uc3m | Universidad Carlos III de Madrid

Ejercicios Redes Bayesianas

π-valores y λ-mensajes

Inteligencia Artificial Colmenarejo

Curso 2022-2023

Tipos de ejercicios

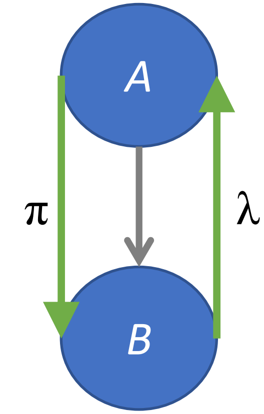
- Extraer conocimiento del enunciado
- Definir distribuciones de probabilidad condicional
  - Probabilidades de eventos
  - Probabilidades condicionadas
- Construir red bayesiana
  - Diagrama de la red
  - Probabilidad conjunta de la red (resoluble si se dan todos los valores)
- Resolver el clasificador bayesiano (calculo de la probabilidad de un evento, el clasificador decidirá según la probabilidad más alta)
  - “a priori” sin que exista información en la red
  - “a posteriori” conociendo información de la red

Ecuaciones

Recordamos las ecuaciones de teoría que aplican para los ejercicios de propagación de probabilidades.

Inferencia en Redes Bayesianas: $P(X_i|E) = \frac{P(X_i|E)}{P(E)} = \frac{\sum_i P(X_i,Z,E)\ \forall\ Z=\{X_j\},X_j \not\subset \{E \cup X_j\}}{\sum_i P(Z,E)\ \forall\ Z=\{X_j\},X_j \not\subset \{E\}}$

1. Cálculo de λ-mensajes: $\lambda_B(a_j) = \sum_{i=1}^{k}(\ P(b_i \mid a_j) \cdot \lambda(b_i)\ )$
2. Cálculo de π-mensajes: $\pi_B(a_j) = \pi(a_j) \cdot \prod_{c\,\in\, hijo(A), c \neq B} (\ \lambda_c(a_j)\ )$
3. Cálculo de λ-valores: $\lambda(b_i) = \prod_{c\,\in\, hijo(B)} \lambda_c\ (b_i)$
   1. Si B está instanciado (B fijado a bi), $\lambda(b_i) = 1$
   2. Si B NO está instanciado, $\lambda(b_i) = 0$
4. Cálculo de π-valores: $\pi(b_j) = \sum_{j=1}^{m}(\ P(b_i \mid a_j) \cdot \pi_B(a_j)\ )$
5. Cálculo de probabilidad a posteriori: $P^*(b_i) = \alpha \cdot \lambda(b_i) \cdot \pi(b_i)$
6. $\pi(a_j)$=P(a_j) en el nodo raíz
7. Función de normalización: $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow$ P(B_j)=$^{\pi(B_j)}/_{Z}$



Enunciado

Sean dos astrónomos que miden el número de estrellas que hay en una región del universo determinada utilizando sus respectivos telescopios de similares características.

- Los astrónomos enfocan mal sus telescopios un 10% de las veces.
  - Con un buen enfoque del telescopio 9 de cada 10 veces obtendremos una estimación de las estrellas que se corresponde con la real, el resto de veces la estimación difiere en una estrella.
  - Con un mal enfoque, la estimación difiere en una estrella más o menos en el 50% de los casos.

El número de estrellas en cada región del universo varía de forma uniforme entre 0 y 3.

Preguntas:

A. Construir una Red Bayesiana que represente el dominio.
B. ¿Cuál es el conocimiento que puede extraer del enunciado?
C. Definir cada una de las distribuciones de probabilidad condicional.

Solución – Variables aleatorias

Construir una Red Bayesiana que represente el dominio.

- ¿Qué variables aleatorias pueden extraerse del enunciado?

Dos astrónomos miden el número de estrellas que hay en una región del universo determinada utilizando sus respectivos telescopios de similares características.

- Los astrónomos enfocan mal sus telescopios un 10% de las veces.
  - Con un buen enfoque del telescopio 9 de cada 10 veces obtendremos una estimación de las estrellas que se corresponde con la real, el resto de veces la estimación difiere en una estrella.
  - Con un mal enfoque, la estimación difiere en una estrella más o menos en el 50% de los casos.

El número de estrellas en cada región del universo varía de forma uniforme entre 0 y 3.

Solución – Variables aleatorias

Construir una Red Bayesiana que represente el dominio.

N: Número real de estrellas en una región del universo.

$N \in \{0, 1, 2, 3\}$

A: Número de estrellas estimado utilizando el telescopio del primer astrónomo.

$A \in \{0, 1, 2, 3\}$

B: Número de estrellas estimado utilizando el telescopio del segundo astrónomo.

$B \in \{0, 1, 2, 3\}$

Fa: El telescopio utilizado por el primer astrónomo está correctamente enfocado.

$Fa \in \{f, \neg f\}$

Fb: El telescopio utilizado por el segundo astrónomo está correctamente enfocado.

$Fb \in \{f, \neg f\}$

Solución – Variables aleatorias

Construir una Red Bayesiana que represente el dominio.

- ¿Cómo se afectan las probabilidades de las variables entre sí?

$N \in \{0, 1, 2, 3\}$ $A \in \{0, 1, 2, 3\}$ $B \in \{0, 1, 2, 3\}$ $Fa \in \{f, \neg f\}$ $Fb \in \{f, \neg f\}$

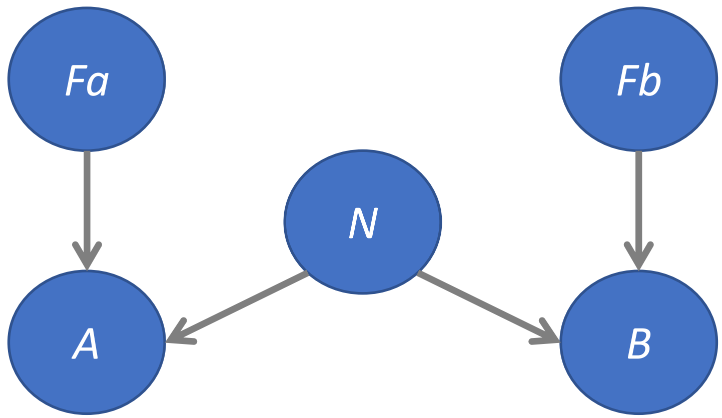
Dos astrónomos miden el número de estrellas que hay en una región del universo determinada utilizando sus respectivos telescopios de similares características.

- Los astrónomos enfocan mal sus telescopios un 10% de las veces.
  - Con un buen enfoque del telescopio 9 de cada 10 veces obtendremos una estimación de las estrellas que se corresponde con la real, el resto de veces la estimación difiere en una estrella.
  - Con un mal enfoque, la estimación difiere en una estrella más o menos en el 50% de los casos.

El número de estrellas en cada región del universo varía de forma uniforme entre 0 y 3.

Solución – Red Bayesiana

Construir una Red Bayesiana que represente el dominio.



P(N,A,B,Fa,Fb) = P(A|Fa,N) P(B|N,Fb) P(Fa) P(Fb) P(N)

Solución – Red Bayesiana

¿Cuál es el conocimiento que puede extraer del enunciado?

$N \in \{0, 1, 2, 3\}$ $A \in \{0, 1, 2, 3\}$ $B \in \{0, 1, 2, 3\}$ $Fa \in \{f, \neg f\}$ $Fb \in \{f, \neg f\}$

Dos astrónomos miden el número de estrellas que hay en una región del universo determinada utilizando sus respectivos telescopios de similares características.

- Los astrónomos enfocan mal sus telescopios un 10% de las veces.
    - Con un buen enfoque del telescopio 9 de cada 10 veces obtendremos una estimación de las estrellas que se corresponde con la real, el resto de veces la estimación difiere en una estrella.
    - Con un mal enfoque, la estimación difiere en una estrella más o menos en el 50% de los casos.

El número de estrellas en cada región del universo varía de forma uniforme entre 0 y 3.

Solución – Red Bayesiana

¿Cuál es el conocimiento que puede extraer del enunciado?

Dos astrónomos miden el número de estrellas que hay en una región del universo determinada utilizando sus respectivos telescopios de similares características.

- Los astrónomos enfocan mal sus telescopios un 10% de las veces.
  - Con un buen enfoque del telescopio 9 de cada 10 veces obtendremos una estimación de las estrellas que se corresponde con la real, el resto de veces la estimación difiere en una estrella.
  - Con un mal enfoque, la estimación difiere en una estrella más o menos en el 50% de los casos.

El número de estrellas en cada región del universo varía de forma uniforme entre 0 y 3.

- P(N=0,1,2,3) = 0.25
- P(Fa = f) = 0.9
- P(Fa = ¬f) = 0.1
- P(Fb = f) = 0.9
- P(Fb = ¬f) = 0.1

uc3m

Solución – Probabilidad Condicional

Definir cada una de las distribuciones de probabilidad condicional.

P(A|Fa,N)

	Fa = f				**Fa = ¬f**			
	A = 0	**A = 1**	**A = 2**	**A = 3**	**A = 0**	**A = 1**	**A = 2**	**A = 3**
N = 0								
N = 1								
N = 2								
N = 3								

(A=+-1N) = 50%
P(N=0,1,2,3)= 0.25
P(Fa = f) = 0.9
P(Fa = ¬f) = 0.1
P(Fb = f) = 0.9
P(Fb = ¬f) = 0.1

P(B|Fb,N)

	Fb = f				**Fb = ¬f**			
	B = 0	**B = 1**	**B = 2**	**B = 3**	**B = 0**	**B = 1**	**B = 2**	**B = 3**
N = 0								
N = 1								
N = 2								
N = 3								

uc3m

Solución – Probabilidad Condicional

Definir cada una de las distribuciones de probabilidad condicional.

P(A|Fa,N)

	Fa = f				Fa = ¬f			
	A = 0	**A = 1**	**A = 2**	**A = 3**	**A = 0**	**A = 1**	**A = 2**	**A = 3**
N = 0	0,9	0,1	0	0	0,5	0,5	0	0
N = 1								
N = 2								
N = 3								

(A=+-1N) = 50%
P(N=0,1,2,3)= 0.25
P(Fa = f) = 0.9
P(Fa = ¬f) = 0.1
P(Fb = f) = 0.9
P(Fb = ¬f) = 0.1

P(B|Fb,N)

	Fb = f				Fb = ¬f			
	B = 0	**B = 1**	**B = 2**	**B = 3**	**B = 0**	**B = 1**	**B = 2**	**B = 3**
N = 0								
N = 1								
N = 2								
N = 3								

Solución – Probabilidad Condicional

Definir cada una de las distribuciones de probabilidad condicional.

P(A | Fa,N)

	Fa = f				Fa = ¬f			
	A = 0	**A = 1**	**A = 2**	**A = 3**	**A = 0**	**A = 1**	**A = 2**	**A = 3**
N = 0	0,9	0,1	0	0	0,5	0,5	0	0
N = 1	0,05	0,9	0,05	0	0,25	0,5	0,25	0
N = 2								
N = 3								

(A=+-1N) = 50%
P(N=0,1,2,3)= 0.25
P(Fa = f) = 0.9
P(Fa = ¬f) = 0.1
P(Fb = f) = 0.9
P(Fb = ¬f) = 0.1

P(B | Fb,N)

	Fb = f				Fb = ¬f			
	B = 0	**B = 1**	**B = 2**	**B = 3**	**B = 0**	**B = 1**	**B = 2**	**B = 3**
N = 0								
N = 1								
N = 2								
N = 3								

uc3m

Solución – Probabilidad Condicional

Definir cada una de las distribuciones de probabilidad condicional.

P(A|Fa,N)

	Fa = f				Fa = ¬f			
	A = 0	**A = 1**	**A = 2**	**A = 3**	**A = 0**	**A = 1**	**A = 2**	**A = 3**
N = 0	0,9	0,1	0	0	0,5	0,5	0	0
N = 1	0,05	0,9	0,05	0	0,25	0,5	0,25	0
N = 2	0	0,05	0,9	0,05	0	0,25	0,5	0,25
N = 3								

(A=+-1N) = 50%
P(N=0,1,2,3)= 0.25
P(Fa = f) = 0.9
P(Fa = ¬f) = 0.1
P(Fb = f) = 0.9
P(Fb = ¬f) = 0.1

P(B|Fb,N)

	Fb = f				Fb = ¬f			
	B = 0	**B = 1**	**B = 2**	**B = 3**	**B = 0**	**B = 1**	**B = 2**	**B = 3**
N = 0								
N = 1								
N = 2								
N = 3								

uc3m

Solución – Probabilidad Condicional

Definir cada una de las distribuciones de probabilidad condicional.

P(A|Fa,N)

	Fa = f				Fa = ¬f			
	A = 0	**A = 1**	**A = 2**	**A = 3**	**A = 0**	**A = 1**	**A = 2**	**A = 3**
N = 0	0,9	0,1	0	0	0,5	0,5	0	0
N = 1	0,05	0,9	0,05	0	0,25	0,5	0,25	0
N = 2	0	0,05	0,9	0,05	0	0,25	0,5	0,25
N = 3	0	0	0,1	0,9	0	0	0,5	0,5

(A=+-1N) = 50%
P(N=0,1,2,3)= 0.25
P(Fa = f) = 0.9
P(Fa = ¬f) = 0.1
P(Fb = f) = 0.9
P(Fb = ¬f) = 0.1

P(B|Fb,N)

	Fb = f				Fb = ¬f			
	B = 0	**B = 1**	**B = 2**	**B = 3**	**B = 0**	**B = 1**	**B = 2**	**B = 3**
N = 0								
N = 1								
N = 2								
N = 3								

uc3m

Solución – Probabilidad Condicional

Definir cada una de las distribuciones de probabilidad condicional.

P(A|Fa,N)

	Fa = f				**Fa = ¬f**			
	A = 0	**A = 1**	**A = 2**	**A = 3**	**A = 0**	**A = 1**	**A = 2**	**A = 3**
N = 0	0,9	0,1	0	0	0,5	0,5	0	0
N = 1	0,05	0,9	0,05	0	0,25	0,5	0,25	0
N = 2	0	0,05	0,9	0,05	0	0,25	0,5	0,25
N = 3	0	0	0,1	0,9	0	0	0,5	0,5

(A=+-1N) = 50%
P(N=0,1,2,3)= 0.25
P(Fa = f) = 0.9
P(Fa = ¬f) = 0.1
P(Fb = f) = 0.9
P(Fb = ¬f) = 0.1

P(B|Fb,N)

	Fb = f				**Fb = ¬f**			
	B = 0	**B = 1**	**B = 2**	**B = 3**	**B = 0**	**B = 1**	**B = 2**	**B = 3**
N = 0	0,9	0,1	0	0	0,5	0,5	0	0
N = 1								
N = 2								
N = 3								

uc3m

Solución – Probabilidad Condicional

Definir cada una de las distribuciones de probabilidad condicional.

P(A|Fa,N)

	Fa = f				Fa = ¬f			
	A = 0	**A = 1**	**A = 2**	**A = 3**	**A = 0**	**A = 1**	**A = 2**	**A = 3**
N = 0	0,9	0,1	0	0	0,5	0,5	0	0
N = 1	0,05	0,9	0,05	0	0,25	0,5	0,25	0
N = 2	0	0,05	0,9	0,05	0	0,25	0,5	0,25
N = 3	0	0	0,1	0,9	0	0	0,5	0,5

(A=+-1N) = 50%
P(N=0,1,2,3)= 0.25
P(Fa = f) = 0.9
P(Fa = ¬f) = 0.1
P(Fb = f) = 0.9
P(Fb = ¬f) = 0.1

P(B|Fb,N)

	Fb = f				Fb = ¬f			
	B = 0	**B = 1**	**B = 2**	**B = 3**	**B = 0**	**B = 1**	**B = 2**	**B = 3**
N = 0	0,9	0,1	0	0	0,5	0,5	0	0
N = 1	0,05	0,9	0,05	0	0,25	0,5	0,25	0
N = 2								
N = 3								

uc3m

Solución – Probabilidad Condicional

Definir cada una de las distribuciones de probabilidad condicional.

P(A|Fa,N)

	Fa = f				Fa = ¬f			
	A = 0	A = 1	A = 2	A = 3	A = 0	A = 1	A = 2	A = 3
N = 0	0,9	0,1	0	0	0,5	0,5	0	0
N = 1	0,05	0,9	0,05	0	0,25	0,5	0,25	0
N = 2	0	0,05	0,9	0,05	0	0,25	0,5	0,25
N = 3	0	0	0,1	0,9	0	0	0,5	0,5

(A=+-1N) = 50%
P(N=0,1,2,3)= 0.25
P(Fa = f) = 0.9
P(Fa = ¬f) = 0.1
P(Fb = f) = 0.9
P(Fb = ¬f) = 0.1

P(B|Fb,N)

	Fb = f				Fb = ¬f			
	B = 0	B = 1	B = 2	B = 3	B = 0	B = 1	B = 2	B = 3
N = 0	0,9	0,1	0	0	0,5	0,5	0	0
N = 1	0,05	0,9	0,05	0	0,25	0,5	0,25	0
N = 2	0	0,05	0,9	0,05	0	0,25	0,5	0,25
N = 3								

uc3m

Solución – Probabilidad Condicional

Definir cada una de las distribuciones de probabilidad condicional.

