

uc3m

Universidad
Carlos III
de Madrid

Ejercicios Lógica Borrosa

Fuzzify, Defuzzify

Inteligencia Artificial Colmenarejo

Curso 2022-2023

- Aunque en controladores todas las reglas suelen tener antecedentes unidos con conjunción (AND), en otros sistemas no es así y hay que prestar atención para localizar y aplicar correctamente el resto de las conectivas (OR y NOT).
- Los ejercicios que piden solo inferencia nos dan una serie de gráficas para la borrosificación y la generación de los conjuntos de salida. Se suele pedir que se indique la solución de forma gráfica, pero hay tener cuidado para que se pueda observar el proceso numérico que hay detrás.
- Los ejercicios de representación pueden incluir definir alguno o todos los conjuntos borrosos que serían necesarios para las reglas. A veces también se piden las reglas.
- En estos ejercicios hay que demostrar que se conocen los distintos pasos del razonamiento borroso. Para ello tenéis que especificar conjuntos en los que estos pasos aparezcan y sean diferentes de los que se usan en lógica clásica: por ejemplo, que la función de pertenencia no debe tener siempre valores de 0 o 1, que se apliquen varias reglas al valor de entrada cuya salida deba unirse, etc.

Para calcular la salida de una variable en un problema de lógica borrosa, a partir de unos valores de entrada concretos, el proceso es el siguiente:

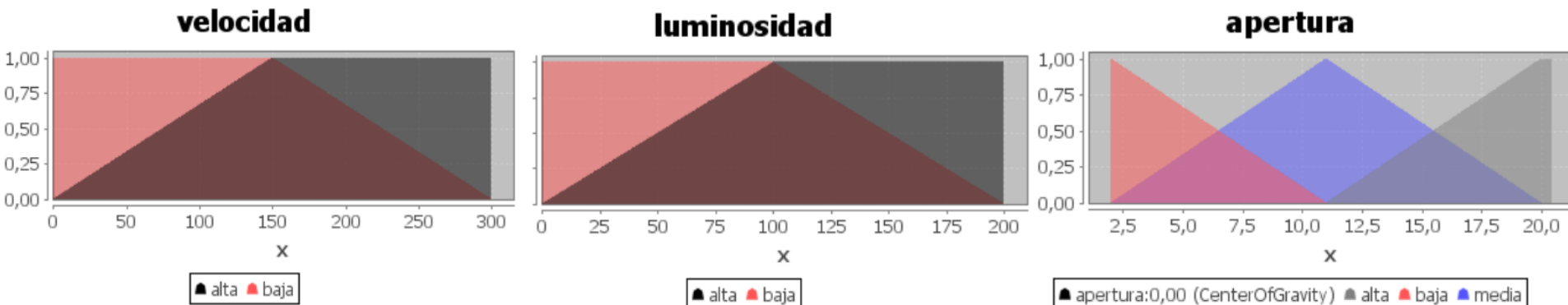
1. Fuzzify (borrosificar) los valores concretos mediante sus conjuntos borrosos.
 - Los conjuntos borrosos de una variable, se definen mediante cualquier tipo de función que se ajuste al problema, no solo funciones rectas o triángulos.
2. Realizar la inferencia (con el método indicado) con los valores borrosificados del apartado anterior, obteniendo el valor borroso de la variable a obtener.
 - Este proceso utiliza un tipo de inferencia concreta. En estos ejercicios solo vamos a utilizar inferencia máx-mín.
3. Aplicar el método correspondiente para realizar la defuzzicación.
 - Este proceso utiliza un método de defuzzicación que se ajuste al problema. En estos ejercicios solo vamos a utilizar el método de centro de masas.

Una cámara de fotos cuenta con un controlador borroso para regular la apertura del diafragma, a partir de la luminosidad que capta el sensor y de la velocidad estimada del motivo a fotografiar.

Las variables tienen las siguientes medidas:

- La luminosidad se mide en una escala de 0 a 200 lumens.
- La velocidad del motivo se estima en unidades de flujo óptico que van de 0 y 300.
- La apertura se regula en unidades 'f' y varía entre 2 y 20.

Estas variables se borrosifican utilizando los siguientes conjuntos:



Las reglas del sistema de inferencia borroso son las siguientes:

- Si luminosidad = baja y velocidad del motivo = baja → apertura es media.
- Si luminosidad = baja y velocidad del motivo = alta → apertura es baja.
- Si luminosidad = alta y velocidad del motivo = baja → apertura es alta.
- Si luminosidad = alta y velocidad del motivo = alta → apertura es media.

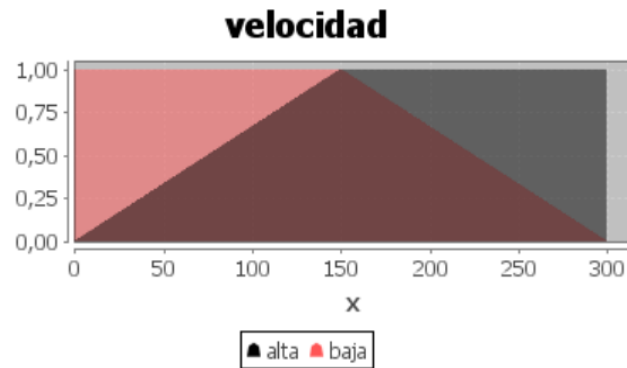
Preguntas:

- Calcule la apertura del diafragma para un valor de luminosidad de 100 lumens y una velocidad de 300 unidades de flujo óptico, utilizando inferencia máx-mín y defuzzicación mediante el método del centroide.

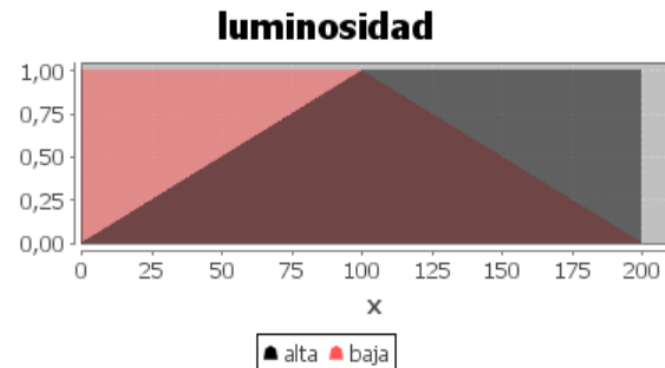
Ejercicio 1

Solución - Fuzzificar

Velocidad de 300 unidades de flujo óptico



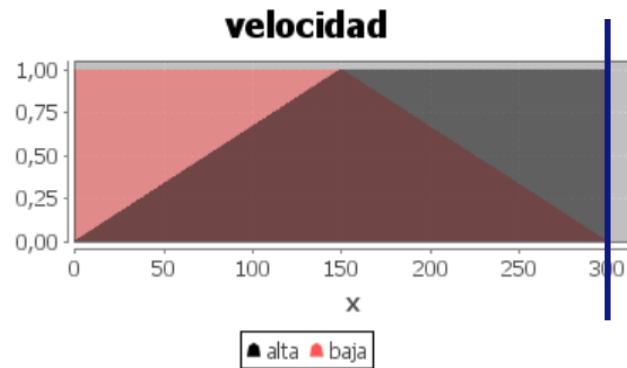
Valor de luminosidad de 100 lumens



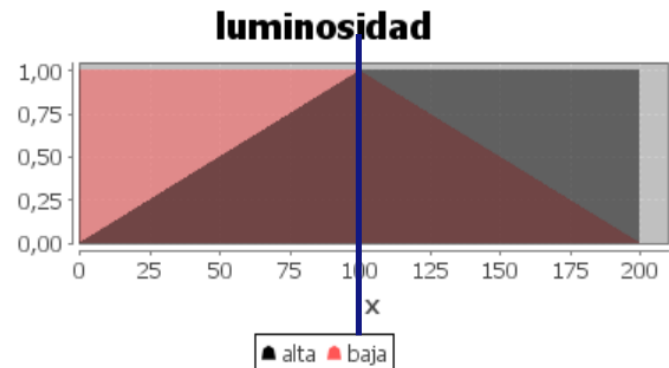
Ejercicio 1

Solución - Fuzzificar

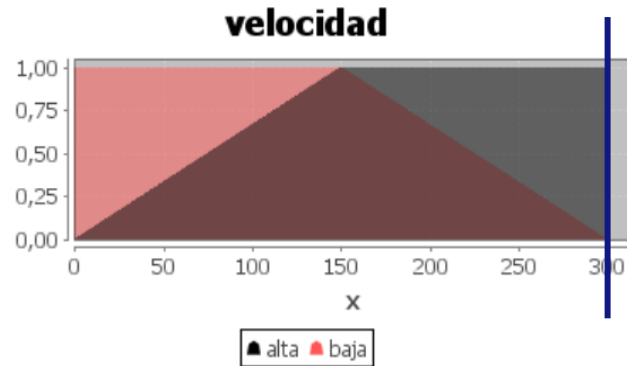
Velocidad de 300 unidades de flujo óptico



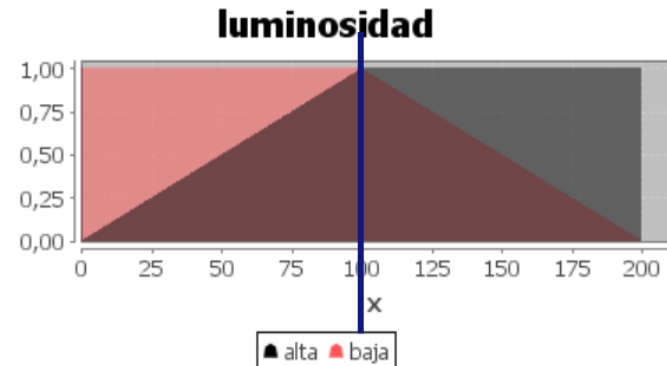
Valor de luminosidad de 100 lumens



Velocidad de 300 unidades de flujo óptico



Valor de luminosidad de 100 lumens



Para cada conjunto borroso, los valores borrosos obtenidos son:

$$S(V_{baja}) = 0$$

$$S(V_{alta}) = 1$$

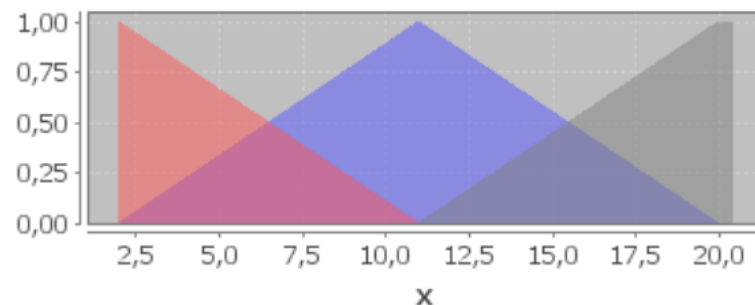
$$S(L_{baja}) = 1$$

$$S(L_{alta}) = 1$$

Solución – Inferencia min-max

Valores borrosos del problema:

$$\begin{array}{ll} S(V_{baja}) = 0 & S(L_{baja}) = 1 \\ S(V_{alta}) = 1 & S(L_{alta}) = 1 \end{array}$$



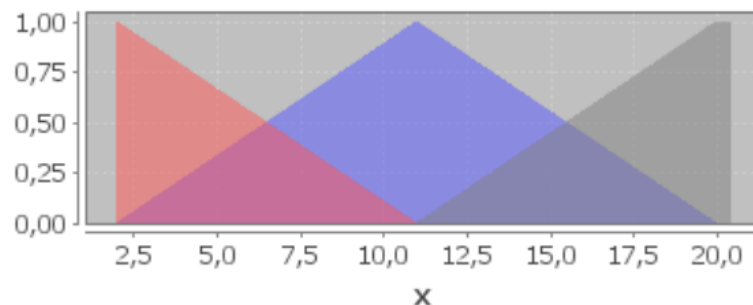
Aplicamos el mínimo sobre todas las reglas:

- Si luminosidad = baja y velocidad del motivo = baja → apertura es media.
- Si luminosidad = baja y velocidad del motivo = alta → apertura es baja.
- Si luminosidad = alta y velocidad del motivo = baja → apertura es alta.
- Si luminosidad = alta y velocidad del motivo = alta → apertura es media.

Solución – Inferencia min-max

Valores borrosos del problema:

$$\begin{array}{ll} S(V_{baja}) = 0 & S(L_{baja}) = 1 \\ S(V_{alta}) = 1 & S(L_{alta}) = 1 \end{array}$$



Aplicamos el mínimo sobre todas las reglas:

- Si luminosidad = baja y velocidad del motivo = baja → apertura es media.

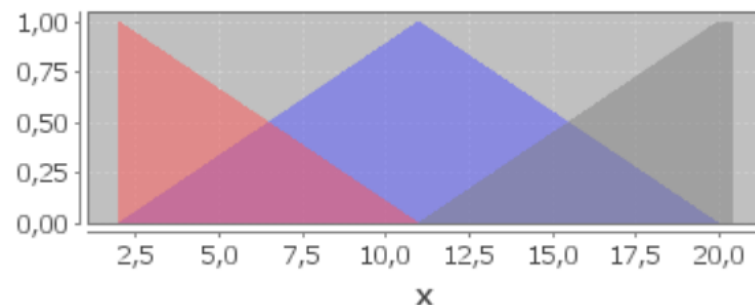
$$S(A_{Media}) = \min[S(L_{Baja}), S(V_{baja})] = 0$$

- Si luminosidad = baja y velocidad del motivo = alta → apertura es baja.
- Si luminosidad = alta y velocidad del motivo = baja → apertura es alta.
- Si luminosidad = alta y velocidad del motivo = alta → apertura es media.

Solución – Inferencia min-max

Valores borrosos del problema:

$$\begin{array}{ll} S(V_{baja}) = 0 & S(L_{baja}) = 1 \\ S(V_{alta}) = 1 & S(L_{alta}) = 1 \end{array}$$



Aplicamos el mínimo sobre todas las reglas:

- Si luminosidad = baja y velocidad del motivo = baja → apertura es media.

$$S(A_{Media}) = \min[S(L_{Baja}), S(V_{baja})] = 0$$

- Si luminosidad = baja y velocidad del motivo = alta → apertura es baja.

$$S(A_{baja}) = \min[S(L_{Baja}), S(V_{alta})] = 1$$

- Si luminosidad = alta y velocidad del motivo = baja → apertura es alta.

- Si luminosidad = alta y velocidad del motivo = alta → apertura es media.

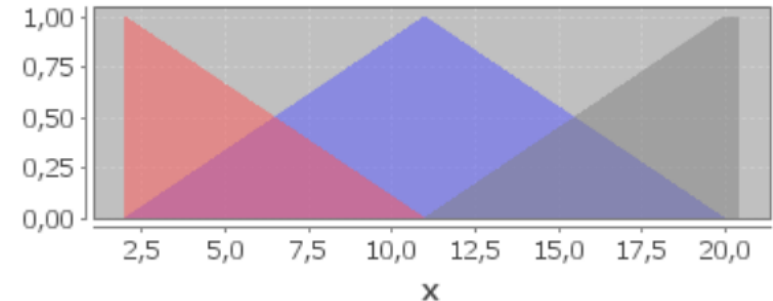
▲ apertura:0,00 (CenterOfGravity) ■ alta ■ baja ■ media

Solución – Inferencia min-max

Valores borrosos del problema:

$$S(V_{baja}) = 0 \quad S(L_{baja}) = 1$$

$$S(V_{alta}) = 1 \quad S(L_{alta}) = 1$$



Aplicamos el mínimo sobre todas las reglas:

▲ apertura:0,00 (CenterOfGravity) ■ alta ■ baja ■ media

- Si luminosidad = baja y velocidad del motivo = baja → apertura es media.

$$S(A_{Media}) = \min[S(L_{Baja}), S(V_{baja})] = 0$$

- Si luminosidad = baja y velocidad del motivo = alta → apertura es baja.

$$S(A_{baja}) = \min[S(L_{Baja}), S(V_{alta})] = 1$$

- Si luminosidad = alta y velocidad del motivo = baja → apertura es alta.

