

基于遗传、粒子群算法对于光伏板最佳朝向问题的研究

摘 要

太阳能路灯光伏板是实现利用光伏效应接收太阳辐射能并转化为电能输出，再将电能储存在蓄电池中的装置。光伏板的朝向是影响光伏板获得太阳能能量多少的关键因素，本文建立物理模型，通过数学物理方法，分析在一定条件下使得光伏板获得太阳能量最大时对应的光伏板的最佳朝向。该问题的研究能为现实生活中固定安装光伏板朝向提供指导性意见，提高太阳能利用率。

针对问题一，首先，对于太阳能直射辐射与月份之间的函数表达式进行拟合。在画出两者之间的散点图后，发现两者之间近似服从正弦关系式，因此采用二项正弦和函数进行最小二乘法拟合。其次，根据题目中所给信息，建立起太阳能直射辐射在大气层中的衰减模型。对于模型中的衰减系数这一参数，利用最小二乘法拟合得到拟合值。最后，建立光伏板接收太阳能直射辐射的物理模型，按照相关公式求出每月 15 日的太阳高度角、太阳方位角、当天日出日落时刻，再通过相关数学物理方法计算得出不同仰角下的最大太阳直射强度和太阳直射辐射总能量。

针对问题二，目标函数为光伏板接受到的太阳直射辐射日均总能量，控制变量为光伏板的朝向，包含两个变量，即光伏板的水平仰角和光伏板方位角。寻找对应的约束条件，一方面，方程需要满足太阳高度角大于零，即只考虑日出之后到日落之前的时间内；另一方面，在只考虑太阳能直射辐射条件下，方程需要满足太阳光线照射到光伏板的正面。为了确保结果的稳健性，本文采取遗传算法和粒子群算法两种智能优化算法求解最优化问题，且对传统遗传算法模型进行修正，使修正过后的遗传算法具有更好的收敛性。最终求得的最佳水平仰角为 27.1720° ，最佳光伏板的方位角为 0.8320° （南偏东 0.8320° ）。

针对问题三，首先建立光伏板蓄电池储电效率与太阳直射强度的函数关系，根据题意及相关论文可得：随着太阳能直射强度增加，蓄电池储电效率增加，且增加的速率先增加后下降。则储电效率与太阳直射强度之间的关系可以看作为反正切函数，利用最小二乘法拟合出储电效率与太阳直射强度之间的反正切函数模型。利用该函数关系可以求出不同时间下的储电效率，用光伏板接收到的太阳直射强度乘以储电效率即为储电量，将其作为一个目标函数。同时，根据题意，将太阳直射辐射（上午大于 $150W/m^2$ 、下午大于 $100W/m^2$ ）时长作为另一个目标函数。建立储电量和太阳直射辐射时长两个目标函数的多目标优化问题，采用快速的非支配排序遗传算法（NSGA-II 多目标算法）进行求解，求出最后的光伏板最佳非劣解（Pareto 最优解）。并利用相关公式计算出晴天条件下光伏板受到的太阳直射辐射日均总能量和太阳直射辐射时长。

关键词：最小二乘法拟合 遗传算法 粒子群算法 NSGA-II 多目标算法

目录

一、 问题重述	3
二、 问题分析	3
2.1 问题一的分析	3
2.2 问题二的分析	4
2.3 问题三的分析	4
三、 模型假设	4
四、 符号说明	5
五、 模型的建立与求解	5
5.1 问题一： 求出不同仰角下的最大太阳直射强度和太阳直射辐射总能量 ..	5
5.1.1 探究 I_0 随月份变化的规律	5
5.1.2 建立太阳直射辐射在大气层的衰减模型	7
5.1.3 求出不同仰角下的最大太阳直射强度和太阳直射辐射总能量	12
5.2 问题二： 求解太阳直射辐射日均总能量最大时光伏板的朝向问题	14
5.2.1 建立太阳直射辐射日均总能量与光伏板朝向的物理模型	14
5.2.2 采用传统遗传算法求解最优化问题	16
5.2.3 设置动态变异概率对遗传模型进行修正	18
5.2.4 模型求解： 利用粒子群（PSO）算法求解最优化问题	20
5.2.5 结论与分析	22
5.3 问题三： 在多目标情况下设计光伏板的最优朝向	23
5.3.1 建立光伏板蓄电池储电效率与太阳直射强度的函数关系	23
5.3.2 建立 NSGA-II 多目标算法模型	25
六、 模型的分析与检验	27
七、 模型的评价、改进与推广	28
7.1 模型的优点	28
7.2 模型的缺点	28
7.3 模型的改进	28
7.4 模型的推广	28
八、 参考文献	29

一、问题重述

问题背景：新能源具有环保、清洁、可持续发展等优点，是解决全球的环境问题以及能源问题的十分重要的抓手。我国“十四五”规划中提出要加强新能源领域的发展，推动绿色低碳发展以及能源清洁高效利用^[1]。而利用太阳能进行光伏发电是有效利用清洁能源的一种方式。因此研究在自然条件下，如何实现光伏发电的效率最大化成为了具有现实研究意义的课题。

太阳能直射辐射在传输过程中会衰减，且衰减过程与辐射强度以及穿过的大气层厚度有关。除此之外，在太阳能辐射的接收端，光伏板安装的方式会影响对于太阳辐射能量的接收。

就题目中所给城区的相关情况，建立数学模型解决以下问题：

问题一：假设在该城区有一块朝向正南 1m^2 的光伏板，天气为晴天，计算 2025 年每年 15 日分别在 20° 、 40° 、 60° 的水平仰角下的最大太阳直射强度和太阳直射辐射总能量。

问题二：设计该城区太阳能光伏板的朝向，使得在晴天条件下光伏板受到的太阳直射辐射日均总能量最大。

问题三：光伏板转换电能的效率以及转换电能实现储能的效率会受到太阳直射强度的影响，且路灯蓄电池的储电效率受到特定辐射强度下太阳照射时间的影响。重新设计光伏板的朝向，满足在光伏板受到太阳直射强度上午大于 $150\text{W}/\text{m}^2$ 、下午大于 $100\text{W}/\text{m}^2$ 条件下的时间长和储电量两个目标，并对应计算出晴天条件下光伏板受到的太阳直射辐射日均总能量和太阳直射辐射。

二、问题分析

2.1 问题一的分析

附件 sheet2 中给出了太阳能的直射辐射随月份变化的规律，为了方便探究一年内每一天对应的太阳能的直射辐射，尝试用拟合的方式探究出太阳能的直射辐射与月份之间的函数表达式。

太阳能直射辐射需要经过大气层的衰减过程才能到达地面，因此需要建立起太阳能直射辐射在大气层的衰减模型。

按照相关公式，计算出每月 15 日时的太阳高度角、太阳方位角等角度，通过一定的几何关系求解出不同仰角下的最大太阳直射强度和太阳直射辐射总能量。

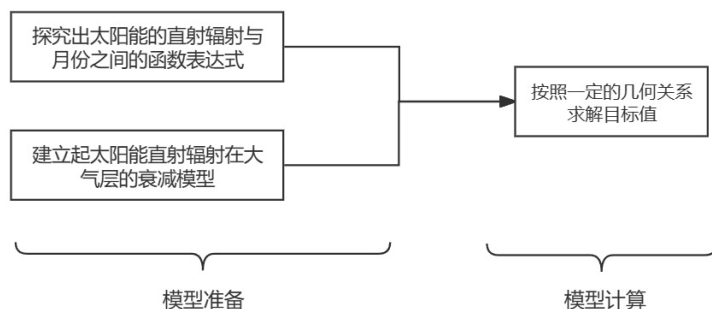


图 1 问题一分析思维导图

2.2 问题二的分析

目标函数为光伏板受到的太阳直射辐射日均总能量，控制变量为光伏板的朝向，包含两个变量，即光伏板的水平仰角和光伏板方位角。寻找对应的约束条件，建立最优化模型。再用遗传算法、粒子群算法两种智能优化算法求解最优化问题。

2.3 问题三的分析

本题中要考虑两个目标函数：储电效率和储电量。光伏板受到太阳直射强度上午大于 $150\text{W}/\text{m}^2$ 、下午大于 $100\text{W}/\text{m}^2$ 的时间尽可能长，这样可以使路灯蓄电池的储电效率更高。因此可以用上午大于 $150\text{W}/\text{m}^2$ 、下午大于 $100\text{W}/\text{m}^2$ 的时间代表储电效率作为目标函数。储电量为太阳能直射能量与效率的乘积，因此需要根据题意建立起储电效率与太阳能直射能量的表达关系式。

由以上建立起满足上午大于 $150\text{W}/\text{m}^2$ 、下午大于 $100\text{W}/\text{m}^2$ 的时间和储电量的多目标优化问题，探究光伏板固定安装的最佳朝向。最后再计算出晴天条件下光伏板受到的太阳直射辐射日均总能量和太阳直射辐射时长。

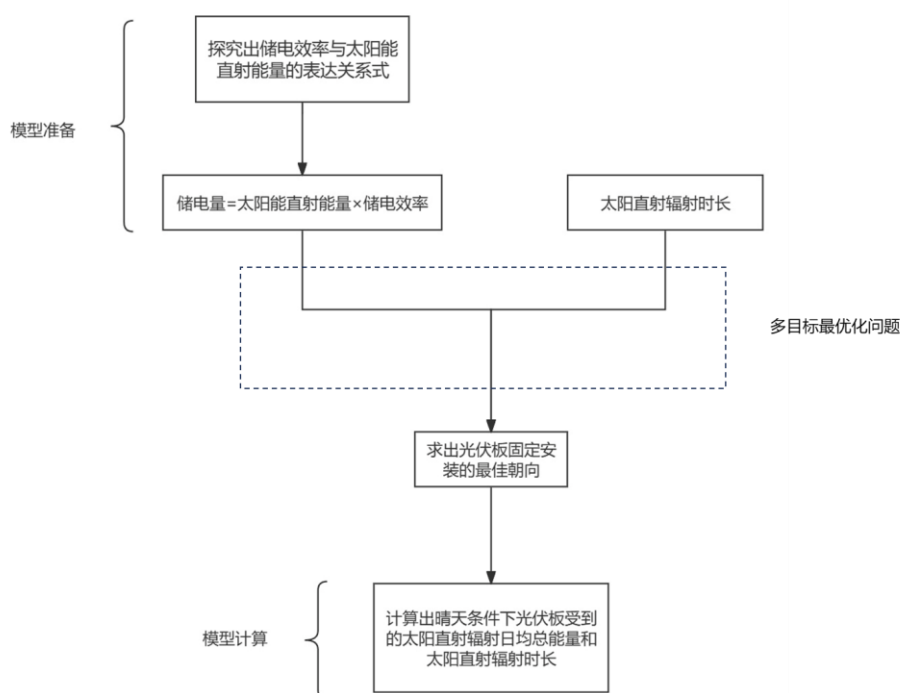


图2 问题三分析思维导图

三、模型假设

1. 忽视太阳散射辐射的影响，只考虑直射辐射。
2. 假设大气是均匀的，所以光线在大气中沿直线传播。
3. 大气厚度和地球半径相比很小，所以考虑太阳光传播到某一特定地区地面的过程中，可将大气的上界面视为平直地面上空高度一定的平面。
4. 仅考虑光照强度对光伏板发电的影响，不考虑诸如积灰遮挡、温度系数等因素的影响。
5. 不考虑天气的影响，假设每天都是晴天，且没有建筑物的遮挡。

四、符号说明

符号	说明	单位
I_0	大气层外层太阳能辐射强度	W/m^2
I	太阳能直射辐射强度	W/m^2
I_1	照射到地面的太阳能直射辐射强度	W/m^2
I_{\max}	当日最大太阳直射强度	W/m^2
S	太阳直射强度	W/m^2
E_{ave}	太阳直射辐射日均总能量	$W \cdot h$
E_s	当日太阳直射辐射总能量	$W \cdot h$
Q	储电量	$W \cdot h$
x	大气层的沿法向厚度	km
μ	衰减系数	$W/(m^2 \cdot km)$
α_s	太阳高度角	rad
\vec{n}_1	光伏板所在平面的法向量	\backslash
\vec{n}_2	太阳光线向量	\backslash
β	\vec{n}_1 与 \vec{n}_2 之间的夹角	rad
α_l	光伏板的水平仰角	rad
α_d	光伏板的方向角	rad

五、模型的建立与求解

5.1 问题一：求出不同仰角下的最大太阳直射强度和太阳直射辐射总能量

5.1.1 探究 I_0 随月份变化的规律

附件 sheet2 给出了 12 个月份下大气层外层太阳能辐射强度具体数值。设大气层外层太阳能平均辐射强度为 I_0 ，考虑到每个月份的变化在以一年的尺度上较小，所以一个月内的变化可以近似视为线性的，所以用每个月的大气外的平均辐射强度 I_0 作为每个月 15 日的大气外辐射强度进行分析。例如：2 月份对应的 I_0 平均值为 $1394(W/m^2)$ ，等效过后可视作 1.5 月对应的 I_0 时刻值为 $1394(W/m^2)$ 。设等效过后的月份数据为 x_m (单位：月)，等效后的月份数据 x_m -大气层外层太阳能辐射强度为 I_0 数据表如下：

表 1 x_m - I_0 数据分布表

x_m (月)	$I_0(W/m^2)$	x_m (月)	$I_0(W/m^2)$
0.5	1405	6.5	1308
1.5	1394	7.5	1315
2.5	1378	8.5	1330
3.5	1353	9.5	1350
4.5	1334	10.5	1372
5.5	1316	11.5	1392