P(A|Fa,N)

	Fa = f				Fa = ¬f			
	A = 0	**A = 1**	**A = 2**	**A = 3**	**A = 0**	**A = 1**	**A = 2**	**A = 3**
N = 0	0,9	0,1	0	0	0,5	0,5	0	0
N = 1	0,05	0,9	0,05	0	0,25	0,5	0,25	0
N = 2	0	0,05	0,9	0,05	0	0,25	0,5	0,25
N = 3	0	0	0,1	0,9	0	0	0,5	0,5

(A=+-1N) = 50%
P(N=0,1,2,3)= 0.25
P(Fa = f) = 0.9
P(Fa = ¬f) = 0.1
P(Fb = f) = 0.9
P(Fb = ¬f) = 0.1

P(B|Fb,N)

	Fb = f				Fb = ¬f			
	B = 0	**B = 1**	**B = 2**	**B = 3**	**B = 0**	**B = 1**	**B = 2**	**B = 3**
N = 0	0,9	0,1	0	0	0,5	0,5	0	0
N = 1	0,05	0,9	0,05	0	0,25	0,5	0,25	0
N = 2	0	0,05	0,9	0,05	0	0,25	0,5	0,25
N = 3	0	0	0,1	0,9	0	0	0,5	0,5

Enunciado

Cuando el profesor de IA corrige el examen de la asignatura, se encuentra con que la gran mayoría de los alumnos tienen sobresaliente, y comienza a pensar en la posibilidad de que el enunciado del examen fuese sustraído de su despacho antes de la realización del mismo.
A priori concede una certeza del 80% a dicha hipótesis, pero intenta también tener en cuenta otras fuentes de información que conoce y que son las siguientes:

- Cree recordar (con un 80% de certeza) que un par de días antes del examen se ausentó de su despacho durante dos horas olvidando cerrarlo con llave. Si el despacho quedó abierto, cree que hay una posibilidad del 65% de que el examen fuese sustraído.
- El alumno H ha sacado un diez, no habiendo pasado nunca en las anteriores convocatorias del 0,5. En vista de esto, cree que hay un 70% de posibilidades de que hubiera copiado en el caso de que el examen fuese sustraído.
- El examen estaba guardado bajo llave en su mesa y la cerradura presenta algunos arañazos, basándose en los cuales asigna una certeza de 0,5 a que la cerradura no haya sido forzada. Si la cerradura no fue forzada, cree que el examen no ha sido sustraído con una certeza del 95%.

Preguntas:

A. Construir una red bayesiana que represente este conocimiento.
B. Escribe todos los datos que puedas extraer del enunciado.

Solución – Red Bayesiana

Construir una red bayesiana que represente este conocimiento.

Definir las variables del problema

Dibujar la red

Definir la probabilidad conjunta

Solución – Red Bayesiana

Construir una red bayesiana que represente este conocimiento.

P. La puerta del despacho quedó abierta. P $\in \{p, \neg p\}$

R. El examen ha sido robado. $R \in \{r, \neg r\}$

C. La cerradura fue forzada. $C \in \{c, \neg c\}$

H. El alumno aprobó de forma honesta. $H \in \{h, \neg h\}$

Dibujar la red

Definir la probabilidad conjunta

Solución – Red Bayesiana

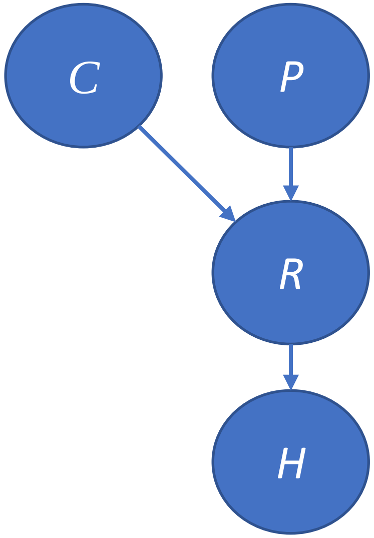
Construir una red bayesiana que represente este conocimiento.

P. La puerta del despacho quedó abierta. P $\in \{p, \neg p\}$

R. El examen ha sido robado. $R \in \{r, \neg r\}$

C. La cerradura fue forzada. $C \in \{c, \neg c\}$

H. El alumno aprobó de forma honesta. $H \in \{h, \neg h\}$



Definir la probabilidad conjunta

Solución – Red Bayesiana

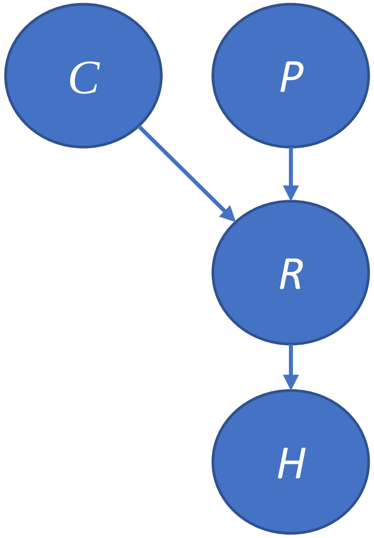
Construir una red bayesiana que represente este conocimiento.

P. La puerta del despacho quedó abierta. P $\in \{p, \neg p\}$

R. El examen ha sido robado. $R \in \{r, \neg r\}$

C. La cerradura fue forzada. $C \in \{c, \neg c\}$

H. El alumno aprobó de forma honesta. $H \in \{h, \neg h\}$



P(C, P, R, H) = P(H|R) P(R | C, P) P(C) P(P)

Solución – Red Bayesiana

Escribe todos los datos que puedas extraer del enunciado.

Cuando el profesor de IA corrige el examen de la asignatura, se encuentra con que la gran mayoría de los alumnos tienen sobresaliente, y comienza a pensar en la posibilidad de que el enunciado del examen fuese sustraído de su despacho antes de la realización del mismo.

A priori concede una certeza del 80% a dicha hipótesis, pero intenta también tener en cuenta otras fuentes de información que conoce y que son las siguientes:

- Cree recordar (con un 80% de certeza) que un par de días antes del examen se ausentó de su despacho durante dos horas olvidando cerrarlo con llave. Si el despacho quedó abierto, cree que hay una posibilidad del 65% de que el examen fuese sustraído.
- El alumno H ha sacado un diez, no habiendo pasado nunca en las anteriores convocatorias del 0,5. En vista de esto, cree que hay un 70% de posibilidades de que hubiera copiado en el caso de que el examen fuese sustraído.
- El examen estaba guardado bajo llave en su mesa y la cerradura presenta algunos arañazos, basándose en los cuales asigna una certeza de 0,5 a que la cerradura no haya sido forzada. Si la cerradura no fue forzada, cree que el examen no ha sido sustraído con una certeza del 95%.

- $P(P = p) =$
- $P(P = \neg p) =$
- $P(R = r \mid P = p) =$
- $P(R = \neg r \mid P = p) =$
- $P(R = r \mid P = \neg p) =$
- $P(R = \neg r \mid P = \neg p) =$
- $P(C = c) =$
- $P(C = \neg c) =$
- $P(R = r \mid C = c) =$
- $P(R = \neg r \mid C = c) =$
- $P(R = r \mid C = \neg c) =$
- $P(R = \neg r \mid C = \neg c) =$
- $P(H = h \mid R = r) =$
- $P(H = \neg h \mid R = r) =$
- $P(H = h \mid R = \neg r) =$
- $P(H = \neg h \mid R = \neg r) =$

Solución – Red Bayesiana

Escribe todos los datos que puedas extraer del enunciado.

Cuando el profesor de IA corrige el examen de la asignatura, se encuentra con que la gran mayoría de los alumnos tienen sobresaliente, y comienza a pensar en la posibilidad de que el enunciado del examen fuese sustraído de su despacho antes de la realización del mismo.

A priori concede una certeza del 80% a dicha hipótesis, pero intenta también tener en cuenta otras fuentes de información que conoce y que son las siguientes:

- Cree recordar (con un 80% de certeza) que un par de días antes del examen se ausentó de su despacho durante dos horas olvidando cerrarlo con llave. Si el despacho quedó abierto, cree que hay una posibilidad del 65% de que el examen fuese sustraído.
- El alumno H ha sacado un diez, no habiendo pasado nunca en las anteriores convocatorias del 0,5. En vista de esto, cree que hay un 70% de posibilidades de que hubiera copiado en el caso de que el examen fuese sustraído.
- El examen estaba guardado bajo llave en su mesa y la cerradura presenta algunos arañazos, basándose en los cuales asigna una certeza de 0,5 a que la cerradura no haya sido forzada. Si la cerradura no fue forzada, cree que el examen no ha sido sustraído con una certeza del 95%.

- $P(P = p) = 0{,}8$
- $P(P = \neg p) = 0{,}2$
- $P(R = r \mid P = p) =$
- $P(R = \neg r \mid P = p) =$
- $P(R = r \mid P = \neg p) =$
- $P(R = \neg r \mid P = \neg p) =$
- $P(C = c) =$
- $P(C = \neg c) =$
- $P(R = r \mid C = c) =$
- $P(R = \neg r \mid C = c) =$
- $P(R = r \mid C = \neg c) =$
- $P(R = \neg r \mid C = \neg c) =$
- $P(H = h \mid R = r) =$
- $P(H = \neg h \mid R = r) =$
- $P(H = h \mid R = \neg r) =$
- $P(H = \neg h \mid R = \neg r) =$

uc3m

Solución – Red Bayesiana

Escribe todos los datos que puedas extraer del enunciado.

Cuando el profesor de IA corrige el examen de la asignatura, se encuentra con que la gran mayoría de los alumnos tienen sobresaliente, y comienza a pensar en la posibilidad de que el enunciado del examen fuese sustraído de su despacho antes de la realización del mismo.

A priori concede una certeza del 80% a dicha hipótesis, pero intenta también tener en cuenta otras fuentes de información que conoce y que son las siguientes:

- Cree recordar (con un 80% de certeza) que un par de días antes del examen se ausentó de su despacho durante dos horas olvidando cerrarlo con llave. Si el despacho quedó abierto, cree que hay una posibilidad del 65% de que el examen fuese sustraído.
- El alumno H ha sacado un diez, no habiendo pasado nunca en las anteriores convocatorias del 0,5. En vista de esto, cree que hay un 70% de posibilidades de que hubiera copiado en el caso de que el examen fuese sustraído.
- El examen estaba guardado bajo llave en su mesa y la cerradura presenta algunos arañazos, basándose en los cuales asigna una certeza de 0,5 a que la cerradura no haya sido forzada. Si la cerradura no fue forzada, cree que el examen no ha sido sustraído con una certeza del 95%.

- $P(P = p) = 0{,}8$
- $P(P = \neg p) = 0{,}2$
- $P(R = r \mid P = p) = 0{,}65$
- $P(R = \neg r \mid P = p) = 0{,}35$
- $P(R = r \mid P = \neg p) = ?$
- $P(R = \neg r \mid P = \neg p) = ?$
- $P(C = c) =$
- $P(C = \neg c) =$
- $P(R = r \mid C = c) =$
- $P(R = \neg r \mid C = c) =$
- $P(R = r \mid C = \neg c) =$
- $P(R = \neg r \mid C = \neg c) =$
- $P(H = h \mid R = r) =$
- $P(H = \neg h \mid R = r) =$
- $P(H = h \mid R = \neg r) =$
- $P(H = \neg h \mid R = \neg r) =$

Solución – Red Bayesiana

Escribe todos los datos que puedas extraer del enunciado.

Cuando el profesor de IA corrige el examen de la asignatura, se encuentra con que la gran mayoría de los alumnos tienen sobresaliente, y comienza a pensar en la posibilidad de que el enunciado del examen fuese sustraído de su despacho antes de la realización del mismo.

A priori concede una certeza del 80% a dicha hipótesis, pero intenta también tener en cuenta otras fuentes de información que conoce y que son las siguientes:

- Cree recordar (con un 80% de certeza) que un par de días antes del examen se ausentó de su despacho durante dos horas olvidando cerrarlo con llave. Si el despacho quedó abierto, cree que hay una posibilidad del 65% de que el examen fuese sustraído.
- El alumno H ha sacado un diez, no habiendo pasado nunca en las anteriores convocatorias del 0,5. En vista de esto, cree que hay un 70% de posibilidades de que hubiera copiado en el caso de que el examen fuese sustraído.
- El examen estaba guardado bajo llave en su mesa y la cerradura presenta algunos arañazos, basándose en los cuales asigna una certeza de 0,5 a que la cerradura no haya sido forzada. Si la cerradura no fue forzada, cree que el examen no ha sido sustraído con una certeza del 95%.

- $P(P = p) = 0{,}8$
- $P(P = \neg p) = 0{,}2$
- $P(R = r \mid P = p) = 0{,}65$
- $P(R = \neg r \mid P = p) = 0{,}35$
- $P(R = r \mid P = \neg p) = ?$
- $P(R = \neg r \mid P = \neg p) = ?$
- $P(C = c) = 0{,}5$
- $P(C = \neg c) = 0{,}5$
- $P(R = r \mid C = c) =$
- $P(R = \neg r \mid C = c) =$
- $P(R = r \mid C = \neg c) =$
- $P(R = \neg r \mid C = \neg c) =$
- $P(H = h \mid R = r) =$
- $P(H = \neg h \mid R = r) =$
- $P(H = h \mid R = \neg r) =$
- $P(H = \neg h \mid R = \neg r) =$

Solución – Red Bayesiana

Escribe todos los datos que puedas extraer del enunciado.

Cuando el profesor de IA corrige el examen de la asignatura, se encuentra con que la gran mayoría de los alumnos tienen sobresaliente, y comienza a pensar en la posibilidad de que el enunciado del examen fuese sustraído de su despacho antes de la realización del mismo.

A priori concede una certeza del 80% a dicha hipótesis, pero intenta también tener en cuenta otras fuentes de información que conoce y que son las siguientes:

- Cree recordar (con un 80% de certeza) que un par de días antes del examen se ausentó de su despacho durante dos horas olvidando cerrarlo con llave. Si el despacho quedó abierto, cree que hay una posibilidad del 65% de que el examen fuese sustraído.
- El alumno H ha sacado un diez, no habiendo pasado nunca en las anteriores convocatorias del 0,5. En vista de esto, cree que hay un 70% de posibilidades de que hubiera copiado en el caso de que el examen fuese sustraído.
- El examen estaba guardado bajo llave en su mesa y la cerradura presenta algunos arañazos, basándose en los cuales asigna una certeza de 0,5 a que la cerradura no haya sido forzada. Si la cerradura no fue forzada, cree que el examen no ha sido sustraído con una certeza del 95%.

- $P(P = p) = 0{,}8$
- $P(P = \neg p) = 0{,}2$
- $P(R = r \mid P = p) = 0{,}65$
- $P(R = \neg r \mid P = p) = 0{,}35$
- $P(R = r \mid P = \neg p) = ?$
- $P(R = \neg r \mid P = \neg p) = ?$
- $P(C = c) = 0{,}5$
- $P(C = \neg c) = 0{,}5$
- $P(R = r \mid C = c) = ?$
- $P(R = \neg r \mid C = c) = ?$
- $P(R = r \mid C = \neg c) = 0{,}05$
- $P(R = \neg r \mid C = \neg c) = 0{,}95$
- $P(H = h \mid R = r) =$
- $P(H = \neg h \mid R = r) =$
- $P(H = h \mid R = \neg r) =$
- $P(H = \neg h \mid R = \neg r) =$

Solución – Red Bayesiana

Escribe todos los datos que puedas extraer del enunciado.

Cuando el profesor de IA corrige el examen de la asignatura, se encuentra con que la gran mayoría de los alumnos tienen sobresaliente, y comienza a pensar en la posibilidad de que el enunciado del examen fuese sustraído de su despacho antes de la realización del mismo.

A priori concede una certeza del 80% a dicha hipótesis, pero intenta también tener en cuenta otras fuentes de información que conoce y que son las siguientes:

- Cree recordar (con un 80% de certeza) que un par de días antes del examen se ausentó de su despacho durante dos horas olvidando cerrarlo con llave. Si el despacho quedó abierto, cree que hay una posibilidad del 65% de que el examen fuese sustraído.
- El alumno H ha sacado un diez, no habiendo pasado nunca en las anteriores convocatorias del 0,5. En vista de esto, cree que hay un 70% de posibilidades de que hubiera copiado en el caso de que el examen fuese sustraído.
- El examen estaba guardado bajo llave en su mesa y la cerradura presenta algunos arañazos, basándose en los cuales asigna una certeza de 0,5 a que la cerradura no haya sido forzada. Si la cerradura no fue forzada, cree que el examen no ha sido sustraído con una certeza del 95%.