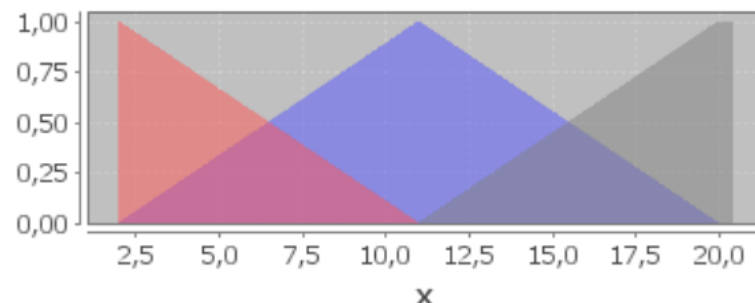
$$S(A_{alta}) = \min[S(L_{alta}), S(V_{baja})] = 0$$

- Si luminosidad = alta y velocidad del motivo = alta → apertura es media.

Solución – Inferencia min-max

Valores borrosos del problema:

$$\begin{aligned} S(V_{baja}) &= 0 & S(L_{baja}) &= 1 \\ S(V_{alta}) &= 1 & S(L_{alta}) &= 1 \end{aligned}$$



Aplicamos el mínimo sobre todas las reglas:

- Si luminosidad = baja y velocidad del motivo = baja → apertura es media.

$$S(A_{Media}) = \min[S(L_{Baja}), S(V_{baja})] = 0$$

- Si luminosidad = baja y velocidad del motivo = alta → apertura es baja.

$$S(A_{baja}) = \min[S(L_{Baja}), S(V_{alta})] = 1$$

- Si luminosidad = alta y velocidad del motivo = baja → apertura es alta.

$$S(A_{alta}) = \min[S(L_{alta}), S(V_{baja})] = 0$$

- Si luminosidad = alta y velocidad del motivo = alta → apertura es media.

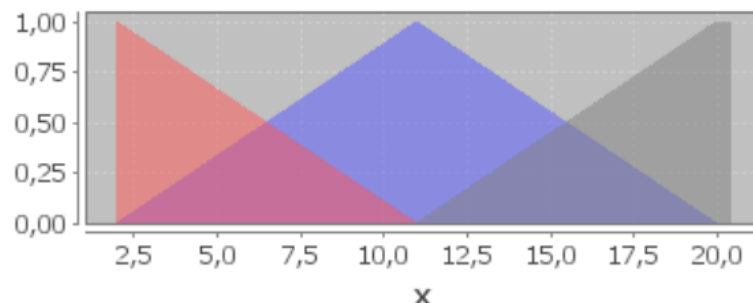
$$S(A_{Media}) = \min[S(L_{alta}), S(V_{alta})] = 1$$

▲ apertura:0,00 (CenterOfGravity) ■ alta ■ baja ■ media

Solución – Inferencia min-max

Valores borrosos del problema:

$$\begin{aligned} S(V_{baja}) &= 0 & S(L_{baja}) &= 1 \\ S(V_{alta}) &= 1 & S(L_{alta}) &= 1 \end{aligned}$$



Aplicamos el mínimo sobre todas las reglas:

- Si luminosidad = baja y velocidad del motivo = baja → apertura es media.

$$S(A_{Media}) = \min[S(L_{Baja}), S(V_{baja})] = 0$$

- Si luminosidad = baja y velocidad del motivo = alta → apertura es baja.

$$S(A_{baja}) = \min[S(L_{Baja}), S(V_{alta})] = 1$$

- Si luminosidad = alta y velocidad del motivo = baja → apertura es alta.

$$S(A_{alta}) = \min[S(L_{alta}), S(V_{baja})] = 0$$

- Si luminosidad = alta y velocidad del motivo = alta → apertura es media.

$$S(A_{Media}) = \min[S(L_{alta}), S(V_{alta})] = 1$$

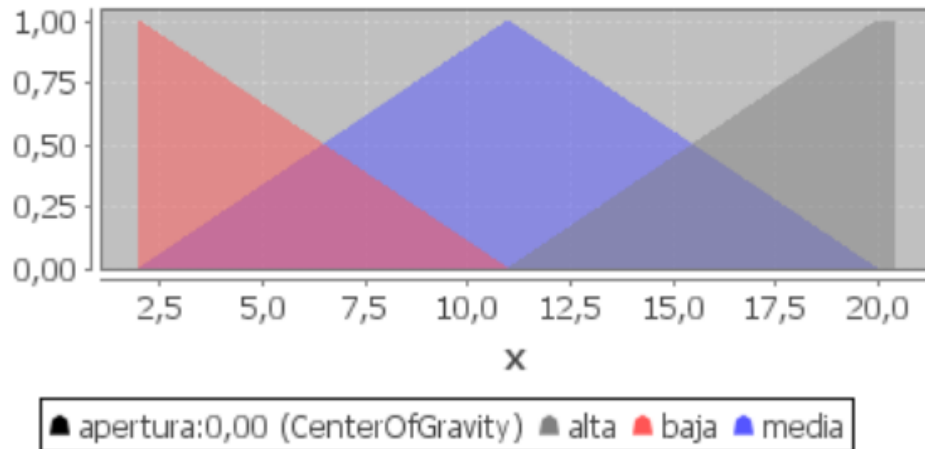
Calculamos el máximo de todos los valores generados:

$$S(A_{baja}) = 1 \quad S(A_{Media}) = 1 \quad S(A_{alta}) = 0$$

Con los valores generados

$$S(A_{baja}) = 1, \quad S(A_{Media}) = 1, \quad S(A_{alta}) = 0$$

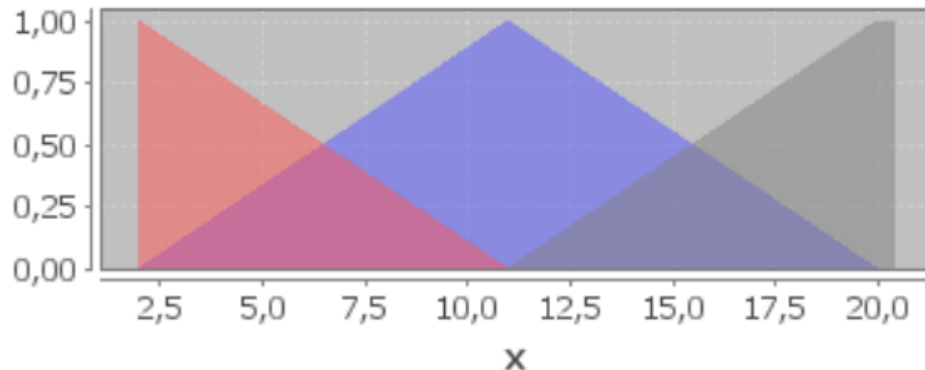
realizamos la unión de los conjuntos borrosos activados, obteniendo la función resultado, sobre la que se aplica el método de defuzzificación de centro de gravedad:



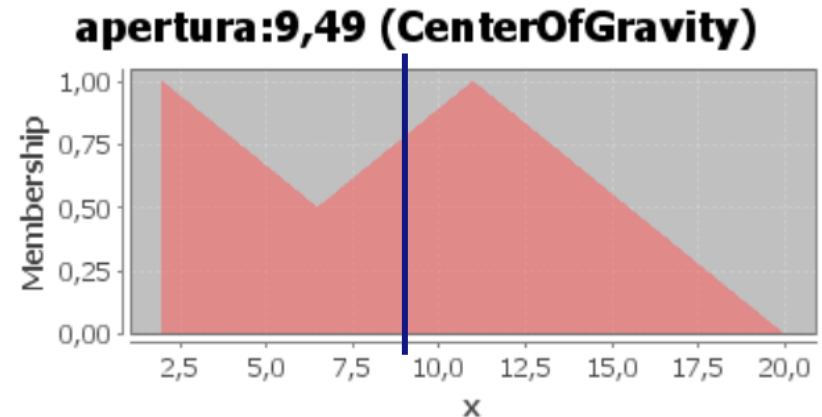
Con los valores generados

$$S(A_{baja}) = 1, \quad S(A_{Media}) = 1, \quad S(A_{alta}) = 0$$

realizamos la unión de los conjuntos borrosos activados, obteniendo la función resultado, sobre la que se aplica el método de defuzzificación de centro de gravedad:



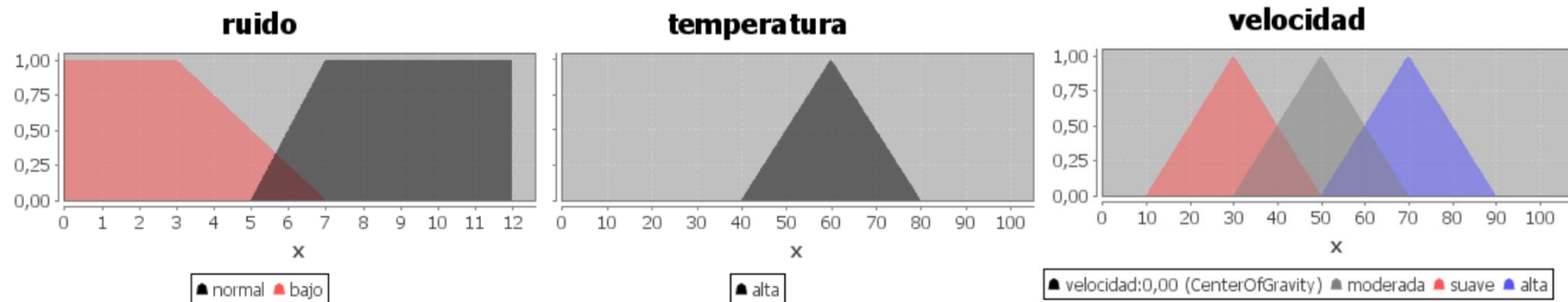
▲ apertura:0,00 (CenterOfGravity) ■ alta ■ baja ■ media



Un experto en el control de una turbina nos proporciona las siguientes reglas sobre su manejo:

- Si el ruido es normal y la temperatura es alta → velocidad suave.
- Si el ruido es normal y la temperatura no es alta → velocidad moderada.
- Si el ruido es bajo → velocidad alta.

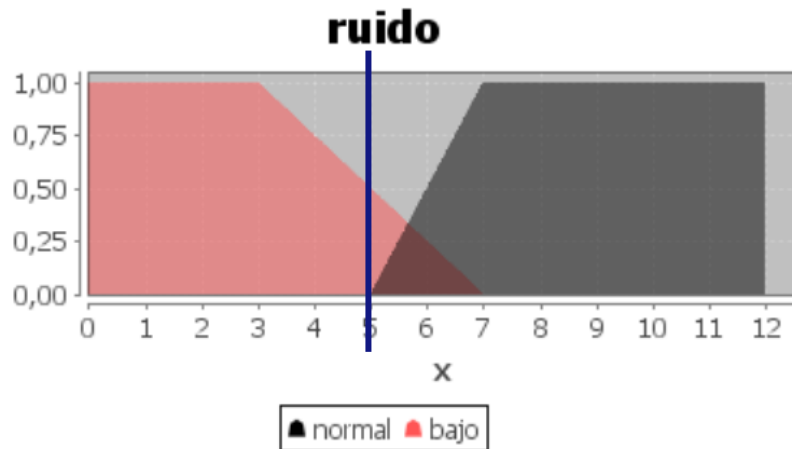
Las variables se han borrosificado utilizando los conjuntos borrosos que se acompañan en la figura y las reglas se han codificado en un controlador.



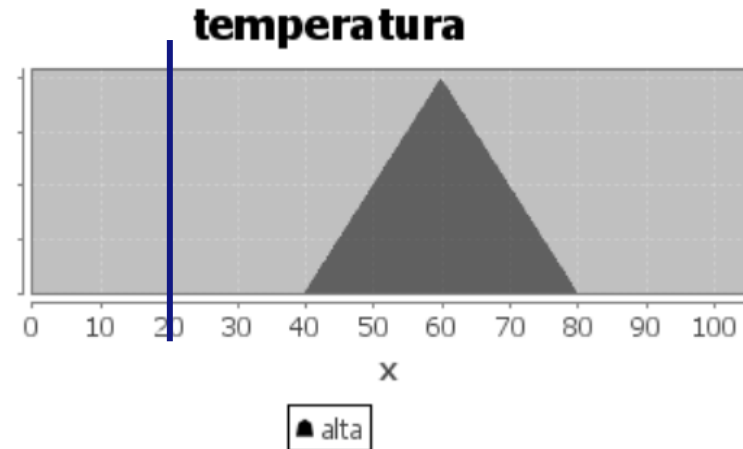
Preguntas:

- Calcule la salida de ese controlador para una medida de temperatura de 20 grados y un nivel de ruido de 5db.

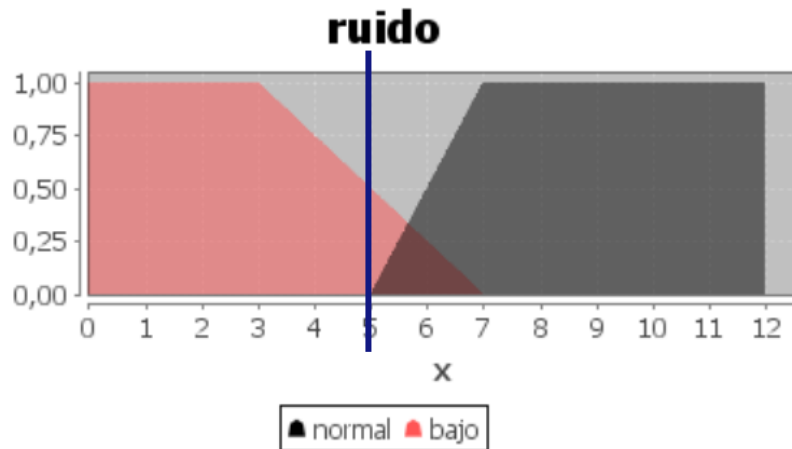
Nivel de ruido de 5db



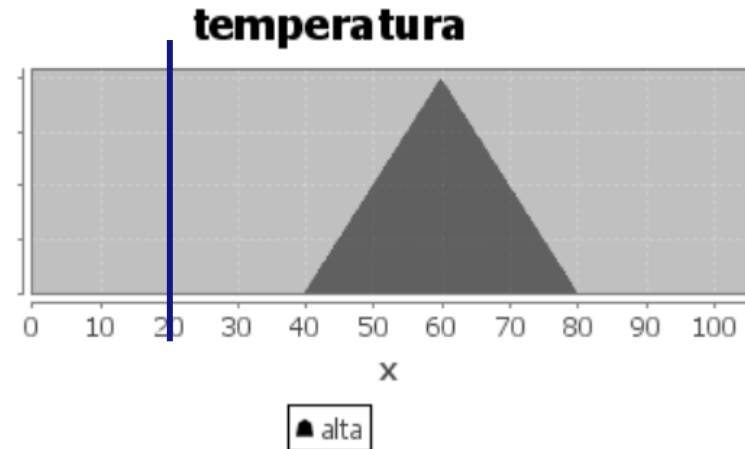
Temperatura de 20 grados



Nivel de ruido de 5db



Temperatura de 20 grados



Para cada conjunto borroso, los valores borrosos obtenidos son:

$$S(R_{bajo}) = 0,5$$

$$S(R_{normal}) = 0$$

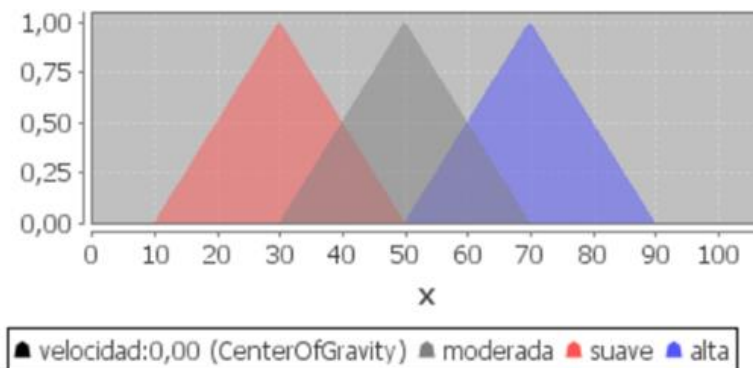
$$S(T_{alta}) = 0$$

$$S(T_{NOT alta}) = 1$$

Solución – Inferencia min-max

Valores borrosos del problema:

$$\begin{aligned} S(R_{bajo}) &= 0,5 & S(T_{alta}) &= 0 \\ S(R_{normal}) &= 0 & S(T_{NOT\ alta}) &= 1 \end{aligned}$$



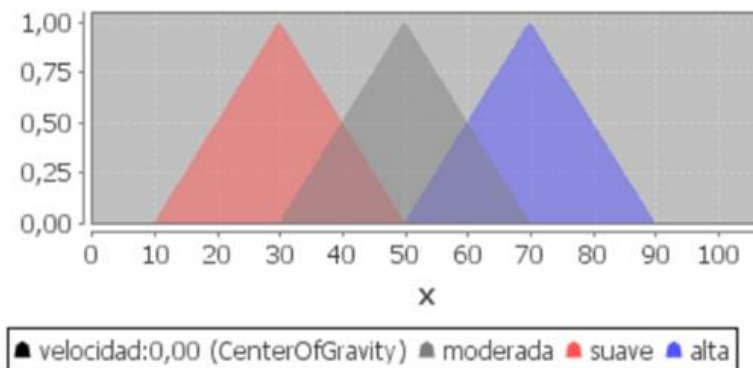
Aplicamos el mínimo sobre todas las reglas:

- Si ruido es normal y temperatura es alta → velocidad suave.
- Si ruido es normal y temperatura no es alta → velocidad moderada.
- Si ruido es bajo → velocidad alta.