为探究 $x_m - I_0$ 之间的函数关系式，画出 $x_m - I_0$ 的散点图如下：

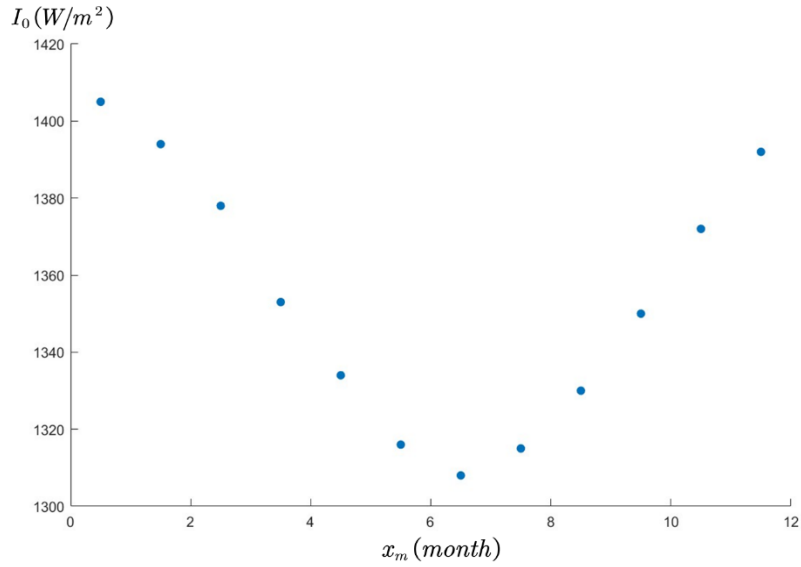


图 3 $x_m - I_0$ 的散点图

观察散点图可知， $I_0 - x_m$ 的函数关系近似于正弦函数关系，因此考虑用二项正弦和函数

$$\hat{I}_0 = a_1 \sin(b_1 x_m + c_1) + a_2 \sin(b_2 x_m + c_2) \quad (1)$$

进行拟合，其中 \hat{I}_0 为拟合值，设 I_0 为实际值。下面用最小二乘法计算表达式(1)中的各参数。最小二乘法的计算过程为：对于样本点 $(x_{mi}, I_{0i}), i = 1, 2, \dots, n$ ，设计拟合函数 $\hat{I}_0 = a_1 \sin(b_1 x_m + c_1) + a_2 \sin(b_2 x_m + c_2)$ ，那么

$$\begin{aligned} \hat{a}_1, \hat{b}_1, \hat{c}_1, \hat{a}_2, \hat{b}_2, \hat{c}_2 &= \arg \min_{a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2} \left(\sum_{i=1}^n (I_{0i} - \hat{I}_{0i})^2 \right) \\ &= \arg \min_{a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2} \left(\sum_{i=1}^n (I_{0i} - a_1 \sin(b_1 x_m + c_1) - a_2 \sin(b_2 x_m + c_2))^2 \right) \end{aligned} \quad (2)$$

经过计算，求得的 $I_0 - x_m$ 的函数关系如下：

$$I_0(x_m) = a_1 \sin(b_1 x_m + c_1) + a_2 \sin(b_2 x_m + c_2) \quad (3)$$

$$\text{其中, } \begin{cases} a_1 = 2784 \\ b_1 = 0.144 \\ c_1 = 0.6297 \end{cases} \begin{cases} a_2 = 1474 \\ b_2 = 0.2154 \\ c_2 = 3.304 \end{cases}$$

画出拟合效果图，如下所示：

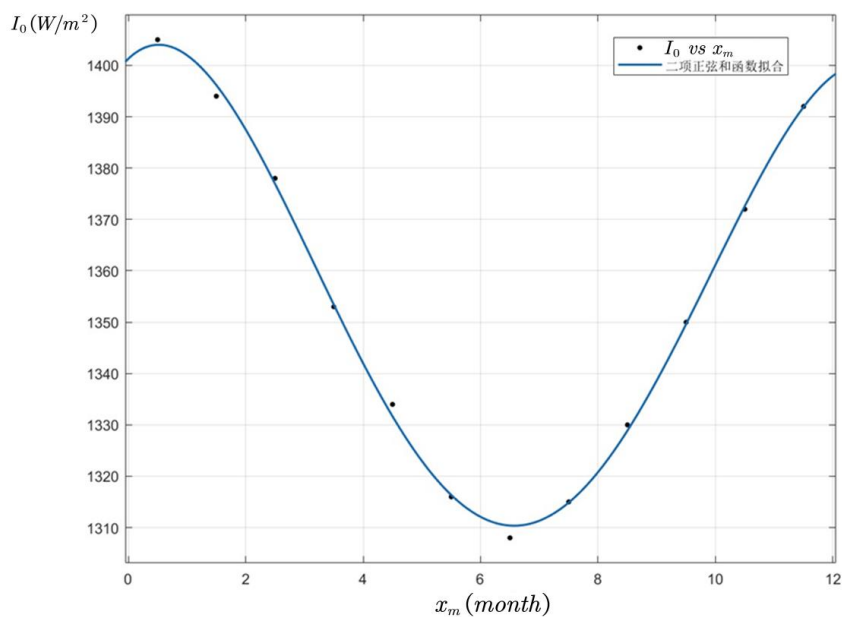


图 4 I_0-x_m 函数拟合效果图

表 2 拟合优度表

SSE	R 方	调整 R 方	RMSE
20.06	0.9984	0.9971	1.829

观察拟合效果图及拟合优度表中的相关指标可知，拟合效果较好，所建立的拟合曲线可靠性较高。

5. 1. 2 建立太阳直射辐射在大气层的衰减模型

由题目所给信息，太阳能直射辐射在经过大气层时会进行一定程度上的衰减。太阳能直射辐射在大气层衰减过程的示意图如下所示：

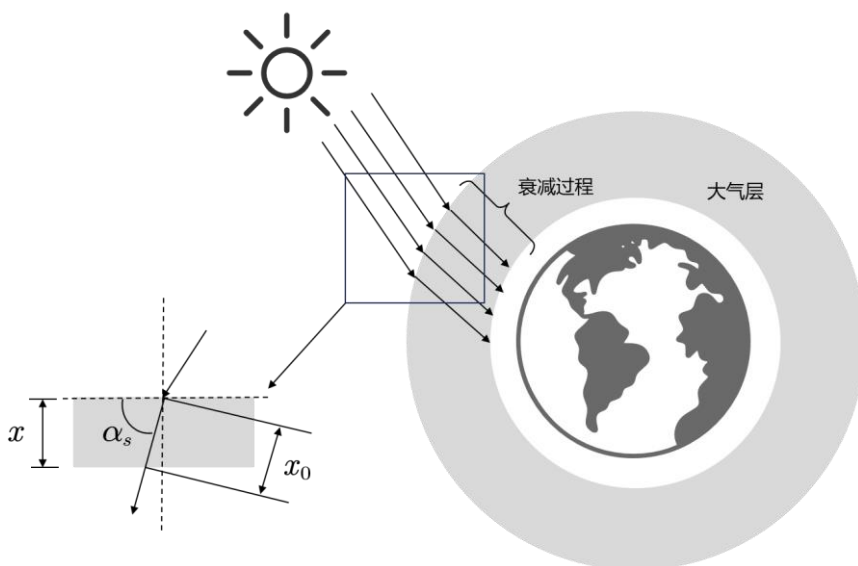


图 5 太阳能直射辐射在大气层衰减过程的示意图

大气厚度和地球半径相比很小，所以考虑太阳光传播到某一特定地区地面的过

程中，将大气的上界面视为平直地面上空高度一定的平面，如上图所示。

设 I 为太阳能直射辐射，单位： W/m^2 ， x 为大气层的沿法向厚度， x_0 为实际穿越大气层的厚度， x 与 x_0 单位均为 km ， μ 为衰减系数，单位为 $W/(m^2 \cdot km)$ ， α_s 为太阳高度角。根据题目所给信息，大气层对太阳能直射辐射的衰减变化量与其辐射强度、所穿过的大气层厚度成正比。则

$$-dI = \mu \cdot I \cdot dx_0 \quad (4)$$

由图 3 中的几何关系可得：

$$x_0 = \frac{x}{\sin \alpha_s} \quad (5)$$

联立公式(4)(5)，求解得太阳直射辐射的表达式：

$$I = I_0 e^{-\frac{\mu x}{\sin \alpha_s}} \quad (6)$$

查阅相关论文^[2]，公式(6)表达准确。下面给出太阳高度角 α_s 和太阳方位角 γ_s 等相关概念，示意图如下所示：

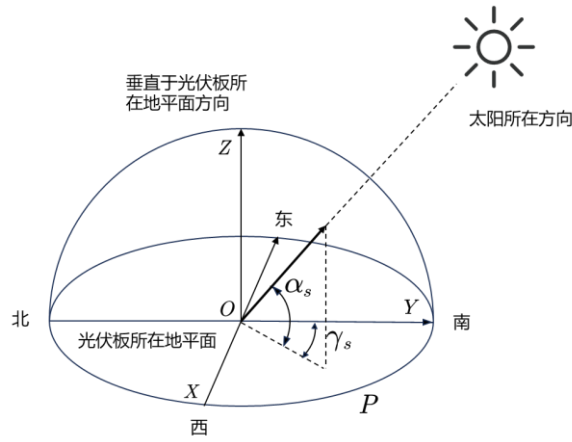


图 6 太阳高度角 α_s 和太阳方位角 γ_s 示意图

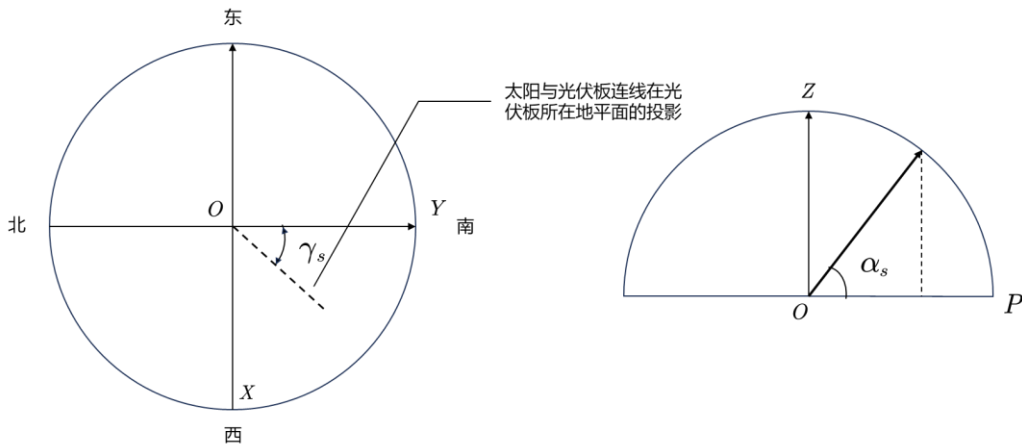


图 7 图 4 沿 XOY 平面的水平图（左）和沿 ZOP 平面的垂直图（右）

太阳高度角 α_s 满足下公式：

$$\sin \alpha_s = \cos \delta \cos \varphi \cos \omega + \sin \delta \sin \varphi \quad (7)$$

其中 φ 为当地纬度，北纬为正； ω 为太阳时角，满足

$$\omega = \frac{\pi}{12} (ST - 12) \quad (8)$$

其中 ST 为当地时间。 δ 为太阳赤纬角，满足

$$\sin \delta = \sin \frac{2\pi D}{365} \sin \left(\frac{2\pi}{360} 23.45 \right) \quad (9)$$

其中 D 为以春分作为第0天起算的天数，例如，若春分是3月21日，则4月1日对应 $D = 11$ 。

太阳方位角为 γ_s ，满足

$$\cos \gamma_s = \frac{\sin \delta - \sin \alpha_s \sin \varphi}{\cos \alpha_s \cos \varphi} \quad (10)$$

根据以上变量可计算出附件 sheet1 中地面直射辐射量 $I_G = I \sin \alpha_s$

整理上述有关角度的计算公式，得到下图：

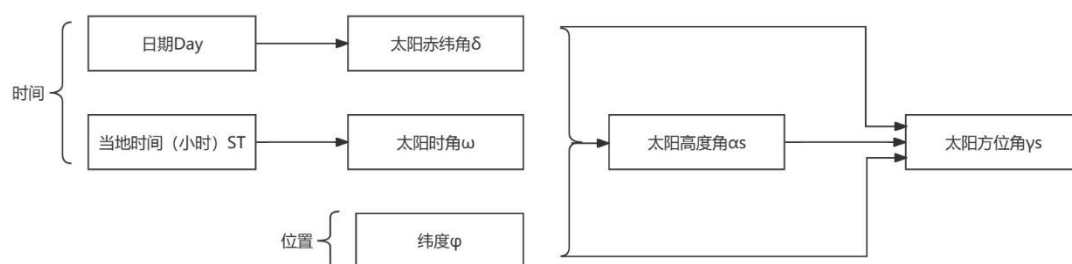


图 8 与太阳有关的角度计算关系图

公式(6)中仅含衰减系数 μ 一个未知量，因此需要求出不同时间下的太阳高度角 α_s ，对衰减系数 μ 进行拟合。题目中已知该城区的纬度 $\varphi = 30^\circ 35'$ ，根据附件 sheet1 中的时间，由公式(7)~(9)计算出的不同时间下的太阳高度角 α_s 如下表：

表 3 不同时间下的太阳高度 α_s (rad) 表

北京时间	太阳高度角	12:30	1.3605
6:00	0.1800	13:00	1.2778
6:30	0.2882	13:30	1.1771
7:00	0.3980	14:00	1.0694
7:30	0.5091	14:30	0.9585
8:00	0.6211	15:00	0.8463
8:30	0.7336	15:30	0.7336
9:00	0.8463	16:00	0.6211
9:30	0.9585	16:30	0.5091
10:00	1.0694	17:00	0.3980
10:30	1.1771	17:30	0.2882
11:00	1.2778	18:00	0.1800
11:30	1.3605	18:30	0.0739
12:00	1.3965	19:00	-0.0296

画出太阳高度角随时间变化折线图如下所示：

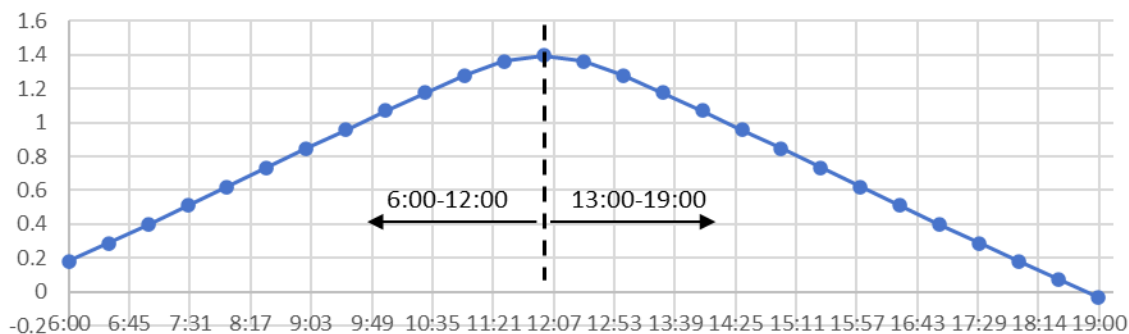


图 10 太阳高度角 α_s (rad) 随时间变化折线图

注意到 α_s 随时间分布呈现出与中午 12:00 为对称轴的轴对称分布。查找相关资料^{[3][3]}发现,衰减系数受到温度等因素的影响,这恰好解释了为什么上午下午相同太阳高度情况下地面接收到的辐射量不一致,所以我们可以近似认为上午下午的衰减系数不同,求解衰减系数 μ 的表达式时按照分段函数的形式求解。故尝试将 α_s 的数据分为 6:00-12:00(上午)和 13:00-19:00(下午)两部分,分别对衰减系数 μ 进行拟合。利用最小二乘法拟合过后,对于公式(6): $I = I_0 e^{-\frac{\mu x}{\sin \alpha_s}}$, μ 满足:

$$\mu = \begin{cases} 0.0004607, & 06:00 - 12:00 (\text{上午}) \\ 0.0003321, & 13:00 - 19:00 (\text{下午}) \end{cases} \quad (11)$$

