

# 2023 年第八届“数维杯”大学生 数学建模挑战赛论文

## 题 目 节能列车运行控制优化策略

### 摘 要

随着我国的经济的快速发展以及城市化进程的不断加快,近年来城市交通电气化进程快速推进,但与此同时能源消耗日益突出,这为城轨交通的可持续发展带来了负担。因此,如何以简单有效的方式降低城市轨道交通系统的能耗是我国目前城市轨道交通研究的重点方向。针对这个问题,我们可以根据列车的各项运行状态指标来对实际的速度曲线进行优化,从而降低列车在行驶路程中的能耗,进而实现节能减排的效果。针对于问题 1,我们在假设理想情况的条件下运用 MATLAB 编程,采用循环语句的方法解决问题;针对问题 2,采用 for 循环和 if 语句的方法解决;针对问题 3,同样采用循环语句和 if 语句的方法解决。

针对问题 1 我们在查阅文献的基础上建立了列车单质点动力学模型。首先利用各个基础公式为程序建模提供了基础理论支撑,其次借助 MATLAB 软件运用其中循环语句的方法得出了在理想情况下的最短时间及不同情况下的几组曲线,我们求得最短时间为 196.3200s。

针对问题 2 我们首先在问题 1 的基础上多考虑附件一和附件二的坡度、限速和再生制动力的问题,在问题 1 的基础上增添 if 语句加以条件限制,我们得出了在几个条件下的最短时间为 200.3168s。

针对问题 3 这个比较实际的问题,我们首先在 320s 的运行时间下行驶,然后在保持节能的基础上考虑中途减速的问题,我们更改一下 MATLAB 中条件语句和循环语句的具体条件,最后将总时间调整为 380s,得到四个曲线。

在理想条件以及坡度等额外条件下,针对列车单质点动力学模型进行适当的修改和优化,解决一系列的问题。

**关键词:** 单质点动力学模型; MATLAB; 优化调度

# 目 录

一、问题重述·····	(1)
二、问题分析·····	(2)
三、模型假设·····	(3)
四、定义与符号说明·····	(4)
五、模型的建立与求解·····	(5)
5.1 问题 1 的模型建立与求解·····	(5)
5.1.1 列车运行模型的建立·····	(5)
5.1.2 列车单质点模型的求解·····	(5)
5.1.3 结果·····	(6)
5.2 问题 2 的模型建立与求解·····	(9)
5.2.1 列车坡道模型的建立·····	(9)
5.2.2 数学模型的求解·····	(10)
5.2.3 结果·····	(10)
5.3 问题 3 的模型建立与求解·····	(14)
5.3.1 模型的建立·····	(14)
5.3.2 模型的求解·····	(14)
5.3.3 结果·····	(15)
六、模型的评价及优化·····	(16)
6.1 误差分析·····	(16)
6.2 模型的优点·····	(16)
6.3 模型的缺点·····	(17)
6.4 模型推广·····	(17)
参考文献·····	(18)
附录·····	(19)

## 一、问题重述

### 问题 1

假设一辆列车在水平轨道上运行，从站台 A 运行至站台 B，其间距为 5144.7m，运行的速度上限为 100km/h，列车质量为 176.3t，列车旋转部件惯性的旋转质量因数  $\rho = 1.08$ ，列车电机的最大牵引力为 310KN，机械制动部件的最大制动力为 760KN。列车受到的阻力满足 Davis 阻力方程  $f = 2.0895 + 0.0098v + 0.006v^2$ ，该公式中的速度单位为 m/s，阻力单位为 KN。

你如何通过建模方法编写程序以获得列车运行过程的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗-距离曲线？程序的运行时间是多长？需要获取列车以最短时间到达站台 B、在最短运行时间上分别增加 10s、20s、50s、150s、300s 到达站台 B 总共六组曲线。

### 问题 2

本赛题提供两个附件。附件一包含了从 XEQ 站到 SMKXY 站的路途中的坡度变化信息以及限速变化信息。附件二介绍了电机的动态特性与参数并给出了静态电机牵引率与制动再生率。

考虑附件一、二的路况信息以及电机的复杂动态过程。若列车计划运行时间为  $T$ ，请你设计优化方案得到可行的速度轨迹，使得运行过程的能耗降低（越低越好）。参照问题一，获取列车以最短时间到达站台 B、在最短运行时间上分别增加 10s、20s、50s、150s、300s 到达站台 B 总共六组曲线。

列车在运行过程中可能会出现各种突发情况导致列车需要提前到达站台或延时到达站台。列车的运行速度轨迹需要根据新的到站时间而发生变化。

### 问题 3

列车从起点出发，原计划于 320s 后到达终点，列车运行至 2000m 位置时，由于前方突发事故，需要延迟 60s 到达终点。请你设计优化方案在保持列车节能运行下，能够快速（越快越好）得到调整后的优化速度轨迹。作出列车运行过程的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗-距离曲线。

## 二、问题分析

### 2.1 问题 1 的分析

首先我们建立一个在理想情况下列车的运动模型。在理想情况下我们先不考虑梯度以及牵引电机实际的运行情况，只考虑在阻力方程条件下列车在最大牵引力的作用下从静止加速到限速后匀速行驶，并在最大制动力的作用下减速直至静止的运动过程。在这个理想模型中我们获得列车的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗-距离曲线。我们得到一个理论上的最短时间，并在此最短时间的基础上增加 10s、20s、50s、150s、300s。获得六组曲线。

### 2.2 问题 2 的分析

列车在实际运行过程中会有很多干扰因素，此时我们在问题 1 中建立的理想数学模型将不会符合问题 2 中的实际应用需求。所以我们首先要在问题 1 理论模型的基础上增加附件一和附件二中坡度、限速以及再生制动力的条件，利用软件中的循环语句和条件语句对问题 2 中的要求加以限制，并以此获得列车的最短时间以及四个曲线，并在此最短时间的基础上增加 10s、20s、50s、150s、300s。获得总共六组曲线。

### 2.3 问题 3 的分析

我们在问题二中所建立的模型的基础上来分析这个具体问题。先在 320s 运行时间的条件下运行，然后我们得知前方有事故需要减速行驶延迟 60s 到达，最终总时间为 380s。在保持列车节能的情况下我们需要对问题 2 中的数学模型进行优化来解决这个实际问题。

### 三、模型假设

#### 问题 1 模型假设

1. 假设题目所给的数据真实可靠；
2. 假设列车在车站间运行过程不受其他列车影响；
3. 假设列车的最大牵引力和最大制动力可以全用于增速减速过程中；
4. 假设列车在运行过程中为理想无人情况，无需考虑加速减速过快情况。

#### 问题 2 模型假设

1. 假设题目所给的数据真实可靠；
2. 假设列车在车站间运行过程不受其他列车影响；
3. 假设列车的设备功率为恒定值；
4. 假设列车在运行过程中只有附件中坡度因素及电机动态特性的影响。

#### 问题 3 模型假设

1. 假设题目所给的数据真实可靠；
2. 假设列车在车站间运行过程不受其他列车影响；
3. 假设列车的设备功率为恒定值；
4. 假设列车短暂减速情况下可以视为速度突变；

四、定义与符号说明

符号定义	符号说明
f	列车的阻力
v	列车的速度
m	列车的质量
a	列车的加速度
$\rho$	列车的旋转质量因数
$\Delta t$	运行仿真步长
$\eta_t$	电机效率
$\eta_b$	再生制动能量利用率
E	列车运行区间总牵引能耗

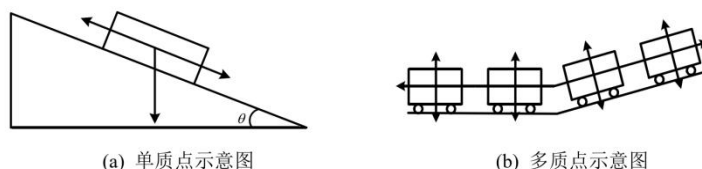
## 五、模型的建立与求解

### 5.1 问题 1 的模型建立与求解

#### 5.1.1 列车运行模型的建立

首先在问题 1 中我们需要建立一个数学模型以计算列车在水平轨道上从 A 到 B 的四个曲线，在这个较为理想的模型中，我们只需要考虑列车的质量、旋转惯量、牵引力、制动力和阻力等因素。