Solución – Inferencia min-max

Valores borrosos del problema:

$$\begin{aligned} S(R_{bajo}) &= 0,5 & S(T_{alta}) &= 0 \\ S(R_{normal}) &= 0 & S(T_{NOT\ alta}) &= 1 \end{aligned}$$



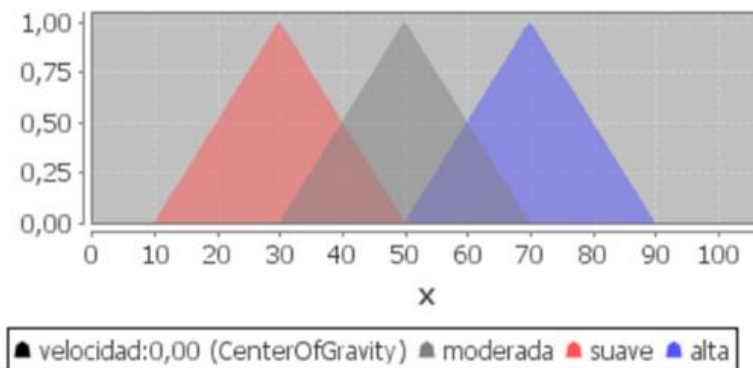
Aplicamos el mínimo sobre todas las reglas:

- Si ruido es normal y temperatura es alta → velocidad suave.
$$S(V_{suave}) = \min[S(R_{normal}), S(T_{alta})] = 0$$
- Si ruido es normal y temperatura no es alta → velocidad moderada.
- Si ruido es bajo → velocidad alta.

Solución – Inferencia min-max

Valores borrosos del problema:

$$\begin{aligned} S(R_{bajo}) &= 0,5 & S(T_{alta}) &= 0 \\ S(R_{normal}) &= 0 & S(T_{NOT\ alta}) &= 1 \end{aligned}$$



Aplicamos el mínimo sobre todas las reglas:

- Si ruido es normal y temperatura es alta → velocidad suave.

$$S(V_{suave}) = \min[S(R_{normal}), S(T_{alta})] = 0$$

- Si ruido es normal y temperatura no es alta → velocidad moderada.

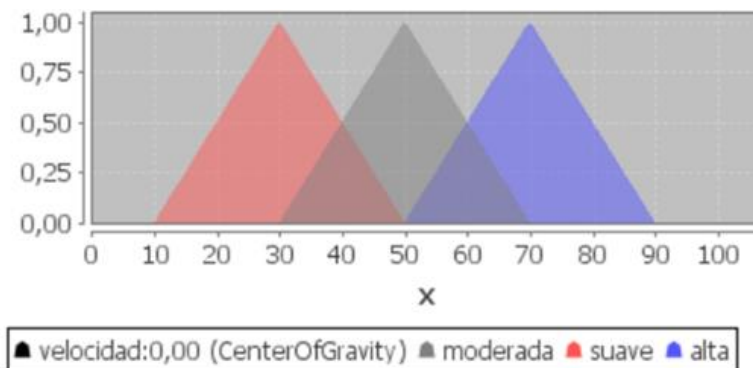
$$S(V_{moderada}) = \min[S(R_{normal}), S(T_{NOT\ alta})] = 0$$

- Si ruido es bajo → velocidad alta.

Solución – Inferencia min-max

Valores borrosos del problema:

$$\begin{aligned} S(R_{bajo}) &= 0,5 & S(T_{alta}) &= 0 \\ S(R_{normal}) &= 0 & S(T_{NOT\ alta}) &= 1 \end{aligned}$$



Aplicamos el mínimo sobre todas las reglas:

- Si ruido es normal y temperatura es alta → velocidad suave.

$$S(V_{suave}) = \min[S(R_{normal}), S(T_{alta})] = 0$$

- Si ruido es normal y temperatura no es alta → velocidad moderada.

$$S(V_{moderada}) = \min[S(R_{normal}), S(T_{NOT\ alta})] = 0$$

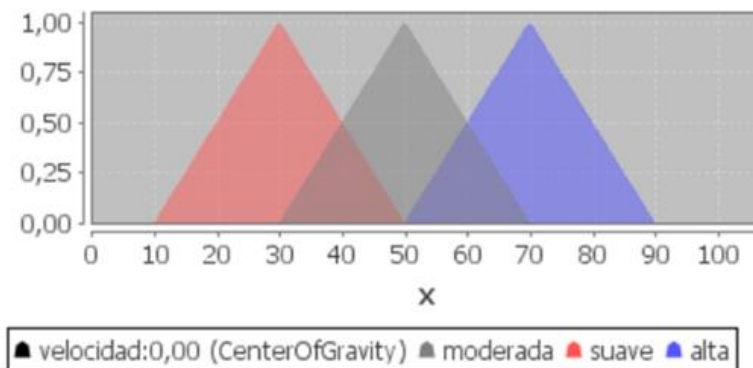
- Si ruido es bajo → velocidad alta.

$$S(V_{alta}) = S(R_{bajo}) = 0,5$$

Solución – Inferencia min-max

Valores borrosos del problema:

$$\begin{aligned} S(R_{bajo}) &= 0,5 & S(T_{alta}) &= 0 \\ S(R_{normal}) &= 0 & S(T_{NOT\ alta}) &= 1 \end{aligned}$$



Aplicamos el mínimo sobre todas las reglas:

- Si ruido es normal y temperatura es alta → velocidad suave.

$$S(V_{suave}) = \min[S(R_{normal}), S(T_{alta})] = 0$$

- Si ruido es normal y temperatura no es alta → velocidad moderada.

$$S(V_{moderada}) = \min[S(R_{normal}), S(T_{NOT\ alta})] = 0$$

- Si ruido es bajo → velocidad alta.

$$S(V_{alta}) = S(R_{bajo}) = 0,5$$

Calculamos el máximo de todos los valores generados:

$$S(V_{suave}) = 0 \qquad S(V_{moderada}) = 0 \qquad S(V_{alta}) = 0,5$$

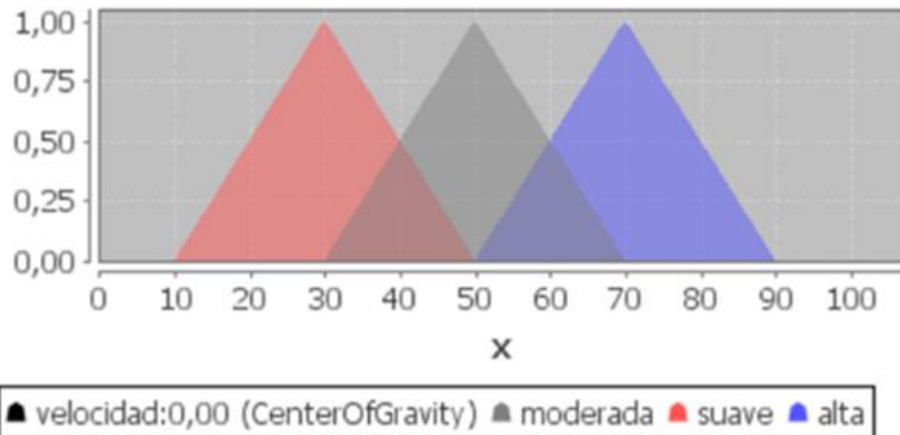
Con los valores generados

$$S(V_{suave}) = 0$$

$$S(V_{moderada}) = 0$$

$$S(V_{alta}) = 0,5$$

realizamos la unión de los conjuntos borrosos activados, obteniendo la función resultado, sobre la que se aplica el método de defuzzificación de centro de gravedad:



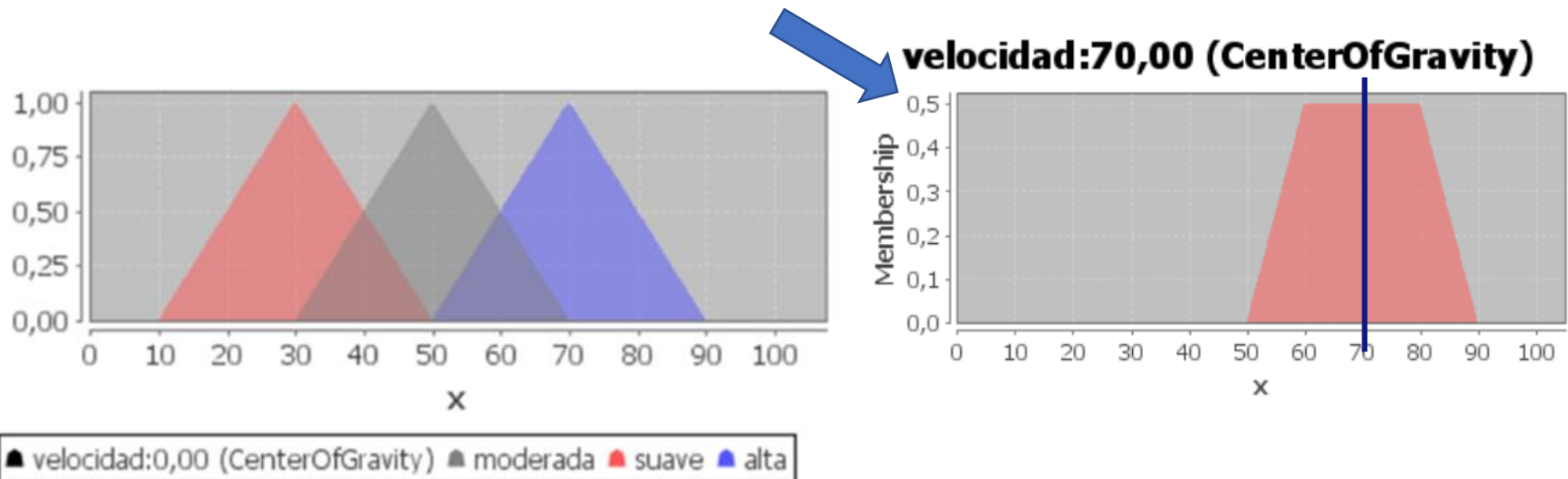
Con los valores generados

$$S(V_{suave}) = 0$$

$$S(V_{moderada}) = 0$$

$$S(V_{alta}) = 0,5$$

realizamos la unión de los conjuntos borrosos activados, obteniendo la función resultado, sobre la que se aplica el método de defuzzificación de centro de gravedad:



Se desea construir el sistema de control de una lavadora inteligente utilizando lógica borrosa. Para ello, el usuario proporcionará mediante dos diales el valor de las variables:

- Suciedad (rango 0 a 100).
- Acidez del agua (rango 5 a 9 en la escala de pH).

La duración del ciclo de lavado se definirá para que a medida que aumenta el valor de las variables, la duración del ciclo aumente, siendo el mínimo de 30 minutos y el máximo de 90.

Preguntas:

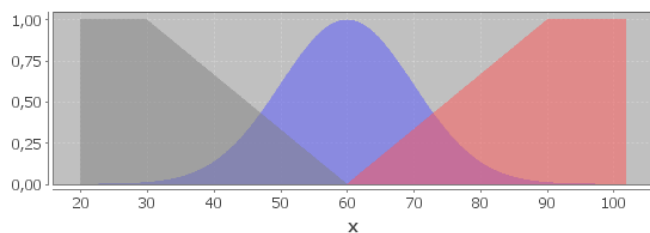
- Proponga un sistema borroso para el controlador de la lavadora utilizando 3 conjuntos borrosos para cada variable.
- Utilizando su sistema, calcule la duración de un ciclo de lavado en el caso de que haya 20 puntos de suciedad y el agua sea de acidez básica (dureza 7,75).