上下午的拟合效果图表如下:

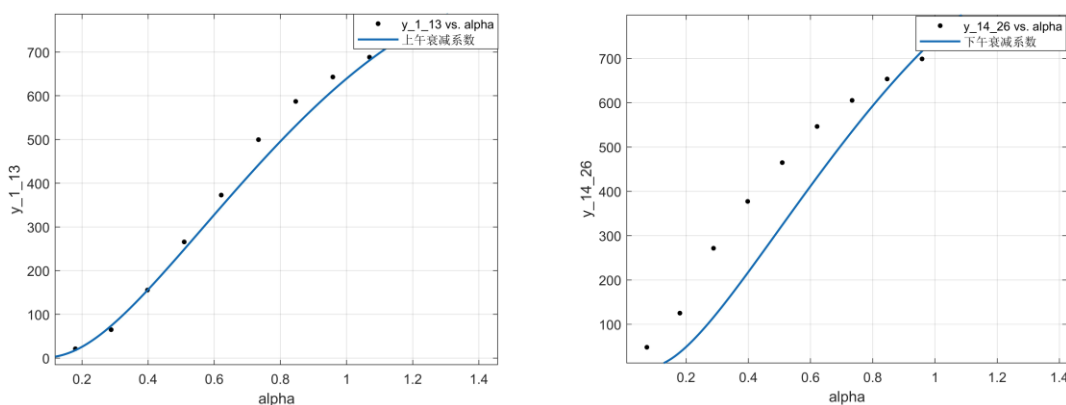


图 11 上午(左)、下午(右)的拟合效果图

表 4 上午、下午拟合优度表

	SSE	R 方	调整 R 方	RMSE
上午	20410	0.9773	0.9773	41.24
下午	18000	0.7536	0.7536	122.5

观察上述拟合效果图和拟合优度表的相关数据可知:上午的数据拟合效果较好,但下午的拟合效果一般, R 方为 0.7536。理想情况下 R 方的数据应达到 0.8 以上,因此考虑对模型进行修正。

观察附件 sheet1, 发现地面直射辐射量的最大值并不是出现在正中午 12:00。但根据地面直射辐射量 $I_G = I \sin \alpha_s$ 以及公式(6)(7)(8)可知,理想情况下在同一天内,正

中午 12:00 的地面直射辐射量最大。因此可知，现有公式与实际情况存在一定偏差。考虑到题目中所给时间均为北京时间，北京时间的参考经度为东经 120° ，而该城区所的经度为 $114^\circ 19'$ 。存在经度差 $\Delta l = 120^\circ - 114^\circ 19' = 5^\circ 41'$ 。已知一个时区的跨度为 15° ，相邻时区相差时间为 1 小时。则推算出当地正午（太阳位于该城区的正上方）的时间与北京时间 12:00 的差值为 $\Delta t = \frac{\Delta l}{15^\circ} \times 1h = \frac{5^\circ 41'}{15^\circ} \times 1h = 0.379h$ 。即对于该城区来说，正午时间（太阳位于该城区的正上方）为 12:23。在公式(6) $\omega = \frac{\pi}{12}(ST - 12)$ 中，默认正午时间（太阳位于该城区的正上方）为 12:00。因此对公式（6）进行修正，修正后的公式如下：

$$\omega = \frac{\pi}{12}(ST - 12.379) \quad (12)$$

其中 ω 为太阳时角， ST 为当地北京时间。

按照修正过后的公式，再次利用最小二乘法对于 6:00-12:00(上午)和 13:00-19:00(下午)两部分数据，分别对衰减系数 μ 进行拟合。对于公式(6): $I = I_0 e^{-\frac{\mu x}{\sin \alpha_s}}$, μ 满足：

$$\mu = \begin{cases} 0.0003860, & 06:00 - 12:00(\text{上午}) \\ 0.0004036, & 13:00 - 19:00(\text{下午}) \end{cases} \quad (13)$$

修正过后的上午下午拟合曲线如下图所示：

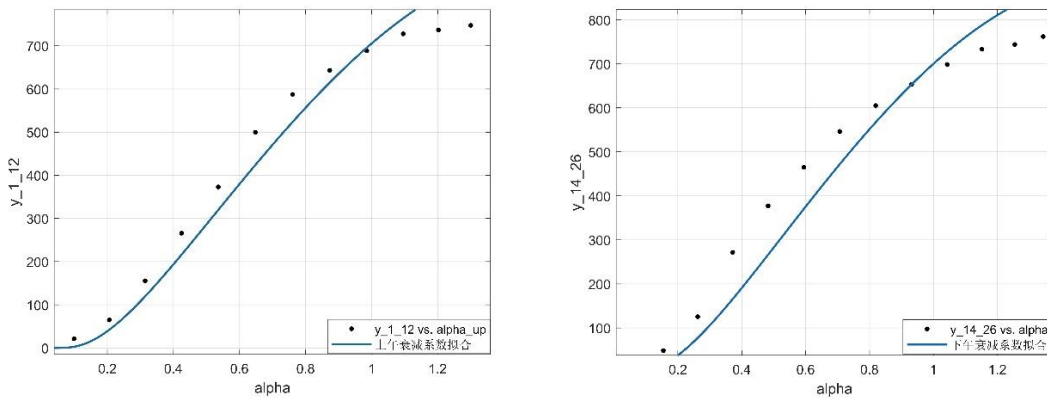


图 12 修正过后的上午（左）、下午（右）的拟合效果图

表 5 修正过后的上午、下午拟合优度表

	SSE	R 方	调整 R 方	RMSE
上午	38930	0.9526	0.9526	59.49
下午	81120	0.8890	0.8890	82.22

观察上述拟合效果图和拟合优度表的相关数据可知：下午的拟合效果中 R 方由 0.7536 提升到 0.8890，即认为修正过后的模型拟合效果得到了有效改善。上午与下午的拟合效果都较好，拟合结果(13)具有较高的可信度，所建立的 $I = I_0 e^{-\frac{\mu x}{\sin \alpha_s}}$ 模型较为可靠。

5.1.3 求出不同仰角下的最大太阳直射强度和太阳直射辐射总能量

建立光伏板接收地面太阳能直射辐射的物理模型如下图：

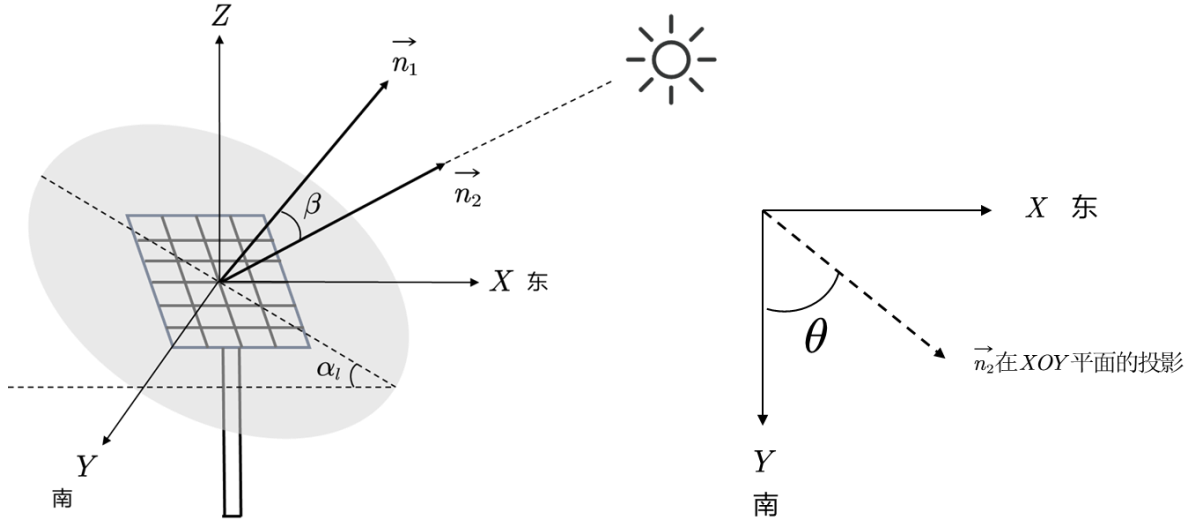


图 13 光伏板接收辐射能量的物理模型示意图

建立坐标轴如上图所示，其中 \vec{n}_1 为光伏板所在平面的单位法向量， \vec{n}_2 为太阳光线单位向量，为方便计算， \vec{n}_2 方向取波矢的反向，如图 13 所示。 β 为 \vec{n}_1 与 \vec{n}_2 的夹角。 α_l 为光伏板的水平仰角。 α_d 为光伏板的方位角。题目给定光伏板朝向正南方向，则 $\alpha_d = 0$ 。

设 θ 为向量 \vec{n}_2 的进动角， $\theta = \pi - \gamma_s$ 。则向量 \vec{n}_1 与 \vec{n}_2 的表达式为：

$$\vec{n}_1 = (0, \sin \alpha_l, \cos \alpha_l) \quad (14)$$

$$\vec{n}_2 = (\cos \alpha_s \sin \theta, \cos \alpha_s \cos \theta, \sin \alpha_s) \quad (15)$$

\vec{n}_1 与 \vec{n}_2 的夹角 β 表达式为

$$\beta = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} \quad (16)$$

设 I_1 为照射到地面的太阳能直射辐射强度，由公式(6)得： $I_1 = I_0 e^{-\frac{\mu x}{\sin \alpha_s}}$

光伏板接收太阳能的时间应该在日出之后、日落之前，因此太阳高度角范围为 $\alpha_s > 0$ 。令 $\alpha_s = 0$ ，可以求出该日期的日出日落时间。设日出时间为 t_1 ，日落时间为 t_2 ，求出的每月 15 日的日出日落时间为下表：

表 6 每月 15 日的日出日落时间

月份	日出时间	日落时间
1	7:15	17:31
2	6:53	17:53
3	6:28	18:19
4	6:00	18:47
5	5:37	19:10
6	5:25	19:22
7	5:31	19:16

8	5:53	18:54
9	6:20	18:26
10	6:48	18:59
11	7:12	17:35
12	7:23	17:24

I_{\max} 的计算公式为:

$$I_{\max} = \max \{I_1 \cos \beta\}$$

$$I_1 = I_0 e^{-\frac{\mu x}{\sin \alpha_s}} \quad (17)$$

从日出时间算起, 取 36s 为采样测算间隔, 在 α_l 分别取 20° 、 40° 、 60° 条件下算出每月 15 日的不同时间下的 $I_1 \cos \beta$, 再求出当天从日出到日落时间内所有采样点的 $I_1 \cos \beta$ 的最大值 I_{\max} , 得到的每月 15 日的最大太阳直射强度 I_{\max} 数据表如下:

表 7 每月 15 日的最大太阳直射强度 I_{\max} (W/m^2) 数据表

月份	$\alpha_l=20^\circ$	$\alpha_l=40^\circ$	$\alpha_l=60^\circ$
1	640.0564	735.4673	742.1700
2	751.1165	814.9092	780.4117
3	844.4041	857.7905	767.7147
4	889.3172	838.9501	687.3932
5	883.9253	784.9467	591.2921
6	864.0816	744.2322	534.6174
7	863.9307	756.6041	558.0198
8	870.1845	805.4971	643.6548
9	837.3500	833.2510	728.6496
10	752.8710	804.9271	759.8971
11	645.3618	734.4289	734.9131
12	592.5964	694.0340	711.7608

设每月 15 日的太阳直射辐射总能量为 E_s (单位: $W \cdot h$), 则计算公式为:

$$E_s = \int_{t_1}^{t_2} I_1 \cos \beta dt \quad (18)$$

其中 β 为 \vec{n}_1 与 \vec{n}_2 的夹角, I_1 为照射到地面的太阳能直射辐射强度, 当日最大太阳直射强度为 I_{\max} 。在只考虑太阳能直射辐射条件下, 当太阳光线照射到光伏板背面时, 光伏板接收不到太阳能, 因此 β 取值范围: $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ 。 t_1 为使首次满足 $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ 与日出时刻的较晚时刻, t_2 为使最后一次满足 $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ 与日落时刻的较早时刻。日出日落时刻具体数值见上表 6。求得的每月 15 日的太阳直射辐射总能量为 E_s 数据表如下所示:

表 8 每月 15 日的太阳直射辐射总能量为 E_s ($W \cdot h$) 数据表

月份	$\alpha_l=20^\circ$	$\alpha_l=40^\circ$	$\alpha_l=60^\circ$
1	3556.1105	4183.4662	4306.2341
2	4480.3044	4942.5725	4808.6934
3	5371.8128	5474.5082	4916.8972

4	5979.2021	5528.3049	4412.0294
5	6154.5145	5224.1373	3688.0376
6	6107.7401	4958.6476	3261.4221
7	6057.8082	5039.3830	3447.5165
8	5920.0236	5331.4553	4104.6377
9	5418.5030	5379.1293	4690.9533
10	4562.2572	4947.6003	4736.1898
11	3632.6607	4228.7643	4314.8164
12	3204.3631	3847.4875	4026.5481

5.2 问题二：求解太阳直射辐射日均总能量最大时光伏板的朝向问题

5.2.1 建立太阳直射辐射日均总能量与光伏板朝向的物理模型

光伏板的朝向分为两个方面：光伏板的水平仰角 α_l 、光伏板的方位角 α_d 。上述公式(14)中假定光伏板的方位角 $\alpha_d = 0$ 。现在考虑到 α_d 后，光伏板所在平面的法向量 \vec{n}_1 计算公式为：

$$\vec{n}_1 = (\sin \alpha_l \sin \alpha_d, \sin \alpha_l \cos \alpha_d, \cos \alpha_l) \quad (19)$$

$\theta = \pi - \gamma_s$ ，根据公式(15) $\vec{n}_2 = (\cos \alpha_s \sin \theta, \cos \alpha_s \cos \theta, \sin \alpha_s)$ ，可求出 \vec{n}_1 与 \vec{n}_2 之间的夹角 $\beta = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$