在建立列车运行仿真模型时，通常分为单质点模型和多质点模型两种<sup>[1]</sup>。如图一所示。我们采用单质点模型。



图一、列车运行仿真单质点多质点模型

#### 5.1.2 列车单质点模型的求解

问题一是在一个较理想情况下的模型计算，我们首先先建立列车的运动方程，根据牛顿第二定律  $F_{\text{总}} = ma$  可知， $F - f = ma$ ，其中  $F$  为列车的牵引力， $f$  为列车的阻力， $m$  为列车的质量， $a$  为列车的加速度。

其次我们要进行阻力计算  $f = 2.0895 + 0.0098v + 0.006v^2$ ，其中  $v$  为列车的速度，单位为  $m/s$ ， $f$  的单位为  $kN$ 。

再者列车的最大牵引力为  $310kN$ ，最大制动力为  $760kN$ ，加速时受到的总力为牵引力减去阻力，减速时受到的总力为牵引力加上阻力。

根据列车区间运行的速度曲线计算得到牵引功率曲线，建立单车牵引能耗计算模型。列车牵引模型如图二所示<sup>[2]</sup>，一般客运量较大的线路采用长编组，客运量较小的城际线路选择短编组。列车运行过程中会根据列车运行速度、实时位置、线路条件等因素的变化，选择不同的状态运行。问题一在理想条件下不考虑实时位置线路条件。

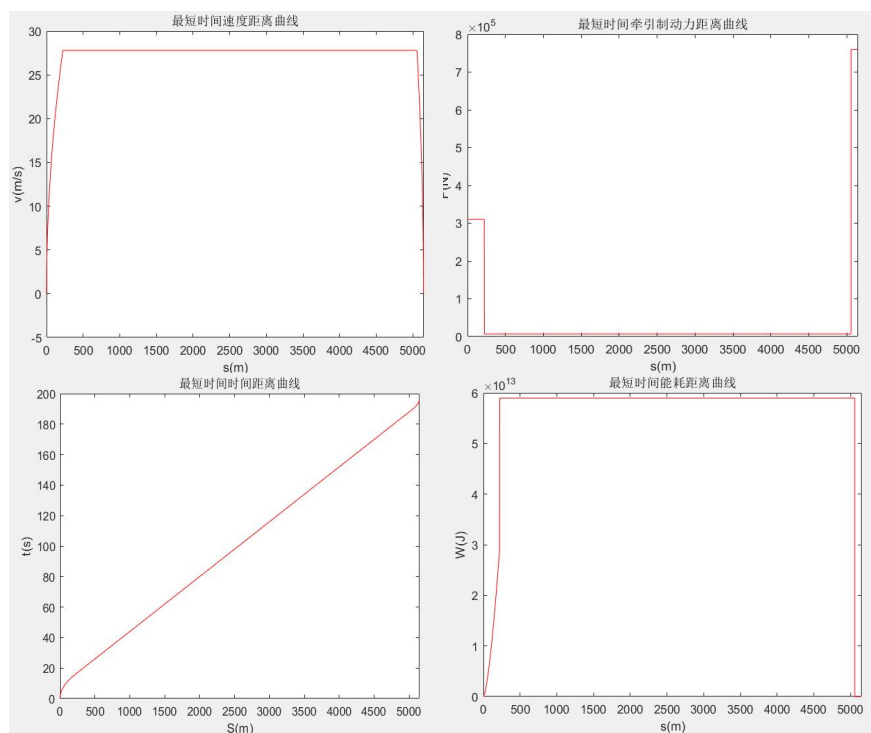


图二、列车牵引模型图

根据牛顿第二定律，考虑到列车牵引惯性力可得电机瞬时出力  $F$  为  $F = m \times (1 + \rho) \times a + F_s$ ，式中， $F_s$  为列车运行过程中受到的总阻力， $a$  为列车的牵引加速度， $\rho$  为列车回转质量系数。

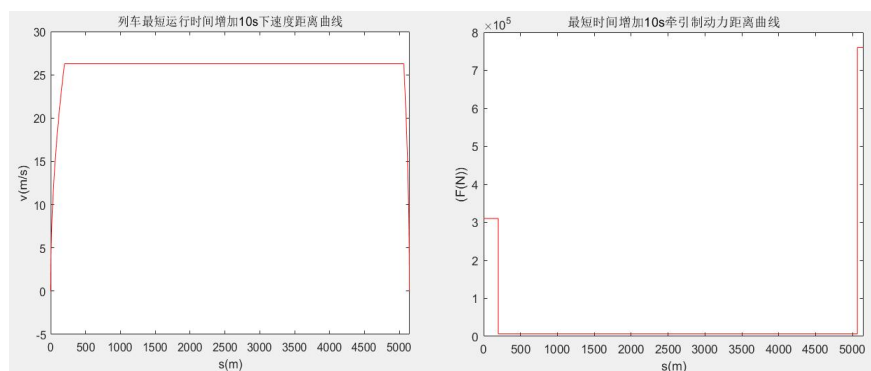
### 5.1.3 结果

我们运行建立的程序，其中程序的运行时间为 3.226784s，在最短时间下我们得到的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线如图三所示。最短运行时间为 196.3200s。

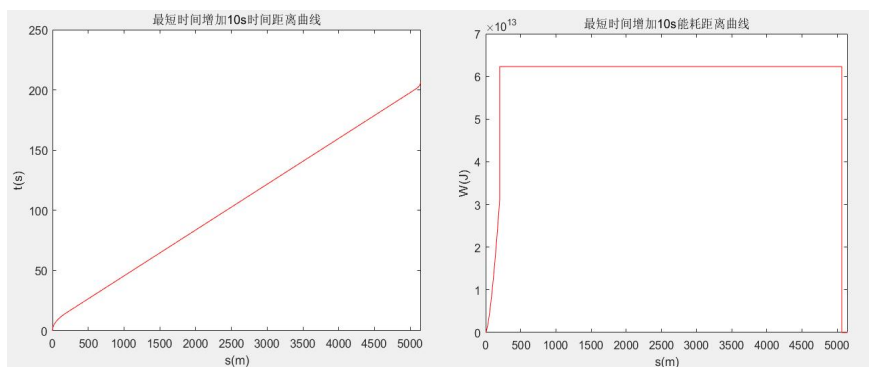


图三、最短运行时间下列车运行过程的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线

当在最短运行时间上增加 10s 时，程序的运行时间为 3.044032s，此时得到的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线如图四所示。