Solución – Conjuntos borrosos

Una posible solución sería la siguiente:

Duración:
{corto, medio, largo}

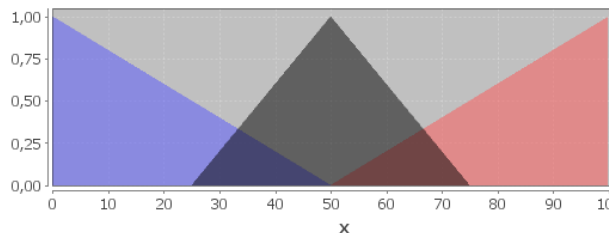
duracion



▲ duracion:0,00 (CenterOfGravity) ▲ corto ▲ largo ▲ medio

Suciedad:
{poca, normal, mucha}

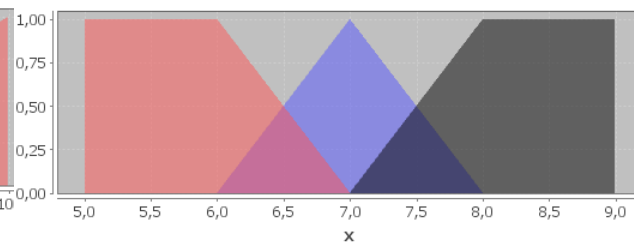
suciedad



▲ normal ▲ mucha ▲ poca

Acidez:
{ácido, neutro, básico}

acidez

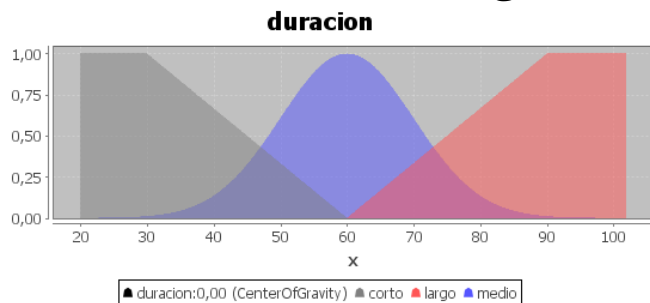


▲ basico ▲ acido ▲ neutro

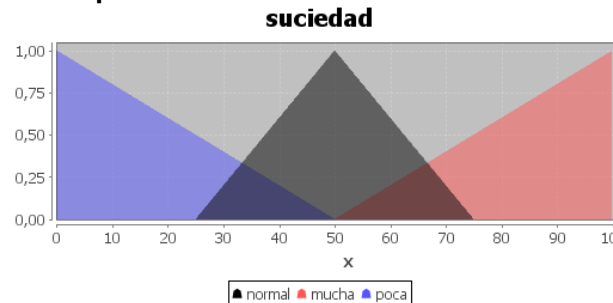
Solución – Conjuntos borrosos

Una posible solución sería la siguiente:

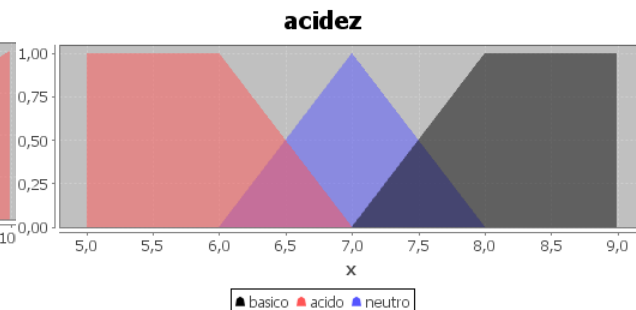
Duración:
{corto, medio, largo}



Suciedad:
{poca, normal, mucha}



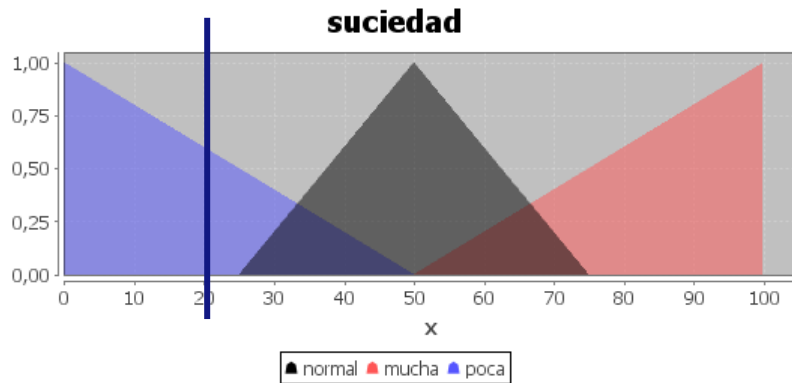
Acidez:
{ácido, neutro, básico}



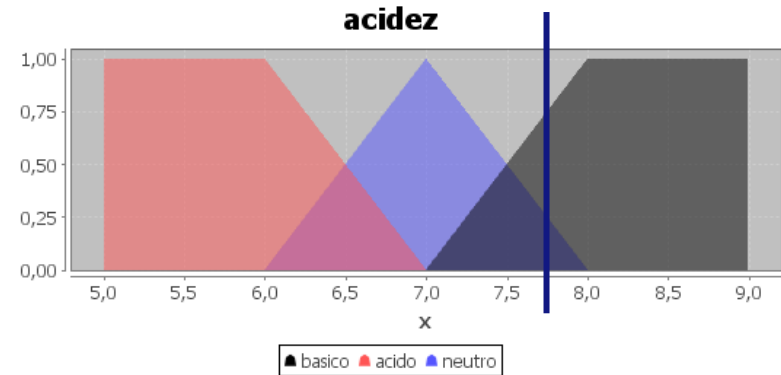
Un posible conjunto de reglas podría ser el siguiente:

- RULE 1 : IF suciedad IS mucha AND acidez IS neutro THEN duracion IS largo
- RULE 2 : IF suciedad IS mucha AND acidez IS acido THEN duracion IS medio
- RULE 3 : IF suciedad IS normal AND acidez IS neutro THEN duracion IS corto
- RULE 4 : IF suciedad IS normal AND acidez IS neutro THEN duracion IS medio
- RULE 5 : IF suciedad IS poca AND acidez IS neutro THEN duracion IS corto
- RULE 6 : IF suciedad IS poca AND acidez IS basico THEN duracion IS medio
- RULE 7 : IF suciedad IS poca AND acidez IS ácido THEN duracion IS largo

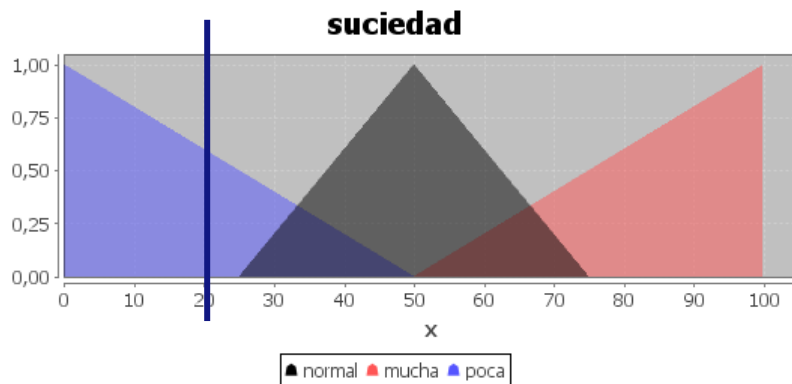
20 puntos de suciedad



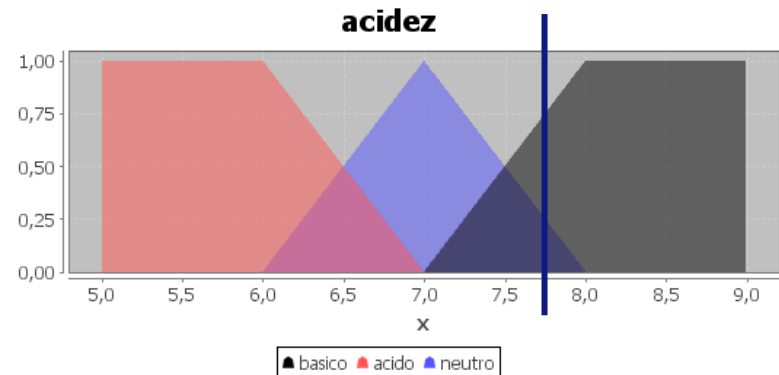
Agua de dureza PH 7,75



20 puntos de suciedad



Agua de dureza PH 7,75



Para cada conjunto borroso, los valores borrosos obtenidos son:

$$S(S_{poca}) = 0,6$$

$$S(S_{normal}) = 0$$

$$S(S_{mucha}) = 0$$

$$S(A_{acido}) = 0$$

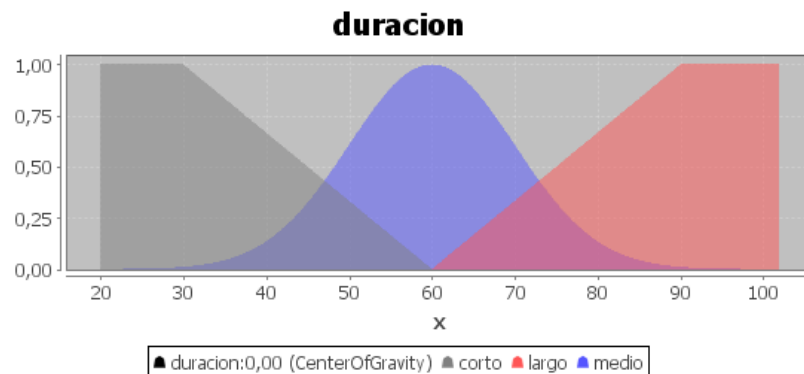
$$S(A_{neutro}) = 0,25$$

$$S(A_{basico}) = 0,75$$

Solución – Inferencia min-max

Valores borrosos del problema:

$$\begin{aligned}
 S(S_{poca}) &= 0,6 & S(A_{acido}) &= 0 \\
 S(S_{normal}) &= 0 & S(A_{neutro}) &= 0,25 \\
 S(S_{mucha}) &= 0 & S(A_{basico}) &= 0,75
 \end{aligned}$$



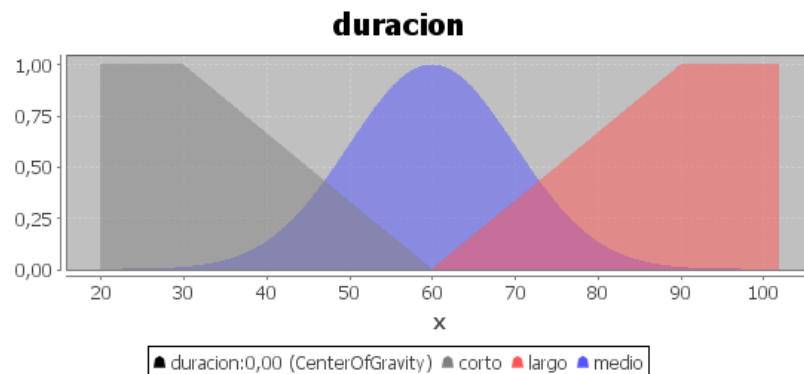
Aplicamos el mínimo sobre todas las reglas:

- RULE 1 : $S(D_{largo}) = \min[S(S_{mucha}), S(A_{neutro})] = 0$
- RULE 2 : $S(D_{medio}) = \min[S(S_{mucha}), S(A_{acido})] = 0$
- RULE 3 : $S(D_{corto}) = \min[S(S_{normal}), S(A_{neutro})] = 0$
- RULE 4 : $S(D_{medio}) = \min[S(S_{normal}), S(A_{neutro})] = 0$
- RULE 5 : $S(D_{corto}) = \min[S(S_{poca}), S(A_{neutro})] = 0,25$
- RULE 6 : $S(D_{medio}) = \min[S(S_{poca}), S(A_{basico})] = 0,6$
- RULE 7 : $S(D_{corto}) = \min[S(S_{poca}), S(A_{acido})] = 0$

Solución – Inferencia min-max

Valores borrosos del problema:

$$\begin{aligned} S(S_{poca}) &= 0,6 & S(A_{acido}) &= 0 \\ S(S_{normal}) &= 0 & S(A_{neutro}) &= 0,25 \\ S(S_{muchacha}) &= 0 & S(A_{basico}) &= 0,75 \end{aligned}$$



Aplicamos el mínimo sobre todas las reglas:

- RULE 1 : $S(D_{largo}) = \min[S(S_{muchacha}), S(A_{neutro})] = 0$
- RULE 2 : $S(D_{medio}) = \min[S(S_{muchacha}), S(A_{acido})] = 0$
- RULE 3 : $S(D_{corto}) = \min[S(S_{normal}), S(A_{neutro})] = 0$
- RULE 4 : $S(D_{medio}) = \min[S(S_{normal}), S(A_{neutro})] = 0$
- RULE 5 : $S(D_{corto}) = \min[S(S_{poca}), S(A_{neutro})] = 0,25$
- RULE 6 : $S(D_{medio}) = \min[S(S_{poca}), S(A_{basico})] = 0,6$
- RULE 7 : $S(D_{corto}) = \min[S(S_{poca}), S(A_{acido})] = 0$

Calculamos el máximo de todos los valores generados:

$$S(D_{corto}) = 0,25$$

$$S(D_{medio}) = 0,6$$

$$S(D_{largo}) = 0$$

Con los valores generados

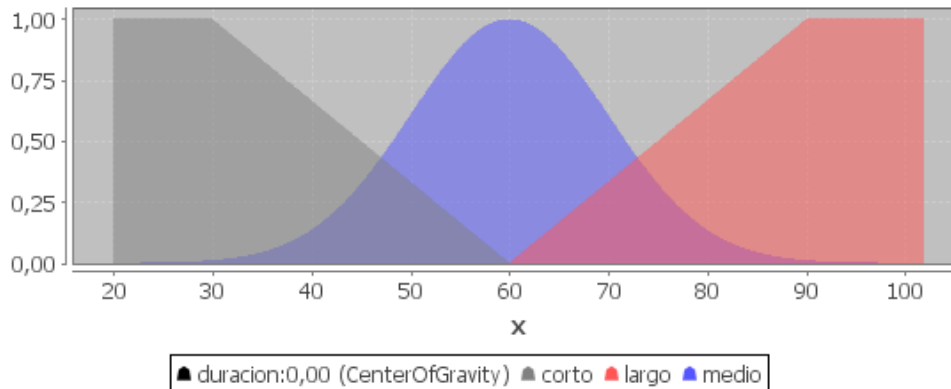
$$S(D_{corto}) = 0,25$$

$$S(D_{medio}) = 0,6$$

$$S(D_{largo}) = 0$$

realizamos la unión de los conjuntos borrosos activados, obteniendo la función resultado, sobre la que se aplica el método de defuzzificación de centro de gravedad:

duracion



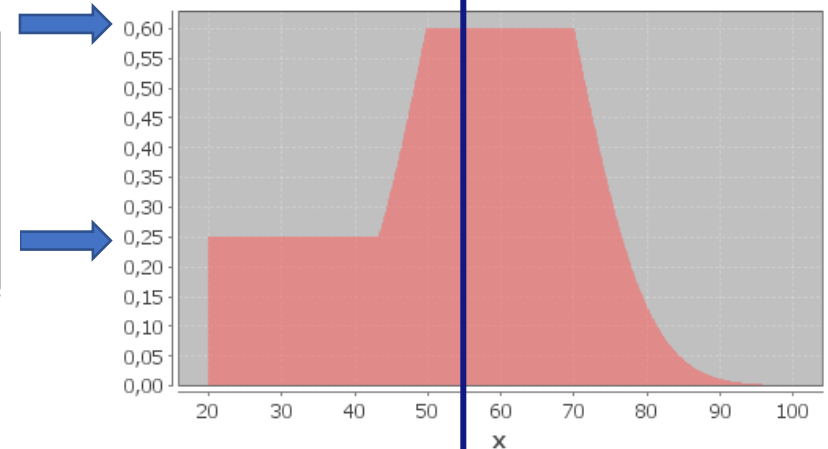
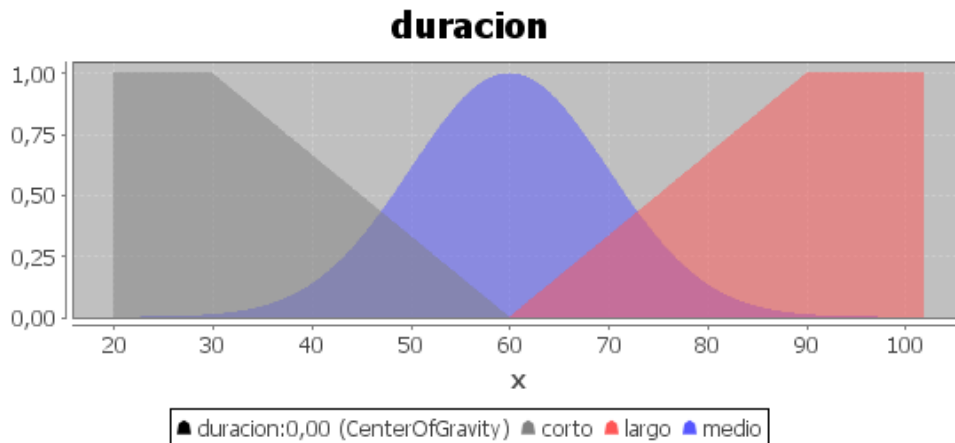
Con los valores generados