题目求的是接收到的太阳直射辐射日均总能量为 E_{ave} （单位： $W \cdot h$ ），因此需要计算出一年之内每天接收到的太阳直射辐射总能量，再对其求均值。 E_{ave} 计算公式如下：

$$E_{ave} = \frac{1}{365} \sum_{i=1}^{365} \int_{t_1}^{t_2} I_{1i}(t) \cos \beta_i(t) dt \quad (20)$$

其中 $I_{1i}(t)$ 为第 i 天照射到地面的太阳能直射辐射强度， $\beta_i(t)$ 为第 i 天 \vec{n}_1 与 \vec{n}_2 之间的夹角。根据公式(6)， $I_{1i}(t) = I_0 e^{-\frac{\mu x}{\sin \alpha_s}}$ 。 t_1 为使首次满足 $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ 与日出时刻的较晚时刻， t_2 为使最后一次满足 $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ 与日落时刻的较早时刻。因此需要提前计算出一年内 365 天的太阳高度角 α_s ，因为数据量较大，下面展示部分数据，表中日出之前的数据为\，完整数据表格见附录。

表 9 一年内 365 天的太阳高度角 α_s （单位： rad ）部分数据表

日期号 \ 时间	太阳高度角						
	5:00	6:00	7:00	8:00	9:00	10:00	11:00
1	\	\	\	0.1419	0.3246	0.4802	0.5952
31	\	\	0.0088	0.2190	0.4141	0.5841	0.7133
61	\	\	0.1078	0.3282	0.5387	0.7296	0.8829
91	\	0.0000	0.2109	0.4360	0.6579	0.8691	1.0530
121	\	0.0745	0.2924	0.5156	0.7408	0.9637	1.1743

151	\	0.1210	0.3335	0.5530	0.7768	1.0020	1.2234
181	\	0.1119	0.3256	0.5460	0.7703	0.9953	1.2150
211	\	0.0501	0.2702	0.4946	0.7196	0.9401	1.1436
241	\	\	0.1795	0.4039	0.6229	0.8283	1.0022
271	\	\	0.0747	0.2923	0.4980	0.6819	0.8266
301	\	\	\	0.1896	0.3800	0.5444	0.6680
331	\	\	\	0.1292	0.3098	0.4630	0.5758
361	\	\	\	0.1344	0.3159	0.4700	0.5837

按照公式 $\cos \gamma_s = \frac{\sin \delta - \sin \alpha_s \sin \varphi}{\cos \alpha_s \cos \varphi}$ ，计算出一年 365 天每日的太阳方位角 γ_s 如下表，下面展示部分数据，表中日出之前的数据为 \，完整数据表格见附录。

表 10 一年 365 天每日的太阳方位角 γ_s (rad) 部分数据表

日期号 \ 时间							
	5:00	6:00	7:00	8:00	9:00	10:00	11:00
1	\	\	\	2.1148	2.2801	2.4837	2.7336
31	\	\	1.8679	2.0110	2.1820	2.3969	2.6716
61	\	\	1.7069	1.8511	2.0223	2.2448	2.5525
91	\	\	1.5301	1.6660	1.8236	2.0331	2.3563
121	\	1.2529	1.3760	1.4968	1.6293	1.8002	2.0837
151	\	1.1739	1.2903	1.4000	1.5136	1.6505	1.8709
181	\	1.1895	1.3073	1.4194	1.5370	1.6813	1.9170
211	\	1.2937	1.4197	1.5454	1.6863	1.8711	2.1739
241	\	\	1.5856	1.7251	1.8887	2.1055	2.4281
271	\	\	1.7613	1.9060	2.0783	2.2999	2.5973
301	\	\	\	2.0514	2.2206	2.4316	2.6969
331	\	\	\	2.1314	2.2955	2.4968	2.7428
361	\	\	\	2.1246	2.2892	2.4915	2.7391

按照与第一问相同的方法计算出一年内 365 天的每天日出、日落时间。因为数据量较大，下面展示部分数据，完整数据表格见附录。

表 11 一年 365 天的每天日出日落时刻部分数据表

天数	日出时刻	日落时刻
1	7:18	17:49
31	7:58	17:49
61	6:32	18:15
91	6:04	18:43
121	5:40	19:07
151	5:25	19:22

在只考虑太阳能直射辐射条件下，当太阳光线照射到光伏板背面时，光伏板接收不到太阳能。因此，存在约束条件： $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ 。除此之外，光伏板接收太阳能的时间应该在日出之后、日落之前，因此太阳高度角的约束条件为 $\alpha_s > 0$ 。

通过以上分析可知，建立最优化模型，求 E_{ave} 的最大值：

$$\begin{aligned}
E_{ave} &= \frac{1}{365} \sum_{i=1}^{365} \int_{t_1}^{t_2} I_{1i}(t) \cos \beta_i(t) dt \\
I_{1i}(t) &= I_0(t) e^{-\frac{\mu x}{\sin \alpha_s}} \\
s.t. &\begin{cases} \alpha_s > 0 \\ 0 < \beta_i(t) < \frac{\pi}{2} \end{cases}
\end{aligned} \tag{21}$$

5.2.2 采用传统遗传算法求解最优化问题

遗传算法（Genetic Algorithms, GA）是一种基于自然选择原理和自然遗传机制的搜索（寻优）算法，它通过模拟自然界中的生命进化机制，在人工系统中实现特定目标的优化^[4]。

遗传算法仿照自然界的物竞天择、适者生存的演化法则，将一个解向量 (α_l, α_d) 视作一个个体，对于每一个解向量 (α_l, α_d) 按照一定方式进行编码，将编码过后的数据作为染色体（基因串），建立起的一定数量的解向量组成一个种群。对于所建立的种群进行迭代，在迭代的过程中进行选择、变异、交叉一系列操作，从而不断选择出适应度最高的个体，即选择出最优解。

下面对遗传算法中编码与解码、选择、变异、交叉这些关键概念进行简单解释：

编码与解码：本文采用二进制编码的方式，即对于每一个解向量 (α_l, α_d) 的值转换成二进制码。而解码的过程则是将二进制码还原成每一个解向量 (α_l, α_d) 的值的过

选择：在对种群内的个体进行筛选时，我们采取轮盘赌的方式进行选择。假设第 i 个个体的适应度为 f_i ，种群中的个体数为 N ，则选择第 i 个个体的概率

$$P_i = f_i / \left(\sum_{j=1}^N f_j \right)$$

变异：在种群中随机选定一个个体，对于选定的个体以一定概率改变二进制编码的值，按照自然界的规律，变异概率很低。

交叉：在自然界中，子代会继承父母代的遗传特征。在遗传算法中，通过交叉操作得到新一代个体，新的个体会继承上一代个体的特征，体现了信息在不同个体之间传递的过程。

遗传算法的计算流程可以用下面的流程图所示：

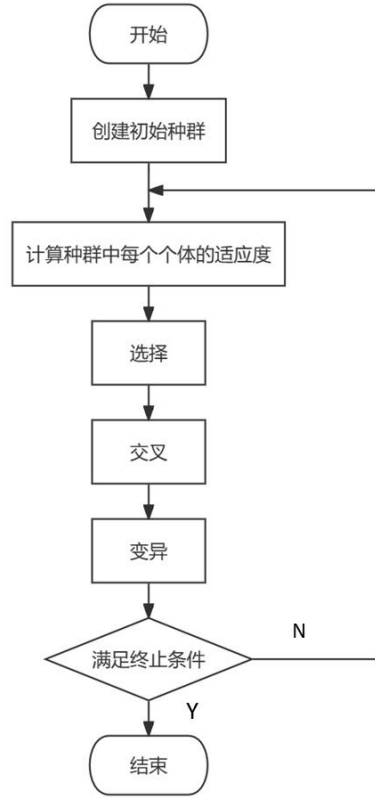


图 14 遗传算法流程图

对于 5.2.1 中建立的求 E_{ave} 的最大值的最优化模型：

$$E_{ave} = \frac{1}{365} \sum_{i=1}^{365} \int_{t_1}^{t_2} I_{1i}(t) \cos \beta_i(t) dt$$

$$I_{1i}(t) = I_0(t) e^{-\frac{\mu x}{\sin \alpha_s}}$$

$$s.t. \begin{cases} \alpha_s > 0 \\ 0 < \beta_i(t) < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

按照遗传算法对上述最优化问题进行求解，设置迭代次数为 65 次，变异概率设置为 0.1。下面展示最后 15 代的 E_{ave} 的最大值（单位： $W \cdot h$ ）及其对应的光伏板的方位角 α_d （角度制）和光伏板的水平仰角 α_l （角度制）：

表 12 最后 15 代的相关数据图

遗传代数	水平仰角 α_l	方位角 α_d	最大日均接收辐射能量 E_{ave}
51	27.3473	0.8158	5069.5318
52	27.3473	0.8158	5069.5318
53	27.3473	0.8158	5069.5318
54	27.3473	0.8158	5069.5318
55	27.3473	0.8158	5069.5318
56	27.3473	0.8158	5069.5318
57	27.3473	0.8158	5069.5318
58	27.1009	1.1406	5069.5352
59	27.1009	1.1406	5069.5352

60	27.1009	1.1406	5069.5352
61	27.1339	1.1406	5069.5372
62	27.1340	1.1391	5069.5373
63	27.1340	1.1391	5069.5373
64	27.1340	1.1391	5069.5373
65	27.1340	1.1391	5069.5373

画出每代的 E_{ave} 的最大值（单位： $W \cdot h$ ）、对应方位角 α_d （角度制）和光伏板的水平仰角 α_l （角度制）随迭代次数变化的迭代效果图如下（图中青色点表示前 30 次迭代的数据点，蓝色点为后 35 次迭代对应的数据点）：

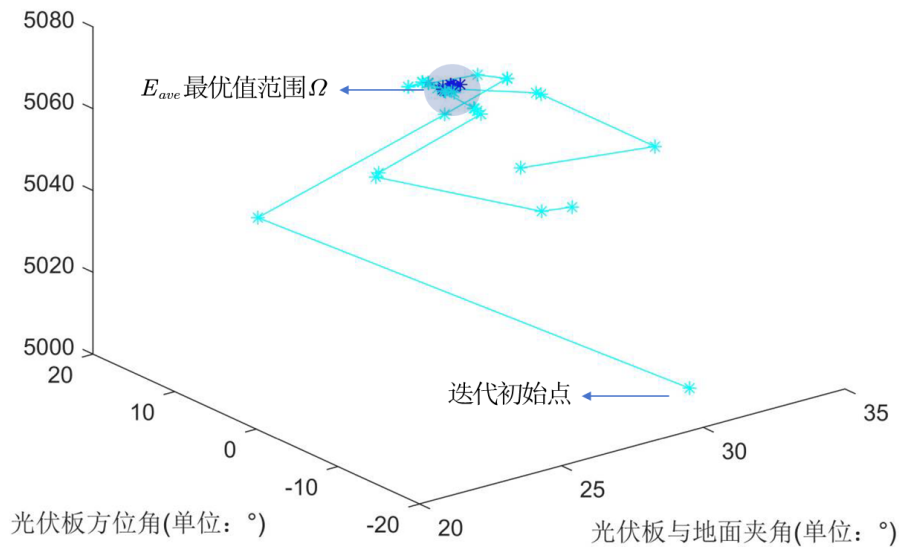


图 15 迭代效果图

观察上述迭代效果图可发现，随迭代次数不断增加， E_{ave} 的最大值在范围 Ω 内跳动，且范围 Ω 的范围较大，算法收敛性差。除此之外，观察表 12 最后 15 次迭代对应的迭代次数下的相关数据图可知，理想情况下最后 15 次的迭代数据应该收敛在较小的区间内，但表 12 中的最后 15 次的迭代数据出现跳变情况，收敛性差。

考虑到传统遗传模型的收敛性差，因此对遗传模型进行修正。

5.2.3 设置动态变异概率对遗传模型进行修正

在利用遗传算法进行迭代的过程中，我们希望在前期迭代阶段，遗传算法模型对于全局的搜索能力较强。若在前期迭代阶段算法对于全局的搜索能力较弱，会使搜索到的最优解陷入到局部最优解中。同时，我们希望在后期迭代阶段，遗传算法模型对于局部的搜索能力较强，以便于在初始阶段找到的最优解的范围内确定最优解。若在后后期迭代阶段算法对于局部的搜索能力较弱，对于全局的搜索能力较强，会使最后几次迭代寻找到的最优解出现不断跳变的情况，模型的收敛性差。

种群中个体发生变异时的变异概率反映了算法对于全局的搜索能力。如果种群中个体发生变异时的变异概率较大，则在迭代过程中易于产生离上一次迭代的解差别较大的新解，即对于全局的搜索能力较强。如果种群中个体发生变异时的变异概率较小，则在迭代过程中易于产生离上一次迭代的解附近范围内的新解，即对于局

部的搜索能力较强。因此，修正过后的遗传算法对于全局的搜索能力应该随迭代次数递减。

在 5.2.1 中未经修正的遗传算法中，在每一次的迭代过程中变异概率均为定值，即 $p_m = 0.005$ ，因此不满足遗传算法对于全局的搜索能力应该随迭代次数递减的要求。则设置动态变异概率 p'_m ，计算公式如下：

$$p'_m = p_m \left(1 - \frac{k}{iter}\right)^2 \quad (22)$$

其中 k 为当次迭代次数， $iter$ 为设置的总迭代次数。 p'_m 随迭代次数 k 递减，即满足修正过后的遗传算法模型对于全局的搜索能力应该随迭代次数递减的要求。修正过后的动态变异概率 p'_m 随迭代次数变化的曲线如下图所示：

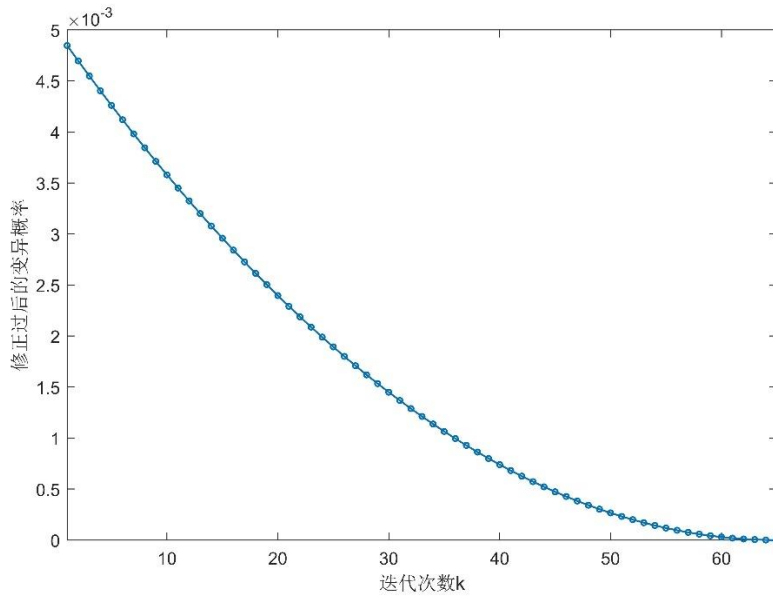


图 16 动态变异概率 p'_m 随迭代次数变化的曲线图

按照修正过后的遗传算法对上述最优化问题进行求解，设置迭代次数为 65 次，下面展示最后 15 次迭代对应的迭代次数下的 E_{ave} 的最大值（单位： $W \cdot h$ ）及其对应的光伏板的方位角 α_d （角度制）和光伏板的水平仰角 α_l （角度制）：