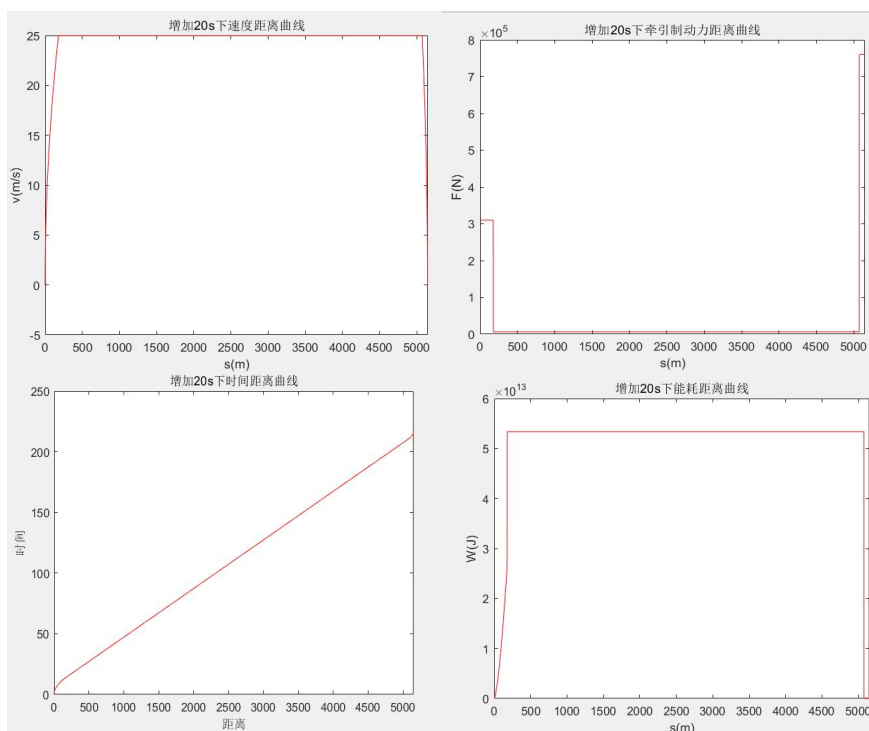






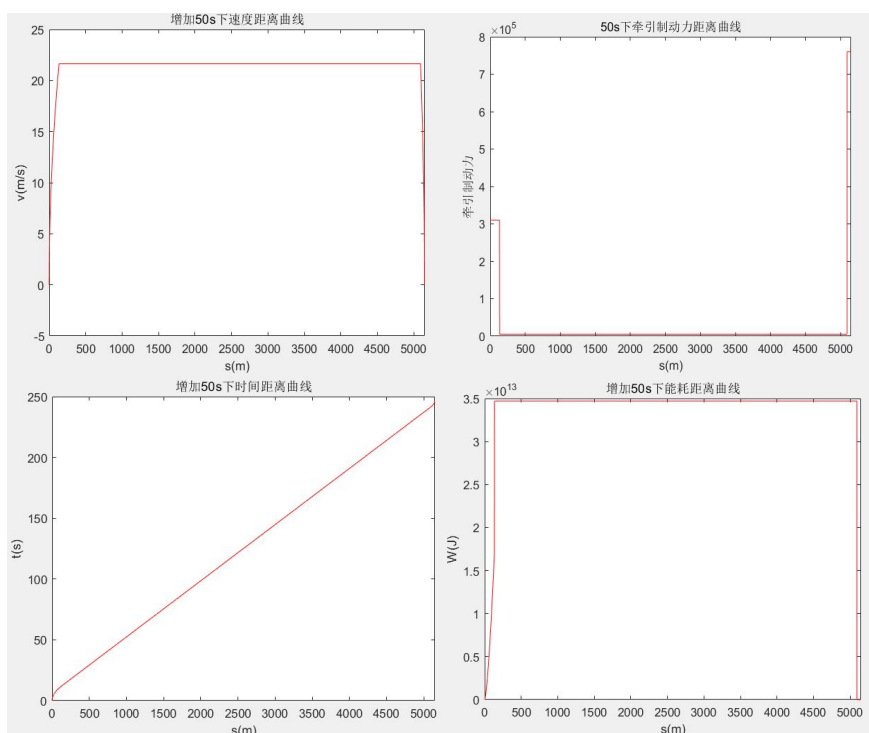
图四、最短运行时间增加 10s 时列车运行过程的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线

当在最短运行时间上增加 20s 时，程序的运行时间为 2.905095s，此时我们得到的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线如图五所示。



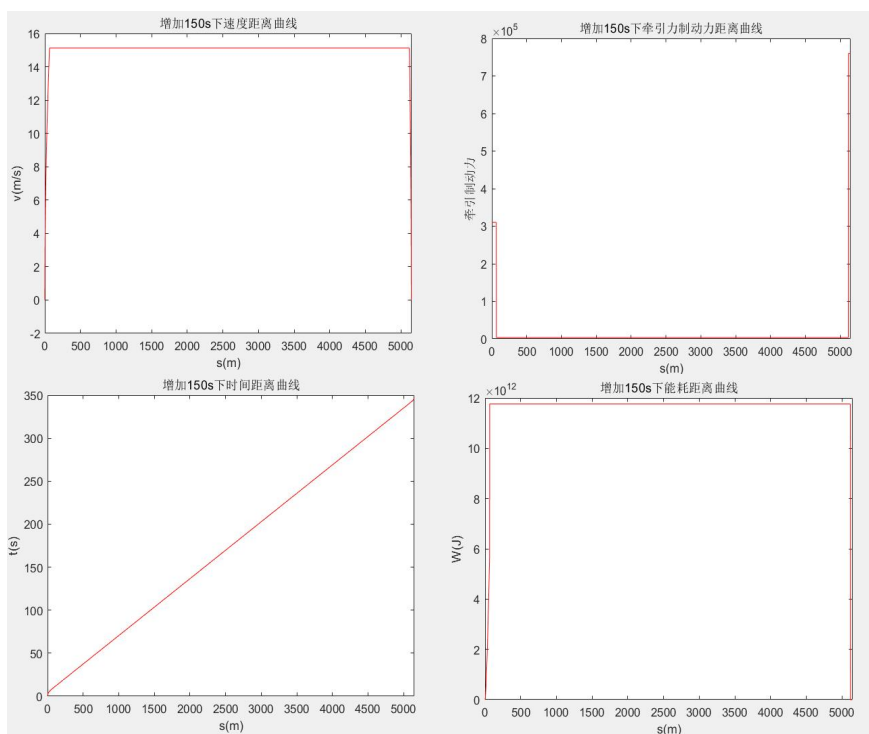
图五、最短运行时间增加 20s 时列车运行过程的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线

当在最短运行时间上增加 50s 时，程序的运行时间为 2.460065s，此时得到的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线如图六所示。



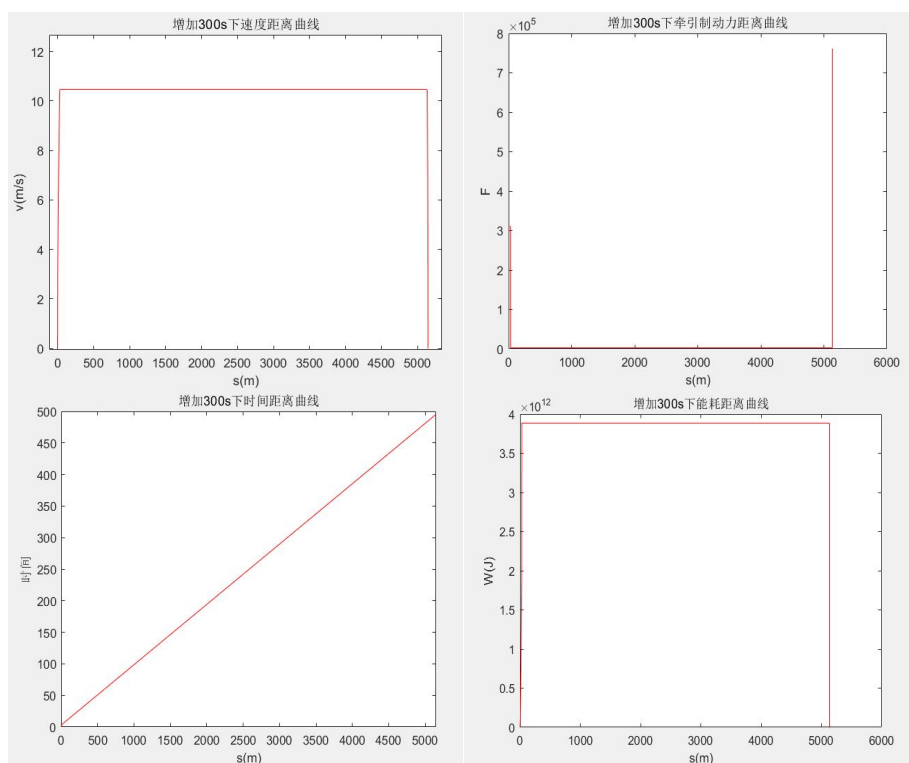
图六、最短运行时间增加 50s 时列车运行过程的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线

当在最短运行时间上增加 150s 时，程序的运行时间为 1.944057s，此时得到的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线如图七所示。



图七、最短运行时间增加 150s 时列车运行过程的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线

当在最短运行时间上增加 300s 时，程序的运行时间为 1.604580s，此时得到的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线如图八所示。

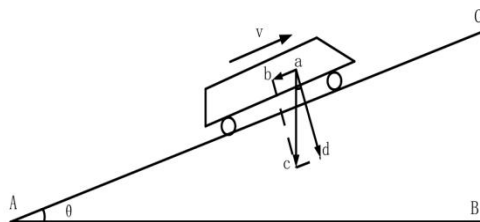


图八、最短运行时间增加 300s 时列车运行过程的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线

## 5.2 问题 2 的模型建立与求解

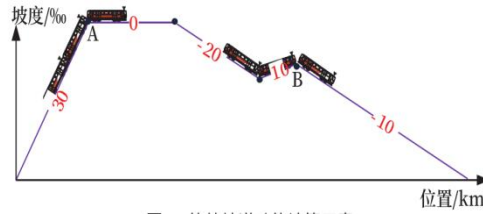
### 5.2.1 列车坡道模型的建立

图九为列车坡道阻力示意图，列车坡道运行阻力常以单位阻力来表示，其单位为 N/t。运营过程中的能耗主要由牵引传动能耗和辅助能耗两大部分组成，牵引传动能耗约占高速列车总能耗的 60% 以上<sup>[3]</sup>。



