10:281),Ib(1:10:281),1)
hold on
plot(st,Ib)
grid on
end
end
Y(1)=-real(sum(It));
Y(2)=-real(sum(time));
end
```