表 13 模型修正后的最后 15 次迭代对应的迭代次数下的相关数据图

遗传代数	水平仰角 α_l	方位角 α_d	最大日均接收辐射能量 E_{ave}
51	27.1720	0.8320	5069.5515
52	27.1720	0.8320	5069.5515
53	27.1720	0.8320	5069.5515
54	27.1720	0.8320	5069.5515
55	27.1720	0.8320	5069.5515
56	27.1720	0.8320	5069.5515
57	27.1720	0.8320	5069.5515
58	27.1720	0.8320	5069.5515
59	27.1720	0.8320	5069.5515
60	27.1720	0.8320	5069.5515
61	27.1720	0.8320	5069.5515
62	27.1720	0.8320	5069.5515

63	27.1720	0.8320	5069.5515
64	27.1720	0.8320	5069.5515
65	27.1720	0.8320	5069.5515

画出修正过后的遗传算法每代迭代下的 E_{ave} 的最大值（单位： $W \cdot h$ ）、对应光伏板的方位角 α_d （角度制）和光伏板的水平仰角 α_l （角度制）随迭代次数变化的迭代效果图如下（图中青色点表示前 30 次迭代的数据点，蓝色点为后 35 次迭代对应的数据点）：

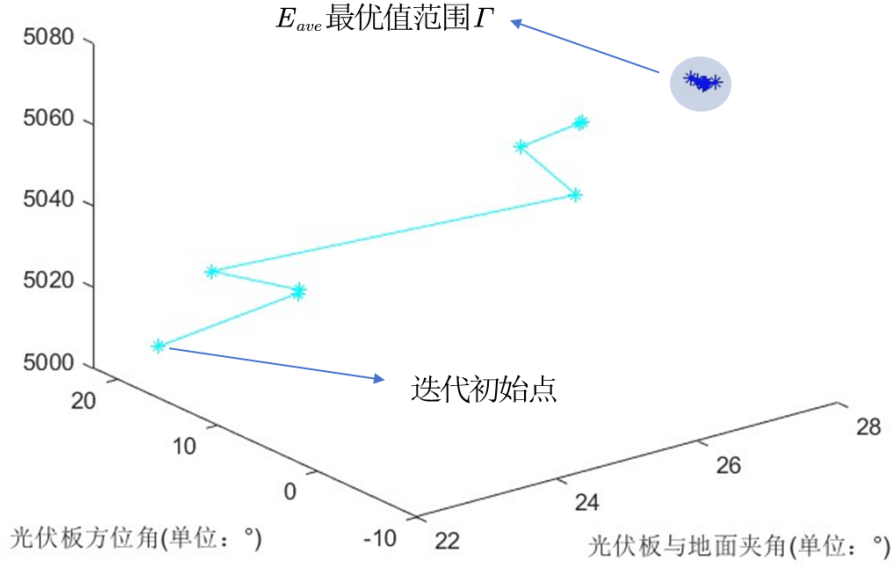


图 17 修正过后的迭代效果图

观察迭代效果图可知，最后 E_{ave} 最优解范围较好地收敛到范围 Γ 内。通过表 13 也可以看出在最后 15 次迭代下，最大日均辐射 E_{ave} 的数据已经收敛，基本不发生跳动。经过修正过后的遗传算法模型效果比较理想。

利用修正过后的遗传算法求得的光伏板受到的最大太阳直射辐射日均总能量 $E_{ave} = 5069.5515 W \cdot h$ ，对应的最佳水平仰角 $\alpha_l = 27.1720^\circ$ ，最佳光伏板的方位角 $\alpha_d = 0.8320^\circ$

5.2.4 模型求解：利用粒子群（PSO）算法求解最优化问题

对于本题所建立的最优化问题：

$$E_{ave} = \frac{1}{365} \sum_{i=1}^{365} \int_{t_1}^{t_2} I_{1i}(t) \cos \beta_i(t) dt$$

$$I_{1i}(t) = I_0(t) e^{-\frac{\mu x}{\sin \alpha_s}}$$

$$s.t. \begin{cases} \alpha_s > 0 \\ 0 < \beta_i(t) < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

粒子群（PSO）算法首先建立由 n 个粒子组成的种群 $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ ，其中第 i 个粒子表示一个 2 维的向量 $X_i = (\alpha_l, \alpha_d)^T$ ，包含两个元素：光伏板的水平仰角 α_l 、

光伏板的方位角 α_d 。根据目标函数即可以计算出每个粒子位置 X_i 对应的适应度的值。第 i 个粒子的速度 $V_i=(V_{i1},V_{i2})^T$ ，其中， V_{i1} 表示 α_l 纬度上变化的速度， V_{i2} 表示 α_d 纬度上变化的速度。其个体极值为 $P_i=(P_{i1},P_{i2})^T$ ，种群的群体极值为 $P_g=(P_{g1},P_{g2})^T$ 。

在迭代的过程中，粒子通过个体极值和群体极值来更新自身的速度和位置，即

$$V_{id}^{k+1} = \omega V_{id}^k + c_1 r_1 (P_{id}^k - X_{id}^k) + c_2 r_2 (P_{gd}^k - X_{id}^k) \quad (23)$$

$$X_{id}^{k+1} = X_{id}^k + V_{k+1 id} \quad (24)$$

其中, ω 为惯性权重; $d=1,2,\cdots,D$; $i=1,2,\cdots,n$; k 为当前迭代次数; V_{id} 为粒子的速度; c_1 和 c_2 是非负的常数,称为加速度因子; r_1 和 r_2 是分布于 $[0, 1]$ 区间的随机数^[5]。

粒子群算法 (PSO) 的计算流程图如下所示:

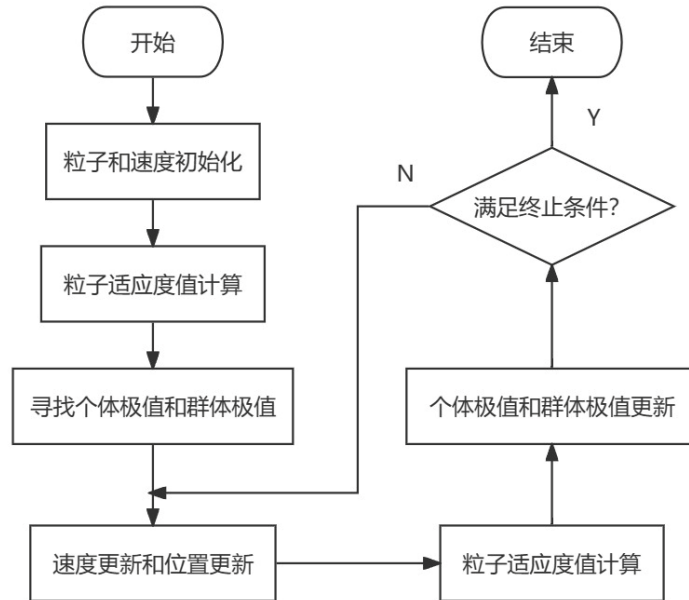


图 18 粒子群算法的计算流程图

按照粒子群算法对上述最优化问题进行求解，考虑到粒子群算法收敛速度快于遗传算法，因此设置迭代次数为 40 次，下面展示最后 15 代的 E_{ave} 的最大值（单位： $W \cdot h$ ）及其对应的光伏板的方位角 α_d （角度制）和光伏板的水平仰角 α_l （角度制）：

表 14 粒子群算法的最后 15 代相关数据图

迭代次数	水平仰角 α_l	方位角 α_d	最大日均接收辐射能量 E_{ave}
26	27.0049	0.7316	5069.5341
27	27.0049	0.7316	5069.5341
28	27.0049	0.7316	5069.5341
29	27.0049	0.7316	5069.5341
30	27.0049	0.7316	5069.5341
31	27.0049	0.7316	5069.5341
32	27.0049	0.7316	5069.5341
33	27.0049	0.7316	5069.5341

34	27.0049	0.7316	5069.5341
35	27.0049	0.7316	5069.5341
36	27.0049	0.7316	5069.5341
37	27.0049	0.7316	5069.5341
38	27.0049	0.7316	5069.5341
39	27.2110	0.9787	5069.5473
40	27.2110	0.9787	5069.5473

画出粒子群算法迭代次数下的 E_{ave} 的最大值（单位： $W \cdot h$ ）、对应光伏板的方位角 α_d （角度制）和光伏板的水平仰角 α_l （角度制）随迭代次数变化的迭代效果图如下（图中青色点表示前 20 次迭代的数据点，蓝色点为后 20 次迭代对应的数据点）：

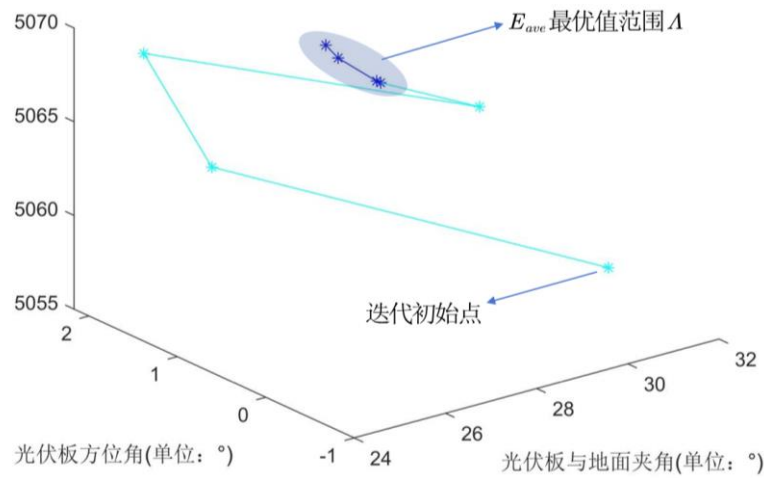


图 19 粒子群算法的迭代效果图

综合表 14 和图 19 可知，粒子群算法求解 E_{ave} 的最优解过程中收敛性好，求出的 E_{ave} 的最优解范围均在范围 A 内。

利用粒子群算法求得的光伏板受到的最大太阳直射辐射日均总能量 $E_{ave} = 5069.5473 W \cdot h$ ，对应的最佳光伏板水平仰角 $\alpha_l = 27.2110^\circ$ ，最佳光伏板的方位角 $\alpha_d = 0.9787^\circ$

5.2.5 结论与分析

在求解本题中 E_{ave} 的最大值的最优化问题中，上述求解过程中分别用到了修正过后的遗传算法和粒子群算法两种算法。两种算法的收敛性均满足要求，且求出的 E_{ave} 的最大值十分相近。利用修正过后的遗传算法求出的最大太阳直射辐射日均总能量 $E_{ave} = 5069.5515 W \cdot h$ ，略优于利用粒子群算法求出的最大太阳直射辐射日均总能量 $E_{ave} = 5069.5473 W \cdot h$ 。因此，采取遗传算法求出的最大 E_{ave} 作为最终解，其对应的 α_l 和 α_d 作为最佳朝向。

结论：光伏板受到的最大太阳直射辐射日均总能量 $E_{ave} = 5069.5515 W \cdot h$ ，对应的最佳水平仰角 $\alpha_l = 27.1720^\circ$ ，最佳光伏板的方位角 $\alpha_d = 0.8320^\circ$ （含义：光伏板分方位角为南偏东 0.8320° ）。

根据题目中所给的该城区经纬度坐标（北纬 $30^\circ 35'$ ，东经 $114^\circ 19'$ ）可知，该城区位于武汉市。查阅光伏板最佳安装朝向相关论文，发现文中在武汉市做过相关

实验研究，结论为：30° 为实验年度实际最佳倾角，比理论计算值偏大^[6]。按照该论文结论推测，理论值应为略小于 30°。本文我们计算出的理论值为 27.1720°，这与上述论文中的结论符合得很好。

同时，注意到本文我们求解的光伏板的最佳方位角 $\alpha_d = 0.8320^\circ$ （南偏东 0.8320°）。由于我们假定了上下午的大气的衰减系数不同，即下午的大气耗散比上午多，因此破坏了上下午地面的太阳能直射辐射的对称性。我们通过遗传算法和粒子群算法求出的方位角并不为零，即并不朝向正南方，但由于上午下午的耗散系数十分接近，所以只是向东偏移了很小的角度，这与我们的理论相匹配。