图九、列车坡道运行阻力示意图

如图十所示，我们计算 A、B 两点车辆的重心高度、动能以及势能，再考虑基本阻力和弯道的影响，可以计算从 A 点惰行至 B 点的速度<sup>[4]</sup>。



图十、等效坡道动能计算示意图

### 5.2.2 数学模型的求解

$$\begin{cases} P(t) = \frac{[F_t(t) / (\eta_t \eta_g \eta_i) + \eta_t \eta_g \eta_i F_b(t)] \Delta s(t)}{\Delta t} \\ E = \frac{\sum_{t=0}^T P(t) \Delta t}{1000 * 3600} \end{cases}$$

式中， $F_t(t)$ 为列车在  $t$  时刻的牵引力， $F_b(t)$ 为列车在  $t$  时刻地的制动力。我们可知，若  $F > 0$ ，则  $F = F_t(t) > 0$ ， $F_b(t) = 0$ ；若  $F < 0$ ，则  $F = F_b(t) < 0$ ， $F_t(t) = 0$ ； $\Delta t$  为运行仿真步长， $P(t)$ 为从时刻  $t$  到  $t + \Delta t$  的平均牵引功率， $\Delta s(t)$ 为列车从时刻  $t$  到  $t + \Delta t$  的位移， $T$  为列车区间运行总时长， $E$  为列车区间运行总牵引能耗； $\eta_t$ 、 $\eta_g$ 、 $\eta_i$  和  $\eta_b$  分别为电机效率、齿轮箱效率、逆变器效率和再生制动能量利用率，取值都在 0~1 之间<sup>[2]</sup>。

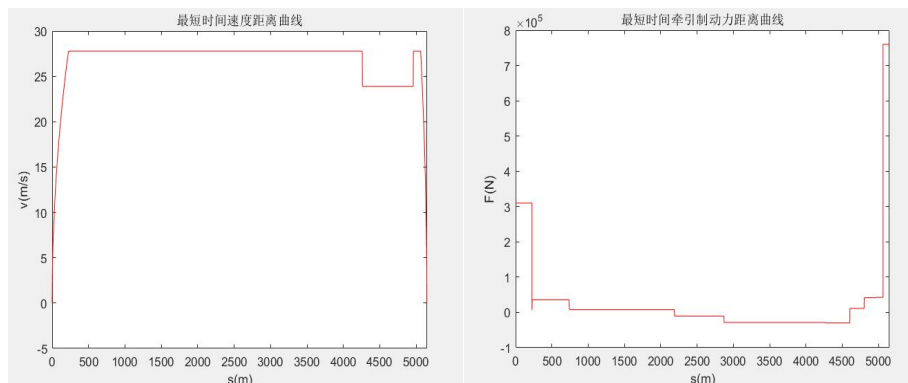
在相关论文的实际拟合过程中， $\eta_t$  关于  $v$  的六次多项式拟合效果较好：

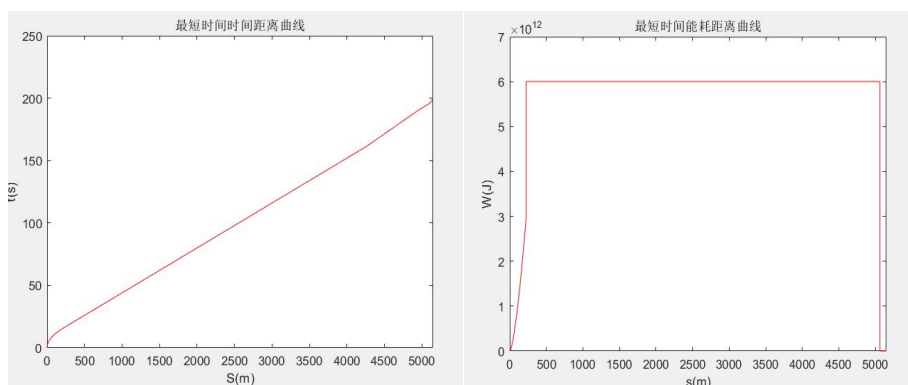
$$\eta_t = \lambda_1 + \lambda_2 \times v + \lambda_3 \times v^2 + \dots + \lambda_6 \times v^6$$

式中， $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ 、 $\lambda_3$ 、...、 $\lambda_6$  为常数， $v$  为列车速度。

### 5.2.3 结果

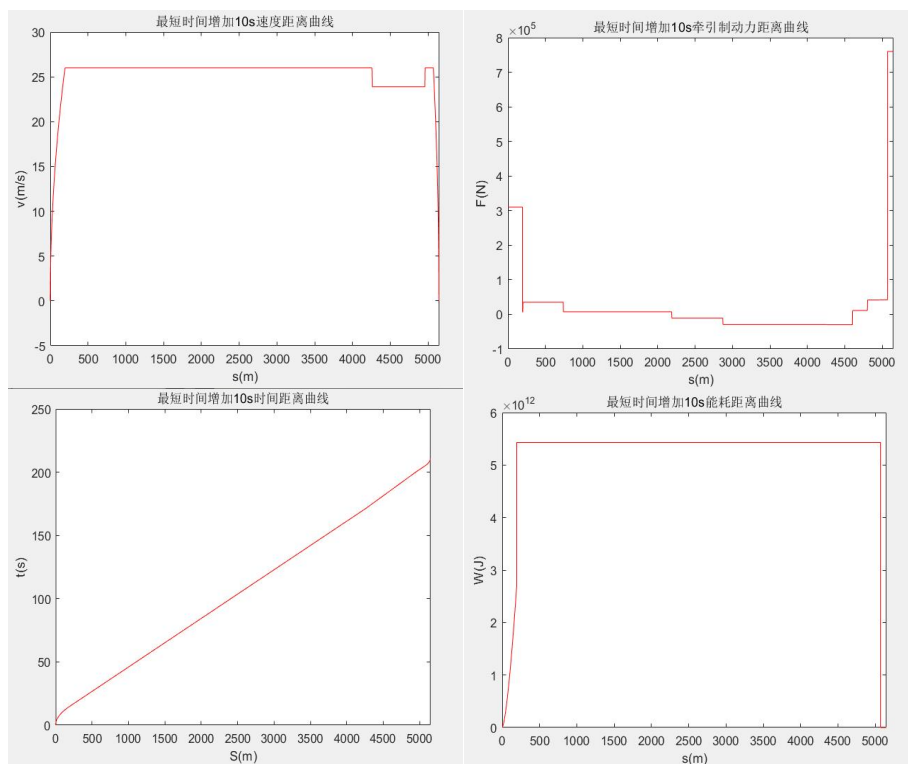
我们运行所建立的程序，此时我们得到的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线如图十二所示。最短运行时间为 200.3168s。