- $P(P = p) = 0{,}8$
- $P(P = \neg p) = 0{,}2$
- $P(R = r \mid P = p) = 0{,}65$
- $P(R = \neg r \mid P = p) = 0{,}35$
- $P(R = r \mid P = \neg p) = ?$
- $P(R = \neg r \mid P = \neg p) = ?$
- $P(C = c) = 0{,}5$
- $P(C = \neg c) = 0{,}5$
- $P(R = r \mid C = c) = ?$
- $P(R = \neg r \mid C = c) = ?$
- $P(R = r \mid C = \neg c) = 0{,}05$
- $P(R = \neg r \mid C = \neg c) = 0{,}95$
- $P(H = h \mid R = r) = 0{,}3$
- $P(H = \neg h \mid R = r) = 0{,}7$
- $P(H = h \mid R = \neg r) = ?$
- $P(H = \neg h \mid R = \neg r) = ?$

Ejercicio 3

Enunciado

Una tarde, Juan va a casa de sus amigos. De repente, comienza a estornudar. Juan piensa que se ha resfriado, hasta que observa que los muebles de la casa están arañados. Entonces, especula con la posibilidad de que sus amigos tengan un gato y sus estornudos se deban a la alergia a los gatos que tiene diagnosticada.

Preguntas:

A. Modele mediante una red bayesiana las relaciones de causalidad anteriores. ¿Qué conocimiento puede extraer del enunciado?

B. Realice la expresión para calcular la probabilidad a priori de cada uno de los sucesos (estornudo y muebles arañados).

Enunciado

Una tarde, Juan va a casa de sus amigos. De repente, comienza a estornudar. Juan piensa que se ha resfriado, hasta que observa que los muebles de la casa están arañados. Entonces, especula con la posibilidad de que sus amigos tengan un gato y sus estornudos se deban a la alergia a los gatos que tiene diagnosticada.

Preguntas:

A. Modele mediante una red bayesiana las relaciones de causalidad anteriores. ¿Qué conocimiento puede extraer del enunciado?
B. Realice la expresión para calcular la probabilidad a priori de cada uno de los sucesos (estornudo y muebles arañados).

Nota: el que los muebles estén arañados no implica que el gato exista, los muebles pueden haber sido arañados por cualquier otra razón. Si que es correcto asumir que si hay un gato los muebles estén arañados

Solución – Red Bayesiana

Modele mediante una red bayesiana las relaciones de causalidad anteriores. ¿Qué conocimiento puede extraer del enunciado?

Definir las variables del problema

Extraer conocimiento

Dibujar la red

Definir la probabilidad conjunta

Solución – Red Bayesiana

Modele mediante una red bayesiana las relaciones de causalidad anteriores. ¿Qué conocimiento puede extraer del enunciado?

G. Los amigos de Juan tienen gato. G ∈ {g, ¬g}

R. Juan se ha resfriado. R ∈ {r, ¬r}

A. Los muebles están arañados. A ∈ {a, ¬a}

E. Juan estornuda E ∈ {e, ¬e}

Extraer conocimiento

Dibujar la red

Definir la probabilidad conjunta

Solución – Red Bayesiana

Modele mediante una red bayesiana las relaciones de causalidad anteriores. ¿Qué conocimiento puede extraer del enunciado?

G. Los amigos de Juan tienen gato. $G \in \{g, \neg g\}$

R. Juan se ha resfriado. $R \in \{r, \neg r\}$

A. Los muebles están arañados. $A \in \{a, \neg a\} \rightarrow a=1, \neg a=0$

E. Juan estornuda $E \in \{e, \neg e\} \rightarrow e=1, \neg e=0$

Dibujar la red

Definir la probabilidad conjunta

Solución – Red Bayesiana

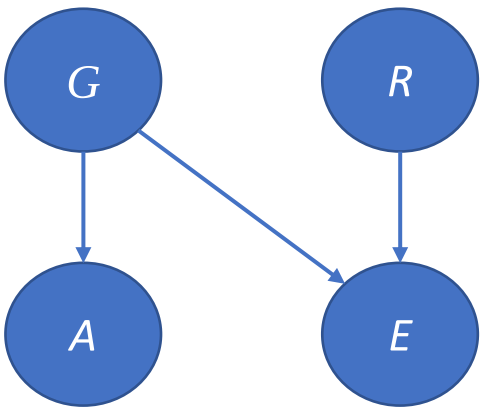
Modele mediante una red bayesiana las relaciones de causalidad anteriores. ¿Qué conocimiento puede extraer del enunciado?

G. Los amigos de Juan tienen gato. G ∈ {g, ¬g}

R. Juan se ha resfriado. R ∈ {r, ¬r}

A. Los muebles están arañados. A ∈ {a, ¬a} → a=1, ¬a=0

E. Juan estornuda E ∈ {e, ¬e} → e=1, ¬e=0



Definir la probabilidad conjunta

Solución – Red Bayesiana

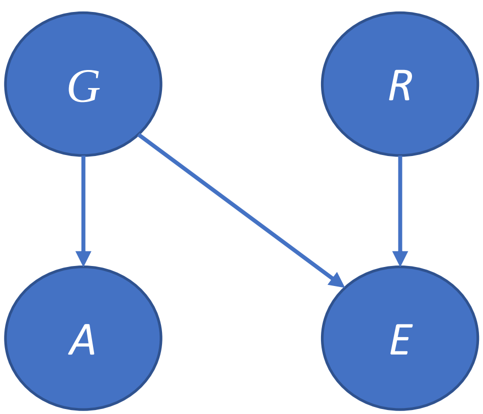
Modele mediante una red bayesiana las relaciones de causalidad anteriores. ¿Qué conocimiento puede extraer del enunciado?

G. Los amigos de Juan tienen gato. $G \in \{g, \neg g\}$

R. Juan se ha resfriado. $R \in \{r, \neg r\}$

A. Los muebles están arañados. $A \in \{a, \neg a\} \rightarrow a=1, \neg a=0$

E. Juan estornuda $E \in \{e, \neg e\} \rightarrow e=1, \neg e=0$



$$P(A, G, E, R) = P(A|G)\, P(E=e \mid G=g, R=r)\, P(G=g)\, P(R=r)$$

Solución – Expresiones a priori

Realice la expresión para calcular la probabilidad a priori de cada uno de los sucesos (estornudo y muebles arañados).

$$P(A = a) = \sum_g \sum_e \sum_r P(A = a, G = g, E = e, R = r)$$
$$= \sum_g \sum_e \sum_r P(A{=}a|G)\, P(E \mid G, R)\, P(G)\, P(R)$$

$$P(E = e) = \sum_a \sum_g \sum_r P(A = a, G = g, E = e, R = r)$$
$$= \sum_a \sum_g \sum_r P(A|G)\, P(E{=}e \mid G, R)\, P(G)\, P(R)$$

uc3m

Solución – Expresiones a priori

Realice la expresión para calcular la probabilidad a priori de cada uno de los sucesos (estornudo y muebles arañados).

$$
\begin{aligned}
P(A = a) &= \sum_g \sum_e \sum_r P(A = a, G = g, E = e, R = r) \\
&= \sum_g \sum_e \sum_r P(A{=}a|G)\, P(E \mid G, R)\, P(G)\, P(R) \\
&= \sum_g P(G) P(A{=}a|G) \sum_r P(R) \sum_e P(E \mid G, R)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P(E = e) &= \sum_a \sum_g \sum_r P(A = a, G = g, E = e, R = r) \\
&= \sum_a \sum_g \sum_r P(A|G)\, P(E{=}e \mid G, R)\, P(G)\, P(R)
\end{aligned}
$$

Solución – Expresiones a priori

Realice la expresión para calcular la probabilidad a priori de cada uno de los sucesos (estornudo y muebles arañados).

$$
\begin{aligned}
P(A = a) &= \sum_g \sum_e \sum_r P(A = a, G = g, E = e, R = r) \\
&= \sum_g \sum_e \sum_r P(A{=}a|G)\, P(E \mid G, R)\, P(G)\, P(R) \\
&= \sum_g P(G) P(A{=}a|G) \underbrace{\sum_r P(R)}_{\sum_r P(R)=P(r=1)+P(r=0)=1} \sum_e P(E \mid G, R)
\end{aligned}
$$

Por la probabilidad marginal → La suma de las probabilidades de los dos valores de r es 1.

$$
\begin{aligned}
P(E = e) &= \sum_a \sum_g \sum_r P(A = a, G = g, E = e, R = r) \\
&= \sum_a \sum_g \sum_r P(A|G)\, P(E{=}e \mid G, R)\, P(G)\, P(R)
\end{aligned}
$$

Solución – Expresiones a priori

Realice la expresión para calcular la probabilidad a priori de cada uno de los sucesos (estornudo y muebles arañados).

$$
\begin{aligned}
P\,(A = a) &= \textstyle\sum_g \sum_e \sum_r P\,(A = a,\, G = g,\; E = e,\, R = r) \\
&= \textstyle\sum_g \sum_e \sum_r P(A{=}a|G)\; P(E \mid G, R)\; P(G)\; P(R) \\
&= \textstyle\sum_g P(G)P(A{=}a|G)\, \underbrace{\textstyle\sum_r \sum_e P(E \mid G, R)}
\end{aligned}
$$

Por la probabilidad marginal:

La suma de las probabilidades de los dos valores de e para cualquier par {g,r} es 1. Es decir, hay cuatro casos posibles en los que la suma siempre será 1

$$
\begin{cases}
\sum_e P(E \mid G, R) = P(e{=}1 \mid G{=}0, R{=}0) + P(e{=}0 \mid G{=}0, R{=}0) = 1 \\
\sum_e P(E \mid G, R) = P(e{=}1 \mid G{=}0, R{=}1) + P(e{=}0 \mid G{=}0, R{=}1) = 1 \\
\sum_e P(E \mid G, R) = P(e{=}1 \mid G{=}1, R{=}0) + P(e{=}0 \mid G{=}1, R{=}0) = 1 \\
\sum_e P(E \mid G, R) = P(e{=}1 \mid G{=}1, R{=}1) + P(e{=}0 \mid G{=}1, R{=}1) = 1
\end{cases}
$$

$$
\begin{aligned}
P\,(E = e) &= \textstyle\sum_a \sum_g \sum_r P\,(A = a,\, G = g,\; E = e,\, R = r) \\
&= \textstyle\sum_a \sum_g \sum_r P(A|G)\; P(E{=}e \mid G, R)\; P(G)\; P(R)
\end{aligned}
$$

uc3m

Solución – Expresiones a priori

Realice la expresión para calcular la probabilidad a priori de cada uno de los sucesos (estornudo y muebles arañados).

$$P(A = a) = \sum_g \sum_e \sum_r P(A = a, G = g, E = e, R = r)$$
$$= \sum_g \sum_e \sum_r P(A{=}a|G)\, P(E \mid G, R)\, P(G)\, P(R)$$
$$= \sum_g P(G)\, P(A{=}a|G)$$

$$P(E = e) = \sum_a \sum_g \sum_r P(A = a, G = g, E = e, R = r)$$
$$= \sum_a \sum_g \sum_r P(A|G)\, P(E{=}e \mid G, R)\, P(G)\, P(R)$$

Solución – Expresiones a priori

Realice la expresión para calcular la probabilidad a priori de cada uno de los sucesos (estornudo y muebles arañados).

$$P(A = a) = \sum_g \sum_e \sum_r P(A = a, G = g, E = e, R = r)$$
$$= \sum_g \sum_e \sum_r P(A{=}a|G)\, P(E \mid G, R)\, P(G)\, P(R)$$
$$= \sum_g P(G)\, P(A{=}a|G)$$

$$P(E = e) = \sum_a \sum_g \sum_r P(A = a, G = g, E = e, R = r)$$
$$= \sum_a \sum_g \sum_r P(A|G)\, P(E{=}e \mid G, R)\, P(G)\, P(R)$$
$$= \sum_g \sum_r P(E{=}e|G, R)\, P(R)\, P(G) \underbrace{\sum_a P(A|G)}_{\text{Por la probabilidad marginal } =1}$$

uc3m

Solución – Expresiones a priori

Realice la expresión para calcular la probabilidad a priori de cada uno de los sucesos (estornudo y muebles arañados).

$$P(A = a) = \sum_g \sum_e \sum_r P(A = a, G = g, E = e, R = r)$$
$$= \sum_g \sum_e \sum_r P(A{=}a|G)\, P(E \mid G, R)\, P(G)\, P(R)$$
$$= \sum_g P(G)\, P(A{=}a|G)$$

$$P(E = e) = \sum_a \sum_g \sum_r P(A = a, G = g, E = e, R = r)$$
$$= \sum_a \sum_g \sum_r P(A|G)\, P(E{=}e \mid G, R)\, P(G)\, P(R)$$
$$= \sum_g \sum_r P(E = e \mid G, R)\, P(G)\, P(R)$$

Ejercicio 4

Enunciado

Wilma tiene la sospecha de que Pedro le está siendo infiel con Pablo.

- La infidelidad de Pedro se codifica en la red bayesiana de la figura como la variable aleatoria I.
- La variable aleatoria C codifica si Pedro ha cenado con Pablo y la variable aleatoria V si además ha sido visto cenando con él.
- Por otra parte, la variable aleatoria L codifica si en el domicilio de Pedro y Wilma se reciben llamadas sospechosas.

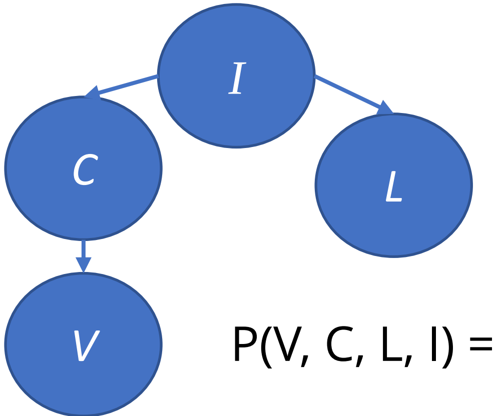
Preguntas:

¿Cual es la probabilidad conjunta de que Pedro sea infiel, le hayan visto cenando con pablo, y no haya llamadas sospechosas?

A partir de esta red bayesiana y este conocimiento del dominio, calcule la probabilidad a priori de las variables V, C e I de la red.

Conocimiento del dominio

- P (I = i) = 0,1
- P (C = c | I = i) = 0,7
- P (C = c | I = ¬i) = 0,2
- P (V = v | C = c) = 0,4
- P (V = v | C = ¬c) = 0,001
- P (L = l | I = i) = 0,8
- P (L = l | I = ¬i) = 0,8



$$P(V, C, L, I) = P(V|C)\,P(C \mid I)\,P(L|I)\,P(I)$$

Solución – Red Bayesiana

¿Cual es la probabilidad conjunta de que Pedro sea infiel, le hayan visto cenando con pablo, y no haya llamadas sospechosas?

P(V=True, C=True, L=False, I=True) =

Conocimiento del dominio

- P (I = i) = 0,1
- P (C = c | I = i) = 0,7
- P (C = c | I = ¬i) = 0,2
- P (V = v | C = c) = 0,4
- P (V = v | C = ¬c) = 0,001
- P (L = l | I = i) = 0,8
- P (L = l | I = ¬i) = 0,8

Solución – Red Bayesiana

¿Cual es la probabilidad conjunta de que Pedro sea infiel, le hayan visto cenando con pablo, y no haya llamadas sospechosas?

P(V=True, C=True, L=False, I=True) = P(V=True|C=True) P(C=True | I=True) P(L=False|I=True) P(I=True)

P(V=True, C=True, L=False, I=True) = 0.4 *0.7 *P(L=False|I=True) * 0.1

P(V=True, C=True, L=False, I=True) =

Conocimiento del dominio

- P (I = i) = 0,1
- P (C = c | I = i) = 0,7
- P (C = c | I = ¬i) = 0,2
- P (V = v | C = c) = 0,4
- P (V = v | C = ¬c) = 0,001
- P (L = l | I = i) = 0,8
- P (L = l | I = ¬i) = 0,8

Solución – Red Bayesiana

¿Cual es la probabilidad conjunta de que Pedro sea infiel, le hayan visto cenando con pablo, y no haya llamadas sospechosas?

P(V=True, C=True, L=False, I=True) = P(V=True|C=True) P(C=True | I=True) P(L=False|I=True) P(I=True)

P(V=True, C=True, L=False, I=True) = 0.4 *0.7 *P(L=False|I=True) * 0.1

P(V=True, C=True, L=False, I=True) = 0.028 *P(L=False|I=True)

Conocimiento del dominio

- P (I = i) = 0,1
- P (C = c | I = i) = 0,7
- P (C = c | I = ¬i) = 0,2
- P (V = v | C = c) = 0,4
- P (V = v | C = ¬c) = 0,001
- P (L = l | I = i) = 0,8
- P (L = l | I = ¬i) = 0,8

Falta P(L=False|I=True),
así que lo dejamos como factor
Si por ejemplo tuviera el valor 0.2, podríamos resolver como:
P(V=True, C=True, L=False, I=True) =0.0056

Solución – Red Bayesiana

A partir de esta red bayesiana y este conocimiento del dominio, calcule la probabilidad a priori de las variables V, C e I de la red.

P (C = c) $= \sum_{V} \sum_{I} \sum_{L}$ P (V = v, C = c, I = i, L = l)
=

P (L = l) $= \sum_{V} \sum_{C} \sum_{I}$ P (V = v, C = c, I = i, L = l)
=

P (V = v) $= \sum_{C} \sum_{I} \sum_{L}$ P (V = v, C = c, I = i, L = l)
=

Solución – Red Bayesiana

A partir de esta red bayesiana y este conocimiento del dominio, calcule la probabilidad a priori de las variables V, C e I de la red.

