

---

全国大学生数学竞赛考试内容按照数学专业类和非数学专业类划分。

## 数学专业类

数学分析占 50%，高等代数占 35%，解析几何占 15%，具体内容如下：

### I、数学分析部分

#### 一、集合与函数

1. 实数集、有理数与无理数的稠密性，实数集的界与确界、确界存在性定理、闭区间套定理、聚点定理、有限覆盖定理.
2.  $R^n$  上的距离、邻域、聚点、界点、边界、开集、闭集、有界（无界）集、上的闭矩形套定理、聚点定理、有限复盖定理、基本点列，以及上述概念和定理在上的推广.
3. 函数、映射、变换概念及其几何意义，隐函数概念，反函数与逆变换，反函数存在性定理，初等函数以及与之相关的性质.

#### 二、极限与连续

1. 数列极限、收敛数列的基本性质（极限唯一性、有界性、保号性、不等式性质）.
2. 数列收敛的条件（Cauchy 准则、迫敛性、单调有界原理、数列收敛与其子列收敛的关系），极限及其应用.
3. 一元函数极限的定义、函数极限的基本性质（唯一性、局部有界性、保号性、不等式性质、迫敛性），归结原则和 Cauchy 收敛准则，两个重要极限及其应用，计算一元函数极限的各种方法，无穷小量与无穷大量、阶的比较，记号  $O$  与  $o$  的意义，多元函数重极限与累次极限概念、基本性质，二元函数的二重极限与累次极限的关系.

---

4. 函数连续与间断、一致连续性、连续函数的局部性质( 局部有界性、保号性 ) , 有界闭集上连续函数的性质 ( 有界性、最大值最小值定理、介值定理、一致连续性 ) .

### 三、一元函数微分学

1. 导数及其几何意义、可导与连续的关系、导数的各种计算方法 , 微分及其几何意义、可微与可导的关系、一阶微分形式不变性.

2. 微分学基本定理 : Fermat 定理 , Rolle 定理 , Lagrange 定理 , Cauchy 定理 , Taylor 公式(Peano 余项与 Lagrange 余项).

3. 一元微分学的应用 : 函数单调性的判别、极值、最大值和最小值、凸函数及其应用、曲线的凹凸性、拐点、渐近线、函数图象的讨论、洛必达 ( L'Hospital ) 法则、近似计算.

### 四、多元函数微分学

1. 偏导数、全微分及其几何意义 , 可微与偏导存在、连续之间的关系 , 复合函数的偏导数与全微分 , 一阶微分形式不变性 , 方向导数与梯度 , 高阶偏导数 , 混合偏导数与顺序无关性 , 二元函数中值定理与 Taylor 公式.

2. 隐函数存在定理、隐函数组存在定理、隐函数 ( 组 ) 求导方法、反函数组与坐标变换.

3. 几何应用 ( 平面曲线的切线与法线、空间曲线的切线与法平面、曲面的切平面与法线 ) .

4. 极值问题 ( 必要条件与充分条件 ) , 条件极值与 Lagrange 乘数法.

### 五、一元函数积分学

---

1.原函数与不定积分、不定积分的基本计算方法（直接积分法、换元法、分部积分法）、有理函数积分：型，型.

2.定积分及其几何意义、可积条件（必要条件、充要条件：）、可积函数类.

3. 定积分的性质（关于区间可加性、不等式性质、绝对可积性、定积分第一中值定理）、变上限积分函数、微积分基本定理、N-L 公式及定积分计算、定积分第二中值定理.

4.无限区间上的广义积分、Cauchy 收敛准则、绝对收敛与条件收敛、非负时的收敛性判别法（比较原则、柯西判别法）、Abel 判别法、Dirichlet 判别法、无界函数广义积分概念及其收敛性判别法.

5.微元法、几何应用（平面图形面积、已知截面面积函数的体积、曲线弧长与弧微分、旋转体体积），其他应用.

## 六、多元函数积分学

1.二重积分及其几何意义、二重积分的计算（化为累次积分、极坐标变换、一般坐标变换）.

2.三重积分、三重积分计算（化为累次积分、柱坐标、球坐标变换）.

3.重积分的应用（体积、曲面面积、重心、转动惯量等）.

4.含参量正常积分及其连续性、可微性、可积性，运算顺序的可交换性.含参量广义积分的一致收敛性及其判别法，含参量广义积分的连续性、可微性、可积性，运算顺序的可交换性.

5.第一型曲线积分、曲面积分的概念、基本性质、计算.

6.第二型曲线积分概念、性质、计算；Green 公式，平面曲线积分与路径无关的条件.

---

7.曲面的侧、第二型曲面积分的概念、性质、计算，奥高公式、Stoke 公式，两类线积分、两类面积分之间的关系.

## 七、无穷级数

### 1.数项级数

级数及其敛散性，级数的和，Cauchy 准则，收敛的必要条件，收敛级数基本性质；正项级数收敛的充分必要条件，比较原则、比式判别法、根式判别法以及它们的极限形式；交错级数的 Leibniz 判别法；一般项级数的绝对收敛、条件收敛性、Abel 判别法、Dirichlet 判别法.

### 2. 函数项级数

函数列与函数项级数的一致收敛性、Cauchy 准则、一致收敛性判别法（M-判别法、Abel 判别法、Dirichlet 判别法）、一致收敛函数列、函数项级数的性质及其应用.

### 3.幂级数

幂级数概念、Abel 定理、收敛半径与区间，幂级数的一致收敛性，幂级数的逐项可积性、可微性及其应用，幂级数各项系数与其和函数的关系、函数的幂级数展开、Taylor 级数、Maclaurin 级数.