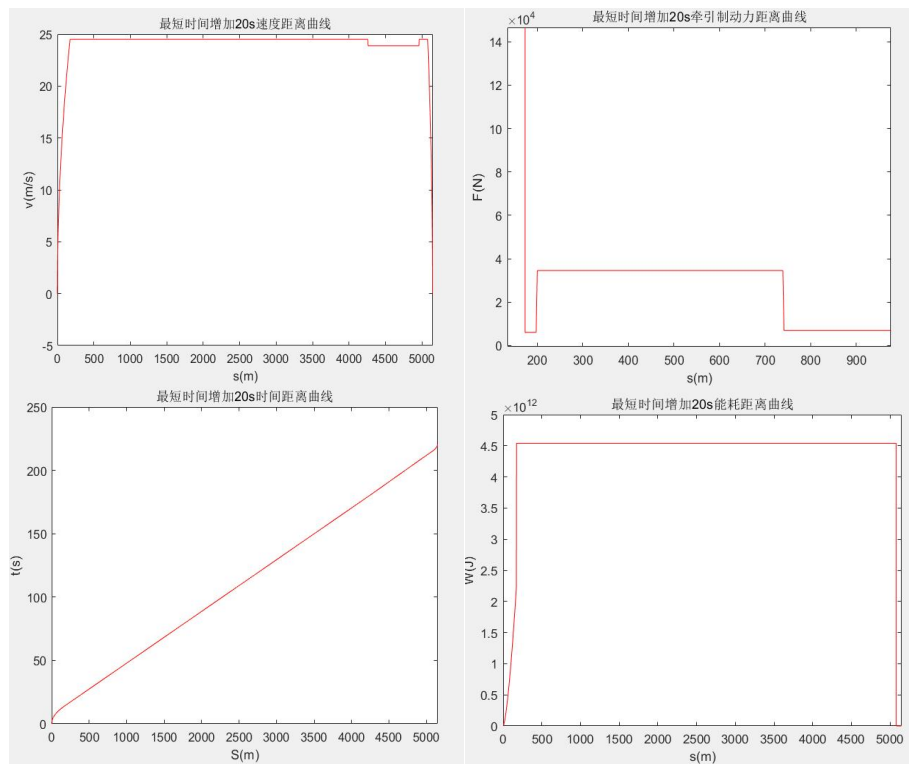
图十二、最短运行时间下列车运行过程速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线

当在最短运行时间上增加 10s 时，此时我们得到的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线如图十三所示。



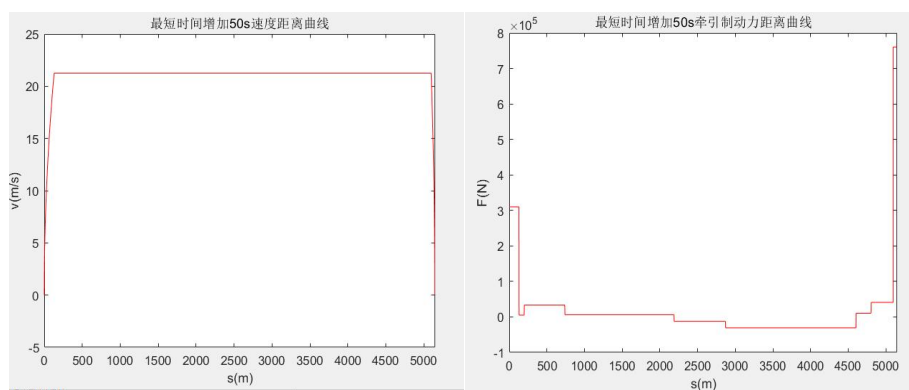
图十三、最短运行时间增加 10s 时列车运行过程的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线

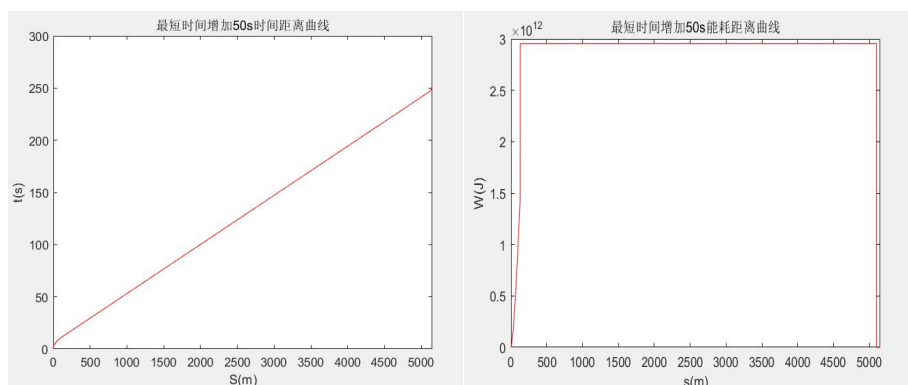
当在最短运行时间上增加 20s 时，此时我们得到的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线如图十四所示。



图十四、最短运行时间增加 20s 时列车运行过程的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线

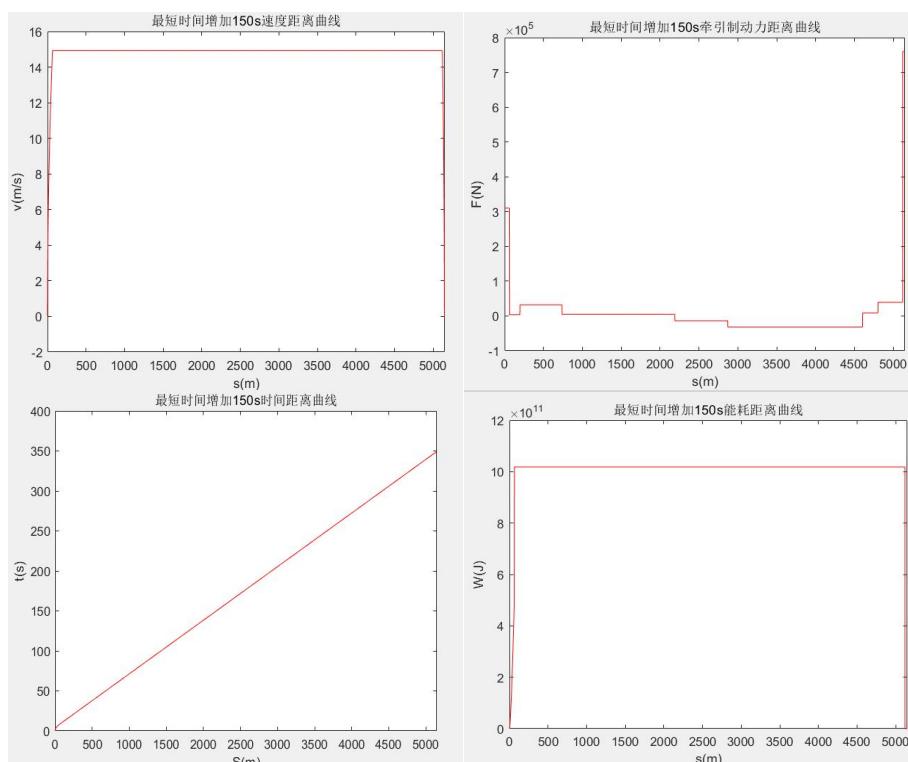
当在最短运行时间上增加 50s 时，此时我们得到的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线如图十五所示。





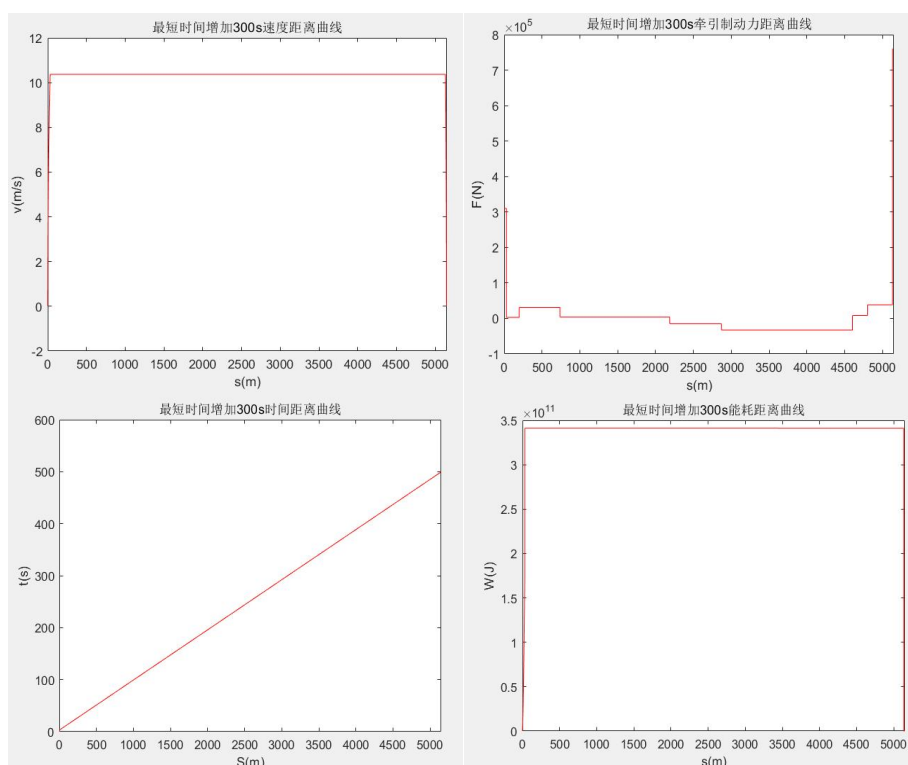
图十五、最短运行时间增加 50s 时列车运行过程的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线