P (C = c) $= \sum_V \sum_I \sum_L$ P (V = v, C = c, I = i, L = l)
$= \sum_I$ P (C | I) P (I)

P (L = l) $= \sum_V \sum_C \sum_I$ P (V = v, C = c, I = i, L = l)
=

P (V = v) $= \sum_C \sum_I \sum_L$ P (V = v, C = c, I = i, L = l)
=

Solución – Red Bayesiana

A partir de esta red bayesiana y este conocimiento del dominio, calcule la probabilidad a priori de las variables V, C e I de la red.

P (C = c) $= \sum_V \sum_I \sum_L P(V = v, C = c, I = i, L = l)$
$= \sum_I P(C \mid I)\, P(I)$

P (L = l) $= \sum_V \sum_C \sum_I P(V = v, C = c, I = i, L = l)$
$= \sum_I P(L = l \mid I)\, P(I)$

P (V = v) $= \sum_C \sum_I \sum_L P(V = v, C = c, I = i, L = l)$
$=$

Solución – Red Bayesiana

A partir de esta red bayesiana y este conocimiento del dominio, calcule la probabilidad a priori de las variables V, C e I de la red.

$$\mathbf{P\ (C = c)} = \sum_V \sum_I \sum_L \mathrm{P\ (V = v,\ C = c,\ I = i,\ L = l)}$$
$$= \sum_I \mathrm{P\ (C\ |\ I\ )\ P\ (\ I\ )}$$

$$\mathbf{P\ (L = l)} = \sum_V \sum_C \sum_I \mathrm{P\ (V = v,\ C = c,\ I = i,\ L = l)}$$
$$= \sum_I \mathrm{P\ (L = l\ |\ I\ )\ P\ (\ I\ )}$$

$$\mathbf{P\ (V = v)} = \sum_C \sum_I \sum_L \mathrm{P\ (V = v,\ C = c,\ I = i,\ L = l)}$$
$$= \sum_C \sum_I \mathrm{P\ (V = v\ |\ C\ )\ P\ (C\ |\ I)\ P(I)}$$

Solución – Red Bayesiana

A partir de esta red bayesiana y este conocimiento del dominio, calcule la probabilidad a priori de las variables V, C e I de la red.

$$\mathbf{P\ (C = c)} = \sum_I P\ (C\ |\ I\ )\ P\ (\ I\ ) =$$

$$\mathbf{P\ (L = l)} = \sum_I P\ (L = l\ |\ I\ )\ P\ (\ I\ ) =$$

$$\mathbf{P\ (V = v)} = \sum_C \sum_I P\ (V = v\ |\ C\ )\ P\ (C\ |\ I)\ P(I) =$$

Conocimiento del dominio
- P (I = i) = 0,1
- P (C = c | I = i) = 0,7
- P (C = c | I = ¬i) = 0,2
- P (V = v | C = c) = 0,4
- P (V = v | C = ¬c) = 0,001
- P (L = l | I = i) = 0,8
- P (L = l | I = ¬i) = 0,8

Solución – Red Bayesiana

A partir de esta red bayesiana y este conocimiento del dominio, calcule la probabilidad a priori de las variables V, C e I de la red.

P (C = c) $= \sum_I P(C \mid I)\, P(I) \quad = 0{,}7 \cdot 0{,}1 + 0{,}2 \cdot 0{,}9$

P (L = l) $= \sum_I P(L = l \mid I)\, P(I) =$

P (V = v) $= \sum_C \sum_I P(V = v \mid C)\, P(C \mid I)\, P(I) =$

Conocimiento del dominio

- $P(I = i) = 0{,}1$
- $P(C = c \mid I = i) = 0{,}7$
- $P(C = c \mid I = \neg i) = 0{,}2$
- $P(V = v \mid C = c) = 0{,}4$
- $P(V = v \mid C = \neg c) = 0{,}001$
- $P(L = l \mid I = i) = 0{,}8$
- $P(L = l \mid I = \neg i) = 0{,}8$

Solución – Red Bayesiana

A partir de esta red bayesiana y este conocimiento del dominio, calcule la probabilidad a priori de las variables V, C e I de la red.

$$\mathbf{P\,(C = c)} = \sum_I P\,(C \mid I)\,P\,(I) = 0{,}7 \cdot 0{,}1 + 0{,}2 \cdot 0{,}9$$

$$\mathbf{P\,(L = l)} = \sum_I P\,(L = l \mid I)\,P\,(I) = 0{,}8 \cdot 0{,}1 + 0{,}8 \cdot 0{,}9$$

$$\mathbf{P\,(V = v)} = \sum_C \sum_I P\,(V = v \mid C)\,P\,(C \mid I)\,P(I) =$$

Conocimiento del dominio

- P (I = i) = 0,1
- P (C = c | I = i) = 0,7
- P (C = c | I = ¬i) = 0,2
- P (V = v | C = c) = 0,4
- P (V = v | C = ¬c) = 0,001
- P (L = l | I = i) = 0,8
- P (L = l | I = ¬i) = 0,8

uc3m

Solución – Red Bayesiana

A partir de esta red bayesiana y este conocimiento del dominio, calcule la probabilidad a priori de las variables V, C e I de la red.

P (C = c) $= \sum_I P(C \mid I)\, P(I) = 0{,}7 \cdot 0{,}1 + 0{,}2 \cdot 0{,}9$

P (L = l) $= \sum_I P(L = l \mid I)\, P(I) = 0{,}8 \cdot 0{,}1 + 0{,}8 \cdot 0{,}9$

P (V = v) $= \sum_C \sum_I P(V = v \mid C)\, P(C \mid I)\, P(I)$

$= (0.4 \cdot 0.7 \cdot 0.1 + 0.4 \cdot 0.2 \cdot 0.9) + (0.001 \cdot P(\neg c \mid i) \cdot 0.1 + 0.001 \cdot P(\neg c \mid \neg i) \cdot 0.9)$

=

Conocimiento del dominio

- $P(I = i) = 0{,}1$
- $P(C = c \mid I = i) = 0{,}7$
- $P(C = c \mid I = \neg i) = 0{,}2$
- $P(V = v \mid C = c) = 0{,}4$
- $P(V = v \mid C = \neg c) = 0{,}001$
- $P(L = l \mid I = i) = 0{,}8$
- $P(L = l \mid I = \neg i) = 0{,}8$

uc3m

Solución – Red Bayesiana

A partir de esta red bayesiana y este conocimiento del dominio, calcule la probabilidad a priori de las variables V, C e I de la red.

P (C = c) $= \sum_I$ P (C | I) P (I) $= 0{,}7 \cdot 0{,}1 + 0{,}2 \cdot 0{,}9$

P (L = l) $= \sum_I$ P (L = l | I) P (I) $= 0{,}8 \cdot 0{,}1 + 0{,}8 \cdot 0{,}9$

P (V = v) $= \sum_C \sum_I$ P (V = v | C) P (C | I) P(I)

= (0.4 · 0.7 · 0.1 + 0.4 · 0.2 · 0.9) + (0.001 · P(¬c|i) · 0.1 + 0.001 · P(¬c|¬i) · 0.9)

=

= falta información al no disponer de los valores P(¬c | i) y P(¬c|¬i)

Conocimiento del dominio

- P (I = i) = 0,1
- P (C = c | I = i) = 0,7
- P (C = c | I = ¬i) = 0,2
- P (V = v | C = c) = 0,4
- P (V = v | C = ¬c) = 0,001
- P (L = l | I = i) = 0,8
- P (L = l | I = ¬i) = 0,8

Enunciado

Un vendedor de coches usados ofrece a los clientes potenciales que se realice una revisión en el coche que quieren comprar. El test debe revelar si el coche tiene o no defectos. La probabilidad a priori de que un coche tenga defectos es 0.3 %.

Hay dos tests posibles:

- **Test1** tiene tres posibles resultados: sin-defectos, defectos y no-conclusivo. Si el coche no tiene defectos, entonces las probabilidades para estos resultados son respectivamente 0.8, 0.05 y 0.15. Sin embargo, si tiene defectos, las probabilidades son 0.05, 0.75 y 0.2.
- **Test2** tiene sólo dos posibles resultados: sin-defectos y defectos. Si el coche no tiene defectos, las probabilidades de cada resultado son 0.8 y 0.2 respectivamente. Y si los tiene, las probabilidades son 0.25 y 0.75.

Preguntas:

A. Extraer información del dominio y construir una Red Bayesiana que lo represente

Solución – Red Bayesiana

Extraer información del dominio y construir una Red Bayesiana que lo represente

Definir las variables del problema

Dibujar la red

Definir la probabilidad conjunta

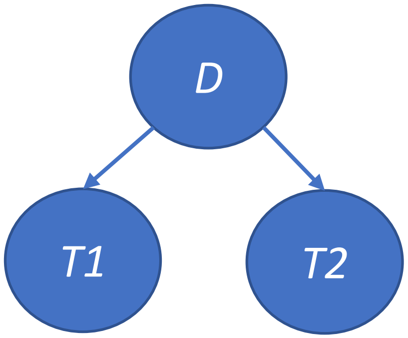
Solución – Red Bayesiana

Extraer información del dominio y construir una Red Bayesiana que lo represente

D: el coche tiene defectos. $D \in \{0, 1\}$

T1: Test 1. $T1 \in \{0, 1,2\}$

T2: Test 2. $T2 \in \{0, 1\}$



$P(D)=0.003$ $P(\neg D)=0.997$

$P(T1=0|\neg D)=0.8$ $P(T1=1|\neg D)=0.05$ $P(T1=2|\neg D)=0.15$

$P(T1=0|D)=0.05$ $P(T1=1|D)=0.75$ $P(T1=2|D)=0.2$

$P(T2=0|\neg D)=0.8$ $P(T2=1|\neg D)=0.2$

$P(T2=0|D)=0.25$ $P(T2=1|D)=0.75$

$$P(D, T1, T2) = P(T1|D)\, P(T2|D)\, P(D)$$

Enunciado

Para comprar productos en internet la gente suele fijarse en las opiniones de otros consumidores, en función de la calidad del producto (variable aleatoria P) un cliente podrá tener una experiencia (variable aleatoria E) buena o mala y en consecuencia dará su opinión del producto (variable aleatoria O). A su vez, esa misma calidad es la que determina si vamos a comprar el producto (variable aleatoria C). Asumimos que la opinión tiene 3 posibles valores (buena, mala, neutra) mientras que el resto de variables serán binarios.

Supongamos que:

- Un producto es de calidad 2/3 veces.
- La compra se efectúa 2/3 veces para productos de calidad y 1/3 cuando no lo es.
- Otros usuarios tienen una experiencia positiva 2/3 veces cuando el producto tiene calidad mientras que cuando no la tiene su experiencia es negativa 2/3 veces.
- Para una buena experiencia es 2/3 veces una buena opinión, 1/3 una opinión neutra y 0 veces una mala, mientras que una mala experiencia conlleva justo lo contrario (2/3 veces mala opinión y 0 una buena).

Preguntas:

A. Dibuje la red bayesiana e indique la probabilidad conjunta.
B. Realice la tabla de probabilidades condicional.
C. ¿Cómo calcularía la probabilidad de que se vaya a comprar el producto utilizando propagación? ¿Y utilizando la técnica del ejercicio anterior?
D. ¿Cómo modificaría el ejercicio anterior sabiendo que las opiniones son buenas y neutras?

Ejercicio 7

Solución – Red Bayesiana

Dibuje la red bayesiana e indique la probabilidad conjunta.

Definir las variables del problema

Dibujar la red

Definir la probabilidad conjunta

Solución – Red Bayesiana

Dibuje la red bayesiana e indique la probabilidad conjunta.

P: calidad del producto.	$P \in \{0, 1\}$
C: Decisión de compra.	$C \in \{0, 1\}$
E: Experiencia de otros usuarios.	$E \in \{0, 1\}$
O: Opinión de otros usuarios.	$O \in \{0,1,2\}$

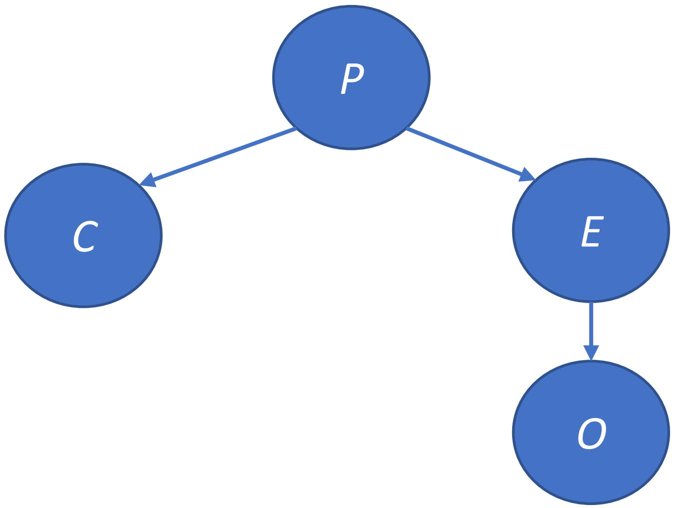
Dibujar la red

Definir la probabilidad conjunta

Solución – Red Bayesiana

Dibuje la red bayesiana e indique la probabilidad conjunta.

P: calidad del producto.	$P \in \{0, 1\}$
C: Decisión de compra.	$C \in \{0, 1\}$
E: Experiencia de otros usuarios.	$E \in \{0, 1\}$
O: Opinión de otros usuarios.	$O \in \{0,1,2\}$

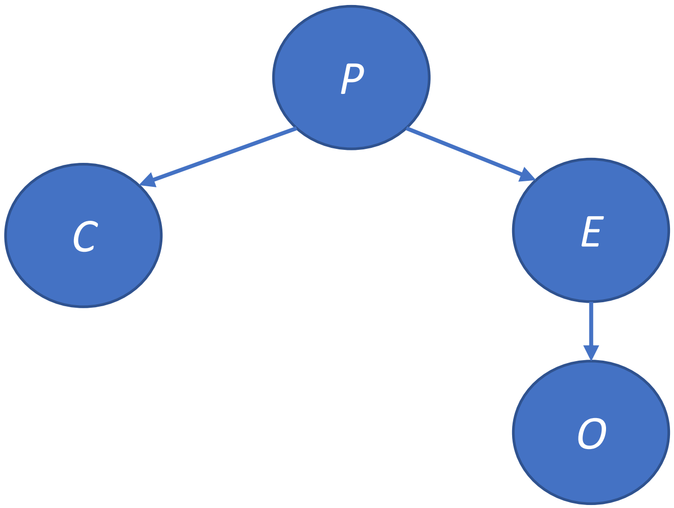


Definir la probabilidad conjunta

Solución – Red Bayesiana

Dibuje la red bayesiana e indique la probabilidad conjunta.

P: calidad del producto. $P \in \{0, 1\}$
C: Decisión de compra. $C \in \{0, 1\}$
E: Experiencia de otros usuarios. $E \in \{0, 1\}$
O: Opinión de otros usuarios. $O \in \{0,1,2\}$



$$P(O, E, C, P) = P(O|E)\, P(E|P)\, P(C|P)\, P(P)$$

Solución – Red Bayesiana

Realice la tabla de probabilidades condicional.

Para comprar productos en internet la gente suele fijarse en las opiniones de otros consumidores, en función de la calidad del producto (variable aleatoria P) un cliente podrá tener una experiencia (variable aleatoria E) buena o mala y en consecuencia dará su opinión del producto (variable aleatoria O). A su vez, esa misma calidad es la que determina si vamos a comprar el producto (variable aleatoria C). Asumimos que la opinión tiene 3 posibles valores (buena, mala, neutra) mientras que el resto de variables serán binarios.
Supongamos que:
Un producto es de calidad 2/3 veces.
La compra se efectúa 2/3 veces para productos de calidad y 1/3 cuando no lo es.
Otros usuarios tienen una experiencia positiva 2/3 veces cuando el producto tiene calidad mientras que cuando no la tiene su experiencia es negativa 2/3 veces.
Para una buena experiencia es 2/3 veces una buena opinión, 1/3 una opinión neutra y 0 veces una mala, mientras que una mala experiencia conlleva justo lo contrario (2/3 veces mala opinión y 0 una buena).

- $P(P = 1) =$
- $P(P = 0) =$
- $P(C=0 \mid P=1) =$
- $P(C=0 \mid P=0) =$
- $P(C=1 \mid P=1) =$
- $P(C=1 \mid P=0) =$
- $P(E=0 \mid P=1) =$
- $P(E=0 \mid P=0) =$
- $P(E=1 \mid P=1) =$
- $P(E=1 \mid P=0) =$
- $P(O=0 \mid E=1) =$
- $P(O=0 \mid E=0) =$
- $P(O=1 \mid E=1) =$
- $P(O=1 \mid E=0) =$
- $P(O=2 \mid E=1) =$
- $P(O=2 \mid E=0) =$

Solución – Red Bayesiana

Realice la tabla de probabilidades condicional.