5.3 问题三：在多目标情况下设计光伏板的最优朝向

5.3.1 建立光伏板蓄电池储电效率与太阳直射强度的函数关系

查阅相关论文^[7]，发现此论文绘制出了在不同太阳能直射强度下光伏电池储电效率随温度的变化曲线，如下图所示：

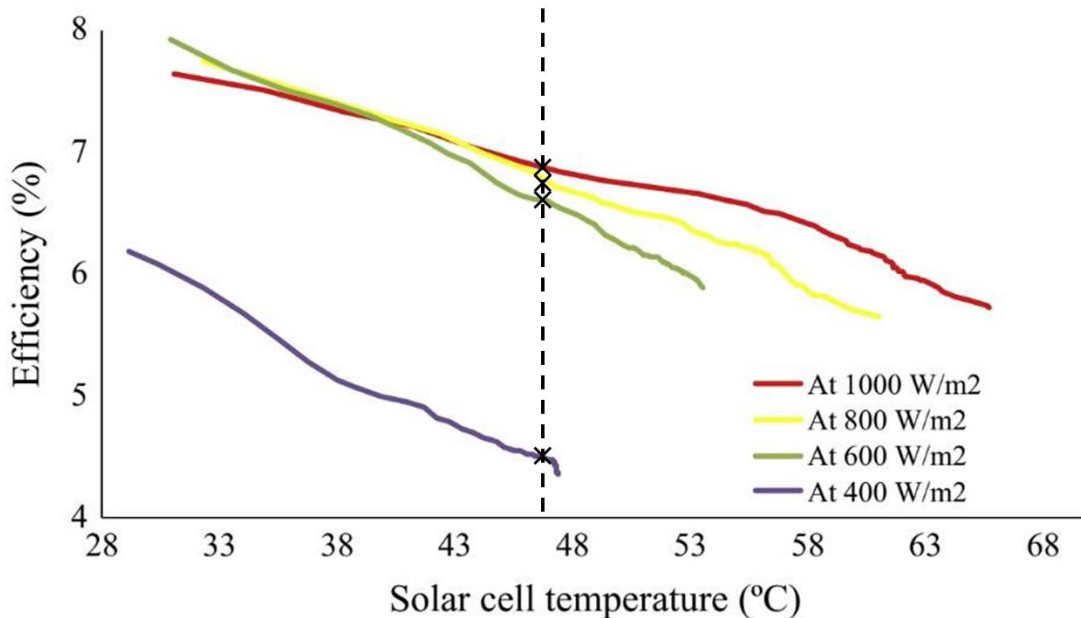


图 20 在不同太阳能直射强度下光伏电池储电效率随温度的变化曲线

由上图可知，在同一温度下，随着太阳能直射强度 S 增加，蓄电池储电效率 η 增加，且增加的速率先增加后下降。下面尝试对上述 $\eta-S$ 变化趋势做出解释：

光伏电池一般采用半导体材料，比如硅。光伏发电的大致原理为：常温下，半导体材料会产生载流子，价电子会脱离共价键，这样在价带就形成了“空穴”。在单晶硅中掺入五价元素如磷、砷等，多余的一个电子便容易脱离原子核形成自由电子，并使原子核成为带正电的不可移动的正电子。最终形成了自由电子远大于空穴的 n 型半导体。同理，如果掺入硼、铝等三价元素，便会形成空穴远大于自由电子数量的 p 型半导体。二者相接便形成了 pn 结，促使自由电子和空穴的移动，从而在 n 区形成正离子区，p 区形成负离子区，从而形成了电压。

考虑到现实情况，在早晨或者傍晚，由于光照强度和温度都比较低，不能够给电子提供足够的能量，使电子更容易通过 pn 结，所以发电效率较低，此时曲线较为平缓。随着光照强度的增大，温度和光照强度均上升，给电子提供了充足的能量进

行移动，便可以通过 pn 节进行传输，从而使电压快速变大，使功率增大较多，同时功率增大的比例比光强增大的比例大，最终使效率增加的值较大。临近中午时，随着光照强度的进一步变大，温度升高的较多，导致电子的热运动加剧，从而使动向运动的比例减小。同时，由于 pn 节有限，在一定时间内转移的价电子和空穴的数量使有上限的。所以随着光照强度的进一步增高，电压变化速度会变小，并会趋于定值，从而使效率的变化率也变小，最终也趋于定值。

下面针对“随着太阳能直射强度 S 增加，蓄电池储电效率 η 增加，且增加的速率下降”这一 η - S 变化规律，建立 η - S 之间的函数表达式。

查阅相关书籍^[8]计算出了 10、200、400、800、1000 光照条件下的效率。由于题目中明确规定了上午光照强度大于 $150W/m^2$ ，下午大于 $100W/m^2$ 可以使效率更高，因此在求效率曲线的时候，我们需要考虑这两个数值的影响。同时，考虑到 η - S 之间变化规律，采用反正切函数进行拟合。由于对上午下午的效率更高的光照强度数值的要求不一样，因此我们将上午光照强度为 $150W/m^2$ 的点和下午光照强度为 $100W/m^2$ 的点分别作为拐点，拟合出上午下午效率随着辐照强度变化的曲线。拟合公式如下：

$$\eta = \begin{cases} A_1 \arctan(C_1(S - 150)) + B_1, & \text{上午} \\ A_2 \arctan(C_2(S - 100)) + B_2, & \text{下午} \end{cases} \tag{25}$$

利用查阅相关数据点后利用最小二乘法拟合的方程为：

$$\eta = \begin{cases} 5.219 \arctan(0.02931(S - 150)) + 14.95, & \text{上午} \\ 5.995 \arctan(0.01679(S - 100)) + 13.91, & \text{下午} \end{cases} \tag{26}$$

对应的上午、下午的拟合优度表如下：

表 15 η - S 曲线拟合上午、下午拟合优度表

	SSE	R 方	调整 R 方	RMSE
上午	1.098	0.9937	0.9896	0.6049
下午	0.7055	0.996	0.995	0.42

上、下午 η - S 拟合曲线图为：

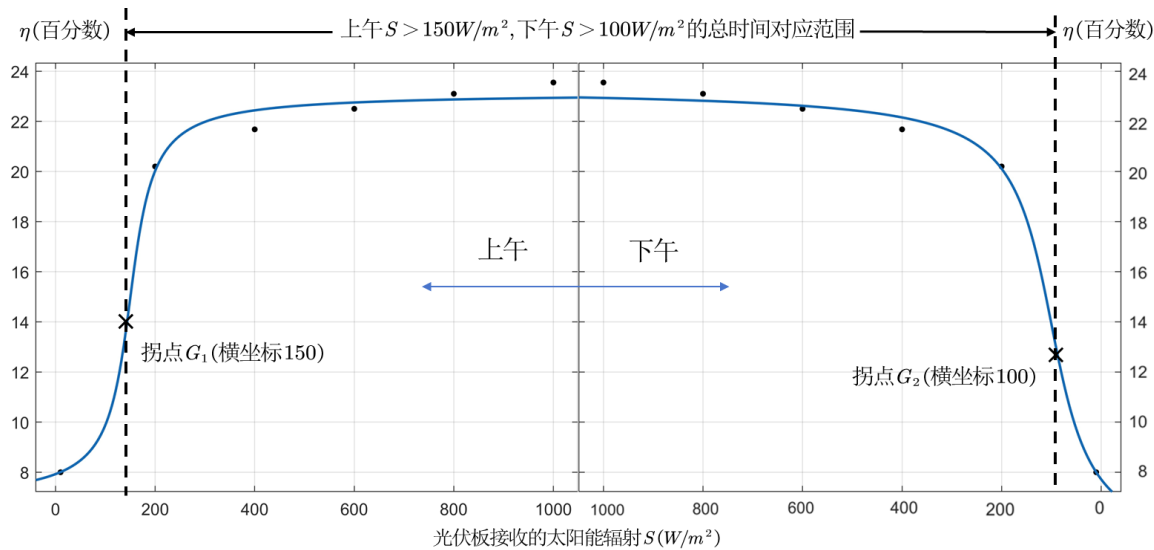


图 21 上、下午 η - S 拟合曲线图

5.3.2 建立 NSGA-II 多目标算法模型

根据题目已知信息，光伏板受到太阳直射强度上午大于 $150W/m^2$ 、下午大于 W/m^2 的时间尽可能长，这样可以使路灯蓄电池的储电效率更高。设光伏板在一天内受到太阳直射强度上午大于 $150W/m^2$ 、下午大于 $100W/m^2$ 的总时间为 T 。若要保证路灯蓄电池的储电效率高，则需保证 T 尽可能大，因此可以把 T 作为一个目标函数。

设储电量为 Q （单位： $W \cdot h$ ），则储电量计算公式：

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} S(t)\eta(t)dt \quad (27)$$

其中， t_1 为使首次满足 $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ 与日出时刻的较晚时刻， t_2 为使最后一次满足 $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ 与日落时刻的较早时刻。将 Q 作为另一个目标函数，建立多目标优化模型。考虑到 T 与 Q 不能同时取到最优，即两者之间存在一定的矛盾关系。若某一个目标函数的提高需要以另一个目标函数的降低作为代价，称这样的解 A 和解 B 是非劣解 (noninferiority solutions), 或者说是 Pareto 最优解 (Pareto optima)。多目标优化算法的目的就是要寻找这些 Pareto 最优解^[9]。因此建立快速的非支配排序遗传算法 (NSGA-II 多目标算法)。

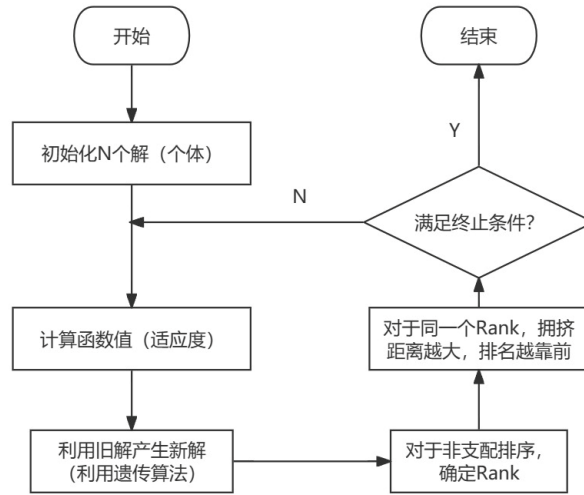


图 22 NSGA-II 多目标算法流程图

按照上述流程图，将 T 与 Q 作为两个目标函数进行多目标优化，得到的 Pareto 前沿图如下所示（由于遗传算法默认目标函数值越小，适应度越高，故原图横纵坐标均为负值，该图为翻转后的 Pareto 前沿图）：

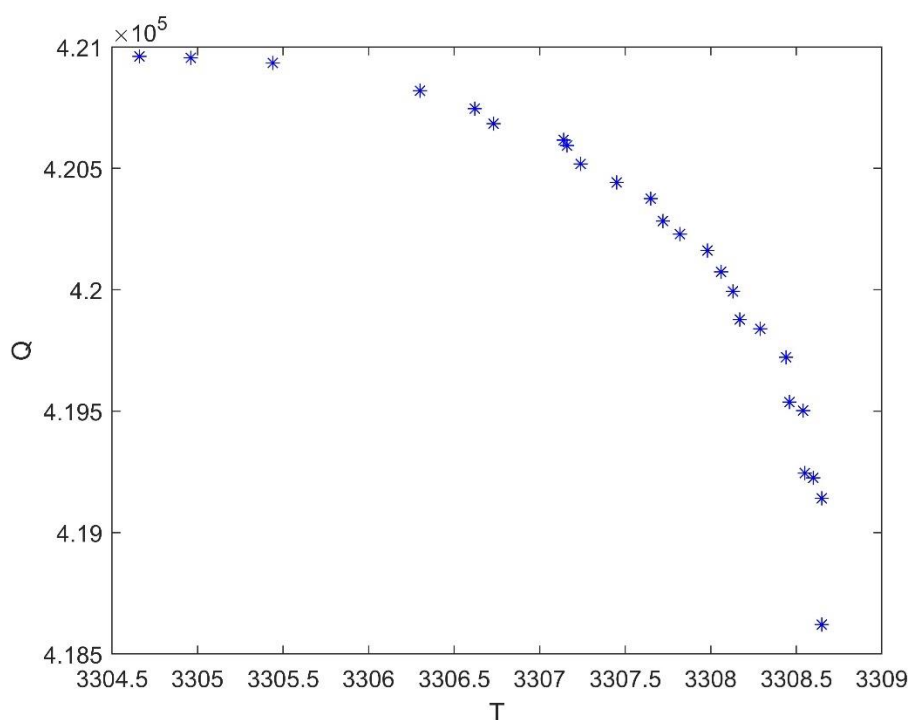


图 23 Pareto 前沿图

在 Pareto 前沿上寻找到的 25 个点即为所求的非劣解（Pareto 最优解），25 个点对应的光伏板水平仰角 α_l 和光伏板的方向角 α_d 即为 Pareto 最优朝向。按照题目要求，晴天条件下光伏板受到的太阳直射辐射日均总能量和太阳直射辐射（上午大于 $150 W/m^2$ 、下午大于 $100 W/m^2$ ）时长结果如下表：

表 16 问题三最终结果数据表

帕累托 前沿点	水平仰角 (度)	方位角 (度)	年总能量 ($W \cdot h$)	年总时长 (小时)	日均总能量 ($W \cdot h$)	日均时长 (小时)
1	27.108	1.051	1850383	3304.660	5069.543	9.054
2	26.750	1.142	1850342	3304.960	5069.431	9.055
3	26.478	1.783	1850234	3305.440	5069.133	9.056
4	25.516	2.070	1849695	3306.300	5067.659	9.058
5	25.157	2.344	1849361	3306.620	5066.741	9.059
6	25.091	3.451	1849073	3306.730	5065.954	9.060
7	24.643	2.687	1848774	3307.140	5065.133	9.061
8	24.615	3.063	1848666	3307.160	5064.838	9.061
9	24.223	2.130	1848332	3307.240	5063.925	9.061
10	24.020	2.546	1847989	3307.450	5062.983	9.062
11	23.804	2.383	1847689	3307.650	5062.163	9.062
12	23.612	3.008	1847272	3307.720	5061.020	9.062
13	23.450	2.855	1847030	3307.820	5060.355	9.063
14	23.241	2.449	1846730	3307.980	5059.533	9.063
15	23.028	2.362	1846342	3308.060	5058.471	9.063
16	22.852	2.469	1845979	3308.130	5057.478	9.063
17	22.634	2.866	1845462	3308.170	5056.062	9.063
18	22.590	3.254	1845288	3308.290	5055.585	9.064
19	22.353	3.254	1844769	3308.440	5054.163	9.064

20	21.950	2.543	1843952	3308.460	5051.922	9.064
21	21.885	2.497	1843797	3308.540	5051.500	9.064
22	21.510	3.451	1842648	3308.550	5048.350	9.065
23	21.481	3.501	1842559	3308.600	5048.106	9.065
24	21.334	3.389	1842184	3308.650	5047.081	9.065
25	20.567	3.571	1839875	3308.650	5040.755	9.065

六、模型的分析与检验

对于问题二中的单目标最优化问题，由于智能优化算法有可能求出的解不是真正上的最优值，为了确保结果的可靠性，现对于问题二的最优解进行检验。具体检验步骤如下：

Step1: 问题二求出的最佳水平仰角 $\alpha_l = 27.1607^\circ$ ，最佳光伏板的方位角 $\alpha_d = -0.9209^\circ$ ，其对应的适应度：光伏板受到的最大太阳直射辐射日均总能量 $E_{ave} = 5007.570 W \cdot h$ 。在点 $(27.1607, -0.9209, 5007.570)$ 的附近生成一定数量的点，通过已有公式计算出这些点对应的太阳直射辐射日均总能量 E_{ave} 。

Step2: 建立三维坐标系，画出问题二寻找到的最优点和新生成的点，得到三维检验模型图如下图（图中 $alrand$ 为 α_l ， $blrand$ 为 α_d ， $rand_E$ 为 E_{ave} ）：