$$S(D_{corto}) = 0,25$$

$$S(D_{medio}) = 0,6$$

$$S(D_{largo}) = 0$$

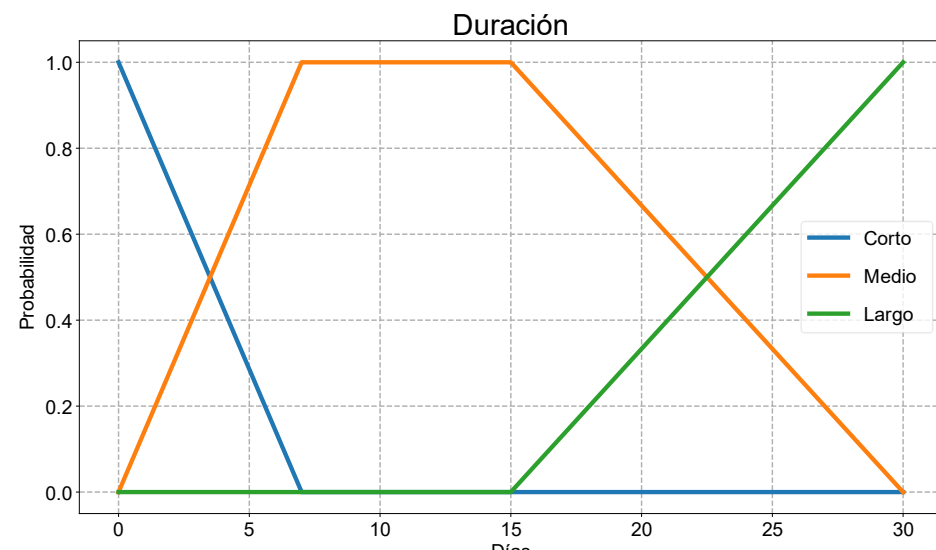
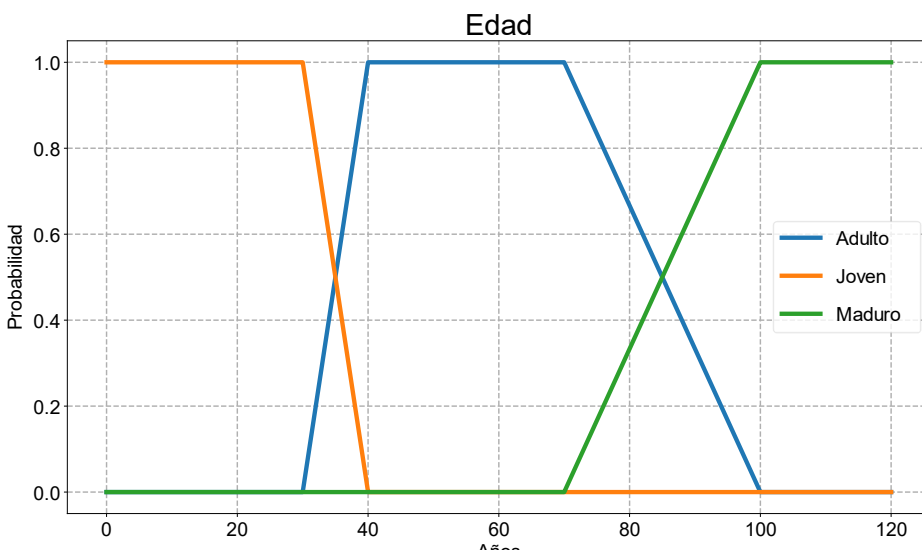
realizamos la unión de los conjuntos borrosos activados, obteniendo la función resultado, sobre la que se aplica el método de defuzzificación de centro de gravedad:



Un agente web va a generar una lista de viajes para un cliente. El sistema obtiene un nivel de recomendación que depende de las características del viaje y preferencias del cliente. Todas las variables se representan internamente en lógica borrosa, ya que finalmente nos basta con saber ordenar los viajes por valor de recomendación.

Para tratar la borrosificación se usan las variables y conjuntos borrosos definidos en las figuras, donde:

- la edad se define con tres términos (joven-adulto-maduro en orden creciente)
- la duración del viaje con otros tres (corto-medio-largo).



Enunciado

El experto ha decidido que se deben usar las siguientes reglas:

- R1: SI el cliente es Joven OR el viaje es de duración Media,
ENTONCES la recomendación es Recomendado
- R2: SI el cliente es Maduro AND el viaje es Largo,
ENTONCES la recomendación es Desaconsejado
- R3: SI el cliente es Adulto AND el viaje es Corto OR Largo,
ENTONCES la recomendación es Desaconsejado

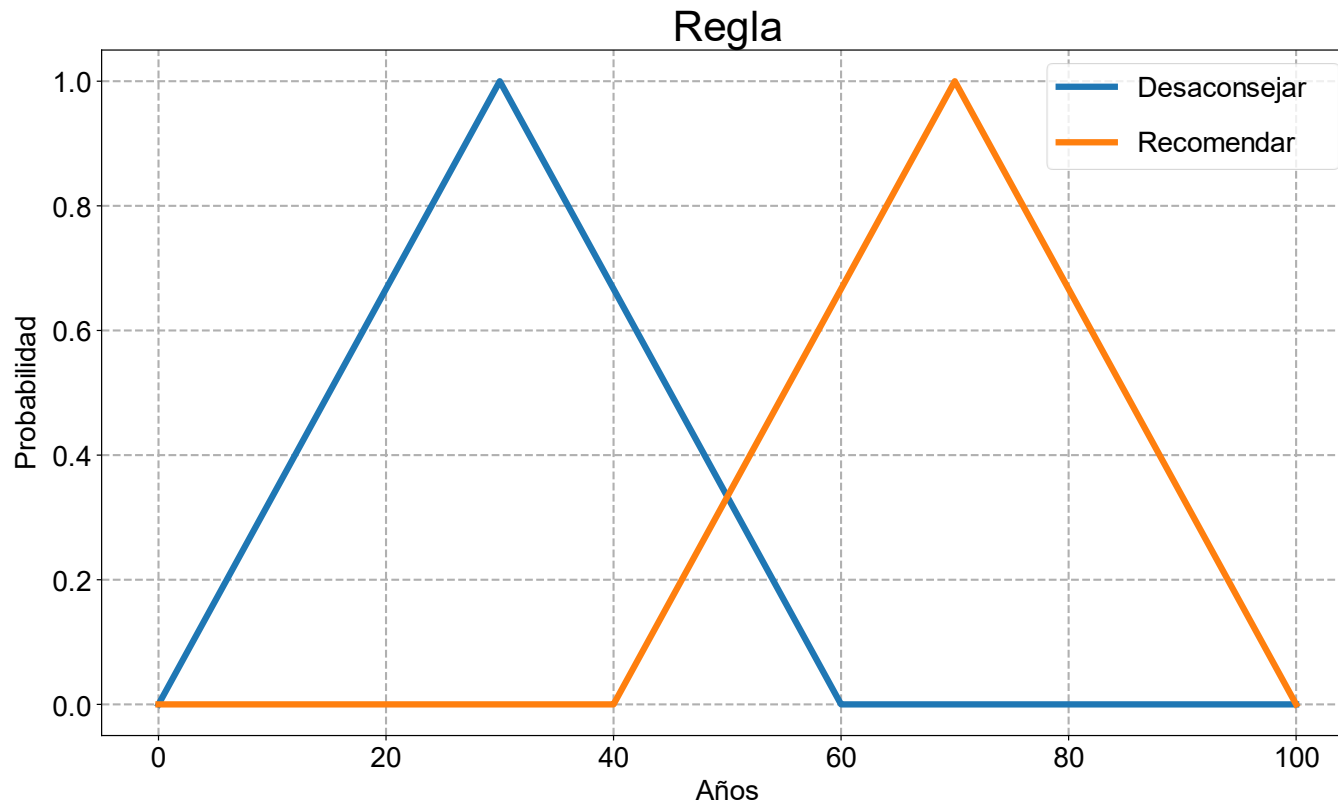
Responda a las siguientes cuestiones:

1. Definir los conjuntos borrosos de salida de forma que el valor 50 corresponda con un valor intermedio de recomendación.
2. Realizar la inferencia para una consulta de un usuario que tiene 40 años de edad y pide un viaje de 20 días de duración.
3. Suponga que se muestran al usuario solamente viajes cuyo valor de recomendación, deborrosificado, excede 50. ¿Este viaje se le mostraría?

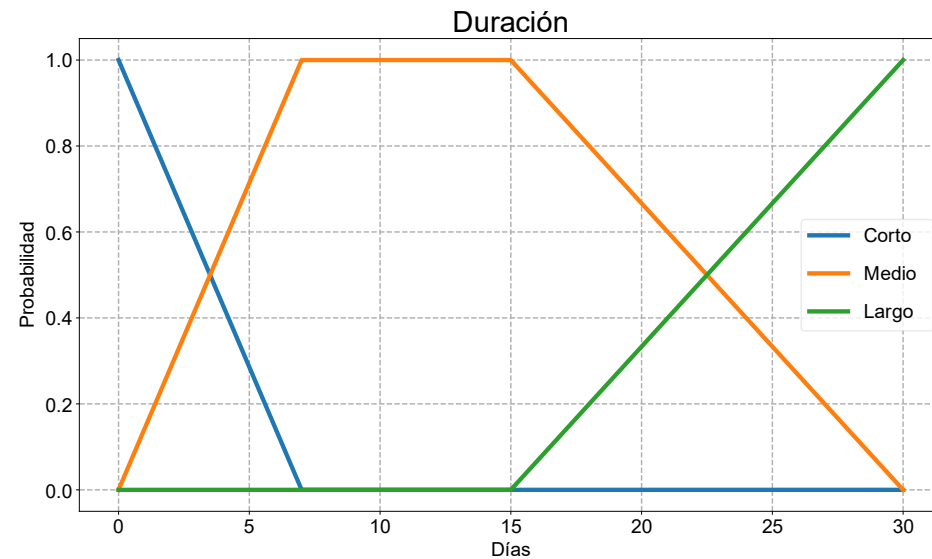
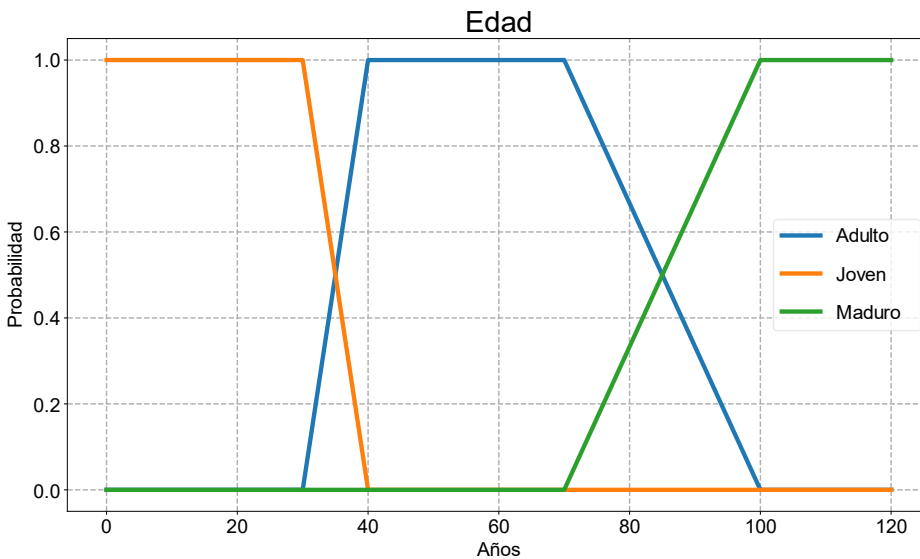
Aplicación reglas

1. Definir los conjuntos borrosos de salida de forma que el valor 50 corresponda con un valor intermedio de recomendación.

Primero definimos un conjunto borroso de salida, centrado en 50. Por ejemplo:



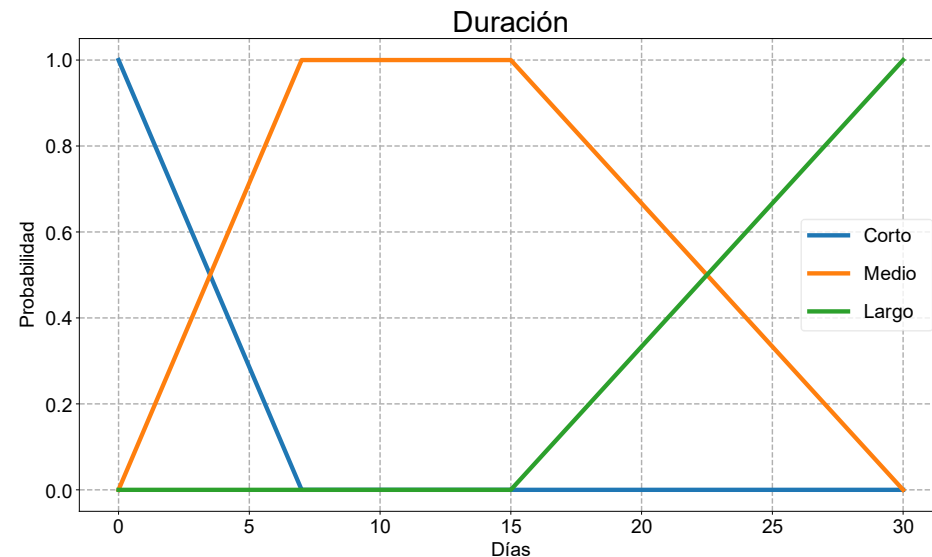
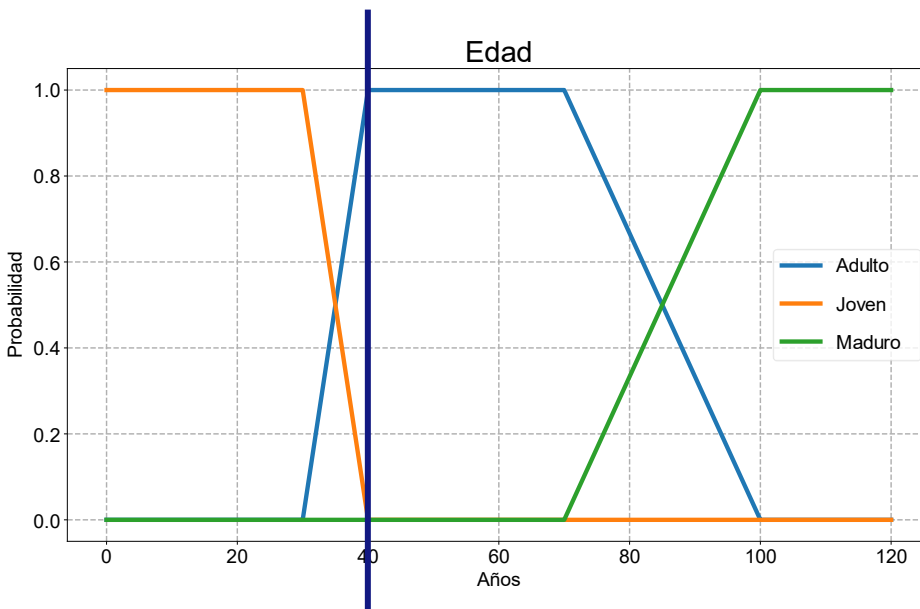
- Realizar la inferencia para una consulta de un usuario que tiene 40 años de edad y pide un viaje de 20 días de duración.



2. Realizar la inferencia para una consulta de un usuario que tiene 40 años de edad y pide un viaje de 20 días de duración.