Para comprar productos en internet la gente suele fijarse en las opiniones de otros consumidores, en función de la calidad del producto (variable aleatoria P) un cliente podrá tener una experiencia (variable aleatoria E) buena o mala y en consecuencia dará su opinión del producto (variable aleatoria O). A su vez, esa misma calidad es la que determina si vamos a comprar el producto (variable aleatoria C). Asumimos que la opinión tiene 3 posibles valores (buena, mala, neutra) mientras que el resto de variables serán binarios.
Supongamos que:
Un producto es de calidad 2/3 veces.
La compra se efectúa 2/3 veces para productos de calidad y 1/3 cuando no lo es.
Otros usuarios tienen una experiencia positiva 2/3 veces cuando el producto tiene calidad mientras que cuando no la tiene su experiencia es negativa 2/3 veces.
Para una buena experiencia es 2/3 veces una buena opinión, 1/3 una opinión neutra y 0 veces una mala, mientras que una mala experiencia conlleva justo lo contrario (2/3 veces mala opinión y 0 una buena).

- $P(P = 1) = 2/3$
- $P(P = 0) = 1/3$
- $P(C=0 \mid P=1) =$
- $P(C=0 \mid P=0) =$
- $P(C=1 \mid P=1) =$
- $P(C=1 \mid P=0) =$
- $P(E=0 \mid P=1) =$
- $P(E=0 \mid P=0) =$
- $P(E=1 \mid P=1) =$
- $P(E=1 \mid P=0) =$
- $P(O=0 \mid E=1) =$
- $P(O=0 \mid E=0) =$
- $P(O=1 \mid E=1) =$
- $P(O=1 \mid E=0) =$
- $P(O=2 \mid E=1) =$
- $P(O=2 \mid E=0) =$

Solución – Red Bayesiana

Realice la tabla de probabilidades condicional.

Para comprar productos en internet la gente suele fijarse en las opiniones de otros consumidores, en función de la calidad del producto (variable aleatoria P) un cliente podrá tener una experiencia (variable aleatoria E) buena o mala y en consecuencia dará su opinión del producto (variable aleatoria O). A su vez, esa misma calidad es la que determina si vamos a comprar el producto (variable aleatoria C). Asumimos que la opinión tiene 3 posibles valores (buena, mala, neutra) mientras que el resto de variables serán binarios.

Supongamos que:

Un producto es de calidad 2/3 veces.

La compra se efectúa 2/3 veces para productos de calidad y 1/3 cuando no lo es.

Otros usuarios tienen una experiencia positiva 2/3 veces cuando el producto tiene calidad mientras que cuando no la tiene su experiencia es negativa 2/3 veces.

Para una buena experiencia es 2/3 veces una buena opinión, 1/3 una opinión neutra y 0 veces una mala, mientras que una mala experiencia conlleva justo lo contrario (2/3 veces mala opinión y 0 una buena).

- $P(P = 1) = 2/3$
- $P(P = 0) = 1/3$
- $P(C=0 \mid P=1) = 1/3$
- $P(C=0 \mid P=0) = 2/3$
- $P(C=1 \mid P=1) = 2/3$
- $P(C=1 \mid P=0) = 1/3$
- $P(E=0 \mid P=1) =$
- $P(E=0 \mid P=0) =$
- $P(E=1 \mid P=1) =$
- $P(E=1 \mid P=0) =$
- $P(O=0 \mid E=1) =$
- $P(O=0 \mid E=0) =$
- $P(O=1 \mid E=1) =$
- $P(O=1 \mid E=0) =$
- $P(O=2 \mid E=1) =$
- $P(O=2 \mid E=0) =$

Solución – Red Bayesiana

Realice la tabla de probabilidades condicional.

Para comprar productos en internet la gente suele fijarse en las opiniones de otros consumidores, en función de la calidad del producto (variable aleatoria P) un cliente podrá tener una experiencia (variable aleatoria E) buena o mala y en consecuencia dará su opinión del producto (variable aleatoria O). A su vez, esa misma calidad es la que determina si vamos a comprar el producto (variable aleatoria C). Asumimos que la opinión tiene 3 posibles valores (buena, mala, neutra) mientras que el resto de variables serán binarios.

Supongamos que:

Un producto es de calidad 2/3 veces.

La compra se efectúa 2/3 veces para productos de calidad y 1/3 cuando no lo es.

Otros usuarios tienen una experiencia positiva 2/3 veces cuando el producto tiene calidad mientras que cuando no la tiene su experiencia es negativa 2/3 veces.

Para una buena experiencia es 2/3 veces una buena opinión, 1/3 una opinión neutra y 0 veces una mala, mientras que una mala experiencia conlleva justo lo contrario (2/3 veces mala opinión y 0 una buena).

- $P(P = 1) = 2/3$
- $P(P = 0) = 1/3$
- $P(C=0 \mid P=1) = 1/3$
- $P(C=0 \mid P=0) = 2/3$
- $P(C=1 \mid P=1) = 2/3$
- $P(C=1 \mid P=0) = 1/3$
- $P(E=0 \mid P=1) = 1/3$
- $P(E=0 \mid P=0) = 2/3$
- $P(E=1 \mid P=1) = 2/3$
- $P(E=1 \mid P=0) = 1/3$
- $P(O=0 \mid E=1) =$
- $P(O=0 \mid E=0) =$
- $P(O=1 \mid E=1) =$
- $P(O=1 \mid E=0) =$
- $P(O=2 \mid E=1) =$
- $P(O=2 \mid E=0) =$

Solución – Red Bayesiana

Realice la tabla de probabilidades condicional.

Para comprar productos en internet la gente suele fijarse en las opiniones de otros consumidores, en función de la calidad del producto (variable aleatoria P) un cliente podrá tener una experiencia (variable aleatoria E) buena o mala y en consecuencia dará su opinión del producto (variable aleatoria O). A su vez, esa misma calidad es la que determina si vamos a comprar el producto (variable aleatoria C). Asumimos que la opinión tiene 3 posibles valores (buena, mala, neutra) mientras que el resto de variables serán binarios.

Supongamos que:

Un producto es de calidad 2/3 veces.

La compra se efectúa 2/3 veces para productos de calidad y 1/3 cuando no lo es.

Otros usuarios tienen una experiencia positiva 2/3 veces cuando el producto tiene calidad mientras que cuando no la tiene su experiencia es negativa 2/3 veces.

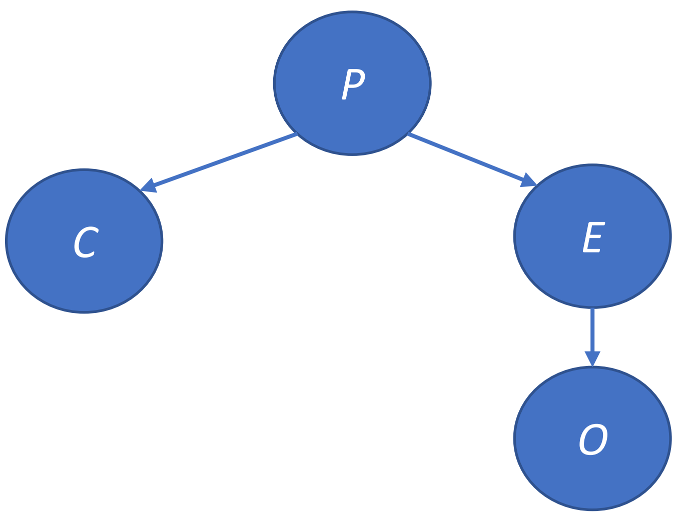
Para una buena experiencia es 2/3 veces una buena opinión, 1/3 una opinión neutra y 0 veces una mala, mientras que una mala experiencia conlleva justo lo contrario (2/3 veces mala opinión y 0 una buena).

- $P(P = 1) = 2/3$
- $P(P = 0) = 1/3$
- $P(C=0 \mid P=1) = 1/3$
- $P(C=0 \mid P=0) = 2/3$
- $P(C=1 \mid P=1) = 2/3$
- $P(C=1 \mid P=0) = 1/3$
- $P(E=0 \mid P=1) = 1/3$
- $P(E=0 \mid P=0) = 2/3$
- $P(E=1 \mid P=1) = 2/3$
- $P(E=1 \mid P=0) = 1/3$
- $P(O=0 \mid E=1) = 0$
- $P(O=0 \mid E=0) = 2/3$
- $P(O=1 \mid E=1) = 1/3$
- $P(O=1 \mid E=0) = 1/3$
- $P(O=2 \mid E=1) = 2/3$
- $P(O=2 \mid E=0) = 0$

Enunciado

Probabilidad de C=1 a priori y a posteriori (sabiendo que O∈ {1,2})

P: calidad del producto. $P \in \{0, 1\}$
C: Decisión de compra. $C \in \{0, 1\}$
E: Experiencia de otros usuarios. $E \in \{0, 1\}$
O: Opinión de otros usuarios. $O \in \{0,1,2\}$



$$P(O, E, C, P) = P(O|E)\, P(E|P)\, P(C|P)\, P(P)$$

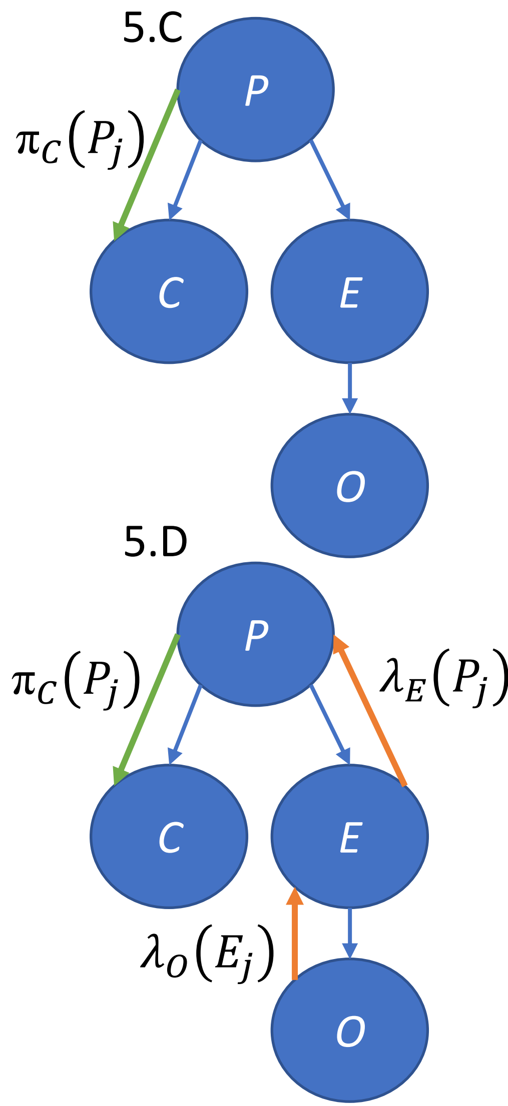
- $P(P = 1) = 2/3$
- $P(P = 0) = 1/3$
- $P(C=0 \mid P=1) = 1/3$
- $P(C=0 \mid P=0) = 2/3$
- $P(C=1 \mid P=1) = 2/3$
- $P(C=1 \mid P=0) = 1/3$
- $P(E=0 \mid P=1) = 1/3$
- $P(E=0 \mid P=0) = 2/3$
- $P(E=1 \mid P=1) = 2/3$
- $P(E=1 \mid P=0) = 1/3$
- $P(O=0 \mid E=1) = 0$
- $P(O=0 \mid E=0) = 2/3$
- $P(O=1 \mid E=1) = 1/3$
- $P(O=1 \mid E=0) = 1/3$
- $P(O=2 \mid E=1) = 2/3$
- $P(O=2 \mid E=0) = 0$

Planteamiento

La propagación consiste en realizar paso de mensajes con la información de los hijos hacia los padres y de los padres hacia los hijos, para realizar el cálculo de probabilidades *a priori* y *a posteriori*.

Para pasar información de padres a hijos se utilizan π-valores y π-mensajes (de arriba a abajo). Para pasar información de hijos a padres se utilizan λ-valores y λ-mensajes (de abajo a arriba).
Para la probabilidad *a priori* se ponen los λ-valores a 1 porque no tienes información (y como resultado los λ-mensajes también adquieren valor 1).
Para la probabilidad *a posteriori* esto cambia ya que con la nueva información los λ-valores adquieren un valor concreto y es necesario propagar la información por la red para recalcular las probabilidades de cada nodo.

En el ejercicio tenemos el apartado 5.C para las probabilidades a priori y el 5.D para las probabilidades a posteriori.



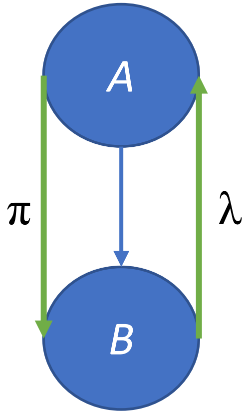
Ejercicio 7

Ecuaciones

Cada paso tendremos que calcular el correspondiente valor (λ si propagamos hacia arriba y π si propagamos hacia abajo) para luego mandárselo al nodo receptor con el mensaje que corresponda.

Inferencia en Redes Bayesianas: $P(X_i|E) = \frac{P(X_i|E)}{P(E)} = \frac{\sum_i P(X_i,Z,E)\ \forall\ Z=\{X_j\}, X_j \not\subset \{E \cup X_j\}}{\sum_i P(Z,E)\ \forall\ Z=\{X_j\}, X_j \not\subset \{E\}}$

1. Cálculo de λ-mensajes: $\lambda_B(a_j) = \sum_{i=1}^{k}(P(b_i \mid a_j) \cdot \lambda(b_i))$
2. Cálculo de π-mensajes: $\pi_B(a_j) = \pi(a_j) \cdot \prod_{c \in hijo(A), c \neq B} (\lambda_c(a_j))$
3. Cálculo de λ-valores: $\lambda(b_i) = \prod_{c \in hijo(B)} \lambda_c\ (b_i)$
   1. Si B está instanciado (B fijado a bi), $\lambda(b_i) = 1$
   2. Si B NO está instanciado, $\lambda(b_i) = 0$
4. Cálculo de π-valores: $\pi(b_j) = \sum_{j=1}^{m}(P(b_i \mid a_j) \cdot \pi_B(a_j))$
5. Cálculo de probabilidad a posteriori: $P^*(b_i) = \alpha \cdot \lambda(b_i) \cdot \pi(b_i)$
6. $\pi(a_j)$=P(a_j) en el nodo raíz
7. Función de normalización: $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow$ P(B_j)=$\pi(B_j)/_{Z}$



Ejercicio 7

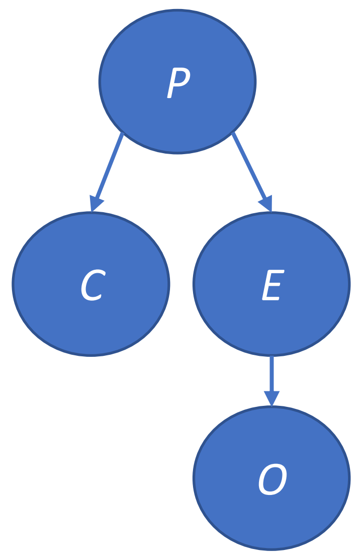
Solución – Red Bayesiana

¿Cómo calcularía la probabilidad de que se vaya a comprar el producto utilizando propagación?

Buscamos la probabilidad *a priori* de que se vaya a comprar un producto, es decir P(C=1).

Sabemos que los π-valores se traducen a probabilidades con las siguientes

1. $\pi(a_j)$=P(a_j) en el nodo raíz
2. $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow$ P(B_j)=$\pi(B_j)/_Z$ en el resto de nodos



Solución – Red Bayesiana

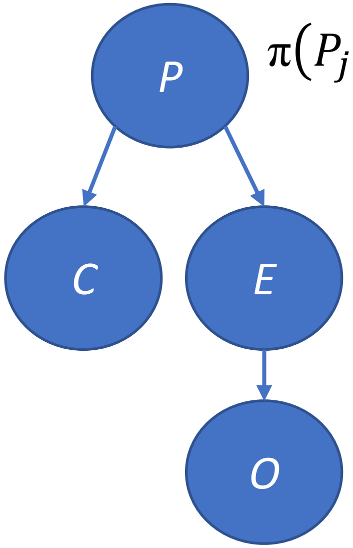
¿Cómo calcularía la probabilidad de que se vaya a comprar el producto utilizando propagación?

Buscamos la probabilidad *a priori* de que se vaya a comprar un producto, es decir P(C=1).

Sabemos que los π-valores se traducen a probabilidades con las siguientes

1. $\pi(a_j)$=P(a_j) en el nodo raíz
2. $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow$ P(B_j)=$^{\pi(B_j)}/_{Z}$ en el resto de nodos

$\pi(P_j)$=P(P_j)



P(C_j)=$^{\pi(C_j)}/_{Z}$ =

P($C = 1$)=$^{\pi(C=1)}/_{Z}$

Solución – Red Bayesiana

¿Cómo calcularía la probabilidad de que se vaya a comprar el producto utilizando propagación?

Buscamos la probabilidad *a priori* de que se vaya a comprar un producto, es decir P(C=1).