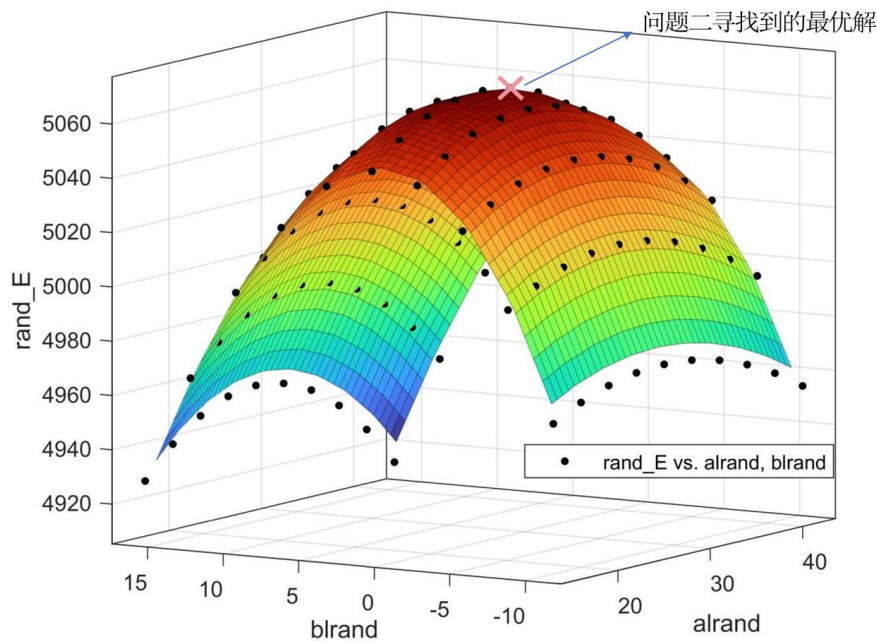


图 24 三维检验模型图

Step3: 观察问题二寻找到的最优点附近的所有点，寻找是否存在 E_{ave} 值比原最优点的 E_{ave} 值更大的点。发现不存在满足上述条件的点，即可认为问题二寻找到的解即为该范围内的最优解。

经过上述步骤的检验，可得出问题二寻找到的最优解具有较好的可靠性。

七、模型的评价、改进与推广

7.1 模型的优点

1. 模型完善地分析了所有的物理过程，并对模型进行合理的简化，平衡了准确性和易用性。
2. 采用了粒子群算法和遗传算法对问题进行求解，结果较为可靠。
3. 原创性较高，文章的物理模型是自行推导建立。

7.2 模型的缺点

拟合效率曲线的时候选取的数据点较少，导致拟合曲线容易出现偏差。

7.3 模型的改进

充分搜集实际情况中光伏发电的发电效率随太阳直射辐射强度变化的数据，从而减小误差，拟合出更优的曲线。

7.4 模型的推广

本文在求解光伏板安装的最佳朝向时，考虑到一年中每一天日出日落时间、太阳方位角变化的影响，并建立物理模型求出了太阳直射辐射日均总能量与光伏板的朝向的函数关系，通过智能优化算法求解最佳朝向。因此，本题的探究思路与探究结果对于现实生活中光伏板朝向的安装方式具有一定的借鉴意义。

八、参考文献

- [1] 韩爽,刘杉.高空风力发电关键技术、现状及发展趋势[J].分布式能源,2024,9(01):1-9.DOI:10.16513/j.2096-2185.DE.2409101.
- [2] 曾理. 关于不同海拔的太阳辐射计算[D].中国科学技术大学,2015.
- [3] ISBN: 9787502930509; 张培昌; 雷达气象学; 出版社: 气象出版社, 2001.01
- [4] ISBN 978-7-118-12278-7 司守奎、孙玺菁主编; 数学建模算法与应用; 北京: 国防工业出版社, 2021.4
- [5] ISBN 978-7-5124-1411-2; 郁磊、史峰、王辉、胡斐编著; MATLAB 智能算法 30 个案例分析; 北京: 北京航空航天大学出版社, 2015.8
- [6] 成驰,陈正洪,孙朋杰.光伏阵列最佳倾角计算方法的进展[J].气象科技进展,2017,7(04):60-65.
- [7] M.M. Rahman, M. Hasanuzzaman, N.A. Rahim. Effects of various parameters on PV-module power and efficiency.2015
- [8] ISBN: 978-7-111-58551-0; 张兴, 曹仁贤; 太阳能光伏并网发电及其逆变控制; 北京: 机械工业出版社; 出版日期: 2018.1
- [9] ISBN 978-7-5124-1411-2 郁磊、史峰、王辉、胡斐编著; MATLAB 智能算法 30 个案例分析; 北京: 北京航空航天大学出版社, 2015.8

附录

附录 1

介绍：支撑材料的文件列表

结 果：三个问题的.xlsx 文件,2025 年太阳运行规律表（.xlsx 文件）

源代码：

函数：主程序调用的函数（.m 文件）

拟合工具箱生成的代码：使用拟合工具箱自动生成的代码（.m 文件）

生成的图像：程序产生的各种图像

主程序：taiyangnengban.m 文件为主程序的.m 文件，其余.mat 文件为题目附件数据存储区。

工具箱：gatbx（文件夹）英国谢菲尔德大学遗传算法工具箱

global_optim_fitting_matlab（文件夹）

附录 2

介绍：本文件用到的函数，代码文件详见："附录/源代码/函数"

```
% omiga(st), 求解太阳时角
% alphas(delta, phi, omiga), 求解太阳高度角
% deltas(D), 求解太阳赤纬角
% gammas(delta, alpha, phi), 求解太阳方位角
% coculate_S0(month), 求解某天大气外层的平均太阳辐射
% I(I0, fore0Rafter, alpha), 求解穿入大气层衰减后的太阳直射辐射
% fit_fun(al, bl, alpha, thita365, I_365), 第二问目标函数
% Obj_time(x), 第三问目标函数
% coculate_eff(coculate_eff(I, F_or_A)), 第三问转换效率计算
```

附录 3

介绍：题目数据处理的

```
clear, clc

load time_5_23.mat;
load y_5_23.mat;

S0 = coculate_S0(4.7419);
% 计算 5.23 太阳赤纬角
delta = deltas(63);
%计算太阳时角
w = omiga(time);
%计算当地纬度，转化为弧度制
phi = 30.583/180*pi;
%计算太阳高度角
alpha = alphas(delta, phi, w);
alpha_down = alpha(26:-1:14);
alpha_up = alpha(1:12);
y_14_26 = y_5_23(26:-1:14);
y_1_12 = y_5_23(1:12);
```

附录 4

介绍：第一问的 MATLAB 代码

```
clear, clc
```

```

load I0_15.mat

% 计算每月 15 日太阳高度角, 赤纬角等参数
%计算每月 15 日的太阳赤纬角
delta = zeros(12, 1);
for month = 1:12
    if month == 1
        D = 271+30;
    elseif month == 2
        D = 302+30;
    elseif month == 3
        D = 330+30;
    elseif month == 4
        D = 361-335;
    elseif month == 5
        D = 391-335;
    elseif month == 6
        D = 422-335;
    elseif month == 7
        D = 452-335;
    elseif month == 8
        D = 483-335;
    elseif month == 9
        D = 514-335;
    elseif month == 10
        D = 544-335;
    elseif month == 11
        D = 575-335;
    else
        D = 605-335;
    end
    delta(month) = deltas(D);
end
%计算当地纬度, 转化为弧度制
phi = 30.583/180*pi;
% 假设每天太阳均从 4.30 升起, 20.00 落下, 计算太阳时角
time = 4.5:0.01:20;
w = omiga(time)';
%计算每月 15 日的太阳高度角
alpha = zeros(length(w), 12);
for month = 1:12
    alpha(:, month) = alphas(delta(month), phi, w);
end
% 计算每月十五日日出日落时间
risetime = zeros(12, 1);
riseindex = zeros(12, 1);
falltime = zeros(12, 1);
fallindex = zeros(12, 1);
for m = 1:12
    for n = 1:1550
        if alpha(n, m)<0&&alpha(n+1, m)>0
            riseindex(m) = n+1;
            risetime(m) = (n+1)*0.01+4.5;
            alpha(1:n, m) = 0;
        end
        if alpha(n, m)>0&&alpha(n+1, m)<0
            fallindex(m) = n;
            falltime(m) = n*0.01+4.5;
            alpha(n+1:end, m) = 0;
        end
    end
end

```

```

        end
    end
end
% 计算太阳方位角
gamma1 = zeros(750, 12);
gamma2 = zeros(1551-750, 12);
for m = 1:12
    gamma1(:, m) = real(gammas(delta(m), alpha(1:750, m), phi))';
    gamma2(:, m) = 2*pi-gammas(delta(m), alpha(751:1551, m), phi)';
end
gamma = [gamma1; gamma2];
thita = pi-gamma;
% 计算每月 15 日太阳光线与光伏板平面夹角
beta1 = zeros(1551, 12);
beta2 = zeros(1551, 12);
beta3 = zeros(1551, 12);
for month = 1:12
    last_j = 1551*(m-1)+1;
    for k = 1:3
        if k == 1
            al = 20/180*pi;
        elseif k == 2
            al = 40/180*pi;
        else
            al = 60/180*pi;
        end
        % 光伏板平面法向量
        n1 = [0, sin(al), cos(al)];
        % 计算两法向量夹角
        for i = 1:1551
            % 太阳光线法向量
            n2 = [cos(alpha(i, month))*sin(thita(i, month)), cos(alpha(i,
month))*cos(thita(i, month)), sin(alpha(i, month))];
            if k == 1
                beta1(i, month) = acos(sum(n1.*n2));
                if(beta1(i, month)>pi/2)
                    beta1(i, month) = pi/2;
                end
            elseif k == 2
                beta2(i, month) = acos(sum(n1.*n2));
                if(beta2(i, month)>pi/2)
                    beta2(i, month) = pi/2;
                end
            else
                beta3(i, month) = acos(sum(n1.*n2));
                if(beta3(i, month)>pi/2)
                    beta3(i, month) = pi/2;
                end
            end
        end
    end
end
end
% 计算每月 15 日地表太阳光强度
I_15 = zeros(1551, 12);
for m = 1:12
    I_15(1:750, m) = I(I0_15(m), 0, alpha(1:750, m));
    I_15(751:end, m) = I(I0_15(m), 1, alpha(751:end, m));
end

```



```

% 计算总能量
E = zeros(12, 3);
P1 = zeros(1551, 12);
P2 = zeros(1551, 12);
P3 = zeros(1551, 12);
for m = 1:12
    for i = riseindex(m):fallindex(m)
        E(m, 1) = E(m, 1)+I_15(i, m)*cos(beta1(i, m))*0.01;
        E(m, 2) = E(m, 2)+I_15(i, m)*cos(beta2(i, m))*0.01;
        E(m, 3) = E(m, 3)+I_15(i, m)*cos(beta3(i, m))*0.01;
    end
end

% 计算最大功率值
for m = 1:12
    for i = riseindex(m):fallindex(m)
        P1(i, m) = I_15(i, m)*cos(beta1(i, m));
        P2(i, m) = I_15(i, m)*cos(beta2(i, m));
        P3(i, m) = I_15(i, m)*cos(beta3(i, m));
    end
end

% 三种角度下最值计算
max20 = max(P1);
max40 = max(P2);
max60 = max(P3);

```

附录 5

介绍：第二问的 MATLAB 代码

```

load I0_15.mat
clear, clc
% 生成 365 天
D = -69:1:295;
% 计算每一天的太阳赤纬角
delta365 = deltas(D);
% 计算当地纬度，转化为弧度制
phi = 30.583/180*pi;
% 假设每天太阳均从 4.30 升起，20.00 落下，计算太阳时角
time = 4.5:0.01:20;
w = omiga(time)';
% 计算每日的太阳高度角
alpha = zeros(length(w), 365);
for day = 1:365
    alpha(:, day) = alphas(delta365(day), phi, w);
end
% 找出每天太阳升起和落下时间
risetime365 = zeros(365, 1);
riseindex365 = zeros(365, 1);
falltime365 = zeros(365, 1);
fallindex365 = zeros(365, 1);
for d = 1:365
    for n = 1:1550
        if alpha(n, d)<0&&alpha(n+1, d)>0
            riseindex365(d) = n+1;
            risetime365(d) = (n+1)*0.01+4.5;
            alpha(1:n, d) = 0;

```

```

end
if alpha(n, d)>0&&alpha(n+1, d)<0
    fallindex365(d) = n;
    falltime365(d) = n*0.01+4.5;
    alpha(n+1:end, d) = 0;
end
end
end
% 计算太阳方位角
gamma_fnoon365 = zeros(750, 365);
gamma_anoon365 = zeros(1551-750, 365);
for d = 1:365
    gamma_fnoon365(:, d) = real(gammas(delta365(d), alpha(1:750, d), phi))';
    gamma_anoon365(:, d) = 2*pi-gammas(delta365(d), alpha(751:1551, d), phi)';
end
gamma365 = [gamma_fnoon365; gamma_anoon365];
thita365 = pi-gamma365;

for day = 1:365
    for i = 1:riseindex365(day)
        gamma365(i, day) = 0;
    end
    for i = fallindex365(day):1551
        gamma365(i, day) = 0;
    end
end
end

gamma365 = real(gamma365);
% 计算每日大气层外太阳辐射强度
month365 = zeros(365, 1);
for day = 1:365
    if day>=1&&day<=31
        month365(day, 1) = day/31; %1月
    elseif day>31&&day<=31+28
        month365(day, 1) = 1+(day-31)/28; %二月
    elseif day>31+28&&day<=31+28+31
        month365(day, 1) = 2+(day-31-28)/31; %三月
    elseif day>31+28+31&&day<=31+28+31+30
        month365(day, 1) = 3+(day-31-28-31)/30; %四月
    elseif day>31+28+31+30&&day<=31+28+31+30+31
        month365(day, 1) = 4+(day-(31+28+31+30))/31; %五月
    elseif day>31+28+31+30+31&&day<=31+28+31+30+31+30
        month365(day, 1) = 5+(day-(31+28+31+30+31))/30; % 六月
    elseif day>31+28+31+30+31+30&&day<=31+28+31+30+31+30+31
        month365(day, 1) = 6+(day-(31+28+31+30+31+30))/31; % 七月
    elseif day>31+28+31+30+31+30+31&&day<=31+28+31+30+31+30+31+31
        month365(day, 1) = 7+(day-(31+28+31+30+31+30+31))/31; % 八月
    elseif day>31+28+31+30+31+30+31+31&&day<=31+28+31+30+31+30+31+31+30
        month365(day, 1) = 8+(day-(31+28+31+30+31+30+31+31))/30; % 九月
    elseif day>31+28+31+30+31+30+31+31+30&&day<=31+28+31+30+31+30+31+31+30+31
        month365(day, 1) = 9+(day-(31+28+31+30+31+30+31+31+30))/31; % 十月
    elseif day>31+28+31+30+31+30+31+31+30+31&&day<=31+28+31+30+31+30+31+31+30+31+30
        month365(day, 1) = 10+(day-(31+28+31+30+31+30+31+31+30+31))/30; % 十一月
    elseif day>31+28+31+30+31+30+31+31+30+31+30&&day<=31+28+31+30+31+30+31+31+30+31+30+31
        month365(day, 1) = 11+(day-(31+28+31+30+31+30+31+31+30+31+30))/31; % 十二月
    end
end
end
IO_365 = coculate_S0(month365);
% 计算每日地表太阳光强度