Consultando las figuras, obtenemos los valores de entrada siguientes:

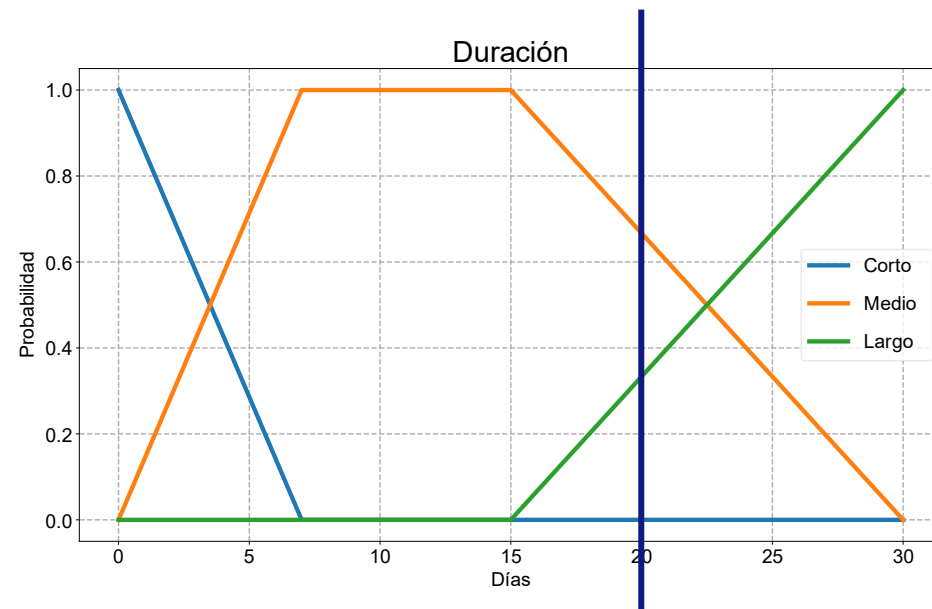
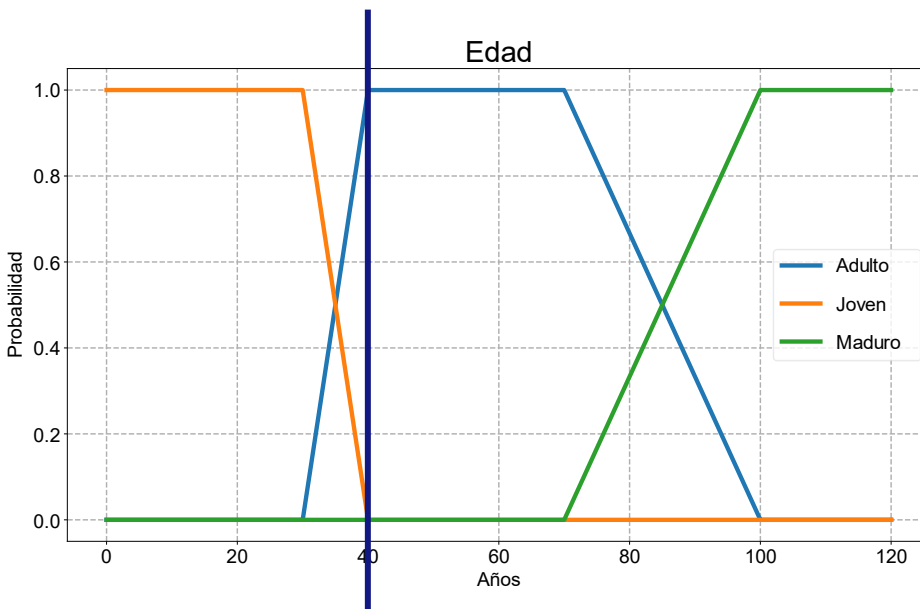
- Para Edad=40 años, vemos que $\mu_{\text{Joven}} = 0$, $\mu_{\text{Maduro}} = 0.0$, y $\mu_{\text{Adulto}} = 1.0$



2. Realizar la inferencia para una consulta de un usuario que tiene 40 años de edad y pide un viaje de 20 días de duración.

Consultando las figuras, obtenemos los valores de entrada siguientes:

- Para Edad=40 años, vemos que $\mu_{\text{Joven}} = 0$, $\mu_{\text{Maduro}} = 0.0$, y $\mu_{\text{Adulto}} = 1.0$
- Para Duración=20 días, vemos que $\mu_{\text{Corto}} = 0.0$, $\mu_{\text{Medio}} = 0.7$ y $\mu_{\text{Largo}} = 0.3$



Aplicación reglas

2. Realizar la inferencia para una consulta de un usuario que tiene 40 años de edad y pide un viaje de 20 días de duración.

Utilizando el conjunto borroso de salida, aplicamos cada una de las reglas con los niveles de similitud que proceden de la borrosificación, y combinamos los valores usando el mínimo para el AND, y el máximo para el OR.

R1: SI el cliente es Joven OR el viaje es de duración Media,
ENTONCES la recomendación es Recomendado

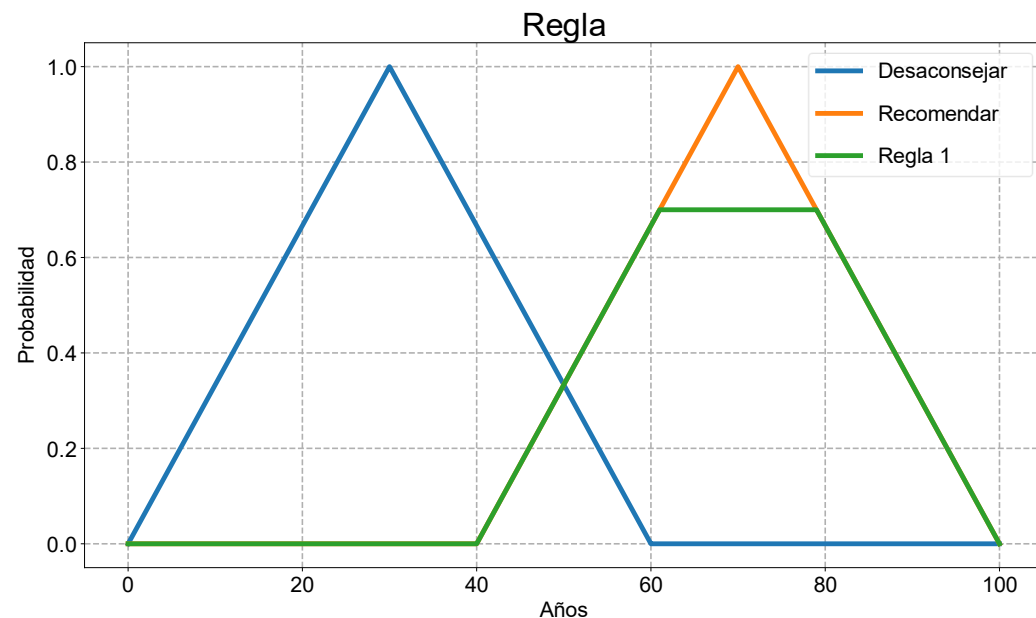
$S_{\text{Joven}} = 0$

$S_{\text{Media}} = 0.7$

→

la recomendación es

$s_{\text{Recomendado}} = \text{MAX}(0.0, 0.7) = 0.7$



Aplicación reglas

2. Realizar la inferencia para una consulta de un usuario que tiene 40 años de edad y pide un viaje de 20 días de duración.

Utilizando el conjunto borroso de salida, aplicamos cada una de las reglas con los niveles de similitud que proceden de la borrosificación, y combinamos los valores usando el mínimo para el AND, y el máximo para el OR.

R1: SI el cliente es Joven **OR** el viaje es de duración Media,
ENTONCES la recomendación es Recomendado

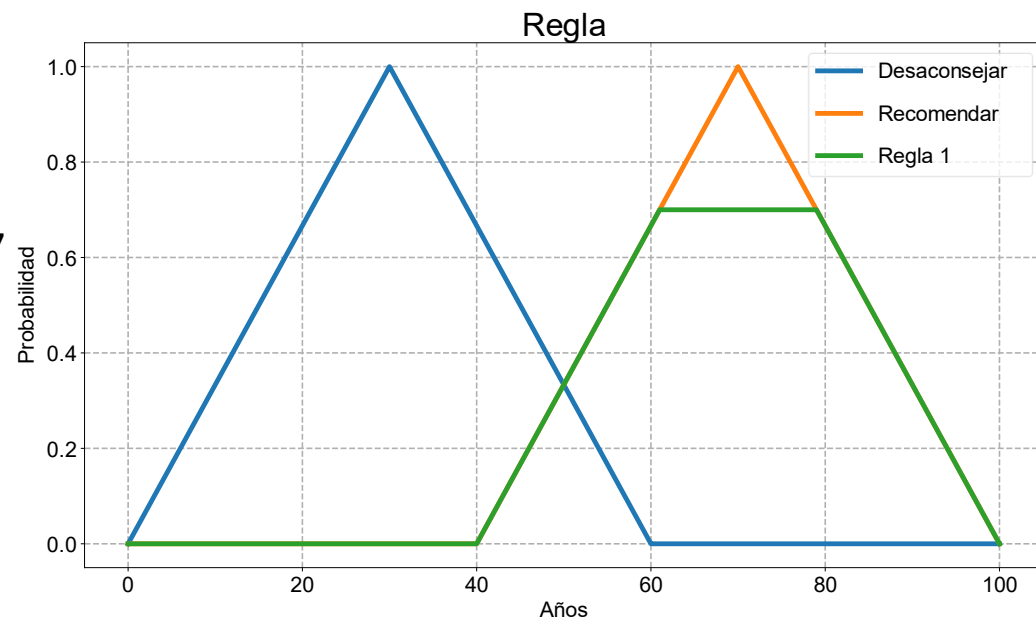
$S_{\text{Joven}} = 0$

$S_{\text{Media}} = 0.7$

→

la recomendación es

$s_{\text{Recomendado}} = \text{MAX}(0.0, 0.7) = 0.7$



2. Realizar la inferencia para una consulta de un usuario que tiene 40 años de edad y pide un viaje de 20 días de duración.

Utilizando el conjunto borroso de salida, aplicamos cada una de las reglas con los niveles de similitud que proceden de la borrosificación, y combinamos los valores usando el mínimo para el AND, y el máximo para el OR.

R2: SI el cliente es Maduro AND el viaje es Largo,
ENTONCES la recomendación es Desaconsejado

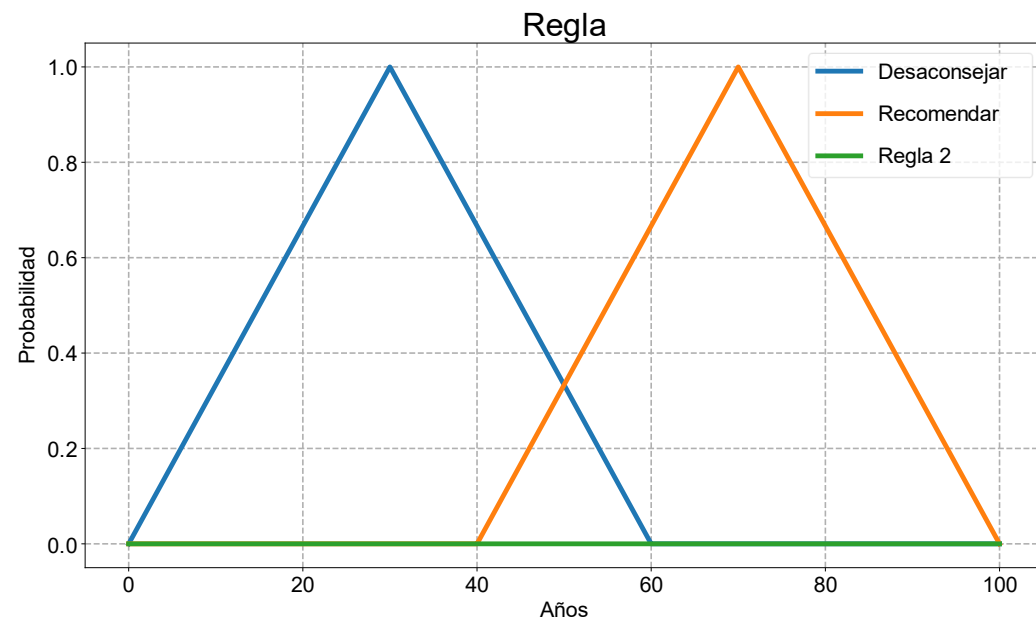
$S_{\text{Maduro}} = 0$

$S_{\text{Largo}} = 0.3$

→

la recomendación es

$S_{\text{Desaconsejado}} = \text{MIN}(0.0, 0.3) = 0.0$



2. Realizar la inferencia para una consulta de un usuario que tiene 40 años de edad y pide un viaje de 20 días de duración.

Utilizando el conjunto borroso de salida, aplicamos cada una de las reglas con los niveles de similitud que proceden de la borrosificación, y combinamos los valores usando el mínimo para el AND, y el máximo para el OR.

R2: SI el cliente es Maduro **AND** el viaje es Largo,
ENTONCES la recomendación es Desaconsejado

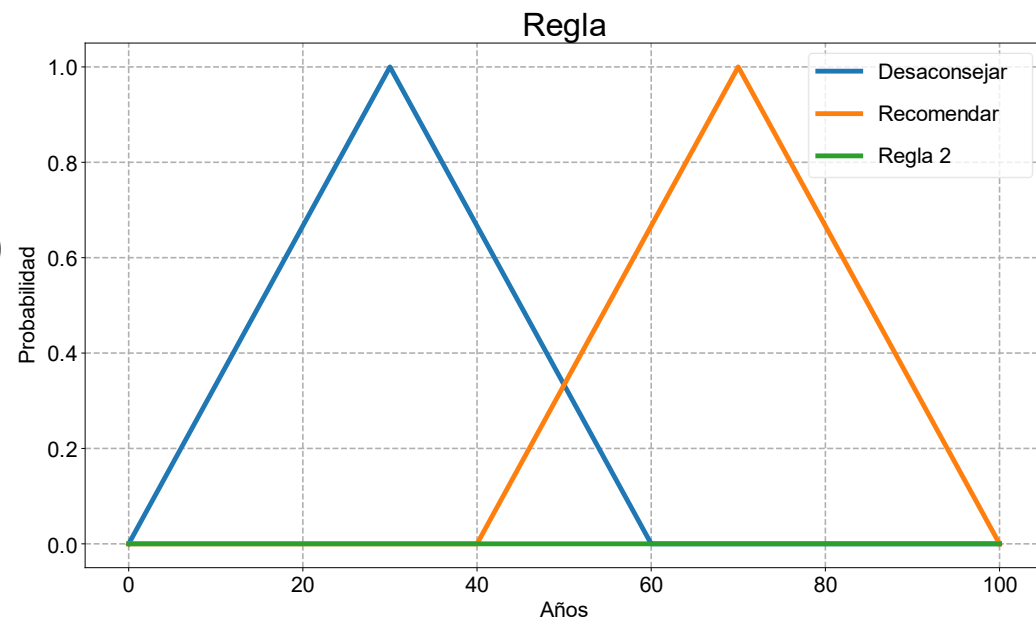
$S_{\text{Maduro}} = 0$

$S_{\text{Largo}} = 0.3$

→

la recomendación es

$S_{\text{Desaconsejado}} = \text{MIN}(0.0, 0.3) = 0.0$



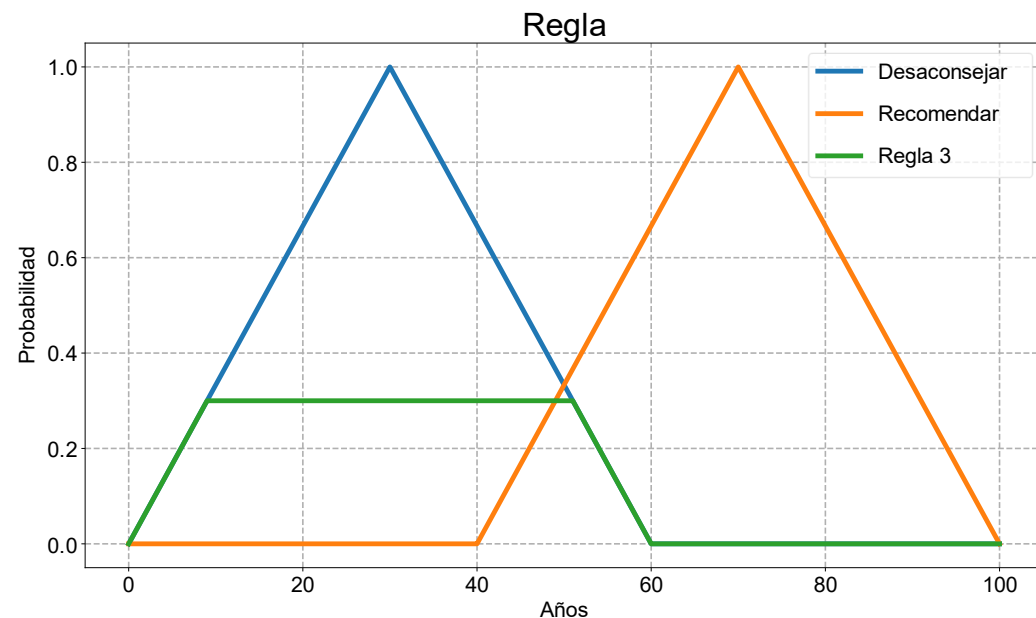
2. Realizar la inferencia para una consulta de un usuario que tiene 40 años de edad y pide un viaje de 20 días de duración.