当在最短运行时间上增加 150s 时，此时我们得到的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线如图十六所示。



图十六、最短运行时间增加 150s 时列车运行过程的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线

当在最短运行时间上增加 300s 时，此时我们得到的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线如图十七所示。



图十七、最短运行时间增加 300s 时列车运行过程的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线

## 5.3 问题 3 的模型建立与求解

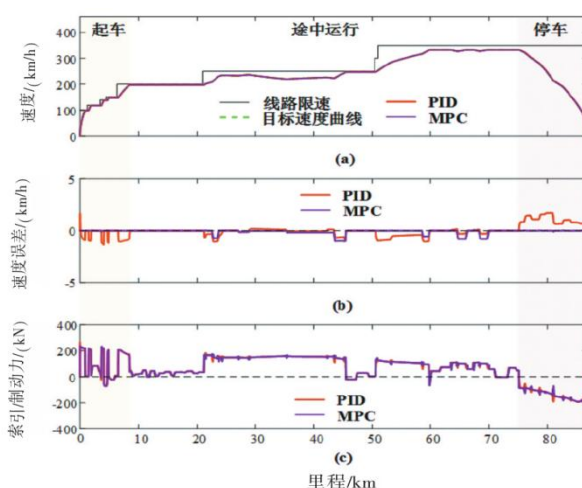
### 5.3.1 模型的建立

在问题 2 中我们考虑了坡度、限速以及再生制动力对于列车行驶过程中的影响。我们在问题 2 的基础上首先考虑全程行驶时间为 320s 的具体情况，再根据题意在行驶到 2000m 处得知前方出现事故，减速慢行最后延误 60s 到站，全程尽量处于节能状态。

### 5.3.2 模型的求解

传统 PID 控制器在选定线路上控制结果如图十一所示<sup>[5]</sup>。这篇文献采用模型预测控制框架设计节能速度跟踪控制器，通过滚动优化和预测控制保证了实现了良好的控制效果。采用牵引电机运行个数实时投切控制取代列车牵引动力平均分配方式可有效提升系统效能，降低列车运行能耗。



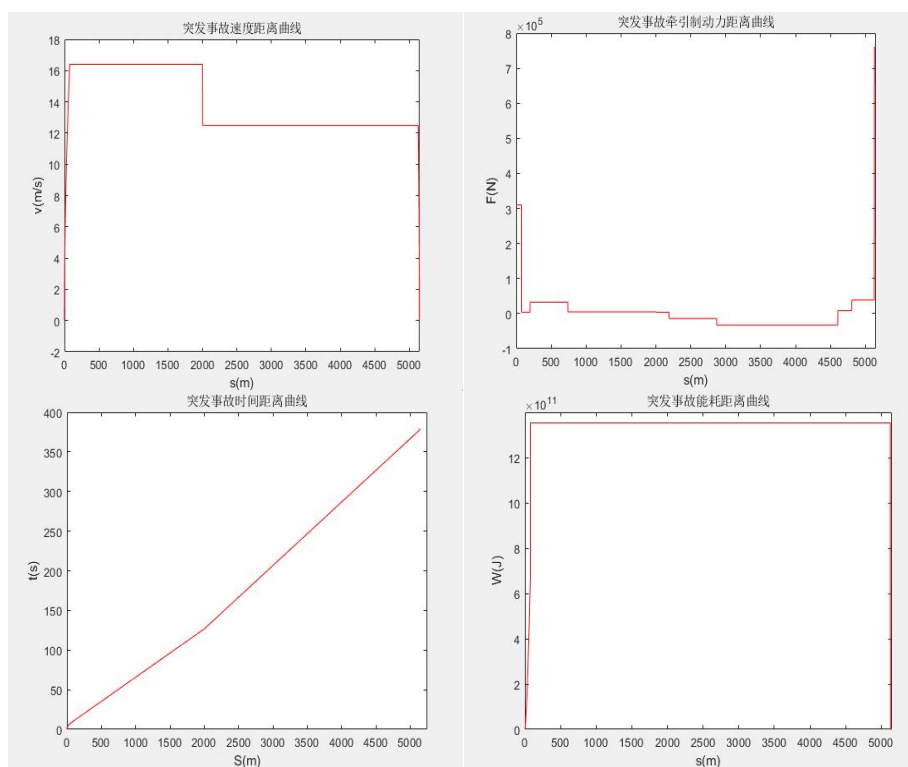


图十一、速度、速度误差、牵引/制动力控制结果图

后续研究可以进一步探讨列车位置、速度、工作电机数不同程度的离散度对控制结果的影响，并考虑结合高速列车逆变器进行投切控制，进一步实现列车的高效节能运行。

### 5.3.3 结果

我们运行在 MATLAB 中所建立的程序，得到如图十八所示的结果。



图十八、原定于 320s 到达但因为事故延误 60s 到达的速度-距离曲线、牵引制动力-距离曲线、时间-距离曲线与能量消耗距离曲线

## 六、模型的评价及优化

### 6.1 误差分析

#### 6.1.1 针对于问题 1 的误差分析

问题 1 中我们是在较理想情况下分析并建立模型，我们单纯的考虑列车电机能够直接达到最大牵引力以及最大制动力，同时列车不受到坡度、限速、再生制动力等一系列实际因素的影响。所以我们在 MATLAB 中建立并运行的程序得到最短时间为 196.3200s，这会有一定的误差。

#### 6.1.2 针对于问题 2 的误差分析

问题 2 中在问题 1 所建立的程序的基础上额外考虑附件中坡度、限速以及再生制动力等因素的影响。但是根据列车自动运行系统的指标来看，仍然缺少考虑列车的舒适性加速区间以及各坡度区间平滑牵引制动转换频率的问题。在 MATLAB 中建立并运行的程序得到的最短时间为 200.3168s，这对于最优区间会有一定的误差。如果利用灰狼优化算法对列车运行曲线进行优化也许能够使得列车实际运行曲线与目标速度曲线更加贴合<sup>[6]</sup>。

#### 6.1.3 针对于问题 3 的误差分析

问题 3 中在问题 2 的基础之上建立程序，但突发事故对列车运行的影响有很多，例如前方的突发事故不足以制动到速度为零，只需降低速度运行，比预计时间晚到 60 秒；前方的突发事故需要立刻停车，针对停车时间，再次启动后匀速行驶的速度为原速度；由于停止时间过短匀速行驶的速度小于原速度；由于停止时间过长匀速行驶的速度大于原速度，需要具体情况具体分析，存在一定的误差。

### 6.2 模型的优点（建模方法创新、求解特色等）

摒弃建立微分方程求解数学模型的思想，采用 for 循环结构，根据牛顿力学公式以及速度、时间、加速度、位移的关系式，逐步运算出速度-距离、牵引制动力-距离、时间-距离与能量消耗-距离的函数关系。模型和程序具有运行时间短、使用方便、短小高效、易于扩充等优点。

## 6.3 模型的缺点

- 1.没有考虑轨道与列车摩擦的影响。
- 2.没有考虑列车旋转部件惯性的影响。
- 3.只运用简单的代码进行优化，没有运用效率更高、误差更小的高级优化算法。

对于问题 2 和问题 3 而言：

- (1)将所给坡度进行简单处理，与实际情况有出入。
- (2)没有考虑再生制动的牵引电机运行阶段恒转矩区和弱磁区对列车的影响。

## 6.4 模型的推广

依照题干的参数建立了理想条件下（水平路面、无摩擦、无旋转部件的惯性影响等），建立了列车运行过程的速度与距离、牵引制动力与距离、时间与距离、能量消耗与距离模型，也不难得出速度与时间、加速度与时间、加速度与速度等曲线以及模型。

在加入所有考虑因素后，可应用于一般的城市交通的节能运行控制优化。

模型中建立、处理问题的方法和思路对其他数学和物理问题同样适用。

## 参考文献

- [1] 周巡. 城市轨道交通列车速度曲线与区间运行时间综合节能优化研究[D]. 南京理工大学, 2021.
- [2] 张雨. 基于智能算法的城市轨道交通列车牵引节能研究[D]. 南京理工大学, 2021.
- [3] 李智. 高速列车牵引传动系统节能技术研究[D]. 燕山大学, 2021.
- [4] 刘戡. 基于坡道的城际铁路节能操纵策略[J]. 铁路通信信号工程技术, 2021.
- [5] 尤冰涛, 赵紫宁, 冯佳辉,等. 考虑牵引电机功率损耗的高速列车节能速度跟踪控制研究[J]. 现代计算机, 2021(20):7.
- [6] 张冲, 王斌, 谢胜茂. 列车牵引节能技术研究[J]. 现代城市轨道交通, 2021(6):6.