```

```

I_365 = zeros(1551, 365);
for d = 1:365
    I_365(1:750, d) = I(I0_365(d), 0, alpha(1:750, d));
    I_365(751:end, d) = I(I0_365(d), 1, alpha(751:end, d));
end

% 遗传算法求最优

%遗传算法参数设置
px = 0.6; %交叉概率
pm = 0.1; %变异概率
lbb1 = -pi/2; ubb1 = pi/2; %b1 取值范围
lba1 = 0; uba1 = pi/2; %a1 取值范围
NIND = 25; %种群大小
MAXGEN = 65; %最大遗传代数
PRECI = 20; %个体长度
GGAP = 0.95; %代沟
trace = zeros(MAXGEN, 3); %储存每一代最优值

gen = 0; %遗传代数初始化
chrom = crtbp(NIND, PRECI*2); %创建初始种群，其中种群个体数为 NIND, 种群中每个个体长度为
2*PRECI
FieldD = [PRECI PRECI; lba1 lbb1; uba1 ubb1; 1 1; 0 0; 1 1; 1 1]; %区域描述器，用来反编码为 10
进制数
%区域描述器的基本语法格式：
% [len
%   lb
%   ub
%   code(1:二进制, 0:格雷码)
%   scale(字符串使用的刻度, 0 为算术刻度, 1 为对数刻度, 一般为 0)
%   lbin(与 ubin 相同, 表示是否包含区域边界, 0 否 1 是)
%   ubin]
%遗传算法优化
while gen<MAXGEN
    disp(gen);
    realab = bs2rv(chrom, FieldD); %解码为真实值
    reala = realab(:,1);
    realb = realab(:,2);
    ObjV = zeros(length(reala), 1);
    for i = 1:length(reala)
        ObjV(i, 1) = -fit_fun(reala(i), realb(i), alpha, thita365, I_365);
    end
    %ObjV = -fit_fun(reala, realb, alpha, thita365, I_365); %计算每个个体的目标函数值
    [x1, i1] = min(ObjV);
    trace(gen+1, 1) = reala(i1);
    trace(gen+1, 2) = realb(i1);
    trace(gen+1, 3) = x1;
    FitnV = ranking(ObjV, [2, 0]); %ranking 反回个体适应度，第二个参数 RunF(1)表示压差，即最
    大适应度与最小适应度之差，第二个参数表示按线性排序还是非线性排序。
    selch = select('sus', chrom, FitnV, GGAP); %按照个体适应度和相应的代沟选择个体。可以认
    为，代沟大于一，选择出的种群大于被选择的种群，小于一则小于被选择的种群。
    selch = recomb('xovsp', selch, px); %交叉（重组），第一个参数为重组函数。
    pm = pm*(1-gen/MAXGEN)^2;
    selch = mut(selch, pm); %变异算子函数
    chrom = reins(chrom, selch, 1, [1, 1], ObjV); %插入，即种群迭代
    gen = gen+1;
end
% 数据处理（因浮点数计算误差，在求反余弦或反正弦时，结果可能出现虚部很小（小于 10-7）的虚
数）

```

```

trace(:, 1) = real(trace(:, 1))/pi*180;
trace(:, 2) = real(trace(:, 2))/pi*180;
trace(:, 3) = -real(trace(:, 3));
%绘制出最优值变化图
figure(2)
plot3(trace(1:20,1), trace(1:20,2), trace(1:20,3), 'c*-'), hold on;
plot3(trace(21:40,1), trace(21:40,2), trace(21:40,3), 'b*-')
xlabel("光伏板与地面夹角(单位: °)")
ylabel("光伏板方位角(单位: °)")

%粒子群算法求最优

%参数设置
c1 = 0.5; % 速度更新参数
c2 = 0.5;

maxgen = 40; % 最大迭代次数
sizepop = 20; % 粒子群规模
result = zeros(maxgen, 3); % 每代最优储存

plmax = pi/2; plmin = 0; % 位置范围
p2max = pi/2; p2min = -pi/2;
Vmax = 1; Vmin = -1; % 速度范围
w = 0.9; % 惯性权重系数
%种群初始化
pop = zeros(sizepop, 2);
V = zeros(sizepop, 2);
fitness = zeros(sizepop, 1);

for i = 1:sizepop
    pop(i, 1) = pi/2*(rand(1, 1)+1)/2;
    pop(i, 2) = pi/2*rand(1, 1);
    V(i, :) = 0.5*rand(1, 2);
    fitness(i) = fit_fun(pop(i, 1), pop(i, 2), alpha, thita365, I_365); % 计算个体适应度值
end

[bestfitness, bestindex] = min(fitness); % 群体适应度最优及其索引
gbest = pop(bestindex, :); %群体极值
pbest = pop; % 个体极值
fitpbest = fitness; % 个体极值适应度
fitgbest = bestfitness; % 群体极值适应度

% 迭代
for gen = 1:maxgen
    disp(gen);
    for i = 1:sizepop
        % 粒子特征更新
        V(i, :) = w*V(i, :)+c1*rand*(pbest(i, :)-pop(i, :))+c2*rand*(gbest-pop(i, :)); %速度更新
        if(V(i, 1)>Vmax) % 限幅
            V(i, 1) = Vmax;
        end
        if(V(i, 1)<Vmin)
            V(i, 1) = Vmin;
        end
        if(V(i, 2)>Vmax)
            V(i, 2) = Vmax;

```

```

end
if(V(i, 2)<Vmin)
    V(i, 2) = Vmin;
end

pop(i, :) = pop(i, :)+V(i, :); % 位置更新
if(pop(i, 1)>p1max) % 限幅
    pop(i, 1) = p1max;
end
if(pop(i, 1)<p1min)
    pop(i, 1) = p1min;
end
if(pop(i, 2)>p2max)
    pop(i, 2) = p2max;
end
if(pop(i, 2)<p2min)
    pop(i, 2) = p2min;
end

% 适应度更新
fitness(i) = fit_fun(pop(i, 1), pop(i, 2), alpha, thita365, I_365);
end

%个体极值和群体极值更新
for j = 1:sizepop
    % 群体极值更新
    if fitness(j)>fitgbest
        fitgbest = fitness(j);
        gbest = pop(j, :);
    end

    % 个体极值更新
    if fitness(j)>fitpbest(j)
        fitpbest(j) = fitness(j);
        pbest(j, :) = pop(j, :);
    end
end

result(gen, 1:2) = gbest;
result(gen, 3) = fitgbest;
end

result(:, 1) = (result(:, 1))/pi*180;
result(:, 2) = (result(:, 2))/pi*180;
result(:, 3) = (result(:, 3));
%绘制出最优值变化图
figure(3);
plot3(result(1:20,1), result(1:20,2), result(1:20,3), 'c*-'), hold on;
plot3(result(21:40,1), result(21:40,2), result(21:40,3), 'b*-')
xlabel("光伏板与地面夹角(单位: °)")
ylabel("光伏板方位角(单位: °)")

% 最优值效果图拟合点生成
rand_E = zeros(10, 10);
alrand = zeros(10, 1);
blrand = zeros(10, 1);
for i = 1:10

```

```

        alrand(i) = result(end, 1)+3*(i-5);
        blrand(i) = result(end, 2)+3*(i-5);
    end
    for i = 1:10
        for j = 1:10
            rand_E(i, j) = fit_fun(alrand(i)/180*pi, blrand(j)/180*pi, alpha, thita365, I_365);
        end
    end
end

```

附录 6

介绍：第三问 MATLAB 代码

```

clear, clc

% 效率曲线拟合点生成
S0 = [10, 200, 400, 600, 800, 1000];
E = [8, 20.2, 21.68, 22.5, 23.1, 23.55];

% NSGA-II 多目标优化
fitnessfun = @Obj_time; % 适应度函数
nvars = 2; % 变量个数为 2
lb = [0, -pi/2]; % 设置上下限
ub = [pi/2, pi/2];
A = []; b = []; % 无不等式约束
Aeq = []; beq = []; % 无等式约束
options = gaoptimset('ParetoFraction', 0.25, 'PopulationSize', 100, ...
    'Generations', 65, 'StallGenLimit', 65, 'TolFun', 1e-100, 'PlotFcns', @gaplotpareto);
[x, fval] = gamultiobj(fitnessfun, nvars, A, b, Aeq, beq, lb, ub, options); % 求解多目标优
化

% 计算最优朝向太阳直射辐射日均总能量和太阳直射辐射时长
sumtime = -fval(:, 1);
[sumtime, index] = sort(sumtime);
best_angle_al = zeros(25, 1);
best_angle_bl = zeros(25, 1);
for i = 1:25
    best_angle_al(i) = x(index(i), 1);
    best_angle_bl(i) = x(index(i), 2);
end

load I0_15.mat
% 生成 365 天
D = -69:1:295;
% 计算每一天的太阳赤纬角
delta365 = deltas(D);
% 计算当地纬度，转化为弧度制
phi = 30.583/180*pi;
% 假设每天太阳均从 4.30 升起，20.00 落下，计算太阳时角
time = 4.5:0.01:20;
w = omiga(time)';
% 计算每日的太阳高度角
alpha = zeros(length(w), 365);
for day = 1:365
    alpha(:, day) = alphas(delta365(day), phi, w);
end

```

```

end
%找出每天太阳升起和落下时间
risetime365 = zeros(365, 1);
riseindex365 = zeros(365, 1);
falltime365 = zeros(365, 1);
fallindex365 = zeros(365, 1);
for d = 1:365
    for n = 1:1550
        if alpha(n, d)<0&&alpha(n+1, d)>0
            riseindex365(d) = n+1;
            risetime365(d) = (n+1)*0.01+4.5;
            alpha(1:n, d) = 0;
        end
        if alpha(n, d)>0&&alpha(n+1, d)<0
            fallindex365(d) = n;
            falltime365(d) = n*0.01+4.5;
            alpha(n+1:end, d) = 0;
        end
    end
end
% 计算太阳方位角
gamma_fnoon365 = zeros(750, 365);
gamma_anoon365 = zeros(1551-750, 365);
for d = 1:365
    gamma_fnoon365(:, d) = real(gammas(delta365(d), alpha(1:750, d), phi))';
    gamma_anoon365(:, d) = 2*pi-gammas(delta365(d), alpha(751:1551, d), phi)';
end
gamma365 = [gamma_fnoon365; gamma_anoon365];
thita365 = pi-gamma365;

for day = 1:365
    for i = 1:riseindex365(day)
        gamma365(i, day) = 0;
    end
    for i = fallindex365(day):1551
        gamma365(i, day) = 0;
    end
end
end

gamma365 = real(gamma365);
% 计算每日大气层外太阳辐射强度
month365 = zeros(365, 1);
for day = 1:365
    if day>=1&&day<=31
        month365(day, 1) = day/31; %1 月
    elseif day>31&&day<=31+28
        month365(day, 1) = 1+(day-31)/28; %二月
    elseif day>31+28&&day<=31+28+31
        month365(day, 1) = 2+(day-31-28)/31; %三月
    elseif day>31+28+31&&day<=31+28+31+30
        month365(day, 1) = 3+(day-31-28-31)/30; %四月
    elseif day>31+28+31+30&&day<=31+28+31+30+31
        month365(day, 1) = 4+(day-(31+28+31+30))/31; %五月
    elseif day>31+28+31+30+31&&day<=31+28+31+30+31+30
        month365(day, 1) = 5+(day-(31+28+31+30+31))/30; % 六月
    elseif day>31+28+31+30+31+30&&day<=31+28+31+30+31+30+31
        month365(day, 1) = 6+(day-(31+28+31+30+31+30))/31; % 七月
    elseif day>31+28+31+30+31+30+31&&day<=31+28+31+30+31+30+31+31
        month365(day, 1) = 7+(day-(31+28+31+30+31+30+31))/31; % 八月

```

```

elseif day>31+28+31+30+31+30+31+31&&day<=31+28+31+30+31+30+31+31+30
    month365(day, 1) = 8+(day-(31+28+31+30+31+30+31+31))/30; % 九月
elseif day>31+28+31+30+31+30+31+31+30&&day<=31+28+31+30+31+30+31+31+30+31
    month365(day, 1) = 9+(day-(31+28+31+30+31+30+31+31+30))/31; % 十月
elseif day>31+28+31+30+31+30+31+31+30+31&&day<=31+28+31+30+31+30+31+31+30+31+30
    month365(day, 1) = 10+(day-(31+28+31+30+31+30+31+31+30+31))/30; % 十一月
elseif day>31+28+31+30+31+30+31+31+30+31+30&&day<=31+28+31+30+31+30+31+31+30+31+30+31
    month365(day, 1) = 11+(day-(31+28+31+30+31+30+31+31+30+31+30))/31; % 十二月
end
end
I0_365 = coculate_S0(month365);
% 计算每日地表太阳光强度
I_365 = zeros(1551, 365);
for d = 1:365
    I_365(1:750, d) = I(I0_365(d), 0, alpha(1:750, d));
    I_365(751:end, d) = I(I0_365(d), 1, alpha(751:end, d));
end

% 计算总能量
E = zeros(365, 25);
for n = 1:25
    % 光伏板平面法向量
    n1 = [sin(best_angle_al(n))*sin(best_angle_bl(n)),
sin(sin(best_angle_al(n)))*cos(best_angle_bl(n)), cos(sin(best_angle_al(n)))];
    for day = 1:365
        % 计算两法向量夹角
        for i = 1:1551
            % 太阳光线法向量
            n2 = [cos(alpha(i, day))*sin(thita365(i, day)), cos(alpha(i,
day))*cos(thita365(i, day)), sin(alpha(i, day))];
            beta = acos(sum(n1.*n2));
            if beta>pi/2
                beta = pi/2;
            end
            E(day, n) = E(day, n)+I_365(i, day)*cos(beta)*0.01;
        end
    end
end

E_sum = sum(E);% 全年能量总和
E_mean = mean(E);%日均能量计算
angle_al = best_angle_al/pi*180; %弧度转换为角度
angle_bl = best_angle_bl/pi*180;

```