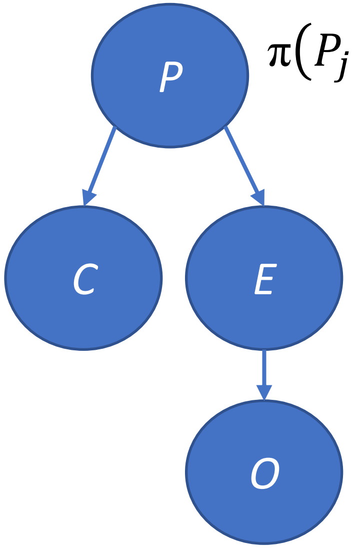
Conocemos las probabilidades de P.

- P(P = 1) = 2/3
- P(P = 0) = 1/3

$\pi(P_j)$=P(P_j)

P(C_j)=$\pi(C_j)/Z$ =

P($C = 1$)=$\pi(C=1)/Z$



Solución – Red Bayesiana

¿Cómo calcularía la probabilidad de que se vaya a comprar el producto utilizando propagación?

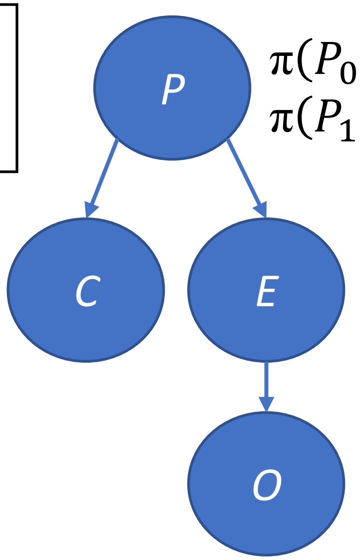
Buscamos la probabilidad *a priori* de que se vaya a comprar un producto, es decir P(C=1).

No conocemos los π-valores de C, aunque si sabemos que se obtienen a partir de los de sus nodos padre:

$$\boxed{\pi(b_j) = \sum_{j=1}^{m} \left(P(b_i \mid a_j) \cdot \pi_B(a_j) \right)}$$

Por lo que es necesario propagar los π-valores hacia abajo, es decir, es necesario calcular los π-mensajes:

$$\boxed{\pi_B(a_j) = \pi(a_j) \cdot \prod_{c \in hijo(A), c \neq B} \left(\lambda_c(a_j) \right)}$$



$\pi(P_0)$=1/3
$\pi(P_1)$=2/3

P$(C = 1)$=$\pi(C=1)/Z$

Solución – Red Bayesiana

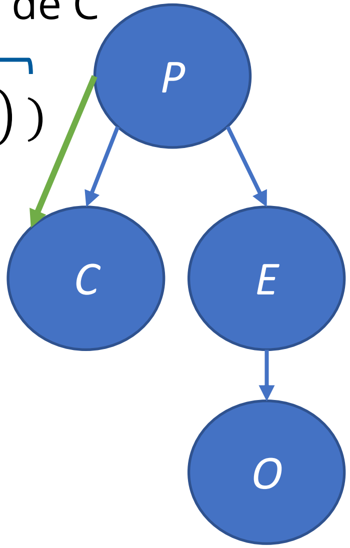
¿Cómo calcularía la probabilidad de que se vaya a comprar el producto utilizando propagación?

Buscamos la probabilidad *a priori* de que se vaya a comprar un producto, es decir P(C=1).

- $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow P(C = 1) = {}^{\pi(C=1)}/_{Z}$
- $\pi(b_j) = \sum_{j=1}^{m} (P(b_i \mid a_j) \cdot \pi_B(a_j))$
- $\pi_B(a_j) = \pi(a_j) \cdot \prod_{c \in hijo(A), c \neq B} (\lambda_c(a_j))$

$\pi(P_0)$=1/3
$\pi(P_1)$=2/3

$$\pi_C(P_j) = \pi(P_j) \cdot \overbrace{\prod_{h \in hijo(P), h \neq C} (\lambda_h(P_j))}^{\text{Producto de los } \lambda\text{-mensajes de los hijos de P a excepción de C}}$$



Solución – Red Bayesiana

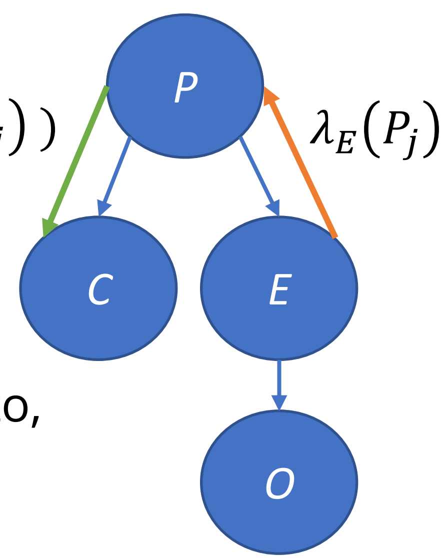
¿Cómo calcularía la probabilidad de que se vaya a comprar el producto utilizando propagación?

Buscamos la probabilidad *a priori* de que se vaya a comprar un producto, es decir P(C=1).

- $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow \mathrm{P}(C = 1) = {}^{\pi(C=1)}/_{Z}$
- $\pi(b_j) = \sum_{j=1}^{m} (\, P(b_i \mid a_j) \cdot \pi_B(a_j)\,)$
- $\pi_B(a_j) = \pi(a_j) \cdot \prod_{c\, \in\, hijo(A), c \neq B} (\, \lambda_c(a_j)\,)$

$\pi(P_0)$=1/3
$\pi(P_1)$=2/3

$$\pi_C(P_j) = \pi(P_j) \cdot \prod_{h\, \in\, hijo(P), h \neq C} (\, \lambda_h(P_j)\,)$$



Como es a priori y no tenemos conocimiento, por defecto, todos los λ-mensajes se instancian con valor 1.

Solución – Red Bayesiana

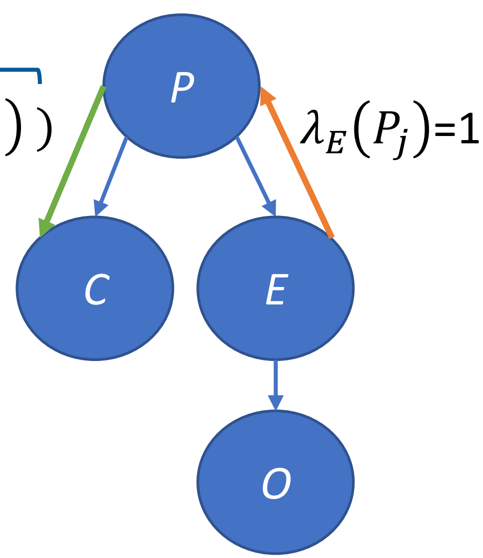
¿Cómo calcularía la probabilidad de que se vaya a comprar el producto utilizando propagación?

Buscamos la probabilidad *a priori* de que se vaya a comprar un producto, es decir P(C=1).

- $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow \mathrm{P}(C = 1) = {}^{\pi(C=1)}/_{Z}$
- $\pi(b_j) = \sum_{j=1}^{m} (\, P(b_i \mid a_j) \cdot \pi_B(a_j) \,)$
- $\pi_B(a_j) = \pi(a_j) \cdot \prod_{c \,\in\, hijo(A), c \neq B} (\, \lambda_c(a_j) \,)$

$\pi(P_0)$=1/3
$\pi(P_1)$=2/3

$$\pi_C(P_j) = \pi(P_j) \cdot \overbrace{\prod_{h \,\in\, hijo(P), h \neq C} (\, \lambda_h(P_j) \,)}^{1}$$



Solución – Red Bayesiana

¿Cómo calcularía la probabilidad de que se vaya a comprar el producto utilizando propagación?

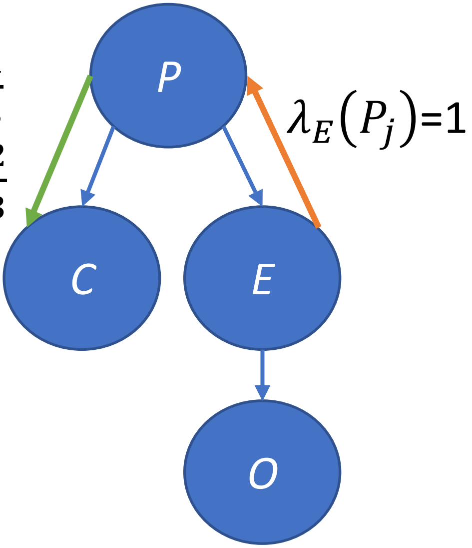
Buscamos la probabilidad *a priori* de que se vaya a comprar un producto, es decir P(C=1).

- $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow P(C = 1) = {}^{\pi(C=1)}/_{Z}$
- $\pi(b_j) = \sum_{j=1}^{m} (P(b_i \mid a_j) \cdot \pi_B(a_j))$
- $\pi_B(a_j) = \pi(a_j) \cdot \prod_{c \in hijo(A), c \neq B} (\lambda_c(a_j))$

$\pi(P_0)$=1/3
$\pi(P_1)$=2/3

$$\pi_C(P_0) = \pi(P_0)\, \lambda_E(P_0) = \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{1}{3}$$

$$\pi_C(P_1) = \pi(P_1)\, \lambda_E(P_1) = \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{2}{3}$$



Solución – Red Bayesiana

¿Cómo calcularía la probabilidad de que se vaya a comprar el producto utilizando propagación?

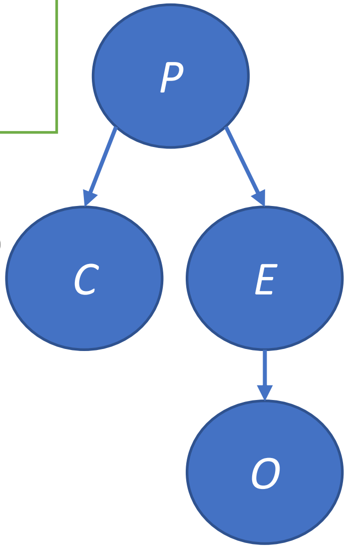
Buscamos la probabilidad *a priori* de que se vaya a comprar un producto, es decir P(C=1).

- $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow$ P(C = 1)=$\pi(C=1)/_Z$
- $\pi(b_j) = \sum_{j=1}^{m}(\, P(b_i \mid a_j) \cdot \pi_B(a_j)\,)$

- P(C=0 | P=1) = 1/3
- P(C=0 | P=0) = 2/3
- P(C=1 | P=1) = 2/3
- P(C=1 | P=0) = 1/3

$$\pi_C(P_0) = \frac{1}{3}$$

$$\pi_C(P_1) = \frac{2}{3}$$



$$\pi(C_0) = P(C_0 \mid P_0) \cdot \pi_C(P_0) + P(C_0 \mid P_1) \cdot \pi_C(P_1)$$

$$\pi(C_1) = P(C_1 \mid P_0) \cdot \pi_C(P_0) + P(C_1 \mid P_1) \cdot \pi_C(P_1)$$

Ejercicio 7

Solución – Red Bayesiana

¿Cómo calcularía la probabilidad de que se vaya a comprar el producto utilizando propagación?

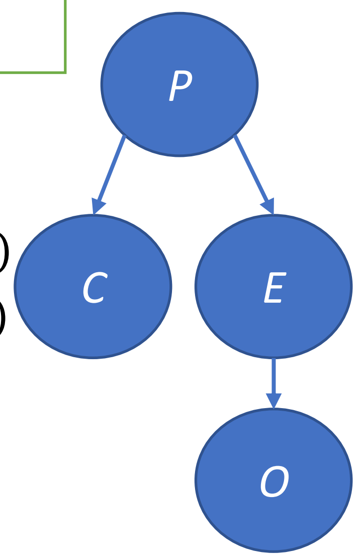
Buscamos la probabilidad *a priori* de que se vaya a comprar un producto, es decir P(C=1).

- $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow$ P(C = 1)=$^{\pi(C=1)}/_{Z}$

- P(C=0 | P=1) = 1/3
- P(C=0 | P=0) = 2/3
- P(C=1 | P=1) = 2/3
- P(C=1 | P=0) = 1/3

$$\pi_C(P_0) = \frac{1}{3}$$

$$\pi_C(P_1) = \frac{2}{3}$$



$$\pi(C_0) = P(C_0 \mid P_0) \cdot \pi_C(P_0) + P(C_0 \mid P_1) \cdot \pi_C(P_1)$$

$$\pi(C_1) = P(C_1 \mid P_0) \cdot \pi_C(P_0) + P(C_1 \mid P_1) \cdot \pi_C(P_1)$$

$$\pi(C_0) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \mathbf{\frac{4}{9}}$$

$$\pi(C_1) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \mathbf{\frac{5}{9}}$$

Solución – Red Bayesiana

¿Cómo calcularía la probabilidad de que se vaya a comprar el producto utilizando propagación?

Buscamos la probabilidad *a priori* de que se vaya a comprar un producto, es decir P(C=1).

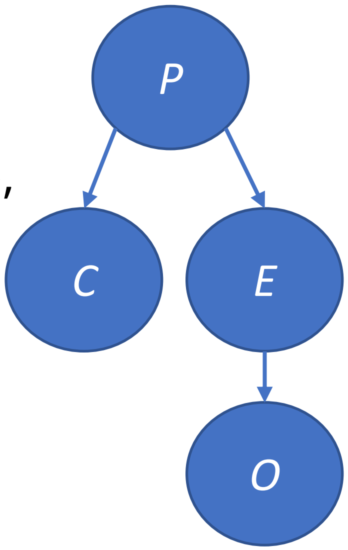
- $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow$ P$(C = 1)$=$^{\pi(C=1)}/_{Z}$

$$\pi(C_0) = \mathbf{\frac{4}{9}}$$
$$\pi(C_1) = \mathbf{\frac{5}{9}}$$

$$Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(C_j)$$

Como es a priori, no tenemos conocimiento, así que la normalización siempre será 1.

$$Z = \pi(C_0) + \pi(C_1) = \frac{4}{9} + \frac{5}{9} = \frac{9}{9} = 1$$



Solución – Red Bayesiana

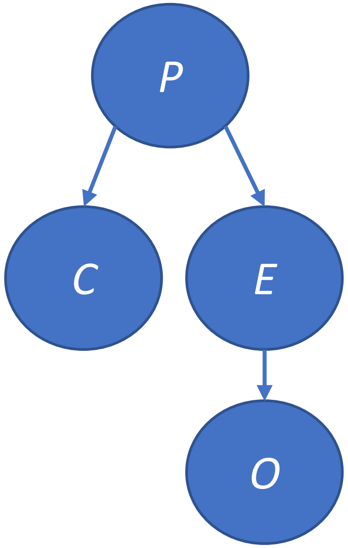
¿Cómo calcularía la probabilidad de que se vaya a comprar el producto utilizando propagación?

Buscamos la probabilidad *a priori* de que se vaya a comprar un producto, es decir P(C=1).

- P($C = 1$)=$\pi(C=1)/_Z$

$$\pi(C_0) = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{9}}$$
$$\pi(C_1) = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{9}}$$

P($C = 1$)=$\pi(C_1)/_Z = {}^5/_9$



Solución – Red Bayesiana

¿Y utilizando la técnica del ejercicio anterior?

$\boxed{P(O, E, C, P) = P(O|E)\,P(E|P)\,P(C|P)\,P(P)}$

$\boxed{\text{Según propagación } P(C=1) = {}^{5}/_{9}}$

$$\sum_O \sum_E \sum_P P(O, E, C, P) = \sum_O \sum_E \sum_P P(O|E)\,P(E|P)\,P(C|P)\,P(P)$$

$$= \sum_P P(C|P)\,P(P) \sum_E P(E|P) \sum_O P(O|E)$$

Solución – Red Bayesiana

¿Y utilizando la técnica del ejercicio anterior?

P(O, E, C, P) = P(O|E) P(E|P) P(C|P) P(P)

Según propagación P(C = 1)= $^5/_9$

$$\sum_O \sum_E \sum_P \mathrm{P(O, E, C, P)} = \sum_O \sum_E \sum_P \mathrm{P(O|E)\, P(E|P)\, P(C|P)\, P(P)}$$

P(E=0|P=0)+ P(E=1|P=0)=1
P(E=0|P=1)+ P(E=1|P=1)=1

$$= \sum_P \mathrm{P(C|P)\, P(P)} \sum_E \mathrm{P(E|P)} \sum_O \mathrm{P(O|E)}$$

P(O=0|E=0)+ P(O=1|E=0)=1
P(O=0|E=1)+ P(O=1|E=1)=1

Por la probabilidad marginal =1

Solución – Red Bayesiana

¿Y utilizando la técnica del ejercicio anterior?