Utilizando el conjunto borroso de salida, aplicamos cada una de las reglas con los niveles de similitud que proceden de la borrosificación, y combinamos los valores usando el mínimo para el AND, y el máximo para el OR.

R3: SI el cliente es Adulto AND el viaje es Corto **OR** Largo, ENTONCES la recomendación es Desaconsejado

MAX (SCorto = 0.0 SLargo = 0.3)

SAdulto = 1.0



Aplicación reglas

2. Realizar la inferencia para una consulta de un usuario que tiene 40 años de edad y pide un viaje de 20 días de duración.

Utilizando el conjunto borroso de salida, aplicamos cada una de las reglas con los niveles de similitud que proceden de la borrosificación, y combinamos los valores usando el mínimo para el AND, y el máximo para el OR.

R3: SI el cliente es Adulto **AND** el viaje es Corto OR Largo,
ENTONCES la recomendación es Desaconsejado

$\text{MAX} (S_{\text{Corto}} = 0.0 \ S_{\text{Largo}} = 0.3)$

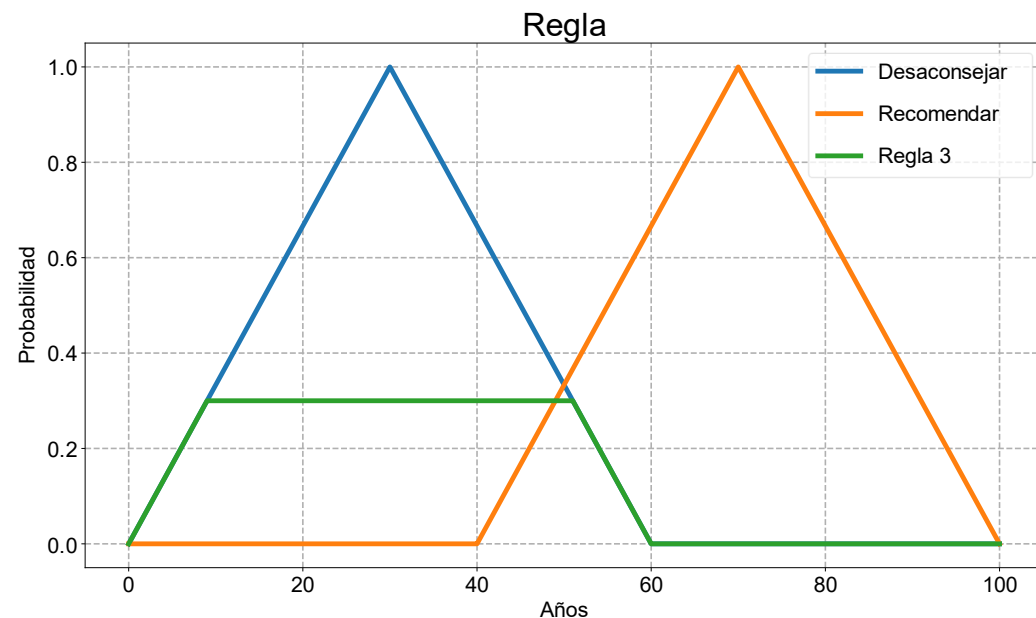
$S_{\text{Adulto}} = 1.0$

→

la recomendación es

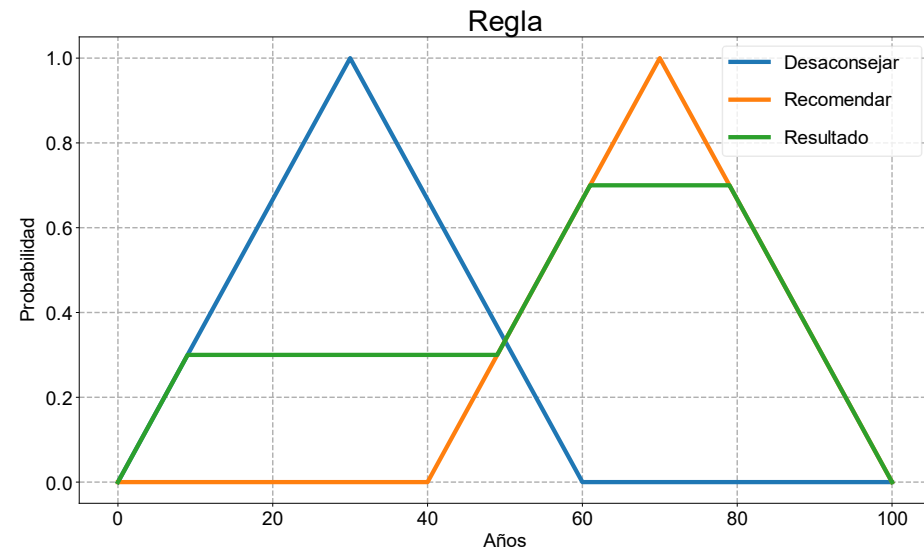
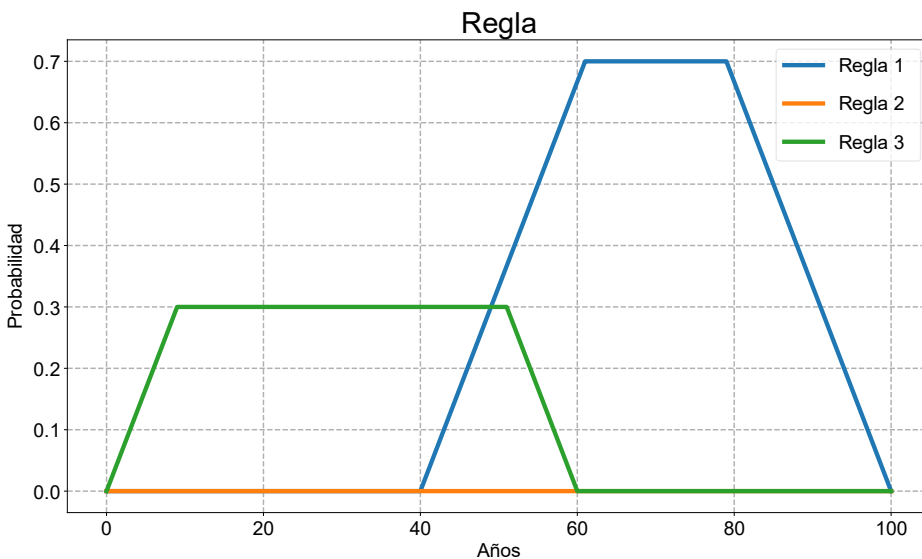
$S_{\text{Desaconsejado}} =$

$\text{MIN}(1.0, \text{MAX} (0.0, 0.3)) = 0.3$



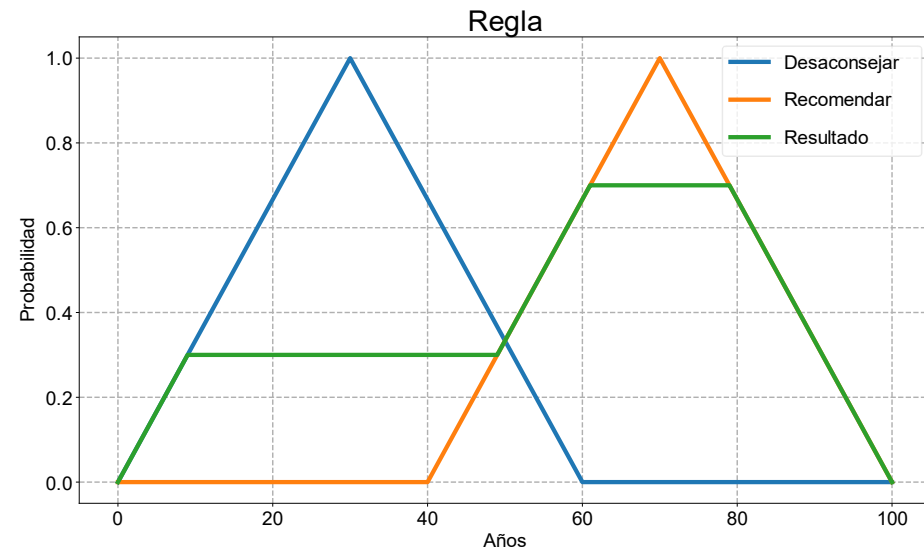
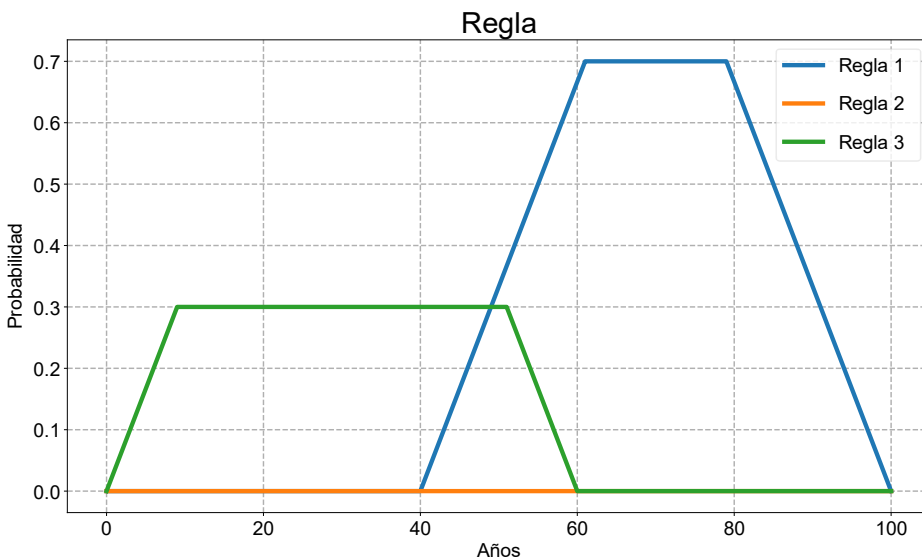
2. Realizar la inferencia para una consulta de un usuario que tiene 40 años de edad y pide un viaje de 20 días de duración.

El conjunto resultado es la unión de los conjuntos resultado de todas las reglas.



3. Suponga que se muestran al usuario solamente viajes cuyo valor de recomendación, deborrosificado, excede 50. ¿Este viaje se le mostraría?

Como los conjuntos “Desaconsejado” y “Recomendado” son simétricos alrededor del 50, cualquier método de deborrosificación nos dará un valor en el que pesará más el que tenga un nivel más alto. El resultado de deborrosificar estará por lo tanto a la derecha del 50, y el viaje se mostrará al cliente.



Un robot de rescate en incendios debe asignar un nivel de amenaza a los objetos que detecta durante su misión. Para ello utiliza dos tipos de sensores: un distanciómetro láser, que devuelve una distancia a un objeto entre 0 y 1000 m, y un calorímetro que mide la temperatura del objeto entre 0 y 100 grados centígrados. Un experto determina que un objeto tiene un mayor nivel de amenaza cuanto más próximo está y también si su temperatura es elevada. Sin embargo, objetos que están a la vez muy próximos y muy calientes no son considerados amenazas, porque corresponden a las propias partes del robot o a otros robots de rescate del mismo equipo.

Responda a las siguientes cuestiones:

1. Diseñar un sistema de razonamiento borroso que asigne un nivel de amenaza borrosa en función de reglas que hagan inferencia como las vistas en clase (reglas fuzzy-fuzzy). El sistema deberá funcionar según el criterio dado por el experto. Todas las variables (entradas y salida) deben usar tres etiquetas borrosas. Dibujar las variables de forma clara y especificar los valores de los vértices en las figuras. Las reglas pueden darse en forma tabular o textual.
2. Explicar con un ejemplo cómo se realiza el razonamiento y qué conclusión (borrosa) se obtiene. El ejemplo debe incluir: propagación de la incertidumbre (niveles de similitud menores de 1), combinación de incertidumbre en antecedentes (reglas con más de una variable) y combinación de consecuentes (activación simultánea de más de una regla).

Las variables sobre las que decide el robot son la distancia (D,metros) y el calor detectado (T,grados).

La variable de salida es un nivel de amenaza, podemos especificar cualquier rango, p.ej. de 0 a 1.

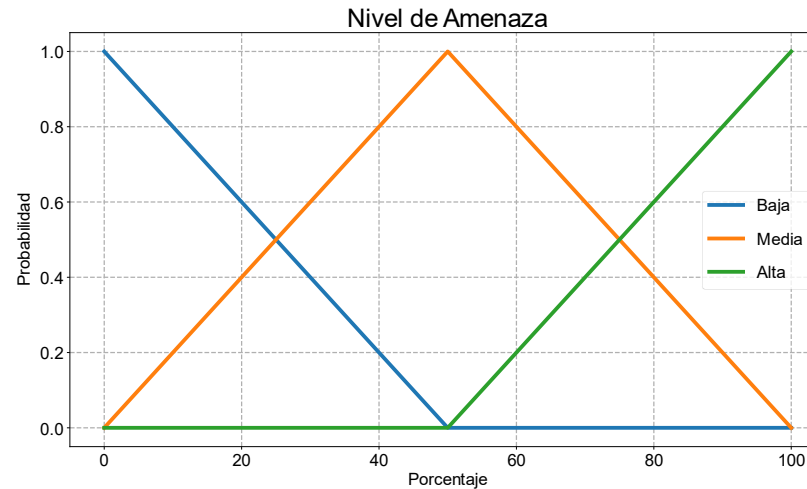
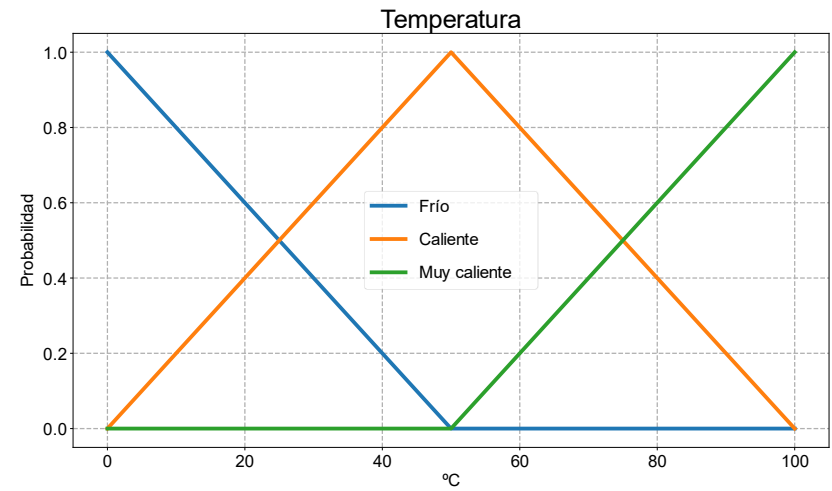
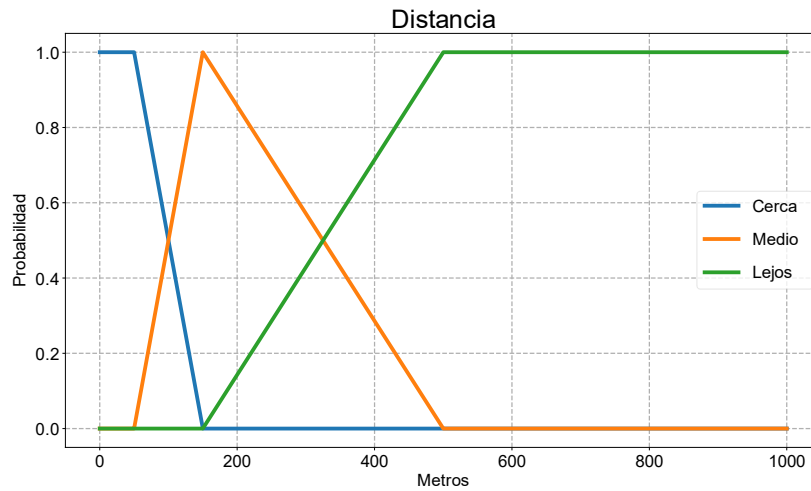
Hay que definir tres etiquetas por cada una de estas variables:

Distancia, Temperatura, Nivel de Amenaza

El experto determina que un objetivo es más peligroso (amenaza alta) cuanto más próximo está (ya que su precisión con las armas sería mayor) y cuando más caliente está (las armas generan calor); sin embargo objetivos muy próximos y cálidos pueden ser los gases de nuestros propios misiles, y estos no deben ser peligrosos (amenaza baja).

