

A 题 草坪自动灌溉问题

草坪灌溉通常有两种模式——固定喷头和移动喷头。固定喷头一般用于管理水平较高的运动场上，它的主要特点是可以自由旋转、操作简单、数量较少；而移动喷头通常用于普通绿地，它的主要特点是投入成本低，但在操作上费时费工。

对固定喷头，如果其分布不合理，会导致喷水不均匀的情况，也会因喷水到草坪之外，产生水资源的浪费。请建立数学模型，讨论固定喷头的合理布局问题。

问题 1. 对一块矩形草坪，建立固定喷头布局的数学模型，使得喷水尽可能均匀，且浪费的水尽量少。

问题 2. 对问题 1 给出的固定喷头的分布情况，确定喷水频率，使得草坪保持在合理的湿润程度。

问题 3. 对不同形状的草坪，问题 1 和问题 2 的模型应如何进行调整？

B 题 期货价格相关性问题

许多金融标的都有其内在的关联，如何从量价数据找到这种关联是一个有趣的问题。例如在万得的“煤焦钢矿”板块中，有螺纹钢、铁矿石、不锈钢、热轧卷板、硅铁、焦煤、焦炭、锰硅、线材 9 个品种。这些品种有些是上下游关系，例如一定数量的焦煤焦炭和铁矿石可以生产出螺纹钢等。如何从价格挖掘出不同产品之间的关系一直是投资者感兴趣的问题。请从这些产品的日线价格中找出产品之间潜在的关系。

问题 1. 构建算法从日线建立这些品种的线性关系，并对这些线性关系进行建模。

问题 2. 能否找出这些品种的非线性关系？

问题 3. 这些关系通常有一定的时效性。能否找出一个判据来确定这些关系存在的窗口期？

问题 4. 通过这些关系构建一个投资组合策略。

数据来源：

- 螺纹钢、热轧卷板、不锈钢、线材（上海期货交易所）

https://www.shfe.com.cn/statements/dataview.html?paramid=delaymarket_rb

- 铁矿石、焦煤、焦炭（大连期货交易所）

<http://www.dce.com.cn/daliangshangpin/xqsj/lssj/index.html>

- 锰硅、硅铁（郑州商品交易所）

http://www.czce.com.cn/cn/jysj/lshqxz/H770319index_1.htm

C 题 物料带同步加工问题

现有一套加工设备可生产一种由两层膜贴合而成的产品，其中每一层膜先各自独立加工，再合并起来进一步同步加工，如图 1 所示。两种原料各自卷在供料筒上，利用电机供料，经加工后的成品由另一台电机卷取收集。电机的运转可由事先编制的程序进行控制，随时间调节其转矩以保持设备的平稳运转。

问题 1. 试建立理想情况下该设备的运转模型，包括膜的厚度、张力、线速度，电机的角速度、转矩，原料和成品的卷径等参数间的定量关系。

问题 2. 现实中物料的线速度需要尽可能保持匀速，且承受的张力有一定范围，若张力过小会导致设备无法正常运转，若张力过大则可能撕裂材料。同时设备运转有一定误差，导致膜的张力容易出现振荡，且两层膜无法精确同步。试建立一种控制电机转矩的方案（如有需要可适当添加一些可测量的物理量作为控制的参数），使得膜的张力在承受范围内尽可能保持恒定。

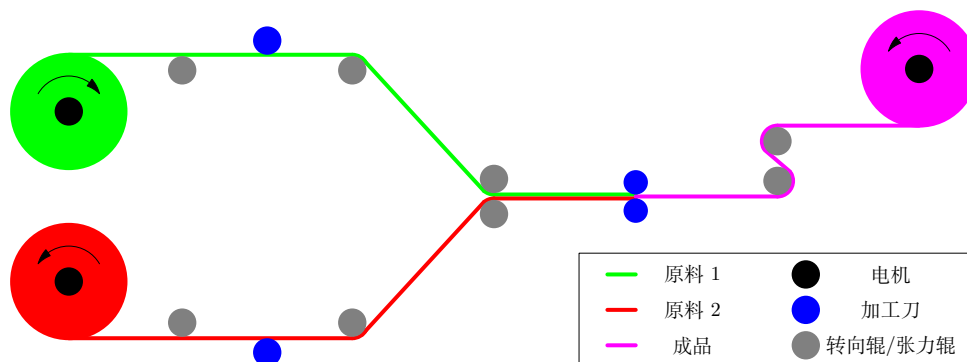


图 1: 加工设备示意图.