P(O, E, C, P) = P(O|E) P(E|P) P(C|P) P(P)

Según propagación $P(C = 1) = {}^{5}/_{9}$

$$\sum_O \sum_E \sum_P P(O, E, C, P) = \sum_O \sum_E \sum_P P(O|E)\, P(E|P)\, P(C|P)\, P(P)$$

$$= \sum_P P(C|P)\, P(P) \sum_E P(E|P) \sum_O P(O|E)$$

$$= \sum_P P(C|P)\, P(P)$$

$$= P(C=1 \mid P=0) \cdot P(P = 0) + P(C=1 \mid P=1) \cdot P(P = 1)$$

- $P(P = 1) = 2/3$
- $P(P = 0) = 1/3$
- $P(C=0 \mid P=1) = 1/3$
- $P(C=0 \mid P=0) = 2/3$
- $P(C=1 \mid P=1) = 2/3$
- $P(C=1 \mid P=0) = 1/3$

Solución – Red Bayesiana

¿Y utilizando la técnica del ejercicio anterior?

P(O, E, C, P) = P(O|E) P(E|P) P(C|P) P(P)

Según propagación P($C = 1$)= $^5/_9$

$$\sum_O \sum_E \sum_P P(O, E, C, P) = \sum_O \sum_E \sum_P P(O|E)\, P(E|P)\, P(C|P)\, P(P)$$

$$= \sum_P P(C|P)\, P(P) \sum_E P(E|P) \sum_O P(O|E)$$

$$= \sum_P P(C|P)\, P(P)$$

- P(P = 1) = 2/3
- P(P = 0) = 1/3
- P(C=0 | P=1) = 1/3
- P(C=0 | P=0) = 2/3
- P(C=1 | P=1) = 2/3
- P(C=1 | P=0) = 1/3

$$= P(C=1 \mid P=0) \cdot P(P=0) + P(C=1 \mid P=1) \cdot P(P=1)$$

$$= 1/3 \cdot 1/3 + 2/3 \cdot 2/3 = 5/9$$

En realidad todo este proceso está extraído de la propagación de probabilidades

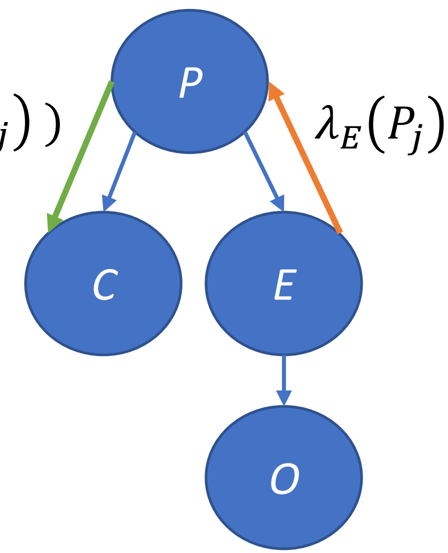
¿Cómo modificaría el ejercicio anterior sabiendo que las opiniones son buenas y neutras?

Como tenemos información de la red, el proceso deja de ser *a priori* y pasa a ser *a posteriori*. El que las opiniones sean positivas o neutras implica que lo que buscamos es: $P(C = 1|O\{1,2\})$

El proceso va a ser el mismo salvo por el hecho de que ya no podemos asumir los λ-mensajes como 1. Partiendo desde ese punto tendríamos lo siguiente:

$\pi(P_0)$=1/3
$\pi(P_1)$=2/3

$$\pi_C(P_j) = \pi(P_j) \cdot \prod_{h \in hijo(P), h \neq C} (\lambda_h(P_j))$$



- $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow$ P(C = 1)=$\pi(C=1)/_Z$
- $\pi(b_j) = \sum_{j=1}^{m} (P(b_i \mid a_j) \cdot \pi_B(a_j))$
- $\pi_B(a_j) = \pi(a_j) \cdot \prod_{c \in hijo(A), c \neq B} (\lambda_c(a_j))$

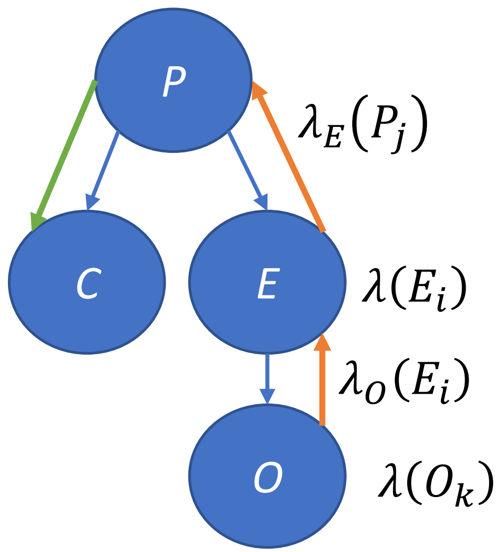
Solución – Red Bayesiana

¿Cómo modificaría el ejercicio anterior sabiendo que las opiniones son buenas y neutras? ¿$P(C = 1|O\{1,2\})$?

- $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow \mathrm{P}(C = 1) = {}^{\pi(C=1)}/_{Z}$
- $\pi(b_j) = \sum_{j=1}^{m} (P(b_i \mid a_j) \cdot \pi_B(a_j))$
- $\pi_B(a_j) = \pi(a_j) \cdot \prod_{c \in hijo(A), c \neq B} (\lambda_c(a_j))$

$\pi(P_0)$=1/3
$\pi(P_1)$=2/3

$$\pi_C(P_j) = \pi(P_j) \cdot \lambda_E(P_j)$$



$$\lambda_B(a_j) = \sum_{i=1}^{k} (P(b_i \mid a_j) \cdot \lambda(b_i))$$

$$\lambda(b_i) = \prod_{h \in hijo(B)} \lambda_h(b_i)$$

1. Si B está instanciado (B fijado a bi), $\lambda(b_i) = 1$
2. Si B NO está instanciado, $\lambda(b_i) = 0$

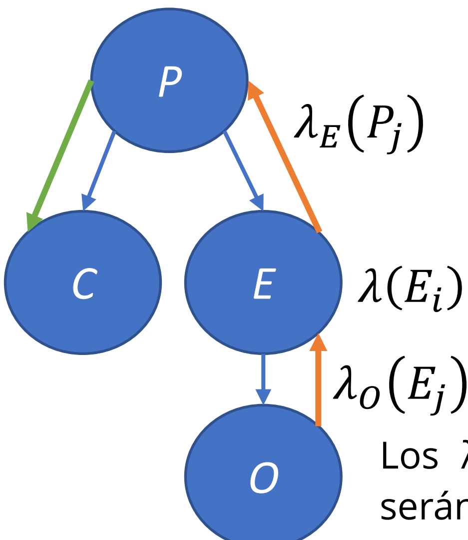
Solución – Red Bayesiana

¿Cómo modificaría el ejercicio anterior sabiendo que las opiniones son buenas y neutras? ¿$P(C=1|O\{1,2\})$?

- $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow P(C=1) = \pi(C=1)/Z$
- $\pi(b_j) = \sum_{j=1}^{m} (P(b_i \mid a_j) \cdot \pi_B(a_j))$
- $\pi_B(a_j) = \pi(a_j) \cdot \prod_{c \in hijo(A), c \neq B} (\lambda_c(a_j))$

$\pi(P_0)=1/3$
$\pi(P_1)=2/3$

$\pi_C(P_j) = \pi(P_j) \cdot \lambda_E(P_j)$



$$\lambda_B(a_j) = \sum_{i=1}^{k} (P(b_i \mid a_j) \cdot \lambda(b_i))$$

$$\lambda(b_i) = \prod_{h \in hijo(B)} \lambda_h(b_i)$$

1. Si B está instanciado (B fijado a bi), $\lambda(b_i) = 1$
2. Si B NO está instanciado, $\lambda(b_i) = 0$

Los λ-valores de O, ahora que está instanciado serán:
$\lambda(O_0)$=0, $\lambda(O_1)$=1, $\lambda(O_2)$=1

Ejercicio 7

Solución – Red Bayesiana

¿Cómo modificaría el ejercicio anterior sabiendo que las opiniones son buenas y neutras? ¿$P(C = 1|O\{1,2\})$?

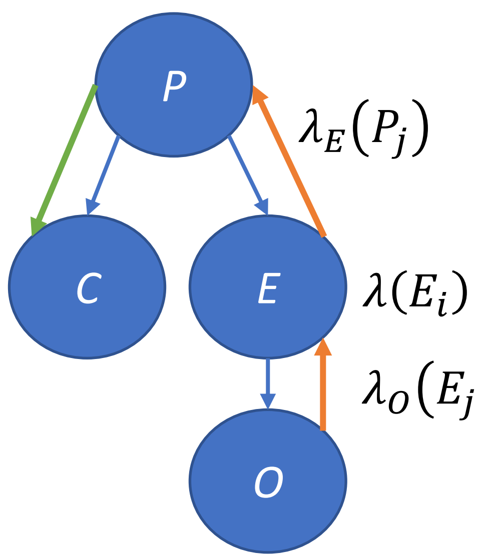
- $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow \mathrm{P}(C = 1) = {}^{\pi(C=1)}/_{Z}$
- $\pi(b_j) = \sum_{j=1}^{m} (P(b_i \mid a_j) \cdot \pi_B(a_j))$
- $\pi_B(a_j) = \pi(a_j) \cdot \prod_{c \,\in\, hijo(A), c \neq B} (\lambda_c(a_j))$

$\pi(P_0)$=1/3
$\pi(P_1)$=2/3
$\lambda(O_0)$=0, $\lambda(O_1)$=1, $\lambda(O_2)$=1

$$\lambda_B(a_j) = \sum_{i=1}^{k} (P(b_i \mid a_j) \cdot \lambda(b_i))$$

$$\lambda(b_i) = \prod_{h \,\in\, hijo(B)} \lambda_h(b_i)$$

$$\pi_C(P_j) = \pi(P_j) \cdot \lambda_E(P_j)$$



$$\lambda_O(E_j) = \sum_{i=1}^{k} (P(O_i \mid E_j) \cdot \lambda(O_i))$$

- P(O=0 | E=1) = 0
- P(O=0 | E=0) = 2/3
- P(O=1 | E=1) = 1/3
- P(O=1 | E=0) = 1/3
- P(O=2 | E=1) = 2/3
- P(O=2 | E=0) = 0

Solución – Red Bayesiana

¿Cómo modificaría el ejercicio anterior sabiendo que las opiniones son buenas y neutras? ¿$P(C = 1|O\{1,2\})$?

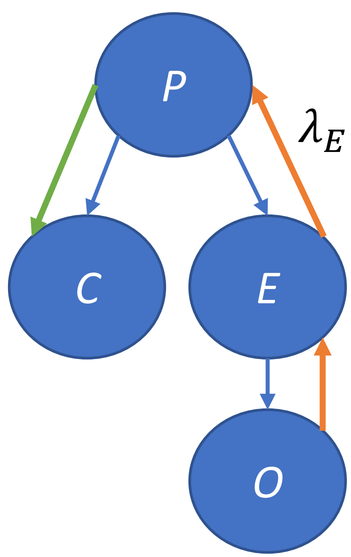
- $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow \mathrm{P}(C = 1) = {}^{\pi(C=1)}/_{Z}$
- $\pi(b_j) = \sum_{j=1}^{m} (\, P(b_i \mid a_j) \cdot \pi_B(a_j)\,)$
- $\pi_B(a_j) = \pi(a_j) \cdot \prod_{c \,\in\, hijo(A), c \neq B} (\, \lambda_c(a_j)\,)$

$\pi(P_0)$=1/3
$\pi(P_1)$=2/3
$\lambda(O_0)$=0, $\lambda(O_1)$=1, $\lambda(O_2)$=1

$$\lambda_B(a_j) = \sum_{i=1}^{k} (\, P(b_i \mid a_j) \cdot \lambda(b_i)\,)$$

$$\lambda(b_i) = \prod_{h \,\in\, hijo(B)} \lambda_h\,(b_i)$$

$$\pi_C(P_j) = \pi(P_j) \cdot \lambda_E(P_j)$$



$\lambda_E(P_j)$

$\lambda(E_i)$

- P(O=0 | E=1) = 0
- P(O=0 | E=0) = 2/3
- P(O=1 | E=1) = 1/3
- P(O=1 | E=0) = 1/3
- P(O=2 | E=1) = 2/3
- P(O=2 | E=0) = 0

$$\lambda_O(E_j) = \sum_{i=1}^{k} (\, P(O_i \mid E_j) \cdot \lambda(O_i)\,)$$

$\lambda_O(E_0) = P(O_0 \mid E_0) \cdot \lambda(O_0) + P(O_1 \mid E_0) \cdot \lambda(O_1) + P(O_2 \mid E_0) \cdot \lambda(O_2) = {}^{1}/_{3}$

$\lambda_O(\, E_1) = P(O_0 \mid E_1) \cdot \lambda(O_0) + P(O_1 \mid E_1) \cdot \lambda(O_1) + P(O_2 \mid E_1) \cdot \lambda(O_2) = 1$

Solución – Red Bayesiana

¿Cómo modificaría el ejercicio anterior sabiendo que las opiniones son buenas y neutras? ¿$P(C = 1|O\{1,2\})$?

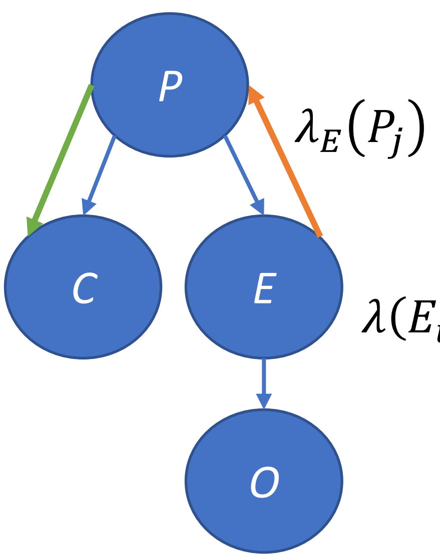
- $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow$ P(C = 1)=$^{\pi(C=1)}/_{Z}$
- $\pi(b_j) = \sum_{j=1}^{m} (P(b_i \mid a_j) \cdot \pi_B(a_j))$
- $\pi_B(a_j) = \pi(a_j) \cdot \prod_{c \in hijo(A), c \neq B} (\lambda_c(a_j))$

$\pi(P_0)$=1/3
$\pi(P_1)$=2/3
$\lambda_O(E_0) = {}^{1}/_{3}$
$\lambda_O(E_1) = 1$

$$\lambda_B(a_j) = \sum_{i=1}^{k} (P(b_i \mid a_j) \cdot \lambda(b_i))$$

$$\lambda(b_i) = \prod_{h \in hijo(B)} \lambda_h(b_i)$$

$$\pi_C(P_j) = \pi(P_j) \cdot \lambda_E(P_j)$$



$$\lambda(E_i) = \prod_{h \in hijo(B)} \lambda_h(b_i) = \lambda_O(E_i)$$

$$\lambda(E_0) = {}^{1}/_{3}$$
$$\lambda(E_1) = 1$$

Solución – Red Bayesiana

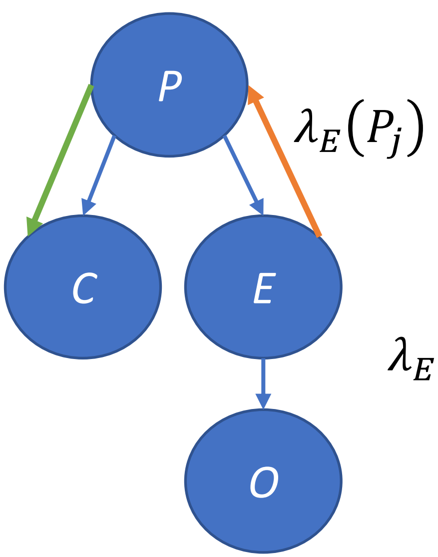
¿Cómo modificaría el ejercicio anterior sabiendo que las opiniones son buenas y neutras? ¿$P(C = 1 | O\{1,2\})$?

- $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow P(C = 1) = {}^{\pi(C=1)}/_{Z}$
- $\pi(b_j) = \sum_{j=1}^{m} (P(b_i \mid a_j) \cdot \pi_B(a_j))$
- $\pi_B(a_j) = \pi(a_j) \cdot \prod_{c \in hijo(A), c \neq B} (\lambda_c(a_j))$

$\pi(P_0)$=1/3
$\pi(P_1)$=2/3
$\lambda_O(E_0) = {}^{1}/_{3}$
$\lambda_O(E_1) = 1$

$$\lambda_B(a_j) = \sum_{i=1}^{k} (P(b_i \mid a_j) \cdot \lambda(b_i))$$

$$\pi_C(P_j) = \pi(P_j) \cdot \lambda_E(P_j)$$



- P(E=0 | P=1) = 1/3
- P(E=0 | P=0) = 2/3
- P(E=1 | P=1) = 2/3
- P(E=1 | P=0) = 1/3

$$\lambda_E(P_j) = \sum_{i=1}^{k} (P(E_i \mid P_j) \cdot \lambda(E_i))$$

Solución – Red Bayesiana

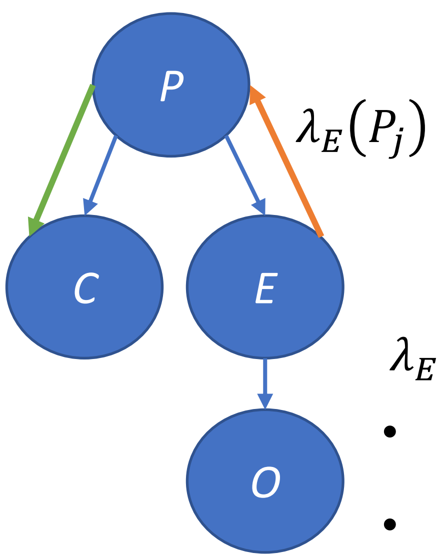
¿Cómo modificaría el ejercicio anterior sabiendo que las opiniones son buenas y neutras? ¿$P(C=1|O\{1,2\})$?