T→ D↓	Frío	Caliente	Muy Caliente
Cerca	Media	Alta	Baja
Medio	Baja	Media	Alta
Lejos	Baja	Baja	Media

Los conjuntos borrosos podrían ser los siguientes:



Un ejemplo que activa varias reglas con niveles diferentes de 1.0 podría ser $D = 250$ y $T = 90$. Se activan reglas que corresponden a las casillas marcadas, porque D es Media (con $S = 0.7$) y Lejos ($S = 0.3$), mientras que T es Muy Caliente ($S = 0.8$) y Caliente ($S = 0.2$).

Se activan reglas que corresponden a las casillas marcadas, porque D es Media (con $S = 0.7$) y Lejos ($S = 0.3$), mientras que T es Muy Caliente ($S = 0.8$) y Caliente ($S = 0.2$).

- Si D =Media ($S = 0.7$) y T =Caliente ($S = 0.2$) \rightarrow Amenaza=Media ($S= 0.2$)
- Si D =Media ($S = 0.7$) y T =Muy Caliente ($S = 0.8$) \rightarrow Amenaza=Alta ($S= 0.7$)
- Si D =Lejos ($S = 0.3$) y T =Caliente ($S = 0.2$) \rightarrow Amenaza=Baja ($S= 0.2$)
- Si D =Lejos ($S = 0.3$) y T =Muy Caliente ($S = 0.8$) \rightarrow Amenaza=Media ($S= 0.3$)

Resultado: unión de los conjuntos borrosos "cortados"

Resultado = Media(0.25) \cup Alta(0.7) \cup Baja(0.2) \cup Media(0.3) = Baja(0.2) \cup Media(0.3) \cup Alta(0.7)

$RBaja = Baja(S = 0.2)$

$RMedia = Media(S = 0.3)$

$RAlta = Alta(S = 0.7)$

$T \rightarrow D \downarrow$	Frío	Caliente	Muy Caliente
Cerca	Media	Alta	Baja
Medio	Baja	Media	Alta
Lejos	Baja	Baja	Media

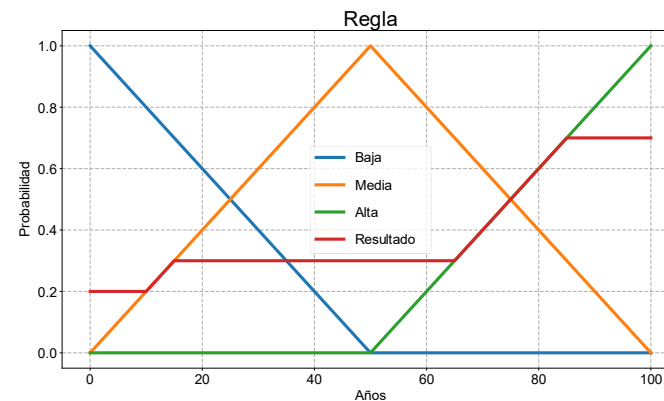
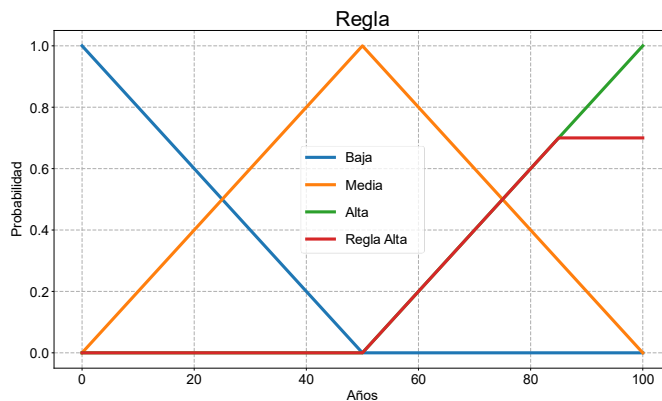
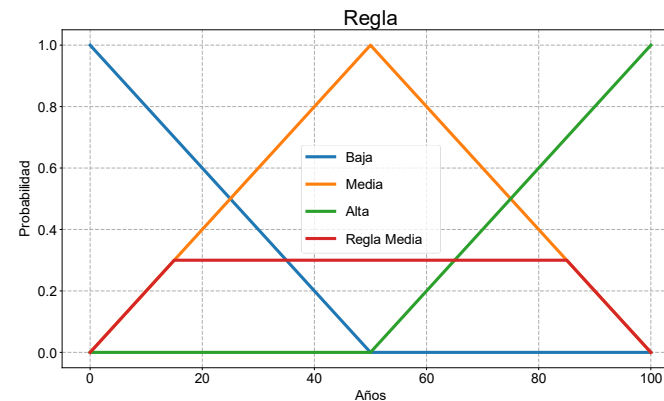
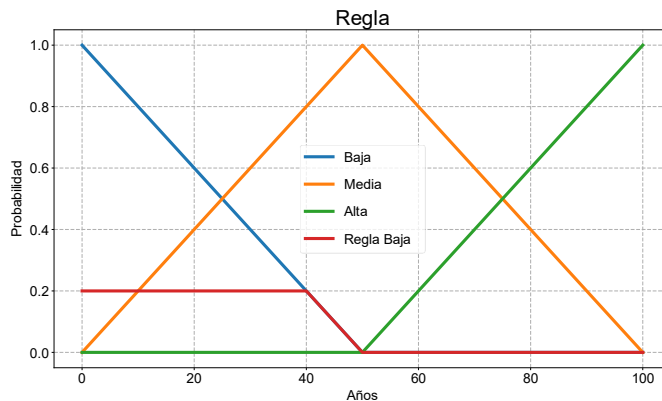
Resultado = Media(0.25) \cup Alta(0.7) \cup Baja(0.2) \cup Media(0.3) = Baja(0.2) \cup Media(0.3) \cup Alta(0.7)

RBaja = Baja(S = 0.2)

RMedia = Media(S = 0.3)

RAlta = Alta(S = 0.7)

T \rightarrow D \downarrow	Frío	Caliente	Muy Caliente
Cerca	Media	Alta	Baja
Medio	Baja	Media	Alta
Lejos	Baja	Baja	Media



Queremos utilizar lógica borrosa para controlar el movimiento de un robot redondo que tiene tres sensores de distancia, distribuidos en el frente, a la derecha e izquierda.

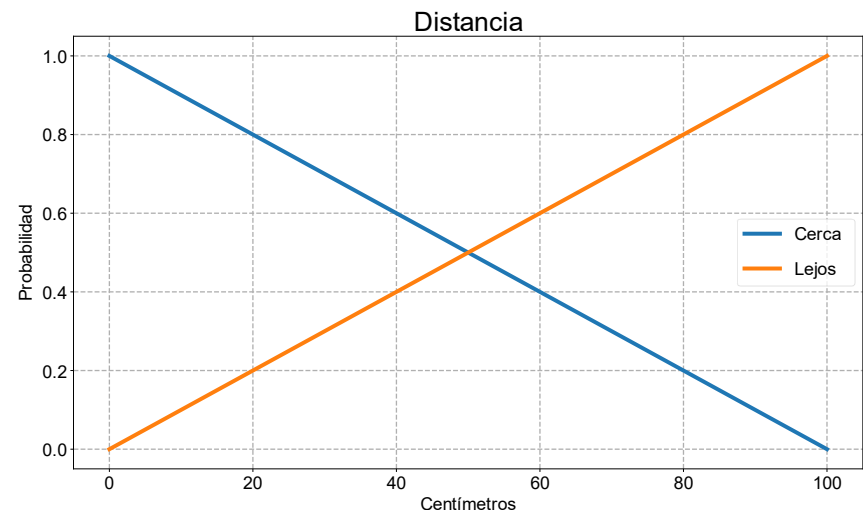
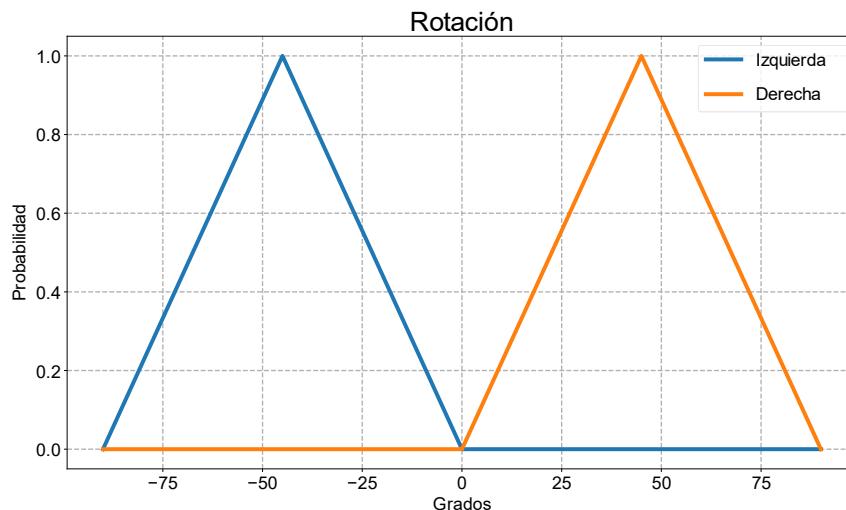
Responda a las siguientes cuestiones:

1. Complete el enunciado explicando cómo podrían ser los actuadores del robot.
2. Defina la variable que mide cada sensor mediante etiquetas borrosas y represente las reglas que permitirían al robot evitar obstáculos.
3. Ponga un ejemplo dando un valor numérico a cada sensor, explicando cómo se calculan los valores de pertenencia a cada etiqueta, qué reglas se activan y cómo se evalúa la salida.

Entradas: hay tres variables diferentes, pero sobre la misma magnitud (distancia). Pondremos Di, Dc y Dd y todas ellas tomarán valores numéricos entre 0 y 1 metros. Sobre esta magnitud definiremos el conjunto borroso Cerca cuya $\mu_{\text{Cerca}}(x)$ será decreciente linealmente entre 1.0 y 0.

Salidas: No dicen cómo mueve el robot. Lo más sencillo es que tenga la posibilidad de girar en un sentido o en otro. Habrá una variable Rotar medida en grados, que toma valores positivos hacia la derecha y negativos a la izquierda. Sobre ella, dos conjuntos borrosos: Derecha e Izquierda, simétricos. Es decir suponemos que el robot aplica un movimiento continuo hacia su frente, pero al 'Rotar' en un sentido u otro cambia su trayectoria.

Para dichas variables podemos definir los siguientes conjuntos borrosos:

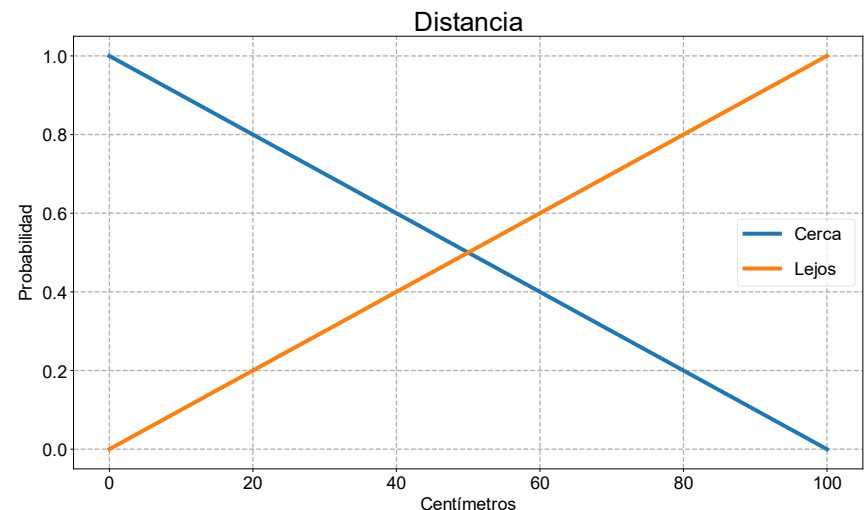
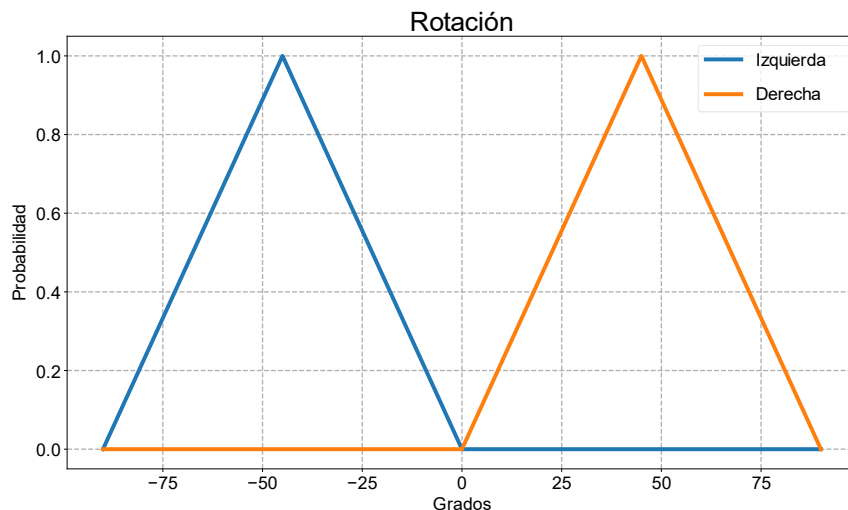


Reglas: Tenemos que decidir, como expertos, cuáles serían las reglas.

El criterio básico es que queremos estar lejos de cualquier obstáculo. Por lo tanto, podríamos decir:

- Si Di es Cerca, entonces Rotar es Derecha
- Si Dd es Cerca, entonces Rotar es Izquierda
- Si Dc es Cerca, entonces Rotar es Derecha

Hemos incluido la regla de rotar a la derecha cuando encuentra un obstáculo al frente. De ese modo saldrá incluso de situaciones de “callejón sin salida”



- Si la distancia medida por el sensor de la izquierda es 40cm, la variable D_i vale Cerca con un valor de similitud de 0.6.
- Si los demás sensores tienen distancias mayores de 100cm, las variables D_d y D_c valen Cerca con un valor de similitud de 0.
- En esa situación sólo la regla 1 da una salida mayor de 0.
- La salida es Derecha pero con un nivel de 0.6 (se corta el conjunto borroso a esa altura). En cualquier caso por simetría la deborrosificación daría un ángulo de 45° .
- Si hay otros sensores con entradas que generen resultados de giro a la izquierda, aparecerá otro triángulo a la izquierda y la composición de ambos dará valores entre de -45° y 45° .