### 4.Fourier 级数

三角级数、三角函数系的正交性、 $2\pi$  及  $2l$  周期函数的 Fourier 级数展开、Bessel 不等式、Riemann-Lebesgue 定理、按段光滑函数的 Fourier 级数的收敛性定理.

## II、高等代数

### 一、多项式

- 
1. 数域与一元多项式的概念
  2. 多项式整除、带余除法、最大公因式、辗转相除法
  3. 互素、不可约多项式、重因式与重根.
  4. 多项式函数、余数定理、多项式的根及性质.
  5. 代数基本定理、复系数与实系数多项式的因式分解.
  6. 本原多项式、Gauss 引理、有理系数多项式的因式分解、Eisenstein 判别法、有理数域上多项式的有理根.
  7. 多元多项式及对称多项式、韦达(Vieta)定理.

## 二、行列式

1.  $n$  级行列式的定义.
2.  $n$  级行列式的性质.
3. 行列式的计算.
4. 行列式按一行 ( 列 ) 展开.
5. 拉普拉斯(Laplace)展开定理.
6. 克拉默(Cramer)法则.

## 三、线性方程组

1. 高斯(Gauss)消元法、线性方程组的初等变换、线性方程组的一般解.
2.  $n$  维向量的运算与向量组.
3. 向量的线性组合、线性相关与线性无关、两个向量组的等价.
4. 向量组的极大无关组、向量组的秩.
5. 矩阵的行秩、列秩、秩、矩阵的秩与其子式的关系.
6. 线性方程组有解判别定理、线性方程组解的结构.

---

## 7. 齐次线性方程组的基础解系、解空间及其维数

### 四、矩阵

1. 矩阵的概念、矩阵的运算(加法、数乘、乘法、转置等运算)及其运算律.
2. 矩阵乘积的行列式、矩阵乘积的秩与其因子的秩的关系.
3. 矩阵的逆、伴随矩阵、矩阵可逆的条件.
4. 分块矩阵及其运算与性质.
5. 初等矩阵、初等变换、矩阵的等价标准形.
6. 分块初等矩阵、分块初等变换.

### 五、双线性函数与二次型

1. 双线性函数、对偶空间
2. 二次型及其矩阵表示.
3. 二次型的标准形、化二次型为标准形的配方法、初等变换法、正交变换法.
4. 复数域和实数域上二次型的规范形的唯一性、惯性定理.
5. 正定、半正定、负定二次型及正定、半正定矩阵

### 六、线性空间

1. 线性空间的定义与简单性质.
2. 维数, 基与坐标.
3. 基变换与坐标变换.
4. 线性子空间.
5. 子空间的交与和、维数公式、子空间的直和.

### 七、线性变换

1. 线性变换的定义、线性变换的运算、线性变换的矩阵.

- 
- 2.特征值与特征向量、可对角化的线性变换.
  3. 相似矩阵、相似不变量、哈密尔顿-凯莱定理.
  4. 线性变换的值域与核、不变子空间.

## **八、若当标准形**

- 1.矩阵.
2. 行列式因子、不变因子、初等因子、矩阵相似的条件.
3. 若当标准形.

## **九、欧氏空间**

- 1.内积和欧氏空间、向量的长度、夹角与正交、度量矩阵.
- 2.标准正交基、正交矩阵、施密特(Schmidt)正交化方法.
3. 欧氏空间的同构.
4. 正交变换、子空间的正交补.
5. 对称变换、实对称矩阵的标准形.
6. 主轴定理、用正交变换化实二次型或实对称矩阵为标准形.
7. 酉空间.

# **III、解析几何**

## **一、向量与坐标**

1. 向量的定义、表示、向量的线性运算、向量的分解、几何运算.
- 2.坐标系的概念、向量与点的坐标及向量的代数运算.
3. 向量在轴上的射影及其性质、方向余弦、向量的夹角.
4. 向量的数量积、向量积和混合积的定义、几何意义、运算性质、计算方法及应用.

---

5. 应用向量求解一些几何、三角问题.

## 二、轨迹与方程

1. 曲面方程的定义：普通方程、参数方程(向量式与坐标式之间的互化)及其关系.

2. 空间曲线方程的普通形式和参数方程形式及其关系.

3. 建立空间曲面和曲线方程的一般方法、应用向量建立简单曲面、曲线的方程.

4. 球面的标准方程和一般方程、母线平行于坐标轴的柱面方程.

## 三、平面与空间直线

1. 平面方程、直线方程的各种形式，方程中各有关字母的意义.

2. 从决定平面和直线的几何条件出发，选用适当方法建立平面、直线方程.

3. 根据平面和直线的方程，判定平面与平面、直线与直线、平面与直线间的位置关系.

4. 根据平面和直线的方程及点的坐标判定有关点、平面、直线之间的位置关系、计算他们之间的距离与交角等；求两异面直线的公垂线方程.

## 四、二次曲面

1. 柱面、锥面、旋转曲面的定义，求柱面、锥面、旋转曲面的方程.

2. 椭球面、双曲面与抛物面的标准方程和主要性质，根据不同条件建立二次曲面的标准方程.

3. 单叶双曲面、双曲抛物面的直纹性及求单叶双曲面、双曲抛物面的直母线的方法.

4. 根据给定直线族求出它表示的直纹面方程，求动直线和动曲线的轨迹问题.

## 五、二次曲线的一般理论

1. 二次曲线的渐进方向、中心、渐近线.



- 
- 2.二次曲线的切线、二次曲线的正常点与奇异点.
  - 3.二次曲线的直径、共轭方向与共轭直径.
  - 4.二次曲线的主轴、主方向, 特征方程、特征根.
  - 5.化简二次曲线方程并画出曲线在坐标系的位置草图.