- $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow P(C=1) = {}^{\pi(C=1)}/_{Z}$
- $\pi(b_j) = \sum_{j=1}^{m} (\, P(b_i \mid a_j) \cdot \pi_B(a_j) \,)$
- $\pi_B(a_j) = \pi(a_j) \cdot \prod_{c \in hijo(A), c \neq B} (\, \lambda_c(a_j) \,)$

$\pi(P_0)=1/3$
$\pi(P_1)=2/3$
$\lambda_O(E_0) = {}^{1}/_{3}$
$\lambda_O(E_1) = 1$

$$\lambda_B(a_j) = \sum_{i=1}^{k} (\, P(b_i \mid a_j) \cdot \lambda(b_i) \,)$$

$$\pi_C(P_j) = \pi(P_j) \cdot \lambda_E(P_j)$$



- P(E=0 | P=1) = 1/3
- P(E=0 | P=0) = 2/3
- P(E=1 | P=1) = 2/3
- P(E=1 | P=0) = 1/3

$$\lambda_E(P_j) = \sum_{i=1}^{k} (\, P(E_i \mid P_j) \cdot \lambda(E_i) \,)$$

- $\lambda_E(P_0) = P(E_0 \mid P_0) \cdot \lambda(E_0) + P(E_1 \mid P_0) \cdot \lambda(E_1) = \frac{5}{9}$
- $\lambda_E(P_1) = P(E_0 \mid P_1) \cdot \lambda(E_0) + P(E_1 \mid P_1) \cdot \lambda(E_1) = \frac{7}{9}$

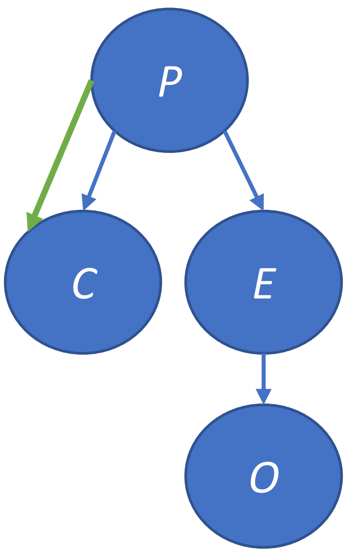
Solución – Red Bayesiana

¿Cómo modificaría el ejercicio anterior sabiendo que las opiniones son buenas y neutras? **¿**$P(C = 1|O\{1,2\})$**?**

- $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow \mathrm{P}(C = 1) = {}^{\pi(C=1)}/_{Z}$
- $\pi(b_j) = \sum_{j=1}^{m} (P(b_i \mid a_j) \cdot \pi_B(a_j))$
- $\pi_B(a_j) = \pi(a_j) \cdot \prod_{c \in hijo(A), c \neq B} (\lambda_c(a_j))$

$\pi(P_0)$=1/3
$\pi(P_1)$=2/3
$\lambda_E(P_0) = {}^{5}/_{9}$
$\lambda_E(P_1) = {}^{7}/_{9}$

$$\pi_C(P_j) = \pi(P_j) \cdot \lambda_E(P_j)$$



Una vez hemos trasladado la información al nodo raíz, aplicamos el mismo procedimiento que en el apartado 5.C (el de *a priori*).

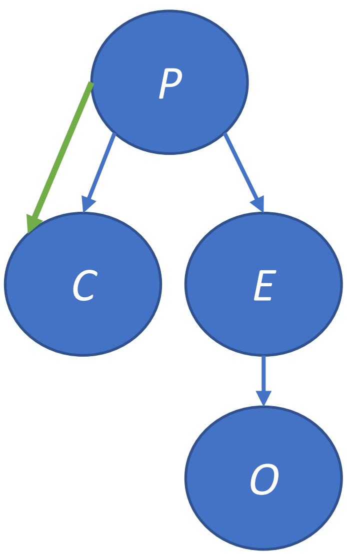
Solución – Red Bayesiana

¿Cómo modificaría el ejercicio anterior sabiendo que las opiniones son buenas y neutras? ¿$P(C=1|O\{1,2\})$?

- $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow P(C=1) = {}^{\pi(C=1)}/_{Z}$
- $\pi(b_j) = \sum_{j=1}^{m} (\, P(b_i \mid a_j) \cdot \pi_B(a_j)\,)$
- $\pi_B(a_j) = \pi(a_j) \cdot \prod_{c \in hijo(A), c \neq B} (\, \lambda_c(a_j)\,)$

$\pi(P_0)$=1/3
$\pi(P_1)$=2/3
$\lambda_E(P_0) = {}^{5}/_{9}$
$\lambda_E(P_1) = {}^{7}/_{9}$

$\pi_C(P_j) = \pi(P_j) \cdot \lambda_E(P_j)$



- $\pi_C(P_0) = \pi(P_0)\, \lambda_E(P_0) = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{9} = \frac{5}{27}$
- $\pi_C(P_1) = \pi(P_1)\, \lambda_E(P_1) = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{9} = \frac{14}{27}$

Solución – Red Bayesiana

¿Cómo modificaría el ejercicio anterior sabiendo que las opiniones son buenas y neutras? ¿$P(C=1|O\{1,2\})$?

- $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow \mathrm{P}(C=1) = {}^{\pi(C=1)}/_{Z}$
- $\pi(b_j) = \sum_{j=1}^{m} (P(b_i \mid a_j) \cdot \pi_B(a_j))$

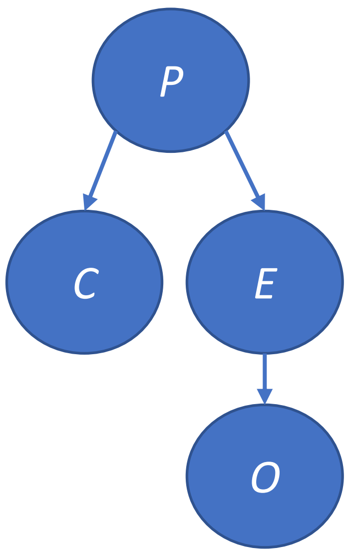
$$\pi_C(P_0) = \frac{5}{27}$$

$$\pi_C(P_1) = \frac{14}{27}$$

- P(C=0 | P=1) = 1/3
- P(C=0 | P=0) = 2/3
- P(C=1 | P=1) = 2/3
- P(C=1 | P=0) = 1/3

$$\pi(C_0) = P(C_0 \mid P_0) \cdot \pi_C(P_0) + P(C_0 \mid P_1) \cdot \pi_C(P_1)$$

$$\pi(C_1) = P(C_1 \mid P_0) \cdot \pi_C(P_0) + P(C_1 \mid P_1) \cdot \pi_C(P_1)$$



Solución – Red Bayesiana

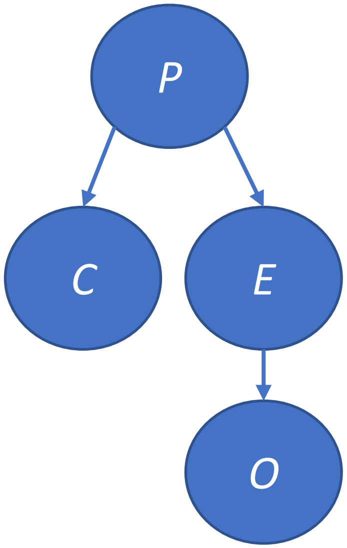
¿Cómo modificaría el ejercicio anterior sabiendo que las opiniones son buenas y neutras? ¿$P(C=1|O\{1,2\})$?

- $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow$ P(C = 1)=$^{\pi(C=1)}/_{Z}$
- $\pi(b_j) = \sum_{j=1}^{m} (P(b_i \mid a_j) \cdot \pi_B(a_j))$

$$\pi_C(P_0) = \frac{5}{27}$$
$$\pi_C(P_1) = \frac{14}{27}$$

$$\pi(C_0) = P(C_0 \mid P_0) \cdot \pi_C(P_0) + P(C_0 \mid P_1) \cdot \pi_C(P_1)$$
$$\pi(C_1) = P(C_1 \mid P_0) \cdot \pi_C(P_0) + P(C_1 \mid P_1) \cdot \pi_C(P_1)$$

- P(C=0 | P=1) = 1/3
- P(C=0 | P=0) = 2/3
- P(C=1 | P=1) = 2/3
- P(C=1 | P=0) = 1/3



$$\pi(C_0) = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{27} + \frac{1}{3} \cdot \frac{14}{27} = \mathbf{\frac{24}{81}}$$

$$\pi(C_1) = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{27} + \frac{2}{3} \cdot \frac{14}{27} = \mathbf{\frac{33}{81}}$$

Solución – Red Bayesiana

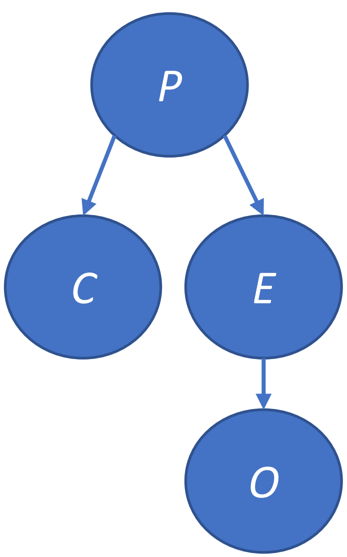
¿Cómo modificaría el ejercicio anterior sabiendo que las opiniones son buenas y neutras? ¿$P(C = 1|O\{1,2\})$?

- $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow$ P(C = 1)=$^{\pi(C=1)}/_{Z}$

$$\pi(C_0) = \mathbf{\frac{24}{81}}$$

$$\pi(C_1) = \mathbf{\frac{33}{81}}$$

$$P(C = 1|O\{1,2\}) = {}^{\pi(C_1)}/_{Z}$$



$$Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(C_j)$$

Solución – Red Bayesiana

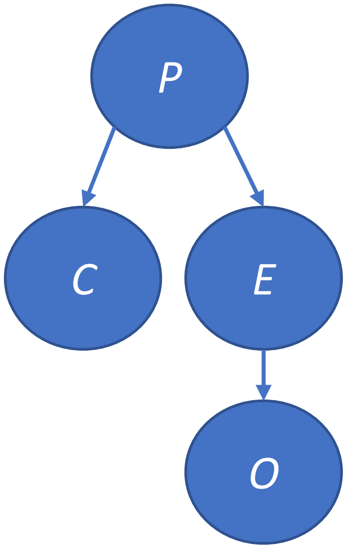
¿Cómo modificaría el ejercicio anterior sabiendo que las opiniones son buenas y neutras? ¿$P(C = 1|O\{1,2\})$?

- $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow \mathrm{P}(C = 1) = {}^{\pi(C=1)}/_{Z}$

$$\pi(C_0) = \mathbf{\frac{24}{81}}$$

$$\pi(C_1) = \mathbf{\frac{33}{81}}$$

$$P(C = 1|O\{1,2\}) = {}^{\pi(C_1)}/_{Z}$$



$$Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(C_j) = \frac{24}{81} + \frac{33}{81} = \frac{57}{81}$$

La suma de π−valores ha dejado de ser 1, ya que el cambio en las posibles instancias de O afectará a las probabilidades del resto de la red. Hay que normalizar las probabilidades de C, para que vuelvan a sumar 1.

Ejercicio 7

Solución – Red Bayesiana

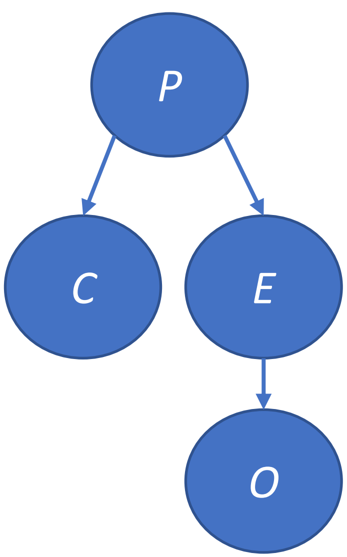
¿Cómo modificaría el ejercicio anterior sabiendo que las opiniones son buenas y neutras? ¿$P(C=1|O\{1,2\})$?

- $Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(B_j) \rightarrow$ P$(C=1)$=$^{\pi(C=1)}/_{Z}$

$$\pi(C_0) = \mathbf{\frac{24}{81}}$$

$$\pi(C_1) = \mathbf{\frac{33}{81}}$$

$$P(C=1|O\{1,2\}) = {}^{\pi(C_1)}/_{Z}$$



$$Z = \sum_{j=1}^{m} \pi(C_j) = \frac{24}{81} + \frac{33}{81} = \frac{57}{81}$$

$$P(C=1|O\{1,2\}) = \frac{\mathrm{P}(C_1)|\mathrm{O}\{1,2\}}{\mathrm{Z}} = \mathbf{\frac{33}{81} \cdot \frac{81}{57}} = \mathbf{\frac{33}{57}}$$

Ejercicios sin solución

A partir de este punto se presentan ejercicios sin solución que pueden ser resueltos por el alumno para apoyar el estudio de la asignatura. Cualquier duda de los mismos o de ejercicios previos puede ser consultada con el profesor de prácticas en el mail: davsanch@inf.uc3m.es o en la clase de preparación del examen parcial 2.

Ejercicio 8

Enunciado

Imagina que trabajas en una institución financiera que necesita construir un sistema de detección de fraude.

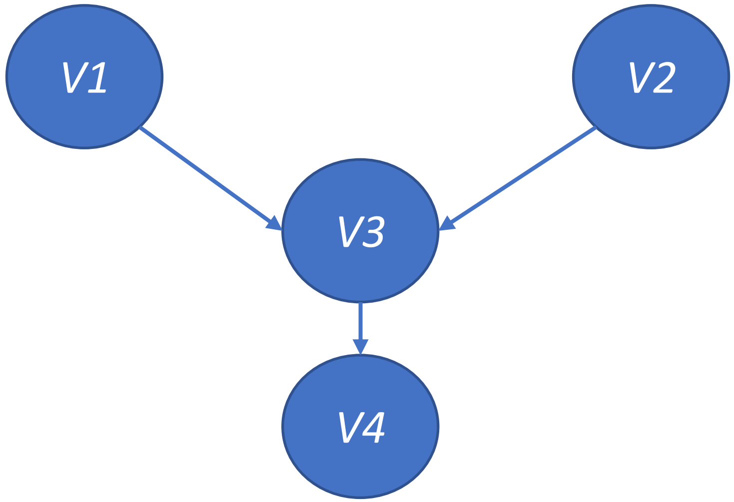
- Cuando el titular de la tarjeta está de viaje al extranjero, son más probables las transacciones fraudulentas, ya que los turistas son un objetivo importante de los timadores. Concretamente, el 1 % de las transacciones que se realizan cuando el titular de la tarjeta está de viaje en el extranjero son fraudulentas, mientras que sólo el 0,2 % de la transacciones que se producen cuando no esta viajando al extranjero son fraudulentas.
- En promedio, un 5 % de las transacciones suceden mientras el titular de la tarjeta esta viajando al extranjero. Si una transacción es fraudulenta, entonces se incrementa la probabilidad de que la operación se deba a compras realizadas en el extranjero, a menos que el titular de la tarjeta este viajando al extranjero. Concretamente, cuando el titular no esta viajando al extranjero, el 10 % de las transacciones fraudulentas son compras realizadas en el extranjero, mientras que solo un 1 % de las transacciones legítimas son compras realizadas en el extranjero.
- Por otro, cuando el titular esta viajando al extranjero, el 90 % de las transacciones son compras realizadas en el extranjero, independientemente de la legitimidad de las mismas.

Preguntas:

A. Dibuje la red bayesiana e indique la probabilidad conjunta.
B. Realice la tabla de probabilidades condicional.
C. ¿Cómo calcularía la probabilidad de que una transacción sea fraude?
D. ¿Cómo modificaría el ejercicio anterior sabiendo que hay una compra en el extranjero?

Enunciado

Considerando la red bayesiana mostrada en la figura, con cuatro variables binarias y booleanas.



Preguntas:

A. Escriba como se puede escribir de forma simplificada la distribución de probabilidad conjunta para estas variables, a partir la estructura de ese grafo
B. Describa cuál es la probabilidad de que V4 tenga un valor verdadero.
C. Asuma que V_2 = true. ¿Cual es la distribución de probabilidad *a posteriori* de V_2? ¿Cual es la distribución de probabilidad *a posteriori* de V_4?
D. Asuma que solo observamos que V_4 = *true* (es decir, V_2 es de nuevo desconocido). Calcule la distribución de probabilidad *a posteriori* de V_2.
E. Calcule la probabilidad conjunta del evento:

V_1 = *true*, V_2 = *false*, V_3 = *true*, V_4 = *true*.