## 附录

### 问题 1

```

%% 加速
deltaT=0.00001;
Fq(1)=310000;
i=1;
v(1)=0;
s(1)=0;
Eq(1)=0;
tim(i)=0;
for t=0:deltaT:18
    a(i)=(310000-2089.5-9.8*v(i)-6*v(i)*v(i))/176300;
    v(i+1)=v(i)+a(i)*deltaT;
    s(i+1)=s(i)+(v(i)+v(i+1))*deltaT/2;
    Eq(i+1)=Eq(i)+Fq(i)*s(i)*ui;
    Fq(i+1)=310000;
    tim(i+1)=tim(i)+deltaT;
    if v(i)>27.78
        break
    end
    i=i+1;
end
%% 匀速

i=1;
vv(1)=27.78;
ss(1)=0;
EEq(1)=0;
Zq(1)=760000;
Eq1(1)=0;
for t1=0:deltaT:10
    aa(i)=(760000+2089.5+9.8*vv(i)+6*vv(i)*vv(i))/176300;
    vv(i+1)=vv(i)-aa(i)*deltaT;
    ss(i+1)=ss(i)+(vv(i)+vv(i+1))*deltaT/2;
    EEq(i+1)=EEq(i)+760000*abs((ss(i+1)-ss(i)));
    Eq1(i+1)=0;
    Zq(i+1)=760000;
    if vv(i)<0
        break
    end
    i=i+1;
end
i=1;
szong=5144.7;
ss0=szong-s(end)-ss(end);

```

---

```

v0(1)=27.78;
tt0=ss0/27.78;
s0(1)=s(end);
Eq0(1)=Eq(end);
deltaTT=0.1;
tim0(1)=tim(end);
Fq0(1)=2089.5+9.8*27.78+6*27.78*27.78;
for t0=0:deltaTT:tt0;
    v0(i+1)=27.78;
    a0(i+1)=0;
    s0(i+1)=s0(i)+v0(i)*deltaTT;
    Fq0(i+1)=2089.5+9.8*v0(i)+6*v0(i)*v0(i);
    Eq0(i+1)=Eq0(i)+Fq0(i)*v0(i)*deltaTT;
    tim0(i+1)=tim0(i)+deltaTT;
    i=i+1;
end
i=1;
vvv(1)=27.78;
tim1(1)=tim0(end);
for t1=0:deltaT:10
    aaa(i)=(760000+2089.5+9.8*vvv(i)+6*vvv(i)*vvv(i))/176300;
    vvv(i+1)=vvv(i)-aaa(i)*deltaT;

    tim1(i+1)=tim1(i)+deltaT;
    if vvv(i)<0
        break
    end
    i=i+1;
end
% tim=0:deltaT:t+deltaT;
% tim0=t+deltaT:deltaTT:t+t0+2*deltaTT;
% tim1=t+t0+2*deltaTT:deltaT:t+t0+t1+20*deltaT;
timz=[tim,tim0,tim1];
ss=ss+s0(end);
vz=[v,v0,vv];
Eq0=Eq0+Eq(end);
szz=[s,s0,ss];
EEq(1)=Eq0(end);
Eqz=[Eq,Eq0,Eq1];
Fqz=[Fq,Fq0,Zq];
figure
plot(szz',vz,'r-')
xlim([0,5150]);
xlabel('s(m)')
ylabel('v(m/s)')
title('最短时间速度距离曲线')
figure
plot(szz',Eqz,'r-')
xlim([0,5150]);
xlabel('s(m)')

```

---

```

ylabel('W(J)')
title('最短时间能耗距离曲线')
figure
plot(s0',Eq0,'r-')
figure
plot(szz',Fqz,'r-')
xlim([0,5150]);
xlabel('s(m)')
ylabel('F(N)')
title('最短时间牵引制动力距离曲线')
figure
plot(szz',timz,'r-')
xlim([0,5150]);
xlabel('S(m)')
ylabel('t(s)')
title('最短时间时间距离曲线')
Tmin=t+t0+t1;
disp('最短时间的加速时间为: ')
t
disp('最短时间的匀速时间为: ')
t0
disp('最短时间的制动时间为: ')
t1
disp('总最短运行时间为: ')
Tmin

disp('制动阶段能耗: ')
Eq1(end-1)

disp('匀速阶段能耗: ')
Eq0(end-1)

disp('加速阶段能耗: ')
Eq(end-1)
disp('制动阶段能耗: ')
ss(end)

disp('匀速阶段能耗: ')
s0(end)

disp('加速阶段能耗: ')
s(end)

toc

```

## 问题 2

```
clear all
clc
close all
tic
%%加入能量转化效率 ui=0.8
ui=0.8

%% 列车数据
deltaT=0.0001;
Fq(1)=310000;
i=1;
v(1)=0;
s(1)=0;
Eq(1)=0;
tim(i)=0;
juli=[0,198.966,739.018,2188.63,2870.8,4178.29,4259,4604.65,4803.62,4960];
tidu=[0.066,16.2346,0.555,-9.81481,-20.1852,-20.1852,-20.1852,3.0269,20.3086,20.3086];
j=1;
tidujisuan=tidu(1,j);
vlim=27.78;

%% 加速(前段)
for t=0:deltaT:18
    a(i)=(310000-2089.5-9.8*v(i)-6*v(i)*v(i)-1763000*tidujisuan/1000)/176300;
    v(i+1)=v(i)+a(i)*deltaT;
    s(i+1)=s(i)+(v(i)+v(i+1))*deltaT/2;
    if s(i+1)>juli(1,j)
        tidujisuan=tidu(1,j)
        j = j+1
    end
    Eq(i+1)=Eq(i)+Fq(i)*s(i)*ui;
    Fq(i+1)=310000;
    tim(i+1)=tim(i)+deltaT;
    if v(i)>vlim
        break
    end
    i=i+1;
end

%% 减速(后段)

i=1;
vv(1)=vlim;
```



```

ss(1)=0;
EEq(1)=0;
Zq(1)=760000;
Eq1(1)=0;
for t1=0:deltaT:10
    aa(i)=(760000+2089.5+9.8*v(v(i))+6*v(v(i))*v(v(i))+1763000*20.3086/1000)/176300;
    vv(i+1)=vv(i)-aa(i)*deltaT;
    ss(i+1)=ss(i)+(vv(i)+vv(i+1))*deltaT/2;
    EEq(i+1)=EEq(i)+760000*abs((ss(i+1)-ss(i)));
    Eq1(i+1)=0;
    Zq(i+1)=760000;
    if vv(i)<0
        break
    end
    i=i+1;
end

```

%% 匀速（中段）

```

i=1;
szong=s(end)-ss(end);
ss0=szong-701;
ss9=ss0-701;
v0(1)=vlim;
tt0=ss9/vlim;
vmin = 23.8889; %判断此段速度是否小于限速
if vlim<23.8889
    vmin = vlim
end
tt9=701/vmin;
tt0=tt0+tt9;
s0(1)=s(end);
Eq0(1)=Eq(end);
deltaTT=0.1;
tim0(1)=tim(end);
Fq0(1)=2089.5+9.8*vlim+6*vlim*vlim;
for t0=0:deltaTT:tt0;
    v0(i+1)=vlim;
    a0(i+1)=0;
    s0(i+1)=s0(i)+v0(i)*deltaTT;
    if s0(i+1)>4259&s0(i+1)<4960;
        if vlim<23.8889
            vmin = vlim
        end
    end
    v0(i+1)=vmin;
end
if s0(i+1)>juli(1,j)
    tidujisuan=tidu(1,j)
    j = j+1
    if j>10

```

```

        j =10
    end
end
Fq0(i+1)=2089.5+9.8*v0(i)+6*v0(i)*v0(i)+1763000*tidujisuan/1000;
Eq0(i+1)=Eq0(i)+Fq0(i)*v0(i)*deltaTT;
tim0(i+1)=tim0(i)+deltaTT;
i=i+1;
end

%%算减速所需时间
i=1;
vvv(1)=vlim;
timl(1)=tim0(end);
for tl=0:deltaT:10

    aaa(i)=(760000+2089.5+9.8*vvv(i)+6*vvv(i)*vvv(i)+1763000*20.3086/1000)/176300;
    vvv(i+1)=vvv(i)-aaa(i)*deltaT;

    timl(i+1)=timl(i)+deltaT;
    if vvv(i)<0
        break
    end
    i=i+1;
end
% tim=0:deltaT:t+deltaT;
% tim0=t+deltaT:deltaTT:t+t0+2*deltaTT;
% timl=t+t0+2*deltaTT:deltaT:t+t0+t1+20*deltaT;
timz=[tim,tim0,timl];
ss=ss+s0(end);
vz=[v,v0,vv];
Eq0=Eq0+Eq(end);
szz=[s,s0,ss];
EEq(1)=Eq0(end);
Eqz=[Eq,Eq0,Eq1];
Fqz=[Fq,Fq0,Zq];
figure
plot(szz',vz,'r-')
xlim([0,5150]);
xlabel('s(m)')
ylabel('v(m/s)')
title('最短时间速度距离曲线')
figure
plot(szz',Eqz,'r-')
xlim([0,5150]);
xlabel('s(m)')
ylabel('W(J)')
title('最短时间能耗距离曲线')
figure
plot(s0',Eq0,'r-')
figure

```

```
plot(szz',Fqz,'r-')
xlim([0,5150]);
xlabel('s(m)')
ylabel('F(N)')
title('最短时间牵引制动力距离曲线')
figure
plot(szz',timz,'r-')
xlim([0,5150]);
xlabel('S(m)')
ylabel('t(s)')
title('最短时间时间距离曲线')
Tmin=t+t0+t1;
disp('最短时间的加速时间为: ')
t
disp('最短时间的匀速时间为: ')
t0
disp('最短时间的制动时间为: ')
t1
disp('总最短运行时间为: ')
Tmin

disp('制动阶段能耗: ')
Eq1(end-1)

disp('巡航阶段能耗: ')
Eq0(end-1)

disp('牵引阶段能耗: ')
Eq(end-1)
disp('制动阶段能耗: ')
ss(end)

disp('巡航阶段能耗: ')
s0(end)

disp('牵引阶段能耗: ')
s(end)

toc
```

## 问题 3

```
clear all
clc
close all
tic
%%加入能量转化效率 ui=0.8
ui=0.9

%% 列车数据
deltaT=0.0001;
Fq(1)=310000;
i=1;
v(1)=0;
s(1)=0;
Eq(1)=0;
tim(i)=0;
juli=[0,198.966,739.018,2188.63,2870.8,4178.29,4259,4604.65,4803.62,4960];
tidu=[0.066,16.2346,0.555,-9.81481,-20.1852,-20.1852,-20.1852,3.0269,20.3086,20.3086];
j=1;
tidujisuan=tidu(1,j);
vlim=16.4;

%% 加速(前段)
for t=0:deltaT:18
    a(i)=(310000-2089.5-9.8*v(i)-6*v(i)*v(i)-1763000*tidujisuan/1000)/176300;
    v(i+1)=v(i)+a(i)*deltaT;
    s(i+1)=s(i)+(v(i)+v(i+1))*deltaT/2;
    if s(i+1)>juli(1,j)
        tidujisuan=tidu(1,j)
        j = j+1
    end
    Eq(i+1)=Eq(i)+Fq(i)*s(i)*ui;
    Fq(i+1)=310000;
    tim(i+1)=tim(i)+deltaT;
    if v(i)>vlim
        break
    end
    i=i+1;
end

vjian=12.5;
```

%% 减速（后段）

```

i=1;
vv(1)=vjian;
ss(1)=0;
EEq(1)=0;
Zq(1)=760000;
Eq1(1)=0;
for t1=0:deltaT:10
    aa(i)=(760000+2089.5+9.8*vv(i)+6*vv(i)*vv(i)+1763000*20.3086/1000)/176300;
    vv(i+1)=vv(i)-aa(i)*deltaT;
    ss(i+1)=ss(i)+(vv(i)+vv(i+1))*deltaT/2;
    EEq(i+1)=EEq(i)+760000*abs((ss(i+1)-ss(i)));
    Eq1(i+1)=0;
    Zq(i+1)=760000;
    if vv(i)<0
        break
    end
    i=i+1;
end

```

%% 匀速（中段）

```

i=1;
szong=5144.7;
ss0=szong-s(end)-ss(end);
ss9_1=2000-s(end);
tt0_1=ss9_1/vlim;
ss9_2=szong-ss(end)-2000;
tt0_2=ss9_2/vjian;
tt0=tt0_1+tt0_2;
v0(1)=vlim;

s0(1)=s(end);
Eq0(1)=Eq(end);
deltaTT=0.1;
tim0(1)=tim(end);
Fq0(1)=2089.5+9.8*vlim+6*vlim*vlim+1763000*tidujisuan/1000;
for t0=0:deltaTT:tt0;
    v0(i+1)=vlim;
    if s0(i)>2000;
        v0(i+1)=vjian;
    end
end

```

---

```

a0(i+1)=0;
s0(i+1)=s0(i)+v0(i)*deltaTT;

if s0(i+1)>juli(1,j)
    tidujisuan=tidu(1,j)
    j = j+1
    if j>10
        j =10
    end
end
Fq0(i+1)=2089.5+9.8*v0(i)+6*v0(i)*v0(i)+1763000*tidujisuan/1000;
Eq0(i+1)=Eq0(i)+Fq0(i)*v0(i)*deltaTT;
tim0(i+1)=tim0(i)+deltaTT;
i=i+1;
end

%%算减速所需时间
i=1;
vvv(1)=vjian;
timl(1)=tim0(end);
for t1=0:deltaT:10

aaa(i)=(760000+2089.5+9.8*vvv(i)+6*vvv(i)*vvv(i)+1763000*20.3086/1000)/176300;
vvv(i+1)=vvv(i)-aaa(i)*deltaT;

timl(i+1)=timl(i)+deltaT;
if vvv(i)<0
    break
end
i=i+1;
end

% tim=0:deltaT:t+deltaT;
% tim0=t+deltaT:deltaTT:t+t0+2*deltaTT;
% timl=t+t0+2*deltaTT:deltaT:t+t0+t1+20*deltaT;
timz=[tim,tim0,timl];
ss=ss+s0(end);
vz=[v,v0,vv];
Eq0=Eq0+Eq(end);
szz=[s,s0,ss];
EEq(1)=Eq0(end);
Eqz=[Eq,Eq0,Eq1];
Fqz=[Fq,Fq0,Zq];
figure
plot(szz',vz,'r-')

```

```

xlim([0, 5150]);
xlabel('s (m)')
ylabel('v (m/s)')
title('突发事故速度距离曲线')
figure
plot(szz', Eqz, 'r-')
xlim([0, 5150]);
xlabel('s (m)')
ylabel('W(J)')
title('突发事故能耗距离曲线')
figure
plot(s0', Eq0, 'r-')
figure
plot(szz', Fqz, 'r-')
xlim([0, 5150]);
xlabel('s (m)')
ylabel('F(N)')
title('突发事故牵引制动力距离曲线')
figure
plot(szz', timz, 'r-')
xlim([0, 5250]);
xlabel('S (m)')
ylabel('t (s)')
title('突发事故时间距离曲线')
Tmin=t+t0+t1;
disp('突发事故的加速时间为: ')
t
disp('突发事故的匀速时间为: ')
t0
disp('突发事故的制动时间为: ')
t1
disp('总最短运行时间为: ')
Tmin

disp('制动阶段能耗: ')
Eq1(end-1)

disp('巡航阶段能耗: ')
Eq0(end-1)

disp('牵引阶段能耗: ')
Eq(end-1)

```

```
disp('制动阶段能耗：')  
ss(end)
```

```
disp('巡航阶段能耗：')  
s0(end)
```

```
disp('牵引阶段能耗：')  
s(end)
```

```
toc
```